摘要

一、问题的重述

1.1问题背景

同心鼓是一项团队运动，用以训练团队协作的默契，参加的人需要拉住与鼓相连的绳子末端，使得球在单位时间内在鼓上连续弹跳的次数尽可能的多，因此，球的弹跳高度应该尽量低，即鼓与球相撞时，鼓的速度应尽可能小，而鼓面也应当保持水平，以避免球做斜抛运动而掉出鼓面，这要求队员需一起精准地控制在绳上的用力大小与用力时机。

同时，该运动有以下规则限制：

1. 球离鼓面的弹跳高度不能低于40cm
2. 参加的人数不少于8人且间距应小于60cm
3. 球初始落下的位置为球面上方40cm
4. 同心鼓与球有标准的大小与重量要求

1.2本文需求解的问题

1. 在可精确控制情况下，建立模型计算出参加该运动的人数、绳长、用力时机、用力大小的最佳值，以使单位时间内球在鼓面上连续弹跳次数最多。
2. 建立队员用力大小、用力时机与鼓面倾角之间的关系的模型，根据所给的数据，计算出相应的鼓面倾角。
3. 考虑问题二中出现的鼓面倾斜情况，相应地调整问题一的策略。
4. 在可精确控制情况下，根据具体给出的鼓面倾斜数据，计算出要使球恢复竖直弹跳，队员应当用力的时机与大小。
5. 模型假设

为了抓住问题的关键，除去影响较小的因素以降低计算难度，本文作以下假设：

1. 鼓面与球面光滑，鼓与球之间没有摩擦
2. 每个人的持绳高度相同
3. 绳子没有弹性
4. 队员站位不变且间距都相等
5. 碰撞过程时间不计
6. 空气阻力不计
7. 鼓与球间为完全弹性碰撞
8. 球初始位置参照的鼓面高度为绳子水平时的鼓面高度
9. 变量说明
10. 模型的建立与求解

4.1问题一的模型建立与求解

4.1.1问题分析与建模思路

对于问题一，要使得单位时间内球弹跳次数尽量多，则应使得球与鼓碰撞后的速度尽可能地小，即使球的弹跳高度尽可能低，而在球的弹跳高度有最低限制的情况下，显然球的弹跳高度应当恰为限制的最低高度，可达到最优结果。

但同时由于题目没有限定人数与绳长，在有球弹跳的最优高度的情况下，人数与绳长的组合可以有无限种，而在实际情况下，人数与绳长都是有限的，不可能达到无限多或无限长，因此为了评价不同的人数与绳长组合的方案，本文以单人用力大小和用地面积为评价标准，认为单人用力大小与用地面积越小时，该方案越佳。

4.1.2模型的建立

为了使每个人的用力都尽可能小，本文首先设定所有人的用力大小、时机、方向相同，鼓在向上运动的速度最大时与球相撞，队员按照周期用力，

同时，人数不可能无限增加，因此只讨论n<=20时的情况；人的手臂长度也是有限的，在拉绳时绳末端与人之间的距离不能改变过大，因此鼓的初始位置离水平面不能过低，本文限定绳长与深度之比满足：。本文设计的评价指标为：方案等级=单人的用力大小\*（绳长）^2，当方案等级越小时，认为该方案越佳。

对鼓进行受力分析，如图所示：

因为绳与水平面的夹角极小，可近似认为人与鼓间距离即为绳长，列出方程如下：

球下落时与鼓相撞的时间方程如下：

球与鼓之间为完全弹性碰撞，根据动量守恒可列出方程如下：

人的间距不能小于60cm，则可列出以下方程：

联立后则可列出二次方程如下：

4.1.3模型的求解

通过matlab制作散点图，可以看到人数小于等于20时，Z基本关于n单调递增，而规则限定n>=8，因此当队员人数为8，绳长为0.78m，每人用力56.3N，绳子低于水平面 m时，

1. 模型的评价与推广
2. 参考文献