# 前端面试题:常用算法

### 1, 时间复杂度

通常使用最差的时间复杂度来衡量一个算法的好坏。

常数时间 O(1) 代表这个操作和数据量没关系,是一个固定时间的操作,比如说四则运算。

对于一个算法来说,可能会计算出如下操作次数 aN+1,N 代表数据量。那么该算法的时间复杂度就是 O(N)。因为我们在计算时间复杂度的时候,数据量通常是非常大的,这时候低阶项和常数项可以忽略不计。

当然可能会出现两个算法都是 O(N) 的时间复杂度,那么对比两个算法的好坏就要通过对比低阶项和常数项了。

### 2. 位运算

位运算在算法中很有用,速度可以比四则运算快很多。

在学习位运算之前应该知道十进制如何转二进制,二进制如何转十进制。这里说明下简单的计算方式

- 十进制 33 可以看成是 32 + 1 , 并且 33 应该是六位二进制的(因为 33 近似 32 , 而 32 是 2 的五次方, 所以是六位) , 那么 十进制 33 就是 100001 , 只要是 2 的次方, 那么就是 1否则都为 0
- 那么二进制 100001 同理, 首位是 2^5 , 末位是 2^0 , 相加得出 33

### 3, 左移 <<

10 << 1 // -> 20

左移就是将二进制全部往左移动, 10 在二进制中表示为 1010 ,左移一位后变成 10100 ,转换为十进制也就是 20,所以基本可以把左移看成以下公式 a \* (2 ^ b)

# 4, 算数右移 >>

10 >> 1 // -> 5

算数右移就是将二进制全部往右移动并去除多余的右边,10 在二进制中表示为1010,右移一位后变成101,转换为十进制也就是5,所以基本可以把右移看成以下公式 $int v = a / (2 \wedge b)$ 

右移很好用, 比如可以用在二分算法中取中间值

13 >> 1 // -> 6

# 5, 按位操作

#### 1) 按位与

每一位都为 1, 结果才为 1

```
8 & 7 // -> 0
// 1000 & 0111 -> 0000 -> 0
```

#### 2) 按位或

其中一位为 1, 结果就是 1

```
8 | 7 // -> 15
// 1000 | 0111 -> 1111 -> 15
```

#### 3) 按位异或

每一位都不同,结果才为1

```
8 ^ 7 // -> 15
8 ^ 8 // -> 0
// 1000 ^ 0111 -> 1111 -> 15
// 1000 ^ 1000 -> 0000 -> 0
```

从以上代码中可以发现按位异或就是不进位加法

面试题: 两个数不使用四则运算得出和

这道题中可以按位异或,因为按位异或就是不进位加法, $8 \land 8 = 0$  如果进位了,就是 16 了,所以我们只需要将两个数进行异或操作,然后进位。那么也就是说两个二进制都是 1 的位置,左边应该有一个进位 1,所以可以得出以下公式  $a + b = (a \land b) + ((a \& b) << 1)$ ,然后通过迭代的方式模拟加法

```
function sum(a, b) {
    if (a == 0) return b
    if (b == 0) return a
    let newA = a ^ b
    let newB = (a & b) << 1
    return sum(newA, newB)
}</pre>
```

### 6, 排序

以下两个函数是排序中会用到的通用函数,就不一一写了

```
function checkArray(array) {
    if (!array || array.length <= 2) return
}
function swap(array, left, right) {
    let rightValue = array[right]
    array[right] = array[left]
    array[left] = rightValue
}</pre>
```

#### 7, 冒泡排序

冒泡排序的原理如下,从第一个元素开始,把当前元素和下一个索引元素进行比较。如果当前元素大,那么就交换位置,重复操作直到比较到最后一个元素,那么此时最后一个元素就是该数组中最大的数。下一轮重复以上操作,但是此时最后一个元素已经是最大数了,所以不需要再比较最后一个元素,只需要比较到 Tength - 1 的位置。

```
<div align="center">
  <img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/12/162b895b452b306c?
  w=670&h=508&f=gif&s=282307" width="500" />
  </div>
```

#### 以下是实现该算法的代码

```
function bubble(array) {
  checkArray(array);
  for (let i = array.length - 1; i > 0; i--) {
      // 从 0 到 `length - 1` 遍历
      for (let j = 0; j < i; j++) {
        if (array[j] > array[j + 1]) swap(array, j, j + 1)
      }
  }
  return array;
}
```

