

Busca em Profundidade

Zenilton Patrocínio

Busca em Profundidade – Introdução

Uma busca é dita em profundidade quando o critério de escolha de vértice marcado for:

“entre todos os vértices marcados e incidentes a alguma aresta ainda não explorada, escolher aquele **mais recentemente** alcançado na busca”.

A escolha de vértice marcado torna-se única e sem ambiguidade.

Porém ainda são arbitrárias a escolha da raiz da busca, bem como a escolha da aresta a ser explorada a partir do vértice marcado.

Busca em Profundidade

Durante a busca, diversos atributos são definidos para os vértices:

- Cada vértice é inicialmente desmarcado (ou **branco**), ele se torna marcado (ou **cinza**) quando for descoberto e se torna explorado (ou **preto**) quando sua lista de adjacências for completamente examinada).



Busca em Profundidade

Durante a busca, diversos atributos são definidos para os vértices:

- Cada vértice tem dois valores associados a ele: **tempo de descoberta** (indica quando ele é visitado pela primeira vez) e **tempo de término** (indica quando ele foi completamente explorado).

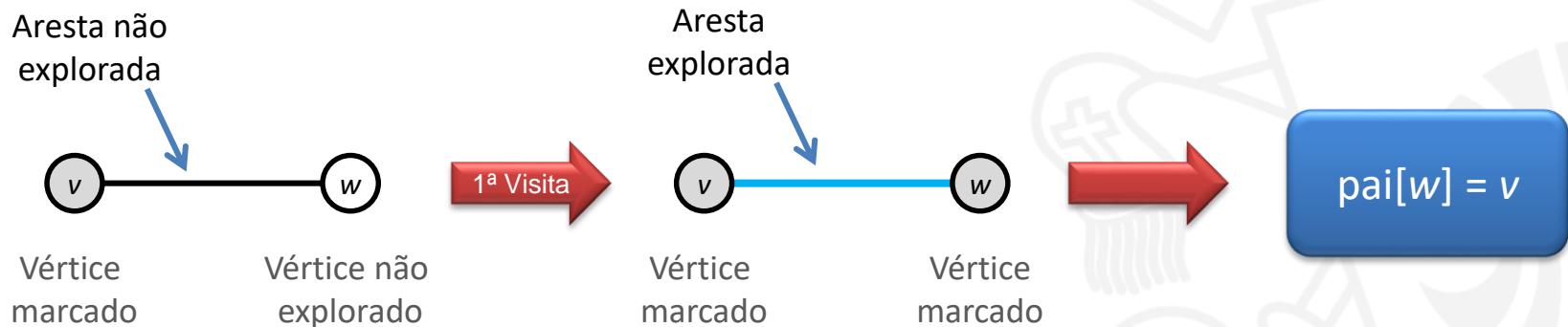
Tempo	v_1	v_2	v_2	...	v_{n-1}	v_n
Descoberta						
Término						

- Necessita-se de um **contador global** que seja incrementado cada vez que um novo vértice é descoberto e quando algum vértice é completamente explorado.

Busca em Profundidade

Durante a busca, diversos atributos são definidos para os vértices:

- Quando um vértice w for descoberto a partir de um vértice v , o predecessor (ou pai) do vértice w na busca será o vértice v , ou ainda, $\text{pai}[w] = v$.

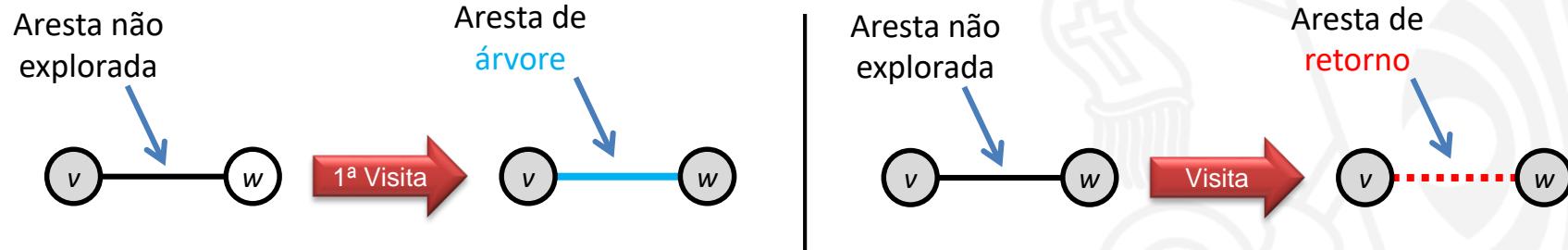


Busca em Profundidade em Grafo Não Direcionado

Busca em Profundidade – Grafo Não Direcionado

Durante uma busca em profundidade em um grafo não direcionado, uma aresta $\{v, w\}$ pode ser rotulada de uma das duas seguintes formas:

- Aresta de **árvore**: quando a aresta $\{v, w\}$ é usada para visitar w pela 1^a vez; e
- Aresta de **retorno**: quando w já tiver sido marcado (descoberto), porém w não seja predecessor (ou pai) de v na busca.



Busca em Profundidade – Algoritmo

Inicialização / Chamada inicial

1. $t \leftarrow 0;$ // Inicializar tempo global
2. para todo vértice $v \in V(G)$ faz
 - a. $TD[v] \leftarrow 0;$ // Inicializar tempo de descoberta
 - b. $TT[v] \leftarrow 0;$ // Inicializar tempo de término
 - c. $pai[v] \leftarrow \text{null};$ // Inicializar predecessor ou pai
3. enquanto existir algum vértice v tal que $TD[v] = 0$ efetuar
 - a. Executar Busca_Profundidade(v); // Executar busca para raiz v

Busca em Profundidade – Algoritmo

Busca_Profundidade(v)

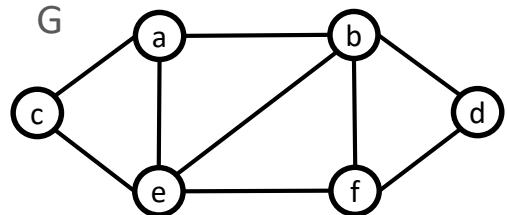
1. $t \leftarrow t + 1; \quad \text{TD}[v] \leftarrow t;$ // Definir tempo de descoberta
 2. para todo vértice $w \in \Gamma(v)$ faz
 - a. se $\text{TD}[w] = 0$ então
 Visitar aresta $\{v, w\}; \quad \text{pai}[w] \leftarrow v;$ // $\{v, w\}$ é aresta de árvore
 Executar **Busca_Profundidade**(w);
 - b. senão se $\text{TT}[w] = 0$ e $w \neq \text{pai}[v]$ então
 Visitar aresta $\{v, w\};$ // $\{v, w\}$ é aresta de retorno
 3. $t \leftarrow t + 1; \quad \text{TT}[v] \leftarrow t;$ // Definir tempo de término

Busca em Profundidade – Algoritmo

Busca_Profundidade(v)

1. $t \leftarrow t + 1; \quad \text{TD}[v] \leftarrow t;$ // Definir tempo de descoberta
2. para todos os vértices w da vizinhança de v que ainda não foram visitados pela 1^a vez:
 - a. se $\text{TD}[w] = \text{nil}$ entao
 Custo da busca é $O(n + m)$,
 em que $n = |V(G)|$ e $m = |E(G)|$
 - b. senão (ou seja, se $\text{TD}[w] \neq \text{nil}$)
 Visitando aresta $\{v, w\}$; // $\{v, w\}$ é aresta de retorno
3. $t \leftarrow t + 1; \quad \text{TT}[v] \leftarrow t;$ // Definir tempo de término

Busca em Profundidade – Exemplo



○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

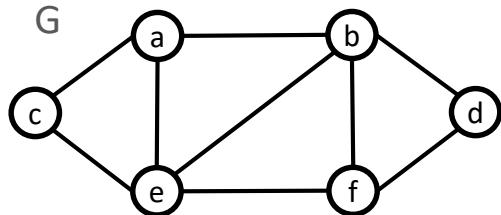
○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

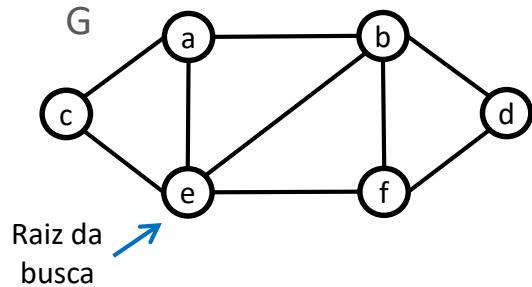
Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	0	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Vértice explorado
- Aresta de retorno

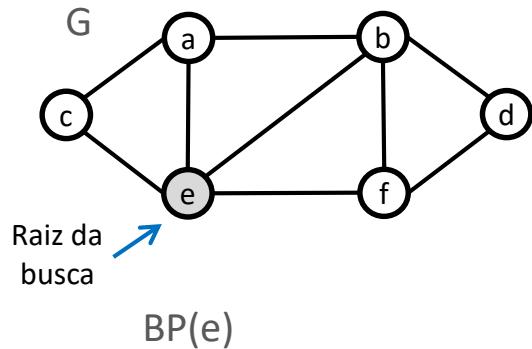
Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	0	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice explorado
- Aresta de árvore
- Aresta de retorno

