

## Lista nr 7 z matematyki dyskretnej

1. Ile jest wyrazów złożonych z  $n$  liter należących do 25-literowego alfabetu łacińskiego, zawierających parzystą liczbę liter  $a$ ?
2. Znajdź ogólną postać rozwiązań następujących równań rekurencyjnych za pomocą anihilatorów i rozwiąż jedno z równań do końca:
  - (a)  $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 3^n - 1$ , gdy  $a_0 = a_1 = 0$ .
  - (b)  $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n + n2^{n+1}$ , gdy  $a_0 = a_1 = 1$ .
  - (c)  $a_{n+2} = \frac{1}{2^{n+1}} - 2a_{n+1} - a_n$ , gdy  $a_0 = a_1 = 1$ .
3. Niech  $c_n$  oznacza liczbę ciągów długości  $n$  złożonych z  $n$  cyfr ze zbioru  $\{0, 1, 2\}$ , nie zawierających dwóch następujących po sobie zer i dwóch następujących po sobie jedynek. Wyprowadź zależność rekurencyjną, jaką spełniają liczby  $c_n$  przyjmując  $c_0 = 1$ . Rozwiąż otrzymaną zależność rekurencyjną.
4. Na ile sposobów można rozdać  $n$  różnych nagród wśród czterech osób A, B, C, D tak, aby:
  - (a) A dostała przynajmniej jedną nagrodę?
  - (b) A lub B nie dostała nic?
  - (c) Zarówno A jak i B dostała przynajmniej jedną nagrodę?
  - (d) Przynajmniej jedna spośród A, B, C nic nie dostała?
  - (e) Każda z 4 osób coś dostała?
5. Rozwiąż równanie rekurencyjne  $a_n + 5a_{n-1} + 6a_{n-2} = 3n^2$ , jeśli  $a_0 = 1, a_1 = 4$ .
6. Rozwiąż zależności rekurencyjne:
  - (a)  $c_0 = 1, c_n = c_0 + c_1 + \dots, c_{n-1}$
  - (b)  $d_0 = 1, d_1 = 2, d_n = d_{n-1}^2/d_{n-2}$ .
7. Rozwiąż za pomocą anihilatorów następującą zależność rekurencyjną:  
 $a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+3} = a_n$ .

*Katarzyna Paluch*