

《随机过程》 试卷 (A)

院(系)\_\_\_\_\_ 班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

试卷卷面成绩								小计	占课程 考核成 绩 65%	平时 成绩 占 35%	课程 考核 成绩
题号	一	二	三	四	五	六	七				
得分											
评阅											
审核											

注意事项:

- (1) 本试卷共六道大题, 共六页, 请认真核对。
- (2) 请正确填写学院、班级、学号、姓名等信息, 空填或错填的试卷为无效试卷。
- (3) 请用黑色或蓝色钢笔、签字笔、圆珠笔答题, 用铅笔或其他颜色笔答题无效。

得 分

一、填空题 (本题 21 分, 每小题 3 分)

1、设  $Y(t) = \sum_{n=1}^{N(t)} X(n)$  是复合泊松过程, 其中  $E|X(1)|^2 < +\infty$ ,  $N(t)$  强度为  $\lambda$ , 则

$D_Y(t) =$  \_\_\_\_\_.

2、设  $\{X(t), t \in T\}$  与  $\{Y(t), t \in T\}$  为两个实平稳过程, 若对任意的  $t, t+\tau \in T$ , 满足条件 \_\_\_\_\_, 则称  $\{X(t), t \in T\}$  与  $\{Y(t), t \in T\}$  为联合平稳过程.

3、已知标准正态分布随机变量的特征函数为  $\varphi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ , 则  $X \sim N(\mu, 2\sigma^2)$  的特征函数为  $\varphi_X(t) =$  \_\_\_\_\_.

4、全期望公式为  $E[E(Y|X)] =$  \_\_\_\_\_.

5、非齐次泊松过程  $\{N(t), t \geq 0\}$ , 其中强度函数为  $\lambda(t) = t + \sin t$ , 则  $E[N(t)] =$  \_\_\_\_\_.

6、设随机过程  $\{X(t)\}$  的均值函数为  $m_X(t) = 5 \cos t$ ，则  $Y(t) = X'(t)$  的均值函数

$m_{Y'}(t) =$ \_\_\_\_\_.

7、设  $\{X(t), t \in R\}$  为均方连续的平稳过程，若\_\_\_\_\_成立，则

称  $X(t)$  的均值具有遍历性。

得 分

## 二、判断题（本题 10 分，每小题 2 分）

- 1、严平稳过程一定是宽平稳过程。 ( )
- 2、齐次马氏链的平稳分布即为稳态概率。 ( )
- 3、复合泊松过程不一定是马尔可夫过程。 ( )
- 4、非齐次泊松过程一定是独立增量过程。 ( )
- 5、马氏链不具有遍历性时，其平稳分布也可能存在。 ( )

得 分

## 三、证明题（本题 5 分）

设  $\{X_n\}$  为相互独立的实随机变量序列，  $EX_n = \mu, DX_n = \sigma^2 < +\infty, \forall n$ ，令

$$Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \text{ 试证明 } \lim_{n \rightarrow \infty} Y_n = \mu.$$

得分

#### 四、计算题（本题 20 分）

为了统计学生在某课程的上课出勤情况，分别记录课堂的男女学生的缺勤人数。数据显示，男女学生的缺勤人数分别独立地服从每周 5 人与每周 1 人的泊松过程。

- (1) 试求 3 周内不少于 2 位女生缺勤的概率；
- (2) 写出相继两位男生缺勤的时间间隔  $T_n$  的概率密度函数和平均时间间隔  $E(T_n)$ ；
- (3) 写出  $[0, t)$  周内缺勤总人数的分布律；
- (4) 已知  $[0, t)$  周内有 8 位学生缺勤，试求恰好有 2 位女生的概率，以及其中平均有多少位女生。

自觉  
遵守  
考试  
规则  
，  
诚信  
考试  
，  
绝不  
作弊

装  
订  
线  
内  
不  
得  
答  
题

得 分

### 五、计算题（本题 12 分）

设随机过程  $X(t) = V \cos \pi t$ ，其中  $V$  为随机变量，且  $V \sim U(-2, 2)$ ，

试求：(1) 画出  $X(t)$  的一条样本曲线；

(2)  $X(t)$  的均值函数，自相关函数，自协方差函数和方差函数.

得分

## 六、(本题 20 分)

设齐次马氏链  $\{X(n), n \geq 0\}$  的状态空间为  $E = \{a, b, c\}$ ，初始分布为：

$$P_a(0) = \frac{1}{6}, P_b(0) = \frac{1}{2}, P_c(0) = \frac{1}{3}, \text{ 一步转移概率矩阵为: } P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$$

- (1) 画出概率转移图;
- (2) 讨论该链的遍历性及平稳分布;
- (3) 计算  $P\{X(n+2) = b | X(n) = c\}$ ;
- (4) 计算  $P\{X(0) = a, X(2) = b\}$ ;
- (5) 计算  $P\{X(0) = a, X(1) = b, X(2) = c\}$ .

得 分

**七、证明题（本题 12 分）**

设  $\{X(t), t \in T\}$  是一均方可微的实宽平稳过程，令  $Y(t) = \frac{d}{dt}X(t), t \in T$ .

证明：  $\{Y(t), t \in T\}$  是实宽平稳过程。