Lista nr 14 z matematyki dyskretnej

1. Pokaż, że dla każdego grafu istnieje pewna kolejność wierzchołków, przy której algorytm zachłanny (sekwencyjny) działa w sposób optymalny.

2. Znajdź pokolorowanie grafu Mycielskiego M_4 za pomocą algorytmu sekwencyjnego.

3. Niech M_k będzie k-tym grafem Mycielskiego. Wykaż, że M_k nie zawiera trojkątow i $\chi(M_k) = k$ dla każdego k.

4. Wykaż, że jeśli w algorytmie sekwencyjnym zostało użytych k kolorów do pomalowania grafu, to ten graf ma przynajmniej $k(k-1)/2$ krawędzi. Wykaż stąd, że każdy graf zawiera przynajmniej $\chi(G)(\chi(G)-1)/2$ krawędzi, gdzie $\chi(G)$ jest liczbą chromatyczną grafu G.

5. Wykaż, że liczba chromatyczna grafu, w którym stopień żadnego wierzchołka nie przekracza 3, może być znaleziona w czasie wielomianowym.

6. Dla każdego $n > 1$ skonstruuj graf dwudzielny na $2n$ wierzchołkach i uporządkowanie tych wierzchołków, dla których algorytm sekwencyjny używa n kolorów.

7. Niech $G = (V, E)$ będzie pewnym grafem dwudzielnym a $d : V \to N$ funkcją na zbiorze wierzchołków. Skonstruuj algorytm, który znajduje podgraf $G' = (V, E' \subseteq E)$ grafu G taki, że dla każdego wiezchołka $v \in V$ stopień v w G' wynosi zadane $d(v)$ lub stwierdza, że takowy nie istnieje.

   Wskazówka: można użyć przepływów.

Katarzyna Paluch