

Zadanie 4

Wojciech Ganobis

05/05/20

Wiemy, że zmienne X_1, X_2 , oraz X_3 są niezależne i mają rozkład o dystrybucji $F(x)$ i gęstości $f(x)$.

$$f(x) = (F(x))'$$

$$\begin{aligned} F_{(2)}(x) &= P(X_{(2)} < x) = P(X_1 < x) \cdot P(X_2 < x) \cdot P(X_3 > x) + \\ &+ P(X_1 < x) \cdot P(X_3 < x) \cdot P(X_2 > x) + P(X_2 < x) \cdot P(X_3 < x) \cdot P(X_1 > x) + \\ &+ P(X_1 < x) \cdot P(X_2 < x) \cdot P(X_3 < x) = \\ &= F(x) \cdot F(x) \cdot (1 - F(x)) + F(x) \cdot F(x) \cdot (1 - F(x)) + F(x) \cdot F(x) \cdot (1 - F(x)) + F(x) \cdot F(x) \cdot F(x) = \\ &= 3 \cdot F^2(x) \cdot (1 - F(x)) + F^3(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{(2)} &= (F_{(2)})' = 6F(x) \cdot (1 - F(x)) \cdot f(x) + 3F^2(x) \cdot (-f(x)) + 3F^2(x) \cdot f(x) = \\ &= 6F(x) \cdot (1 - F(x)) \cdot f(x) \end{aligned}$$

Co mieliśmy udowodnić.