Busca em Profundidade – Exemplo



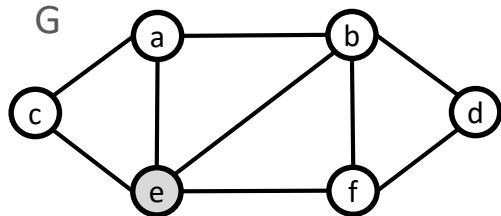
	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Vértice explorado
- Aresta de retorno

Representação da busca

e

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

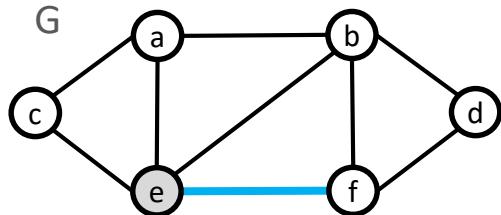
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

Representação da busca

e

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \textcolor{blue}{f}, b, a, c \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset

e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

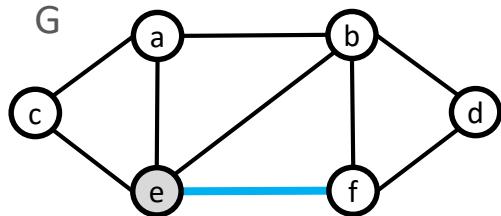
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	e



○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

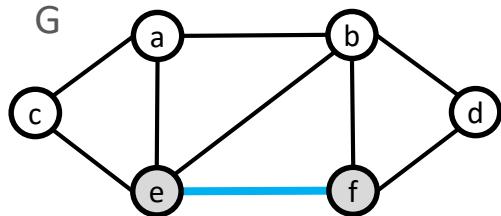
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \text{f}, b, a, c \}$
 $\text{BP}(f)$

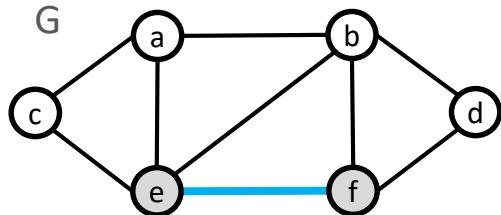
	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	e



- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Aresta de retorno

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \text{f}, b, a, c \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

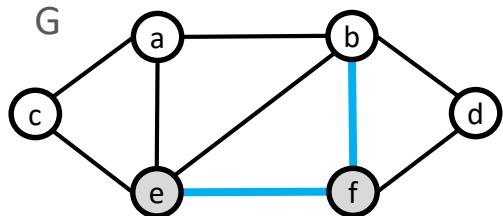
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \text{f}, \text{b}, \text{a}, \text{c} \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ \text{b}, \text{d}, \text{e} \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

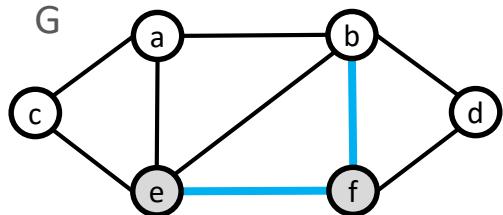
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	\emptyset	\emptyset	e



○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

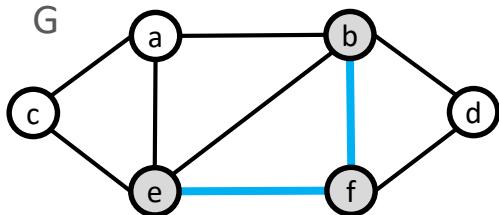
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

BP(b)

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

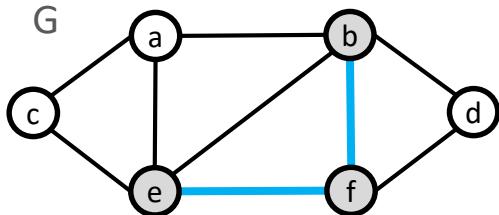
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

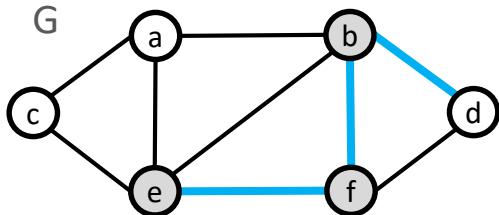
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

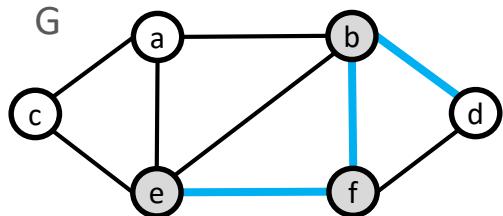
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

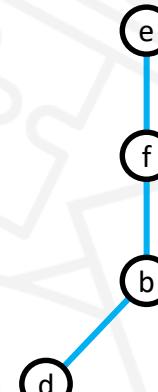
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

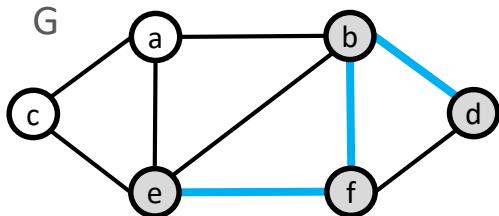
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \text{f}, \text{b}, \text{a}, \text{c} \}$ $\text{BP}(d)$

$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ \text{b}, \text{d}, \text{e} \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ \text{d}, \text{e}, \text{a}, \text{f} \}$

○ Vértice não explorado

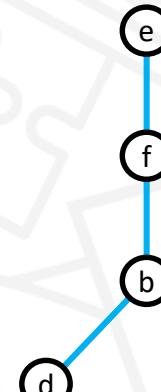
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

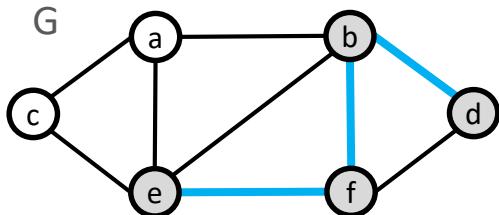
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

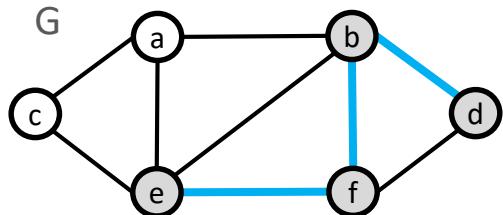
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

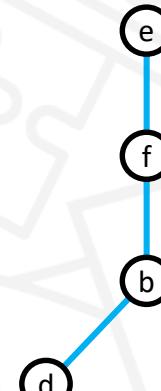
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

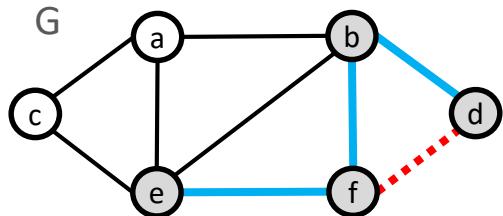
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
···· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$

$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

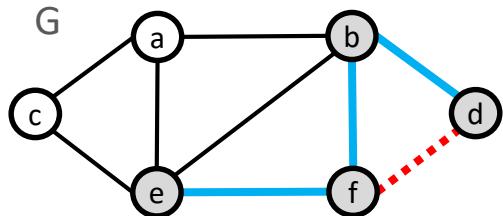
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$

$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

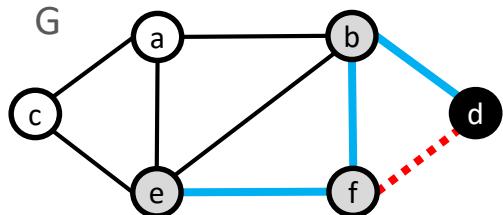
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$ $BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$

$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$

$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

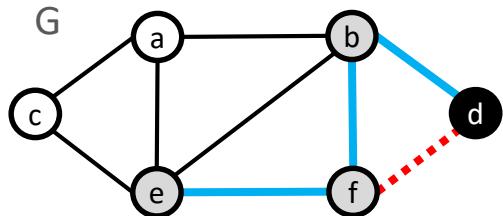
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

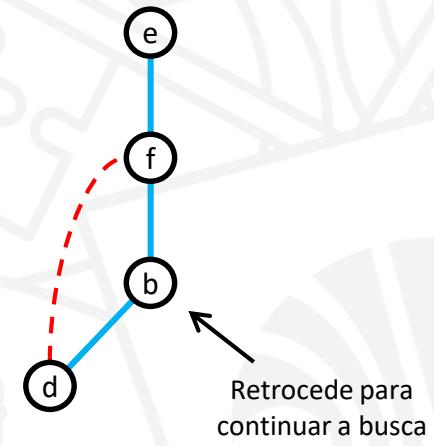
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

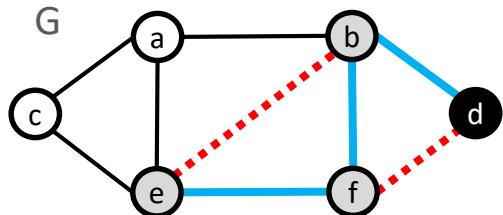
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$