该算法的操作次数是一个等差数列 n + (n - 1) + (n - 2) + 1 , 去掉常数项以后得出时间复杂度是 O(n \* n)

### 8. 插入排序

插入排序的原理如下。第一个元素默认是已排序元素,取出下一个元素和当前元素比较,如果当前元素大就交换位置。那么此时第一个元素就是当前的最小数,所以下次取出操作从第三个元素开始,向前对比,重复之前的操作。

```
<div align="center">
<img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/12/162b895c7e59dcd1?
w=670&h=508&f=gif&s=609549" width="500" style="display:block;margin: 0 auto" />
</div>
```

```
function insertion(array) {
  checkArray(array);
  for (let i = 1; i < array.length; i++) {
    for (let j = i - 1; j >= 0 && array[j] > array[j + 1]; j--)
        swap(array, j, j + 1);
  }
  return array;
}
```

该算法的操作次数是一个等差数列 n + (n - 1) + (n - 2) + 1 , 去掉常数项以后得出时间复杂度是 O(n \* n)

### 9, 选择排序

选择排序的原理如下。遍历数组,设置最小值的索引为 0,如果取出的值比当前最小值小,就替换最小值索引,遍历完成后,将第一个元素和最小值索引上的值交换。如上操作后,第一个元素就是数组中的最小值,下次遍历就可以从索引 1 开始重复上述操作。

```
<div align="center">
<img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/13/162bc8ea14567e2e?
w=670&h=508&f=gif&s=965636" width="500" style="display:block;margin: 0 auto" />
</div>
```

#### 以下是实现该算法的代码

```
function selection(array) {
  checkArray(array);
  for (let i = 0; i < array.length - 1; i++) {
    let minIndex = i;
    for (let j = i + 1; j < array.length; j++) {
        minIndex = array[j] < array[minIndex] ? j : minIndex;
    }
    swap(array, i, minIndex);
}
return array;
}</pre>
```

该算法的操作次数是一个等差数列 n + (n - 1) + (n - 2) + 1 , 去掉常数项以后得出时间复杂度是 O(n \* n)

# 10, 归并排序

归并排序的原理如下。递归的将数组两两分开直到最多包含两个元素,然后将数组排序合并,最终合并为排序好的数组。假设我有一组数组 [3, 1, 2, 8, 9, 7, 6],中间数索引是 3,先排序数组 [3, 1, 2, 8]。在这个左边数组上,继续拆分直到变成数组包含两个元素(如果数组长度是奇数的话,会有一个拆分数组只包含一个元素)。然后排序数组 [3, 1] 和 [2, 8],然后再排序数组 [1, 3, 2,

8],这样左边数组就排序完成,然后按照以上思路排序右边数组,最后将数组[1,2,3,8]和[6,7,9]排序。

```
<div align="center">
    <img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/13/162be13c7e30bd86?
    w=896&h=1008&f=gif&s=937952" width=500 />
    </div>
```

#### 以下是实现该算法的代码

```
function sort(array) {
  checkArray(array);
 mergeSort(array, 0, array.length - 1);
 return array;
}
function mergeSort(array, left, right) {
 // 左右索引相同说明已经只有一个数
 if (left === right) return;
 // 等同于 `left + (right - left) / 2`
 // 相比 `(left + right) / 2` 来说更加安全,不会溢出
  // 使用位运算是因为位运算比四则运算快
 let mid = parseInt(left + ((right - left) >> 1));
  mergeSort(array, left, mid);
 mergeSort(array, mid + 1, right);
 let help = [];
 let i = 0;
 let p1 = left;
 let p2 = mid + 1;
 while (p1 <= mid && p2 <= right) {
   help[i++] = array[p1] < array[p2] ? array[p1++] : array[p2++];
 while (p1 <= mid) {
   help[i++] = array[p1++];
 }
 while (p2 <= right) {
   help[i++] = array[p2++];
 for (let i = 0; i < help.length; i++) {
   array[left + i] = help[i];
 }
 return array;
```

