

试卷名称：北京科技大学 2012-2013 学年第二学期常微分方程试卷 (B)

试卷来源：试题原卷

整理人员：宗德

录入时间：2014/1/24

试卷现状：☒ 原题 ☐ 答案 ☐ 解析

一、计算题（本题共 5 小题，每题 8 分，满分 40 分）

1. 求方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{y^3+x}$ 的通解.

2. 求解方程 $2(3xy^2 + 2x^3)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0$.

3. 求方程 $\frac{dy}{dx} = y^2 \cos x$ 的通解.

4. 求方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{6}{x}y = -xy^2$ 的通解.

5. 求解方程 $\left(y + x \tan \frac{y}{x}\right) dx - x dy = 0$.

二、解答题（本题共 4 小题，每题 10 分，满分 40 分）

6. 求解方程 $yy'' - y'^2 = 0$.

7. 求 $y'' + 4y' + 4y = \cos 2x$ 的通解.

8. 求初值问题 $\frac{dy}{dx} = x + y^2$ 过点 (0,0) 的第三次近似解 $\varphi_3(x)$.

9. 求方程组 $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - 6y \\ \frac{dy}{dt} = 2x - y \end{cases}$ 的标准基解矩阵 $\exp At$.

三、综合题与证明题

10. (8 分) 设 n 元线性方程组 $x' = A(t)x$, 若该方程组有 n 个线性无关的解向量 $x_1(t)$, $x_2(t), \dots, x_n(t)$ ($a \leq t \leq b$), 则这 n 个函数的伏朗斯基行列式 $W(t) \neq 0, a \leq t \leq b$.
11. (12 分) 在第一象限求一曲线, 使在其上每一点的切线截割坐标轴而成的直角三角形的面积都等于 2. (注: 可以利用克莱罗方程的通解公式)