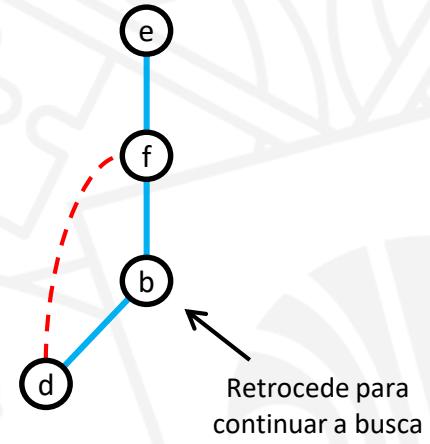
$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

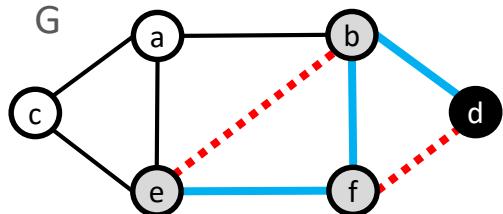
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \text{f}, \text{b}, \text{a}, \text{c} \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ \text{b}, \text{f} \}$

$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ \text{b}, \text{d}, \text{e} \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ \text{d}, \text{e}, \text{a}, \text{f} \}$

○ Vértice não explorado

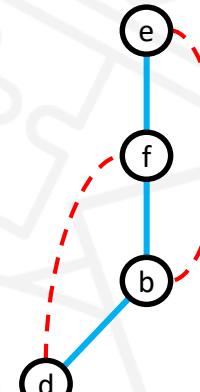
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

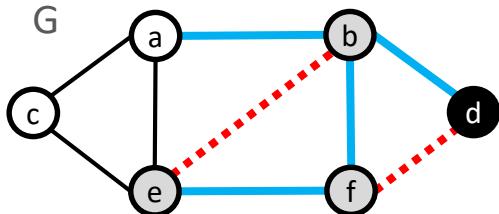
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$

$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$

○ Vértice não explorado

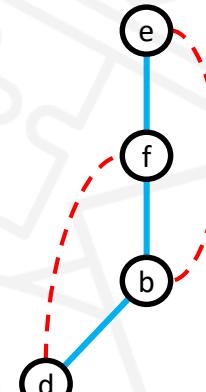
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

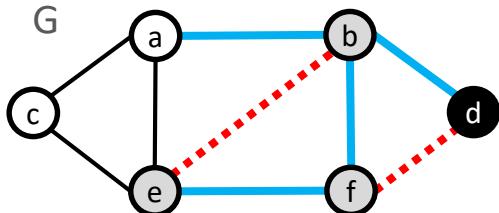
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

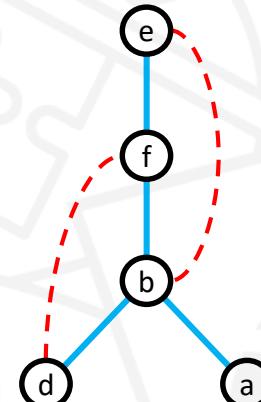
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

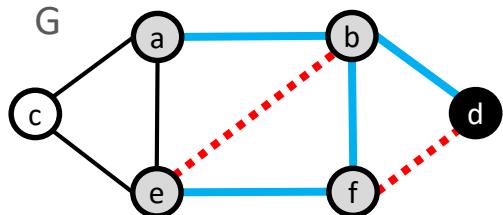
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a)$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

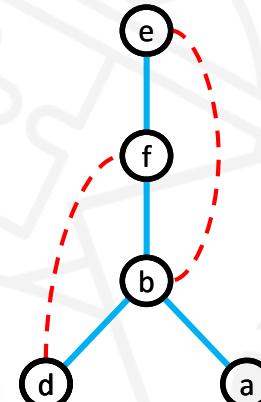
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

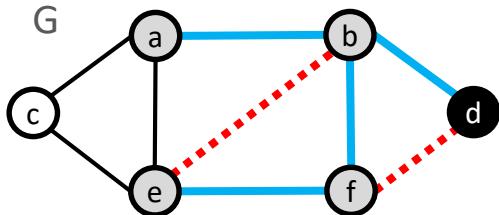
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

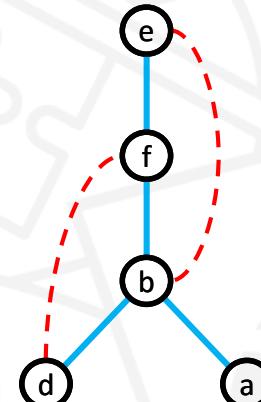
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

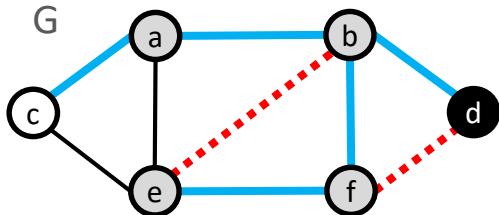
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado

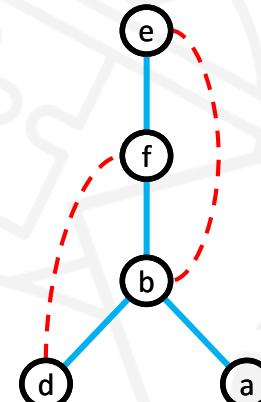
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

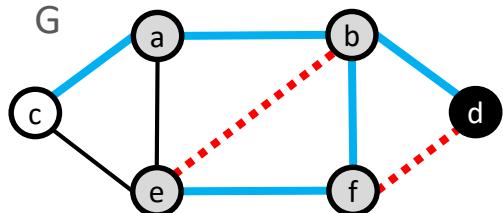
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

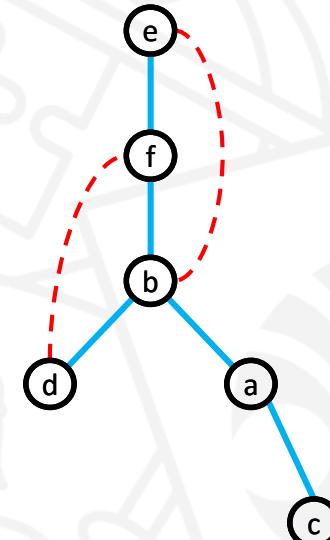
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \}$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

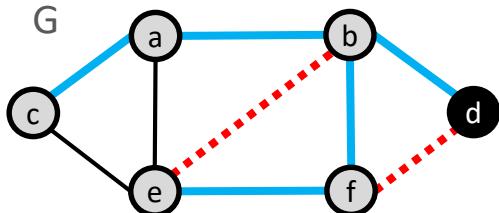
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

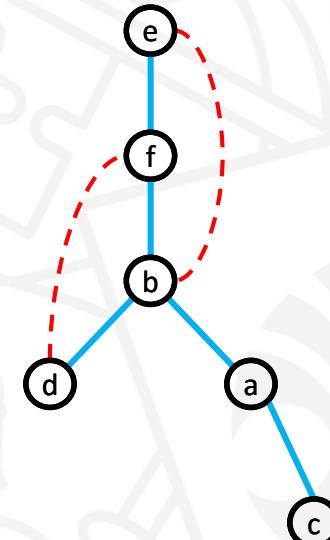
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c)$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

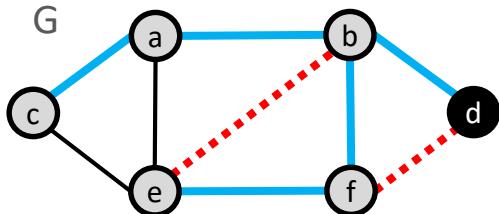
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

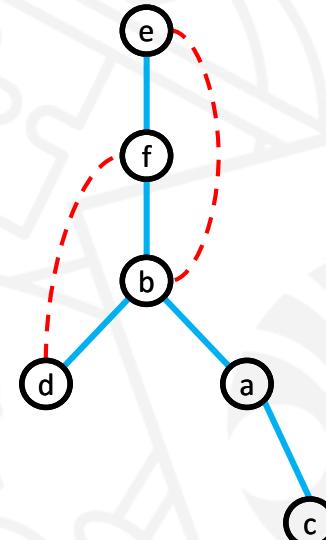
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

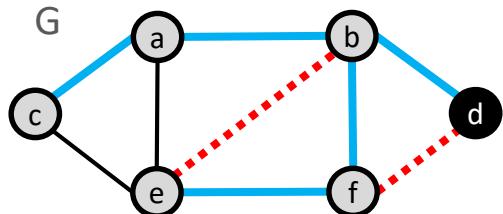
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

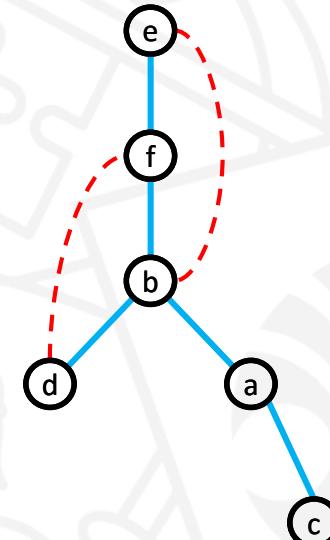
$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