以上算法使用了递归的思想。递归的本质就是压栈,每递归执行一次函数,就将该函数的信息(比如参数,内部的变量,执行到的行数)压栈,直到遇到终止条件,然后出栈并继续执行函数。对于以上递归函数的调用轨迹如下

```
mergeSort(data, 0, 6) // mid = 3
mergeSort(data, 0, 3) // mid = 1
mergeSort(data, 0, 1) // mid = 0
mergeSort(data, 0, 0) // 遇到终止,回退到上一步
mergeSort(data, 1, 1) // 遇到终止,回退到上一步
```

```
// 排序 p1 = 0, p2 = mid + 1 = 1
// 回退到 `mergeSort(data, 0, 3)` 执行下一个递归
mergeSort(2, 3) // mid = 2
mergeSort(3, 3) // 遇到终止,回退到上一步
// 排序 p1 = 2, p2 = mid + 1 = 3
// 回退到 `mergeSort(data, 0, 3)` 执行合并逻辑
// 排序 p1 = 0, p2 = mid + 1 = 2
// 执行完毕回退
// 左边数组排序完毕,右边也是如上轨迹
```

该算法的操作次数是可以这样计算:递归了两次,每次数据量是数组的一半,并且最后把整个数组迭代了一次,所以得出表达式 2T(N / 2) + T(N) (T 代表时间,N 代表数据量)。根据该表达式可以套用公式 得出时间复杂度为 O(N \* 10gN)

## 11, 快排

快排的原理如下。随机选取一个数组中的值作为基准值,从左至右取值与基准值对比大小。比基准值小的放数组左边,大的放右边,对比完成后将基准值和第一个比基准值大的值交换位置。然后将数组以基准值的位置分为两部分,继续递归以上操作。

```
<div align="center">
    <img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/16/162cd23e69ca9ea3?
    w=824&h=506&f=gif&s=867744" width=500 />
    </div>
```

#### 以下是实现该算法的代码

```
function sort(array) {
 checkArray(array);
 quickSort(array, 0, array.length - 1);
 return array;
}
function quickSort(array, left, right) {
 if (left < right) {</pre>
    swap(array, , right)
    // 随机取值, 然后和末尾交换, 这样做比固定取一个位置的复杂度略低
   let indexs = part(array, parseInt(Math.random() * (right - left + 1)) +
left, right);
   quickSort(array, left, indexs[0]);
    quickSort(array, indexs[1] + 1, right);
 }
}
function part(array, left, right) {
 let less = left - 1;
 let more = right;
 while (left < more) {</pre>
   if (array[left] < array[right]) {</pre>
      // 当前值比基准值小, `less` 和 `left` 都加一
      ++less;
      ++left;
    } else if (array[left] > array[right]) {
      // 当前值比基准值大,将当前值和右边的值交换
```

```
// 并且不改变 `left`, 因为当前换过来的值还没有判断过大小
swap(array, --more, left);
} else {
    // 和基准值相同, 只移动下标
    left++;
}

// 将基准值和比基准值大的第一个值交换位置
    // 这样数组就变成 `[比基准值小, 基准值, 比基准值大]`
swap(array, right, more);
return [less, more];
}
```

该算法的复杂度和归并排序是相同的,但是额外空间复杂度比归并排序少,只需 O(logN),并且相比归并排序来说,所需的常数时间也更少。

#### 面试题

#### 1) Sort Colors (颜色排序):

题目需要我们将 [2,0,2,1,1,0] 排序成 [0,0,1,1,2,2] , 这个问题就可以使用三路快排的思想。

以下是代码实现

```
var sortColors = function(nums) {
  let left = -1;
  let right = nums.length;
  let i = 0;
  // 下标如果遇到 right, 说明已经排序完成
  while (i < right) {
    if (nums[i] == 0) {
        swap(nums, i++, ++left);
    } else if (nums[i] == 1) {
        i++;
    } else {
        swap(nums, i, --right);
    }
}
};</pre>
```

#### 2) Kth Largest Element in an Array (数组中第k大的数字):

题目需要找出数组中第 K 大的元素,这问题也可以使用快排的思路。并且因为是找出第 K 大元素,所以在分离数组的过程中,可以找出需要的元素在哪边,然后只需要排序相应的一边数组就好。

