

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
**«Рязанский государственный радиотехнический университет
Имени В. Ф. Уткина»**

Факультет вычислительной техники
Кафедра вычислительной и прикладной математики

Отчёт по практической работе №2

по дисциплине:
«Моделирование»

по теме:
«Проверка качества генераторов псевдослучайных чисел»

Выполнил: ст. гр. 242

Ширкалин А. Ю.

Проверил: Анастасьев А. А.

Рязань 2025

Цель работы:

Используя результаты, полученные при выполнении практического занятия №1, проверить качество последовательности псевдослучайных чисел. Для этого применяются три статистических критерия:

- критерий Пирсона (хи-квадрат),
- критерий Колмогорова,
- Критерий числа серий, разделительный элемент $p=0,25$

Практическая часть:

Разработанная программа автоматически выполняет статистический анализ сгенерированной последовательности. В ходе работы вычисляются:

- коэффициент χ^2 для критерия Пирсона,
- статистика λ для критерия Колмогорова,

Критерий числа серий: проверяем случайность чередования значений относительно разделяющего элемента $p=0.25$.

- Каждое число классифицируем: «меньше 0.25» (0) или «больше/равно» (1).
- Считаем количество серий (последовательностей подряд идущих одинаковых символов).
- Статистика критерия проверяет, соответствует ли число серий математическому ожиданию и дисперсии при случайной последовательности.

Полученные величины сравниваются с критическими значениями. По результатам проверки делается вывод о соответствии последовательности равномерному распределению.

Данные гистограммы (m = 16 интервалов):

Интервал [0.00, 0.06)	частота = 33,	относительная = 0.0660
Интервал [0.06, 0.12)	частота = 27,	относительная = 0.0540
Интервал [0.12, 0.19)	частота = 28,	относительная = 0.0560
Интервал [0.19, 0.25)	частота = 34,	относительная = 0.0680
Интервал [0.25, 0.31)	частота = 36,	относительная = 0.0720
Интервал [0.31, 0.38)	частота = 25,	относительная = 0.0500
Интервал [0.38, 0.44)	частота = 33,	относительная = 0.0660
Интервал [0.44, 0.50)	частота = 24,	относительная = 0.0480
Интервал [0.50, 0.56)	частота = 33,	относительная = 0.0660
Интервал [0.56, 0.62)	частота = 37,	относительная = 0.0740
Интервал [0.62, 0.69)	частота = 35,	относительная = 0.0700
Интервал [0.69, 0.75)	частота = 34,	относительная = 0.0680
Интервал [0.75, 0.81)	частота = 28,	относительная = 0.0560
Интервал [0.81, 0.88)	частота = 34,	относительная = 0.0680
Интервал [0.88, 0.94)	частота = 33,	относительная = 0.0660
Интервал [0.94, 1.00)	частота = 26,	относительная = 0.0520

Критерий Пирсона:

Статистика $\chi^2 = 8.416$

Критическое значение = 24.995790139728616

Гипотеза о равномерности принимается

Критерий Колмогорова-Смирнова:

Статистика D = 0.030942373976358795

p-value = 0.7126001635429864

Гипотеза о равномерности принимается

Критерий числа серий (p=0.25):

Число серий = 195

Мат. ожидание ER = 185.464

Дисперсия VR = 67.82064788777555

Z = 1.1579379170249258

Гипотеза о случайности принимается

Критерий Пирсона

При числе степеней свободы $r=m-1=16-1=15$ и вычисленном коэффициенте χ^2 , если $\chi^2 < \chi_{кр}^2$ (критическое значение на уровне значимости 0.05), можно утверждать, что генератор формирует последовательность случайных чисел, распределение которых соответствует теоретическому равномерному закону с достоверностью порядка 95%.

Критерий Колмогорова–Смирнова

При вычисленном коэффициенте статистики D и соответствующем p -значении, если $p > 0.05$, последовательность не выходит за пределы допустимых отклонений. Это означает, что полученные значения принадлежат теоретическому равномерному закону распределения с вероятностью порядка 95%.

Критерий числа серий (разделитель $p=0.25$)

При вычисленном числе серий и нормированной статистике Z , если $|Z| < Z_{кр}$ (где $Z_{кр} = 1.96$ для уровня значимости 0.05), можно утверждать, что гипотеза о случайности последовательности **не отвергается**, то есть генератор формирует случайные числа без статистически значимых зависимостей в последовательности.

Вывод: Генератор формирует последовательность псевдослучайных чисел, распределение которых соответствует равномерному закону на интервале $[0;1)$. По критериям Пирсона и Колмогорова–Смирнова гипотеза о равномерности не отвергается с уровнем значимости 0.05, а по критерию числа серий последовательность можно считать случайной.

Ответы на контрольные вопросы

1. Что позволяет проверять тест распределения на плоскости? В чем он заключается?

Тест распределения на плоскости позволяет проверять:

- Независимость последовательных пар чисел
- Отсутствие корреляций между соседними значениями
- Равномерность распределения в двумерном пространстве

Суть теста: Последовательные пары чисел $(x_1, x_2), (x_3, x_4), \dots$ интерпретируются как координаты точек на плоскости $[0,1) \times [0,1)$. Проверяется равномерность распределения этих точек.

2. Для чего нужны критерии проверки датчиков псевдослучайных чисел?

Критерии нужны для:

- Проверки статистических свойств генератора
- Оценки соответствия теоретическому распределению
- Обнаружения закономерностей и корреляций

- Гарантии качества случайности для приложений
- Сертификации криптографических генераторов

3. В чем сущность критерия χ^2 Пирсона?

Сущность критерия χ^2 :

- Сравнение наблюдаемых частот с теоретически ожидаемыми
- Разбиение диапазона на интервалы (бины)
- Вычисление суммы квадратов отклонений относительных частот
- Оценка значимости отклонений от теоретического распределения

4. При выполнении каких условий возможно применение критерия χ^2 Пирсона?

Условия применения:

- Объем выборки достаточно большой ($n \geq 50$)
- Ожидаемые частоты в каждом бине ≥ 5
- Наблюдения независимы
- Теоретическое распределение известно
- Данные измерены в шкале наименований или порядка

5. Каким образом определяется число степеней свободы для критерия χ^2 ?

Число степеней свободы:

$$v = k - 1 - r$$

где:

- k - число интервалов (бинов)
- r - число оцененных параметров распределения

Для равномерного распределения (параметры известны): $v = k - 1$

6. В чем заключается критерий Колмогорова?

Сущность критерия Колмогорова:

- Сравнение эмпирической функции распределения с теоретической
- Вычисление максимального отклонения $D = \max |F_n(x) - F(x)|$
- Использование статистики $D\sqrt{n}$ для проверки гипотез
- Более мощный чем χ^2 для непрерывных распределений

7. С помощью какого критерия можно проверить независимость псевдослучайных величин?

Для проверки независимости используются:

- **Критерий серий** - проверка чередования знаков
- **Автокорреляционный тест** - проверка корреляций с лагами
- **Тест на монотонность** - проверка возрастаний/убываний
- **Двумерные тесты** - распределение пар последовательных чисел

8. С помощью каких критериев можно проверить случайность цифр в генерируемой последовательности?

Критерии проверки случайности цифр:

- **Частотный тест** - равномерность распределения цифр
- **Тест серий** - проверка пар и троек цифр
- **Покер-тест** - комбинации цифр как в покере
- **Тест на монотонность** - длины возрастающих последовательностей
- **Критерий монотонности** - проверка паттернов
- **Тест на сжатие** - невозможность сжатия случайной последовательности