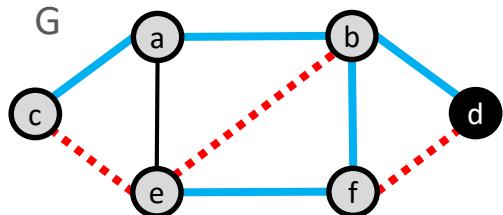
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

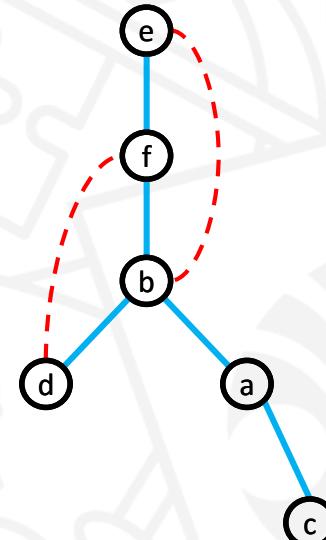
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

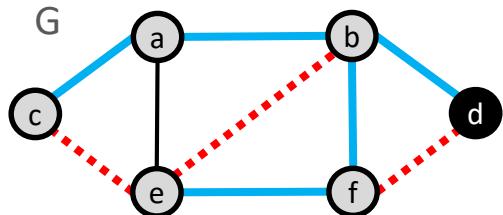
○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	b	f	a	b	Ø	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \text{f}, b, a, c \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ \text{b}, \text{f} \}$

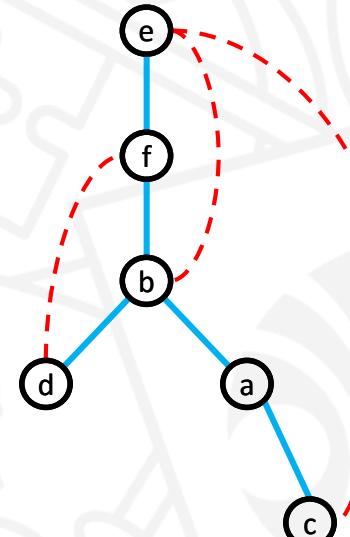
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ \textcolor{blue}{b}, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ \textcolor{red}{c}, e, b \}$$

$\text{BP(b)} \Rightarrow \Gamma(b) = \{ \text{d, e, a, f} \}$ $\text{BP(c)} \Rightarrow \Gamma(c) = \{ \text{a, e} \}$

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada

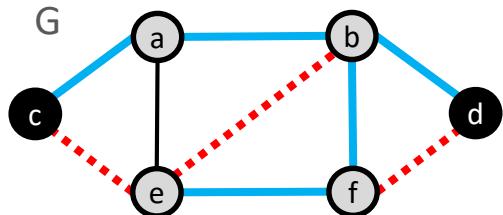
- Vértice marcado
- Aresta de árvore

- Vértice explorado
-
- Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

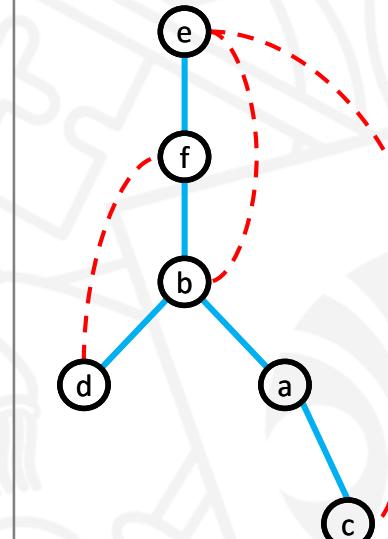
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

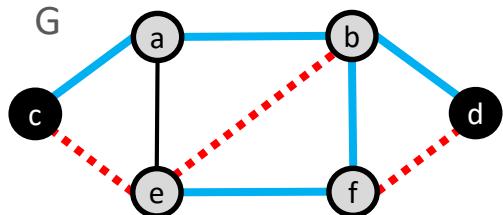
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

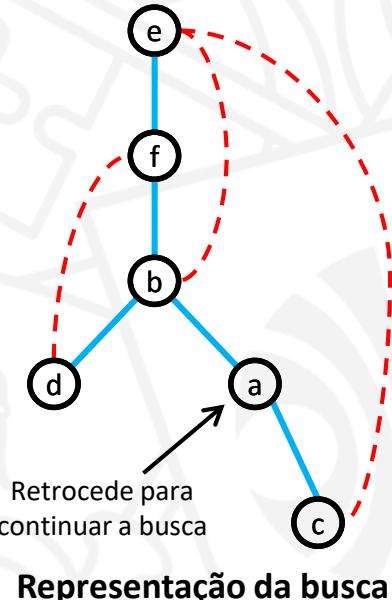
$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

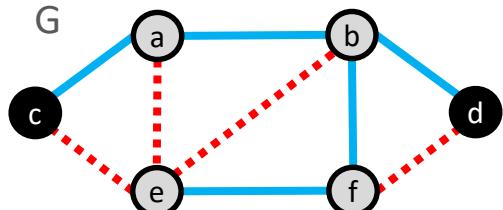
○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado
— Aresta de árvore

● Vértice explorado
- - - Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

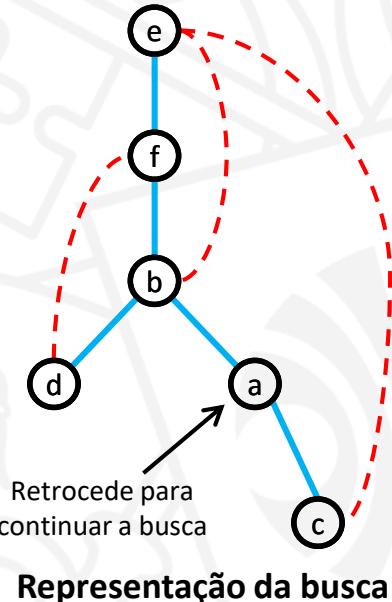
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

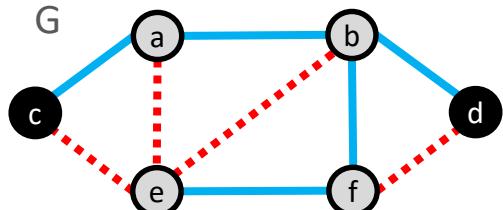
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

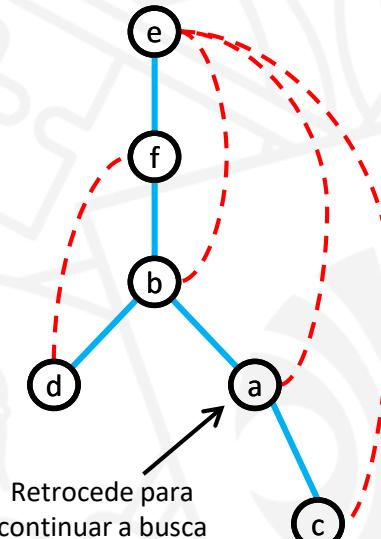
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

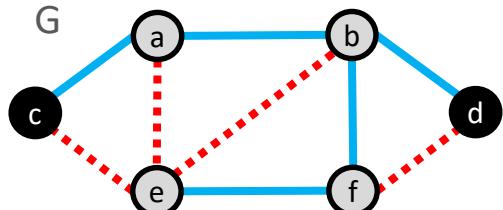
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	0	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

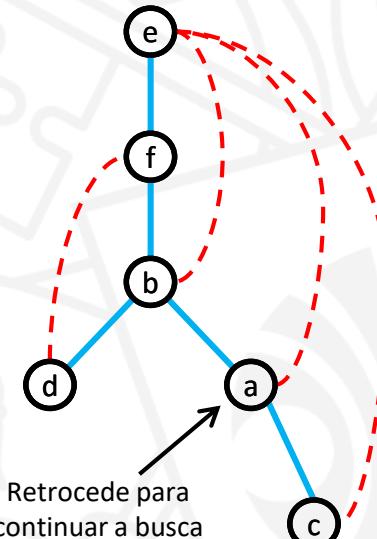
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

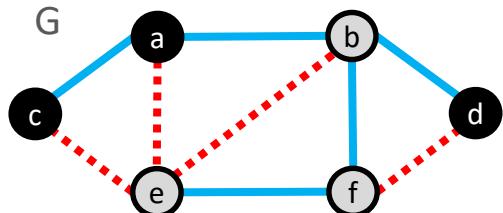
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

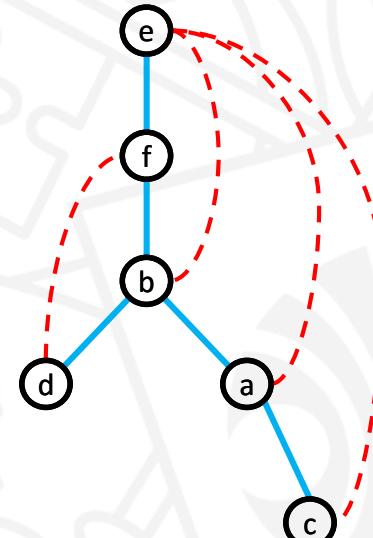
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