以下是代码实现

```
var findKthLargest = function(nums, k) {
  let l = 0
  let r = nums.length - 1
  // 得出第 K 大元素的索引位置
  k = nums.length - k
  while (l < r) {
     // 分离数组后获得比基准树大的第一个元素索引</pre>
```

```
let index = part(nums, 1, r)
   // 判断该索引和 k 的大小
    if (index < k) {
     1 = index + 1
   } else if (index > k) {
      r = index - 1
    } else {
      break
   }
 }
  return nums[k]
};
function part(array, left, right) {
 let less = left - 1;
  let more = right;
 while (left < more) {</pre>
   if (array[left] < array[right]) {</pre>
      ++less;
      ++left;
   } else if (array[left] > array[right]) {
     swap(array, --more, left);
    } else {
     left++;
   }
  swap(array, right, more);
  return more;
}
```

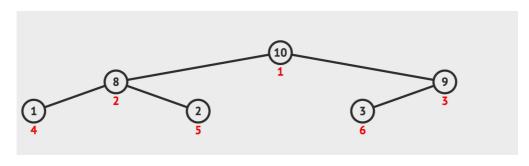
## 12, 堆排序

堆排序利用了二叉堆的特性来做,二叉堆通常用数组表示,并且二叉堆是一颗完全二叉树(所有叶节点(最底层的节点)都是从左往右顺序排序,并且其他层的节点都是满的)。二叉堆又分为大根堆与小根堆。

- 大根堆是某个节点的所有子节点的值都比他小
- 小根堆是某个节点的所有子节点的值都比他大

堆排序的原理就是组成一个大根堆或者小根堆。以小根堆为例,某个节点的左边子节点索引是 i \* 2 + 1,右边是 i \* 2 + 2,父节点是 (i - 1)/2。

- 1. 首先遍历数组,判断该节点的父节点是否比他小,如果小就交换位置并继续判断,直到他的父节点 比他大
- 2. 重新以上操作 1. 直到数组首位是最大值
- 3. 然后将首位和末尾交换位置并将数组长度减一,表示数组末尾已是最大值,不需要再比较大小
- 4. 对比左右节点哪个大,然后记住大的节点的索引并且和父节点对比大小,如果子节点大就交换位置
- 5. 重复以上操作 3-4 直到整个数组都是大根堆。



```
function heap(array) {
 checkArray(array);
 // 将最大值交换到首位
 for (let i = 0; i < array.length; i++) {
   heapInsert(array, i);
 }
 let size = array.length;
 // 交换首位和末尾
 swap(array, 0, --size);
 while (size > 0) {
   heapify(array, 0, size);
   swap(array, 0, --size);
 return array;
}
function heapInsert(array, index) {
 // 如果当前节点比父节点大,就交换
 while (array[index] > array[parseInt((index - 1) / 2)]) {
   swap(array, index, parseInt((index - 1) / 2));
   // 将索引变成父节点
   index = parseInt((index - 1) / 2);
 }
}
function heapify(array, index, size) {
 let left = index * 2 + 1;
 while (left < size) {</pre>
   // 判断左右节点大小
   let largest =
     left + 1 < size && array[left] < array[left + 1] ? left + 1 : left;</pre>
   // 判断子节点和父节点大小
   largest = array[index] < array[largest] ? largest : index;</pre>
   if (largest === index) break;
   swap(array, index, largest);
   index = largest;
   left = index * 2 + 1;
 }
}
```

以上代码实现了小根堆,如果需要实现大根堆,只需要把节点对比反一下就好。

该算法的复杂度是 O(logN)

# 13, 系统自带排序实现

每个语言的排序内部实现都是不同的。

对于 JS 来说,数组长度大于 10 会采用快排,否则使用插入排序。选择插入排序是因为虽然时间复杂度很差,但是在数据量很小的情况下和 O(N \* logN) 相差无几,然而插入排序需要的常数时间很小,所以相对别的排序来说更快。

对于 Java 来说,还会考虑内部的元素的类型。对于存储对象的数组来说,会采用稳定性好的算法。稳定性的意思就是对于相同值来说,相对顺序不能改变。

```
<div align="center">
<img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/18/162d7df247dcda00?
w=440&h=727&f=png&s=38002" height=500 />
</div>
```

