

Gęstość na naszym trojkącie wyraża się wzorem:

$$f(x, y) = \frac{15}{2}x^2y$$

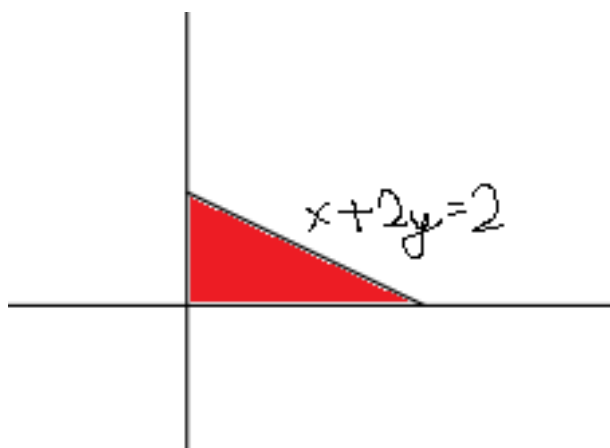


Figure 1: XY

Prosta ograniczająca to  $x + 2y = 2$ , możemy ją sprawdzić obliczając podwójną całkę:

$$\int_0^1 \int_0^{2-2y} \frac{15}{2}x^2y dx dy = 1$$

Wtedy jest ona poprawna.

Teraz wyznaczmy  $T$  i dodajmy  $Z$ , gdzie  $T = \frac{X}{Y}$  i  $Z = Y$

Po przekształceniu otrzymujemy  $X = TZ$  i  $Y = Z$

Obliczmy:

$$\frac{\partial(X, Y)}{\partial(T, Z)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial T} & \frac{\partial X}{\partial Z} \\ \frac{\partial Y}{\partial T} & \frac{\partial Y}{\partial Z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z & T \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = Z$$

Funkcja gęstości  $g$ :

$$g(z, t) = f(x(z, t), y(z, t)) * \|J\| = \frac{15}{2}t^2z^2 * z * z = t^2z^4$$

Teraz kilka prostych przekształceń:

$$0 \leq Y \leq 1, 0 \leq X \leq 2 - 2Y$$

$$0 \leq Z \leq 1, 0 \leq TZ \leq 2 - 2Y$$

$$0 \leq Z \leq 1, 0 \leq Z \leq \frac{Z}{T+2}$$

Bierzemy pod uwagę tylko 2 równanie ponieważ jest "bardziej ograniczające",  
więc obliczamy całkę:

$$\int_0^{\frac{2}{t+2}} \frac{15}{2} t^2 z^z dz = \frac{48t^2}{(t+2)^5}$$

Nasza funkcja gęstości to  $\frac{48t^2}{(t+2)^5}$

Możemy jeszcze ją sprawdzić obliczając całkę:

$$\int_0^{\infty} \frac{48t^2}{(t+2)^5} dt = 1$$