

Zadanie 2

Wojciech Ganobis

31/03/20

Wiemy, że aby była to gęstość dwuwymiarowa, podwójna całka z ograniczeń podanych w zadaniu $0 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 2$, jest równa 1 oraz funkcja na całym obszarze musi być dodatnia.

I) $\int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} f(x, y) dy dx$

$$\begin{aligned} \int_0^3 \int_1^2 Cxy + x + y dy dx &= 1 \\ \int_0^3 \int_1^2 Cxy + x + y dy dx &= \int_0^3 \left(\int_1^2 Cxy dy + \int_1^2 x dy + \int_1^2 y dy \right) dx = \\ &= \int_0^3 \left(Cx \frac{3}{2} + x + \frac{3}{2} \right) dx = \\ &= \frac{3}{2}C \cdot \frac{9}{2} + \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = \frac{27}{4}C + 9 \\ \frac{27}{4}C + 9 &= 1 \\ C &= \frac{-32}{27} \end{aligned}$$

$$f(x, y) = \frac{-32}{27}xy + x + y$$

II) $f(x, y) \leq 0$

Weźmy dla przykładu skrajne wartości. Otrzymujemy:

$$f(3, 2) = \frac{-32}{27} \cdot 3 \cdot 2 + 3 + 2 = \frac{-19}{9}$$

Niestety otrzymujemy wartość ujemną, co oznacza, że całka nie jest dodatnia na całym obszarze. Nie ma więc takiej stałej C .