#### 14, 链表

面试题: 反转单向链表

题目需要将一个单向链表反转。思路很简单,使用三个变量分别表示当前节点和当前节点的前后节点, 虽然这题很简单,但是却是一道面试常考题

以下是实现该算法的代码

```
var reverseList = function(head) {
   // 判断下变量边界问题
   if (!head || !head.next) return head
   // 初始设置为空,因为第一个节点反转后就是尾部,尾部节点指向 null
   let pre = null
   let current = head
  let next
  // 判断当前节点是否为空
   // 不为空就先获取当前节点的下一节点
   // 然后把当前节点的 next 设为上一个节点
   // 然后把 current 设为下一个节点, pre 设为当前节点
   while(current) {
      next = current.next
      current.next = pre
      pre = current
      current = next
   }
   return pre
};
```

#### 树:

# 15, 二叉树的先序, 中序, 后序遍历

先序遍历表示先访问根节点,然后访问左节点,最后访问右节点。 中序遍历表示先访问左节点,然后访问根节点,最后访问右节点。 后序遍历表示先访问左节点,然后访问右节点,最后访问根节点。

# 16, 递归实现

递归实现相当简单, 代码如下

```
function TreeNode(val) {
  this.val = val;
```

```
this.left = this.right = null;
}

var traversal = function(root) {
    if (root) {
        // 先序
        console.log(root);
        traversal(root.left);
        // 中序
        // console.log(root);
        traversal(root.right);
        // 后序
        // console.log(root);
}

};
```

对于递归的实现来说,只需要理解每个节点都会被访问三次就明白为什么这样实现了。

### 17, 非递归实现

非递归实现使用了栈的结构,通过栈的先进后出模拟递归实现。

以下是先序遍历代码实现

```
function pre(root) {
 if (root) {
   let stack = [];
   // 先将根节点 push
   stack.push(root);
   // 判断栈中是否为空
   while (stack.length > 0) {
     // 弹出栈顶元素
     root = stack.pop();
     console.log(root);
     // 因为先序遍历是先左后右, 栈是先进后出结构
     // 所以先 push 右边再 push 左边
     if (root.right) {
       stack.push(root.right);
     }
     if (root.left) {
       stack.push(root.left);
   }
 }
}
```

以下是中序遍历代码实现

```
function mid(root) {
   if (root) {
     let stack = [];
     // 中序遍历是先左再根最后右
     // 所以首先应该先把最左边节点遍历到底依次 push 进栈
     // 当左边没有节点时,就打印栈顶元素,然后寻找右节点
     // 对于最左边的叶节点来说,可以把它看成是两个 null 节点的父节点
     // 左边打印不出东西就把父节点拿出来打印,然后再看右节点
```

```
while (stack.length > 0 || root) {
    if (root) {
        stack.push(root);
        root = root.left;
    } else {
        root = stack.pop();
        console.log(root);
        root = root.right;
    }
}
```

以下是后序遍历代码实现,该代码使用了两个栈来实现遍历,相比一个栈的遍历来说要容易理解很多

```
function pos(root) {
 if (root) {
   let stack1 = [];
   let stack2 = [];
   // 后序遍历是先左再右最后根
   // 所以对于一个栈来说,应该先 push 根节点
   // 然后 push 右节点,最后 push 左节点
   stack1.push(root);
   while (stack1.length > 0) {
     root = stack1.pop();
     stack2.push(root);
     if (root.left) {
       stack1.push(root.left);
     if (root.right) {
       stack1.push(root.right);
     }
   }
   while (stack2.length > 0) {
     console.log(s2.pop());
   }
 }
}
```

### 18, 中序遍历的前驱后继节点

实现这个算法的前提是节点有一个 parent 的指针指向父节点, 根节点指向 null 。

```
<div align="center">
    <img src="https://user-gold-cdn.xitu.io/2018/4/24/162f61ad8e8588b7?
    w=682&h=486&f=png&s=41027" width=400 />
    </div>
```