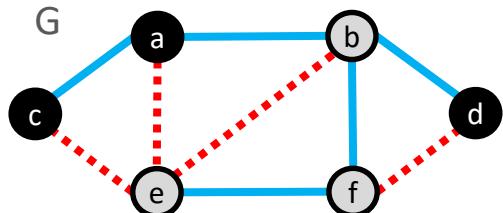
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

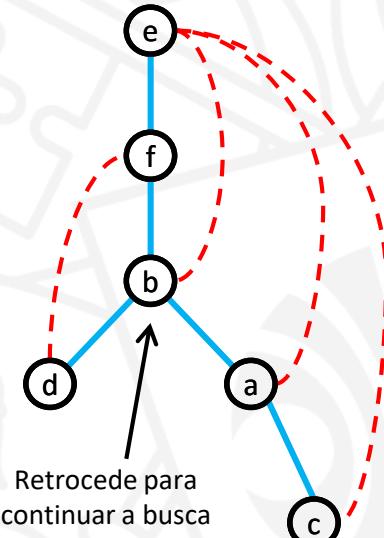
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

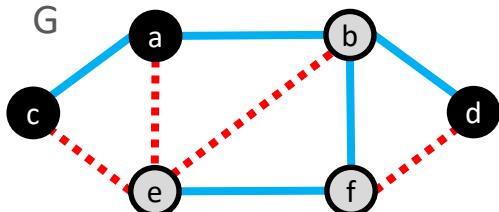
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	0	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

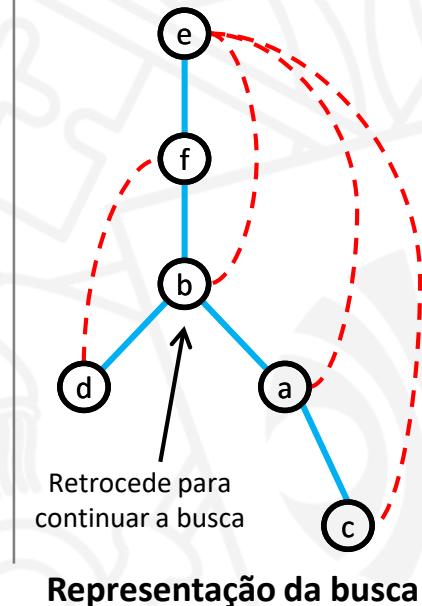
$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

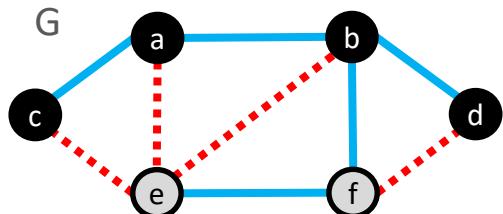
$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado
— Aresta de árvore
··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad \text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad \text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad \text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

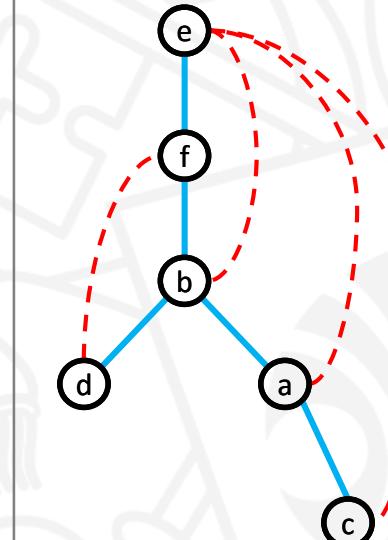
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

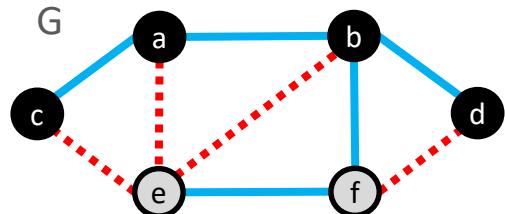
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

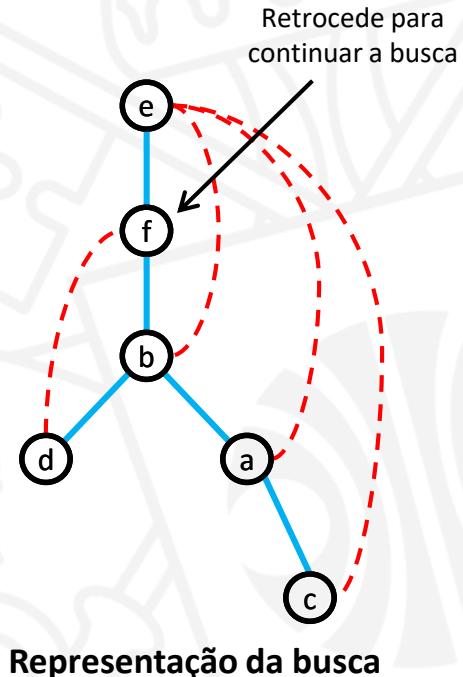
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

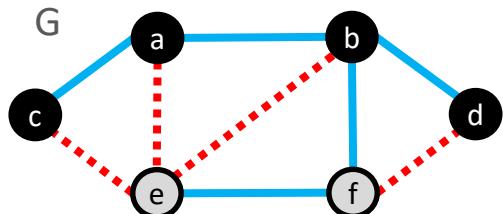
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

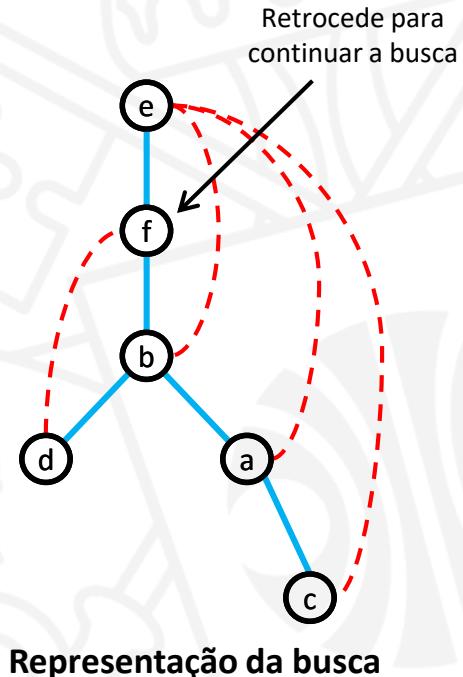
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

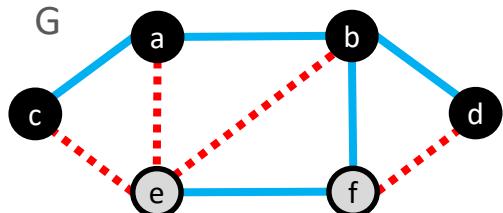
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	0
pai	b	f	a	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

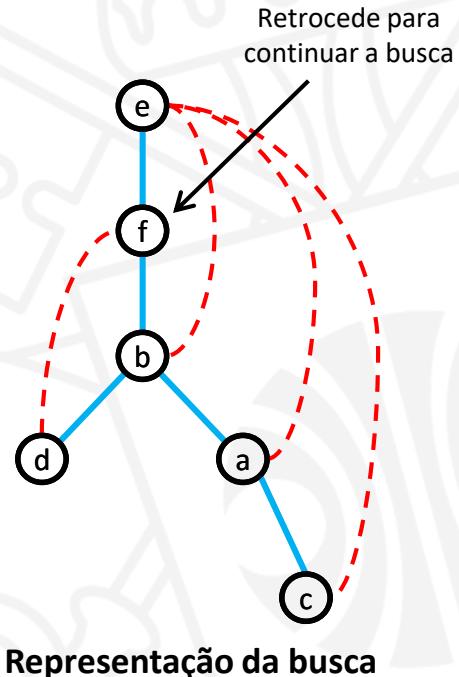
○ Vértice marcado

● Vértice explorado

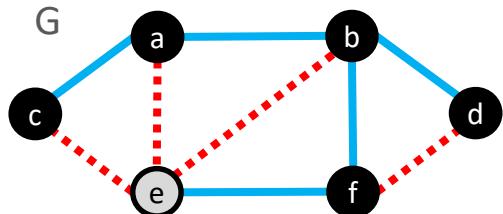
— Aresta não explorada

— Aresta de árvore

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	11
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

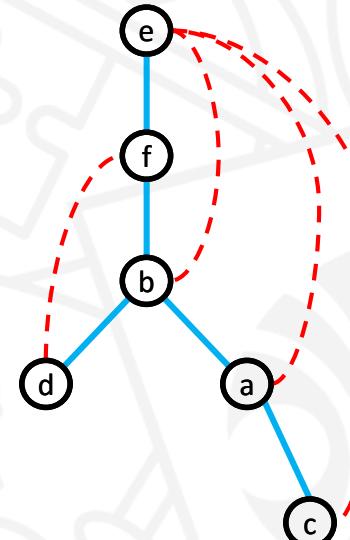
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

