

Zadanie 3

Wojciech Ganobis 310519

12/05/20

Wzór na naszą funkcję gęstości to:

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2a}; \text{ dla } \theta - a \leq x \leq \theta + a$$

Funkcję wiarygodności możemy zapisać więc jako:

$$L(x_i; \theta) = \prod_{k=1}^n f(x_k; \theta) = \left(\frac{1}{2a}\right)^n; \text{ dla } \theta - a \leq x_i \leq \theta + a$$

Teraz możemy przekształcić przedziały:

$$\theta - a \leq \min(x_1, \dots, x_n) \leftrightarrow \theta \leq \min(x_1, \dots, x_n) + a$$

$$\theta + a \leq \max(x_1, \dots, x_n) \leftrightarrow \theta \leq \max(x_1, \dots, x_n) - a$$

I podstawiając to otrzymamy:

$$L(x_i; \theta) = \left(\frac{1}{2a}\right)^n; \text{ dla } \max(x_1, \dots, x_n) - a \leq \theta \leq \min(x_1, \dots, x_n) + a$$

Czyli:

$$\hat{\theta} = \frac{\max(x_1, \dots, x_n) - a + \min(x_1, \dots, x_n) + a}{2} = \frac{\max(x_1, \dots, x_n) + \min(x_1, \dots, x_n)}{2}$$