如图所示,该树的中序遍历结果是 4,2,5,1,6,3,7

#### 1) 前驱节点

对于节点 2 来说,他的前驱节点就是 4 ,按照中序遍历原则,可以得出以下结论

- (1) 如果选取的节点的左节点不为空,就找该左节点最右的节点。对于节点 1 来说,他有左节点 2 , 那么节点 2 的最右节点就是 5
- (2) 如果左节点为空,且目标节点是父节点的右节点,那么前驱节点为父节点。对于节点 5 来说,没有左节点,且是节点 2 的右节点,所以节点 2 是前驱节点
- (3) 如果左节点为空,且目标节点是父节点的左节点,向上寻找到第一个是父节点的右节点的节点。对于节点 6 来说,没有左节点,且是节点 3 的左节点,所以向上寻找到节点 1 ,发现节点 3 是节点 1 的右节点,所以节点 1 是节点 6 的前驱节点

#### 以下是算法实现

```
function predecessor(node) {
 if (!node) return
 // 结论 1
 if (node.left) {
   return getRight(node.left)
 } else {
   let parent = node.parent
   // 结论 2 3 的判断
   while(parent && parent.right === node) {
     node = parent
     parent = node.parent
   }
   return parent
 }
}
function getRight(node) {
 if (!node) return
 node = node.right
 while(node) node = node.right
 return node
}
```

#### 2) 后继节点

对于节点 2 来说, 他的后继节点就是 5 , 按照中序遍历原则, 可以得出以下结论

- (1) 如果有右节点,就找到该右节点的最左节点。对于节点 1 来说,他有右节点 3 ,那么节点 3 的最左节点就是 6
- (2) 如果没有右节点,就向上遍历直到找到一个节点是父节点的左节点。对于节点 5 来说,没有右节点,就向上寻找到节点 2 ,该节点是父节点 1 的左节点,所以节点 1 是后继节点

#### 以下是算法实现

```
function successor(node) {
  if (!node) return
  // 结论 1
  if (node.right) {
    return getLeft(node.right)
  } else {
```

```
// 结论 2
let parent = node.parent
// 判断 parent 为空
while(parent && parent.left === node) {
    node = parent
    parent = node.parent
}
return parent
}
function getLeft(node) {
    if (!node) return
    node = node.left
    while(node) node = node.left
return node
}
```

### 19, 树的深度

面试题: 树的最大深度:

题目需要求出一颗二叉树的最大深度

以下是算法实现

```
var maxDepth = function(root) {
   if (!root) return 0
   return Math.max(maxDepth(root.left), maxDepth(root.right)) + 1
};
```

对于该递归函数可以这样理解:一旦没有找到节点就会返回 0,每弹出一次递归函数就会加一,树有三层就会得到3。

#### 20, 动态规划

动态规划背后的基本思想非常简单。就是将一个问题拆分为子问题,一般来说这些子问题都是非常相似的,那么我们可以通过只解决一次每个子问题来达到减少计算量的目的。

一旦得出每个子问题的解,就存储该结果以便下次使用。

### 21, 斐波那契数列

斐波那契数列就是从 0 和 1 开始,后面的数都是前两个数之和 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89....

那么显然易见,我们可以通过递归的方式来完成求解斐波那契数列

```
function fib(n) {
  if (n < 2 && n >= 0) return n
  return fib(n - 1) + fib(n - 2)
}
fib(10)
```

以上代码已经可以完美的解决问题。但是以上解法却存在很严重的性能问题,当 n 越大的时候,需要的时间是指数增长的,这时候就可以通过动态规划来解决这个问题。

动态规划的本质其实就是两点

- (1) 自底向上分解子问题
- (2) 通过变量存储已经计算过的解

根据上面两点,我们的斐波那契数列的动态规划思路也就出来了

- (1) 斐波那契数列从 0 和 1 开始,那么这就是这个子问题的最底层
- (2) 通过数组来存储每一位所对应的斐波那契数列的值

```
function fib(n) {
  let array = new Array(n + 1).fill(null)
  array[0] = 0
  array[1] = 1
  for (let i = 2; i <= n; i++) {
    array[i] = array[i - 1] + array[i - 2]
  }
  return array[n]
}</pre>
```

# 22, 0-1背包问题

该问题可以描述为:给定一组物品,每种物品都有自己的重量和价格,在限定的总重量内,我们如何选择,才能使得物品的总价格最高。每个问题只能放入至多一次。

假设我们有以下物品

物品 ID / 重量	价值
1	3
2	7
3	12

对于一个总容量为 5 的背包来说,我们可以放入重量 2 和 3 的物品来达到背包内的物品总价值最高。 对于这个问题来说,子问题就两个,分别是放物品和不放物品,可以通过以下表格来理解子问题