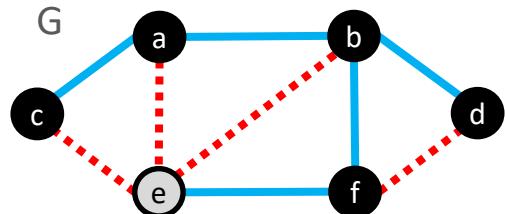
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	11
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

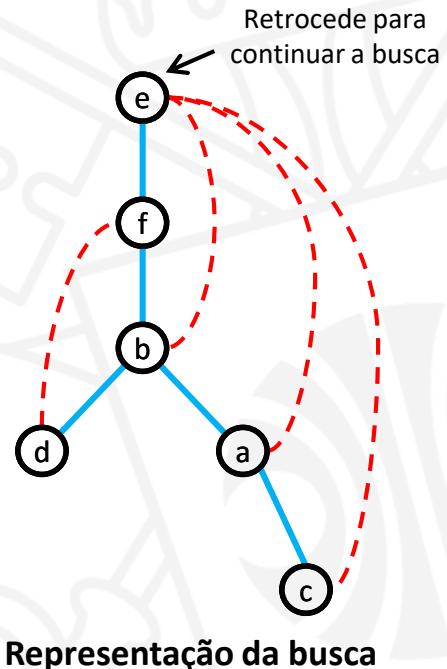
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

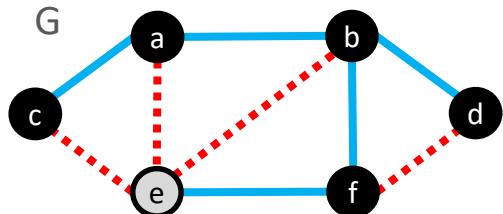
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	11
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

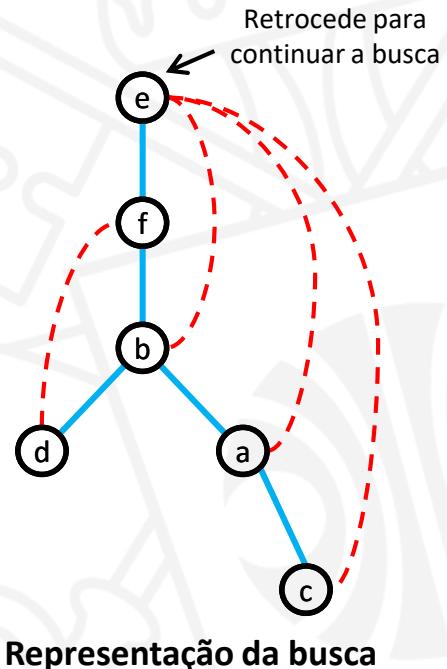
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

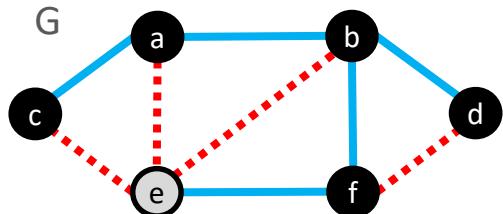
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	11
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

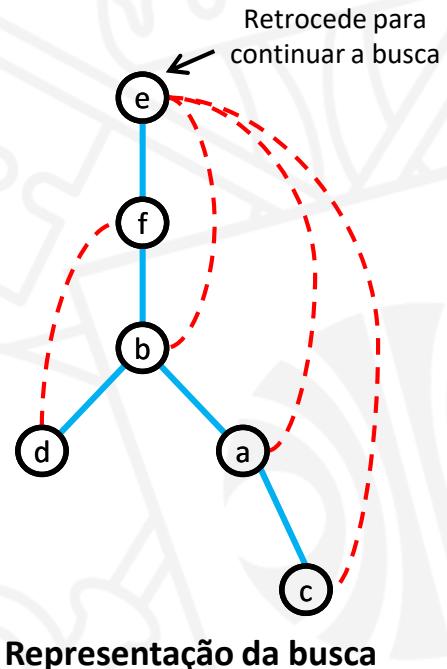
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

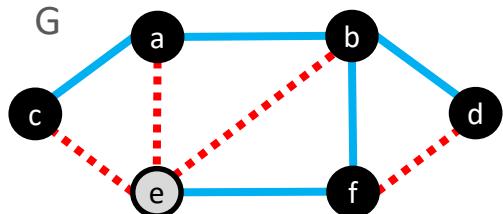
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	0	11
pai	b	f	a	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ f, b, a, c \} \quad BP(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ b, f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ b, d, e \} \quad BP(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ c, e, b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ d, e, a, f \} \quad BP(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

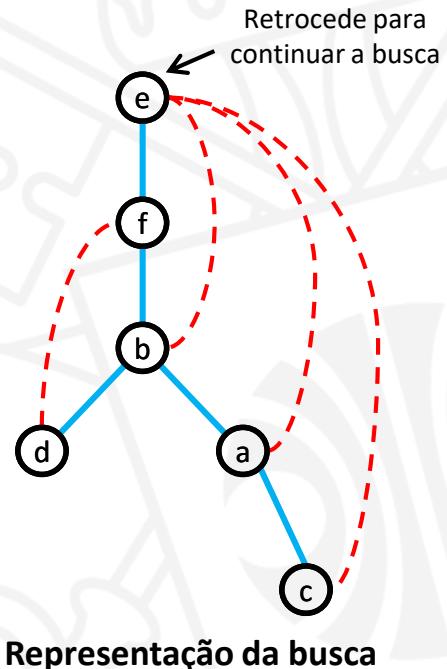
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

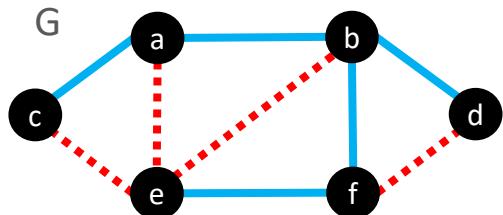
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	∅	e

$\text{BP}(e) \Rightarrow \Gamma(e) = \{ \textcolor{blue}{f}, \textcolor{red}{b}, \textcolor{red}{a}, \textcolor{red}{c} \}$ $\text{BP}(d) \Rightarrow \Gamma(d) = \{ \textcolor{blue}{b}, \textcolor{blue}{f} \}$

$\text{BP}(f) \Rightarrow \Gamma(f) = \{ \textcolor{blue}{b}, \textcolor{red}{d}, \textcolor{blue}{e} \}$ $\text{BP}(a) \Rightarrow \Gamma(a) = \{ \textcolor{red}{c}, \textcolor{red}{e}, \textcolor{blue}{b} \}$

$\text{BP}(b) \Rightarrow \Gamma(b) = \{ \textcolor{blue}{d}, \textcolor{red}{e}, \textcolor{blue}{a}, \textcolor{blue}{f} \}$ $\text{BP}(c) \Rightarrow \Gamma(c) = \{ \textcolor{red}{a}, \textcolor{red}{e} \}$

○ Vértice não explorado

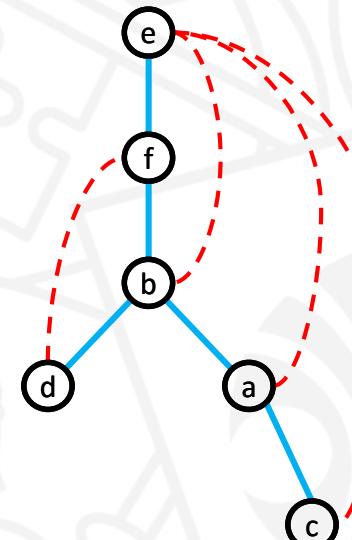
— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno



Representação da busca

Intervalos de Vida

Ao final da busca em profundidade, $\text{TD}[v] < \text{TT}[v]$, para um dado vértice v .

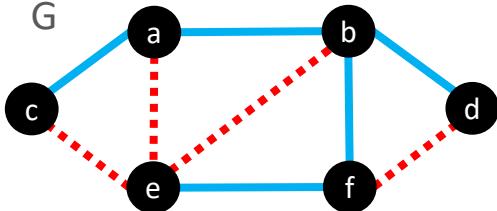
O vértice v é dito ativo ou “vivo” durante o intervalo $[\text{TD}[v], \text{TT}[v]]$ e ao final do intervalo se diz que o vértice v “morre”.

Qualquer outro vértice w descoberto durante o intervalo de vida de v “morre” antes do final do intervalo de vida de v .

Portanto, os intervalos de vida de todos os vértices são encaixados (contidos) uns dentro dos outros.

O vértice w é descendente do vértice v se e somente se seu intervalo de vida está contido no intervalo de v .

