**经济学**

（3小时，共3题，共100分）

**这个题目我感觉好像是有点问题，因为效用函数不是齐次函数，而且在后面求解马歇尔需求函数太复杂，方法和之前的类似。**

1、（共30分）某消费者的效用函数为



（1）请写出“同类偏好”（或称“位似偏好”，即homothetic preference）的定义，并证明该消费者具有“同类偏好”。[4分]

（2）请用价格和财富写出该消费者的马歇尔需求（Marshallian Demand）。[6分]

（3）请写出该消费者的间接效用函数（indirect utility function），并证明罗伊等式（Roy’s Identity）。[10分]

（4）假设财富，价格。当上升10%时消费者能够得到补偿从而维持其原始效用水平。请问此时该消费者对的消费量如何变化、变化了多少？[10分]

（1）效用函数为齐次函数即为同类偏好。



（2）最大化效用函数的约束条件为，构造拉格朗日函数并对x，y以及拉格朗日乘数求偏导数



（1）/（2）可以得到---

（3）间接效用函数就是把第二部分的马歇尔需求函数代入到原题中的效用函数里面即可得到

罗伊等式即为，也就是把（3）里面求的间接效用函数求偏导得到的结果就是（2）中所求的马歇尔需求函数就证明了罗伊等式。

（4）先使用可以得到x和y的消费量，并将x与y代入到效用函数可以得到此时的效用水平，这时在既定的效用水平下，求使得支出最小的消费组合

2、（共30分）考虑一个讨价还价游戏（bargaining game）。有两个玩家A和B在不超过期内分一块蛋糕。在第1期，A提出一个分多少蛋糕给B的方案（offer）；B看到这个方案并决定是否接受。如果B接受了，该讨价还价游戏结束，每个玩家按照分配方案得到各自的蛋糕。如果B拒绝了，游戏进入下一期。在第2期，轮到B向A提出一个分配方案。A看到这个方案并决定是否接受。如果A接受了，游戏结束，双方按该方案分配蛋糕。如果A拒绝，游戏进入下一期。在第3期，又轮到A首先提出分配方案，一切如前所述进行，但这次如果B拒绝了，游戏结束，并且双方都将得到什么也得不到（即双方得到的蛋糕都是0）。假设所有玩家对未来的折现率均为。

（1）请写出该游戏的子博弈均衡（subgame perfect equilibrium）。[5分]

（2）在达到（1）中的子博弈均衡点时，请计算每个玩家的均衡的预期收益（equilibrium expected payoff）。[10分]

（3）进一步假设，法律要求接受一个分配方案需要进行一些正式的手续（formalisation）。每个玩家在接受分配方案时需对这一正规化过程付费。请计算此时新的子博弈均衡。[5分]

（4）在达到（3）中的子博弈均衡点时，请计算每个玩家的均衡的预期收益。[10分]

（1）该博弈的子博弈均衡为A，B分别分得8/9和1/9，使用逆向归纳法，在第三期，A最多可以得到整个蛋糕，但是折现到第二期时有1/3；于是在第二期B最多会将1/3分给A，自己得到2/3（B所分得的份额折现到第一期2/9）；于是在第一期时A最多会将蛋糕的2/9分给B

（2）在上题中的均衡点是A,B的预期收益分别为7/9和2/9

（3）同样使用逆向归纳法，在第三期，A最多可以得到整个蛋糕的6/7(因为至少B在接受第三期的分配方案不能使其收益为负)，但是折现到第二期时有(6/7)\*(1/3)=2/7；于是在第二期B最多会将（2/7）+（1/7）=3/7分给A，自己得到4/7（折现到第一期为4/21）；于是在第一期时A最多会将蛋糕的(4/21)+(1/7)=1/3分给B

（4）由上一问的分析可知均衡时A,B的预期收益为2/3和1/3

3、（共40分）某国电力行业的生产投入品和产出品市场均是完全竞争市场。表示消费电力带来的收益，，，。电力行业总生产函数为



其中为在使用资本，劳动力和煤炭下能够生产的最大发电量。对其包含的所有三个变量均是严格递增的严格凹函数（concave）。资本和劳动力的价格分别为和。假设煤炭供给具有竞争性，并且煤炭生产的成本函数为，且，，。但使用煤炭发电会产生硫。未处理的硫会产生污染，但也可经过净化过程使硫变得有价值。假设经过净化的硫的生产函数是



其中是净化过程使用的资本。对其包含的所有变量均是严格递增的严格凹函数，并且



净化后的硫带来的收益是，且，，。未被净化的硫被直接排放形成污染物：



它带来的社会损失为，且，，。

（1）请计算电力行业的帕累托最优发电量（即具有经济效率的发电量，economic efficient output）。[10分]

（2）请证明当政府对污染排放量征收适当的费用时，即使发电厂忽略社会损失，电力行业也能达到（1）中的帕累托最优发电量。[10分]

（3）请证明当政府对每单位煤炭的使用征税，并且对每单位净化硫补贴，电力行业也能达到（1）中的帕累托最优发电量。[10分]

（4）请对比（2）和（3）两种情况下对信息（information）的要求。[10分]

（1）由题可得目标函数



于是可以得到一阶条件解得最优的要素使用量为，于是可以得到最优的发电量为

1. 本题的目标函数为，其中t为政府对每单位污染排放量所征收的税收



同样可以得到此题的一阶条件将本题的结果与（1）的结果对比可知，当时，（1）（2）的结果是相同的。

1. 本题的目标函数为，其中t为政府对每使用一单位煤炭所征收的税收



本题的一阶条件为

同样将本题的结果与（1）的结果进行比较可知，当



时，也可以保证所求的结果与（1）中相同。

（4）图片上的第四题

这一题的答案我不太确定，因为政府无法确定厂商实际排放的污染物的量，因而可以将政府计算的企业的排污量设为随机变量（这个随机变量可以是离散的，这时排污量为；也可以是连续的随机变量，这时可以将随机变量的密度函数设为）。这时可以将政府计算的排污量的期望值作为最终代入到目标函数里面去的排污量；具体讨论的时候就是比较政府计算的排污量与企业实际的排污量的，当时，会使企业的实际生产小于最优的生产量。

（5）对信息的要求是（2）中高于（3），因为企业的生产需要消耗的煤炭，以及企业利用污染物生产的硫比较容易确定。

图片中的第2题

这一题我也不太确定，题目是让比较在未来可以确定的得到的收入和1/2可能性得到，1/2可能性得到的收入，所带来的效用进行比较。

在未来确定得到收入所对应的效用函数为



1/2可能性得到，1/2可能性得到的收入所对应的效用函数为



紧接着就是通过作差来比较两个效用函数的大小问题



对购买的债权数量q求导数，讨论U的正负号，当为正的时候第一种情况带来的效用大。

图片中的第3题

（i）每个工人在做决策时都是最大化自己的效用函数

，对工人所对应的付出e求偏导数

，也即是可以得到如下的方程组

求得e1=e2=1/6；此时的纳什均衡即为工人1和2都付出1/6的努力

（ii）在工人2做决定的第二阶段，他的最优选择就是付出0，他同样可以从工人1的付出中获得回报；于是在第一阶段工人1默认工人2的付出为0，则工人1的目标函数为，求到可知工人1的付出为1/4，于是使用逆向归纳法得到的最终的均衡为工人1和工人2的付出为1/4和0.