物品 ID / 剩余容量	0	1	2	3	4	5
1	0	3	3	3	3	3
2	0	3	7	10	10	10
3	0	3	7	12	15	19

#### 直接来分析能放三种物品的情况,也就是最后一行

- 当容量少于3时,只取上一行对应的数据,因为当前容量不能容纳物品3
- 当容量为3时,考虑两种情况,分别为放入物品3和不放物品3
  - 不放物品 3 的情况下,总价值为 10
  - 放入物品 3 的情况下,总价值为 12,所以应该放入物品 3
- 当容量为4时,考虑两种情况,分别为放入物品3和不放物品3
  - 不放物品 3 的情况下, 总价值为 10
  - 放入物品 3 的情况下,和放入物品 1 的价值相加,得出总价值为 15,所以应该放入物品 3
- 当容量为5时,考虑两种情况,分别为放入物品3和不放物品3
  - 。 不放物品 3 的情况下,总价值为 10
  - 放入物品 3 的情况下,和放入物品 2 的价值相加,得出总价值为 19,所以应该放入物品 3

#### 以下代码对照上表更容易理解

```
/**
* @param {*} w 物品重量
* @param {*} v 物品价值
* @param {*} C 总容量
* @returns
*/
function knapsack(w, v, C) {
 let length = w.length
 if (length === 0) return 0
 // 对照表格,生成的二维数组,第一维代表物品,第二维代表背包剩余容量
 // 第二维中的元素代表背包物品总价值
 let array = new Array(length).fill(new Array(C + 1).fill(null))
 // 完成底部子问题的解
 for (let i = 0; i <= C; i++) {
   // 对照表格第一行, array[0] 代表物品 1
   // i 代表剩余总容量
   // 当剩余总容量大于物品 1 的重量时,记录下背包物品总价值,否则价值为 0
   array[0][i] = i >= w[0] ? v[0] : 0
 }
 // 自底向上开始解决子问题, 从物品 2 开始
 for (let i = 1; i < length; i++) {
   for (let j = 0; j <= C; j++) {
     // 这里求解子问题,分别为不放当前物品和放当前物品
     // 先求不放当前物品的背包总价值,这里的值也就是对应表格中上一行对应的值
     array[i][j] = array[i - 1][j]
     // 判断当前剩余容量是否可以放入当前物品
    if (j \ge w[i]) {
      // 可以放入的话,就比大小
      // 放入当前物品和不放入当前物品,哪个背包总价值大
```

```
array[i][j] = Math.max(array[i][j], v[i] + array[i - 1][j - w[i]])
}
}
return array[length - 1][c]
}
```

### 23, 最长递增子序列

最长递增子序列意思是在一组数字中,找出最长一串递增的数字,比如

0, 3, 4, 17, 2, 8, 6, 10

对于以上这串数字来说,最长递增子序列就是 0, 3, 4, 8, 10, 可以通过以下表格更清晰的理解

数字	0	3	4	17	2	8	6	10
长度	1	2	3	4	2	4	4	5

通过以上表格可以很清晰的发现一个规律,找出刚好比当前数字小的数,并且在小的数组成的长度基础上加一。

这个问题的动态思路解法很简单,直接上代码

```
function lis(n) {
 if (n.length === 0) return 0
 // 创建一个和参数相同大小的数组,并填充值为 1
 let array = new Array(n.length).fill(1)
 // 从索引 1 开始遍历,因为数组已经所有都填充为 1 了
 for (let i = 1; i < n.length; i++) {
   // 从索引 O 遍历到 i
   // 判断索引 i 上的值是否大于之前的值
   for (let j = 0; j < i; j++) {
     if (n[i] > n[j]) {
       array[i] = Math.max(array[i], 1 + array[j])
     }
   }
 }
 let res = 1
 for (let i = 0; i < array.length; i++) {
   res = Math.max(res, array[i])
 }
 return res
}
```

# 24, 字符串相关

在字符串相关算法中,Trie 树可以解决解决很多问题,同时具备良好的空间和时间复杂度,比如以下问题

- 词频统计
- 前缀匹配