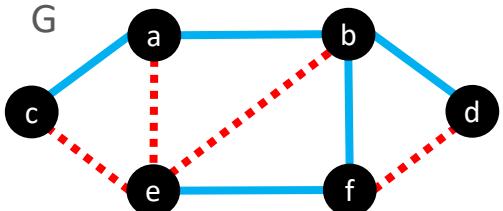
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



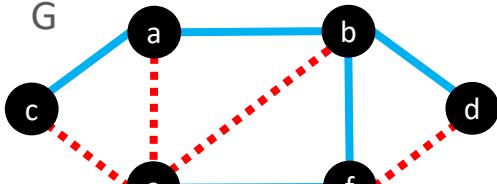
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



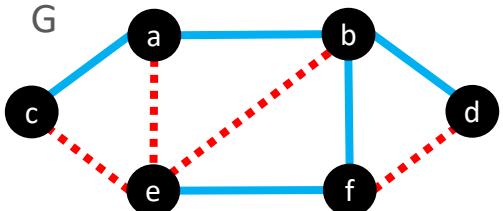
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



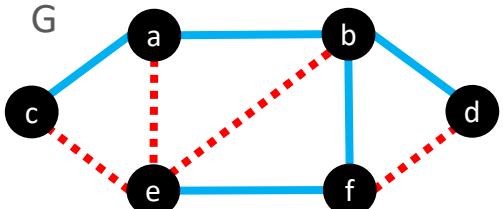
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



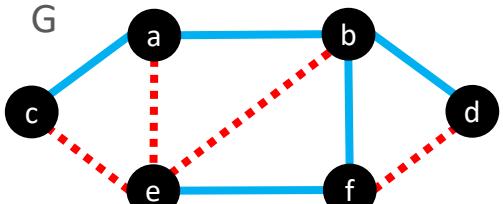
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



Intervalos de Vida

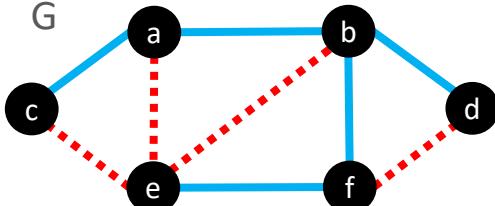


	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e	■											
f		■										
b			■									
d				■								
a					■							
c						■						

Intervalos de Vida



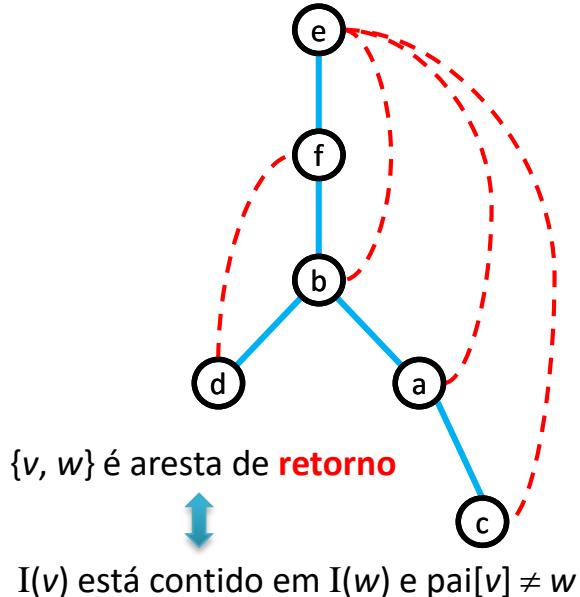
	a	b	c	d	e	f
TD	6	3	7	4	1	2
TT	9	10	8	5	12	11
pai	b	f	a	b	Ø	e



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e	■											
f		■										
b			■									
d				■								
a					■							
c						■						

Intervalos de Vida

Seja $I(v)$ o intervalo de vida do vértice v ou $I(v) = [TD[v], TT[v]]$.



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e												
f												
b												
d												
a												
c												

Em ordem crescente de TD

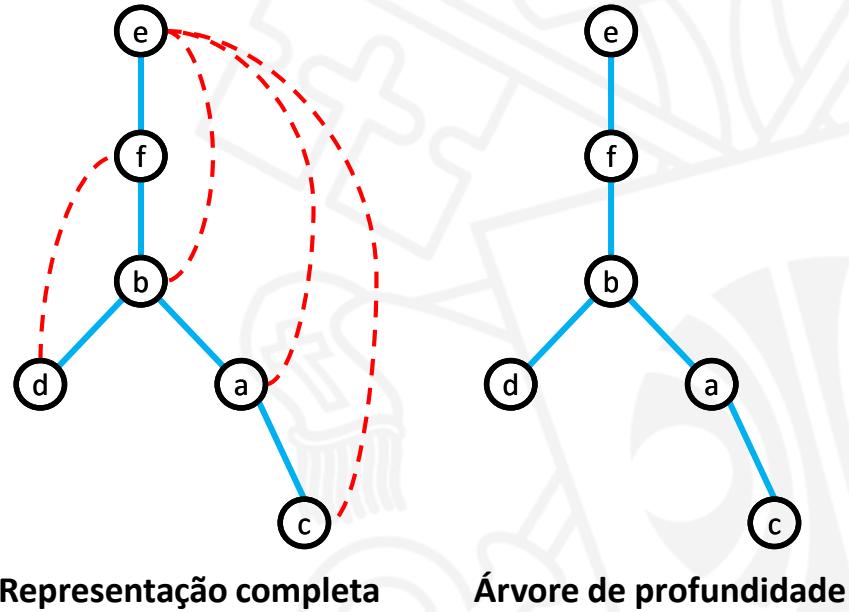
Busca em Profundidade – Propriedades

Sabendo que um grafo conexo e acíclico é denominado árvore.

A representação formada por todos os vértices e apenas as arestas de árvore formam uma árvore de profundidade.

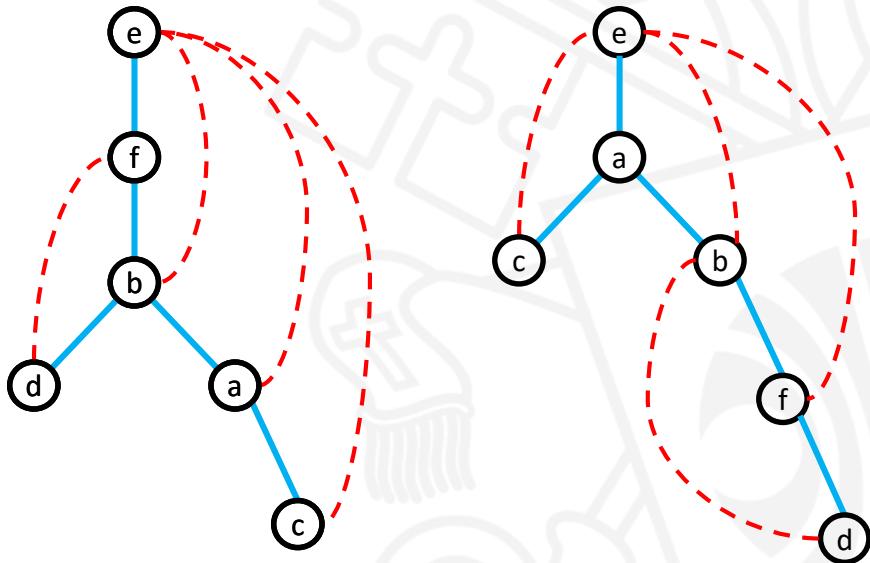
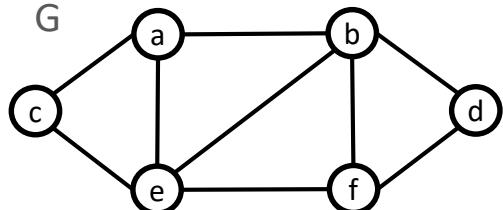
Caso o grafo seja desconexo, a busca irá produzir várias árvores de profundidade.

As arestas de retorno sempre representam um ciclo no grafo original.



Busca em Profundidade – Propriedades

A busca pode não ser única, portanto pode-se obter mais de uma árvore de profundidade para o mesmo grafo.



Busca em Profundidade em Grafo Direcionado

Busca em Profundidade – Grafo Direcionado

Em grafos direcionados, a busca em profundidade pode ser feita de forma análoga a realizada em grafo não direcionado.

Durante uma busca em profundidade em um grafo direcionado, a aresta (v, w) pode ser rotulada de uma das seguintes quatro formas:

- Aresta de **árvore**: quando a aresta (v, w) é usada para visitar w pela 1^a vez;
- Aresta de **retorno**: caso w seja ancestral de v , mas não seu pai;
- Aresta de **avanço**: caso w seja descendente de v , mas v não seja pai dele; e
- Aresta de **cruzamento**: quando w não é descendente de v e nem v é descendente de w .

Busca em Profundidade – Grafo Direcionado

Inicialização / Chamada inicial

1. $t \leftarrow 0;$ // Idêntico ao anterior
2. para todo vértice $v \in V(G)$ faça
 - a. $TD[v] \leftarrow 0;$ // Inicializar tempo de descoberta
 - b. $TT[v] \leftarrow 0;$ // Inicializar tempo de término
 - c. $pai[v] \leftarrow \text{null};$ // Inicializar predecessor ou pai
3. enquanto existir algum vértice v tal que $TD[v] = 0$ efetuar
 - a. Executar Busca_Profundidade(v); // Executar busca para raiz v

Busca em Profundidade – Grafo Direcionado

Busca Profundidade(v)

1. $t \leftarrow t + 1$; $\text{TD}[v] \leftarrow t$; // Definir tempo de descoberta
 2. para todo vértice $w \in \Gamma^+(v)$ faça // Para toda a vizinhança de v
 - a. se $\text{TD}[w] = 0$ então // Se w é visitado pela 1ª vez
 - Visitar aresta de árvore (v, w) ; $\text{pai}[w] \leftarrow v$;
 - Executar Busca_Profundidade(w);
 - b. senão
 - i. se $\text{TT}[w] = 0$ então // Definir tempo de término
 - Visitar aresta de retorno (v, w) ;
 - ii. senão se $\text{TD}[v] < \text{TD}[w]$ então Visitar aresta de avanço (v, w) ;
senão Visitar aresta de cruzamento (v, w) ;
 3. $t \leftarrow t + 1$; $\text{TT}[v] \leftarrow t$; // Definir tempo de término

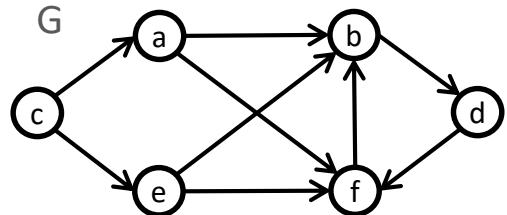
Busca em Profundidade – Grafo Direcionado

Busca_Profundidade(v)

1. $t \leftarrow t + 1; TD[v] \leftarrow t;$ // Definir tempo de descoberta
2. para todo vértice $w \in \Gamma^+(v)$ faça // Para toda a vizinhança de v
 - a. se $TD[w] = \text{não definido}$ visitado pela 1ª vez
 - b. senão // Se $TD[v] < TD[w]$ então visitar aresta de avanço $(v, w);$
 - i. senão // Se $TD[v] > TD[w]$ então visitar aresta de cruzamento $(v, w);$
 - ii. senão se $TD[v] < TD[w]$ então visitar aresta de avanço $(v, w);$ senão visitar aresta de cruzamento $(v, w);$
 3. $t \leftarrow t + 1; TT[v] \leftarrow t;$ // Definir tempo de término

Custo da busca é $O(n + m),$
em que $n = |V(G)|$ e $m = |E(G)|$

Busca em Profundidade – Exemplo



○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

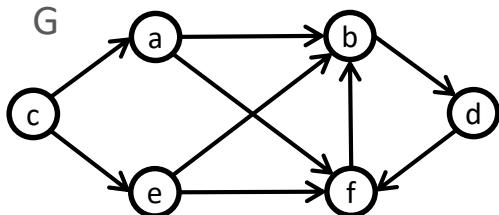
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

··· Aresta de avanço

··· Aresta de cruzamento

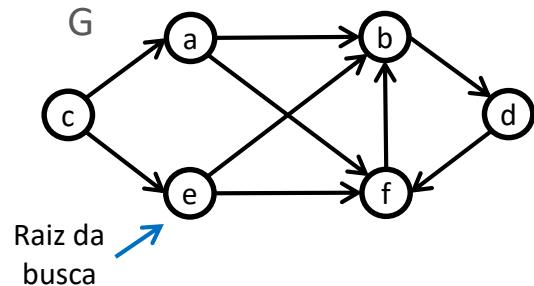
Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	0	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	∅

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice explorado
- Aresta de árvore
- Aresta de retorno
- Aresta de avanço
- Aresta de cruzamento

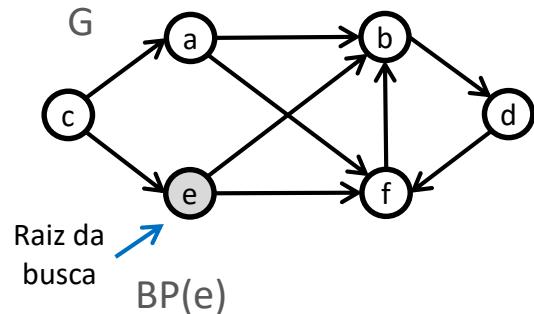
Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	0	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	∅

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Vértice explorado
- Aresta de retorno
- Aresta de avanço
- Aresta de cruzamento

Busca em Profundidade – Exemplo



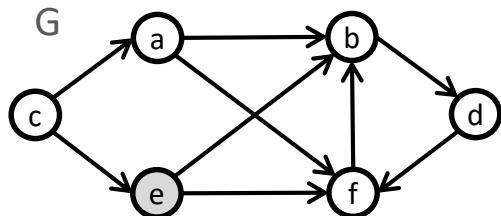
	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	∅

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Vértice explorado
- Aresta de retorno
- Aresta de avanço
- Aresta de cruzamento

Representação da busca



Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	∅

e

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

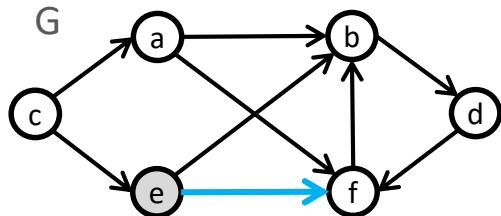
··· Aresta de retorno

···· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	0
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	\emptyset	e



Representação da busca

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

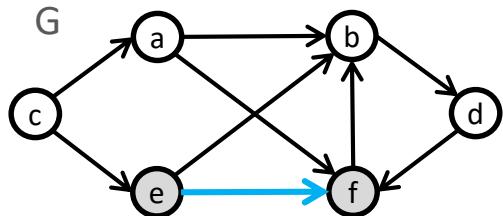
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

···· Aresta de avanço

····· Aresta de cruzamento

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

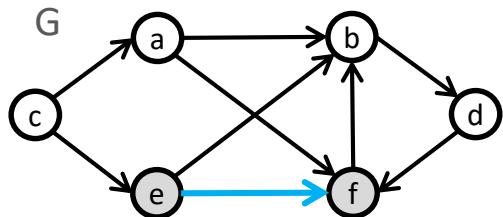
BP(f)

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Aresta de retorno
- Aresta de avanço
- Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	∅	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

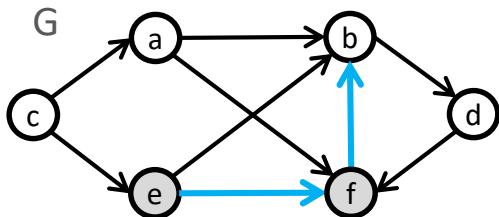
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice marcado
- Aresta de árvore
- Aresta de retorno
- Aresta de avanço
- Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	0	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

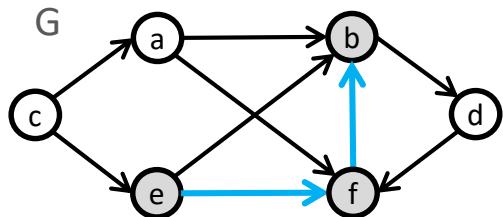
$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

- Vértice não explorado
- Aresta não explorada
- Vértice explorado
- Aresta de árvore
- Aresta de retorno
- Aresta de avanço
- Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

BP(b)

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

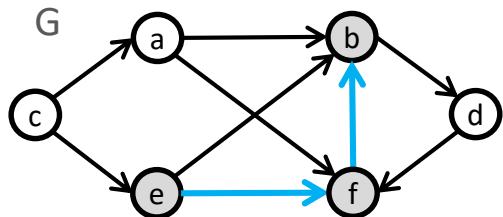
···· Aresta de avanço

····· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	∅	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

···· Aresta de retorno

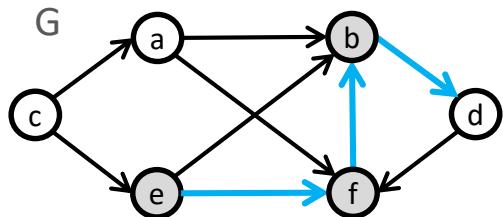
···· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	0	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

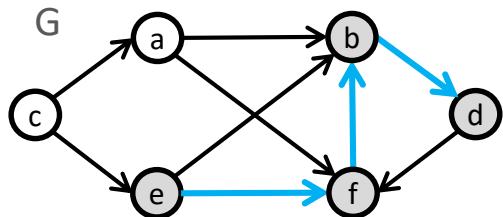
···· Aresta de avanço

····· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d)$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

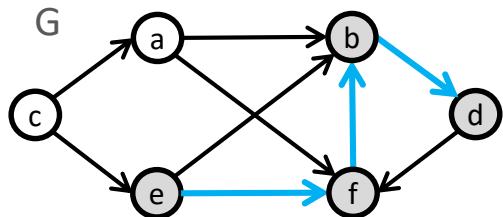
···· Aresta de avanço

····· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

····· Aresta de retorno

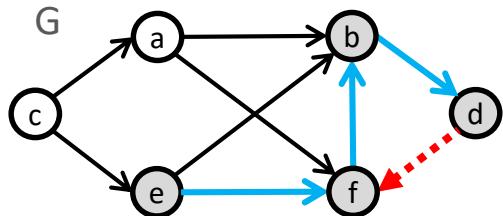
····· Aresta de avanço

····· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	0	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

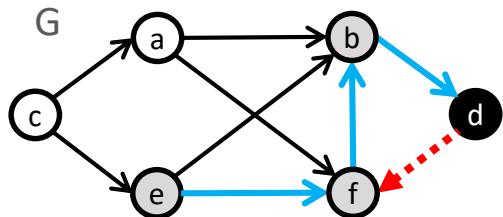
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

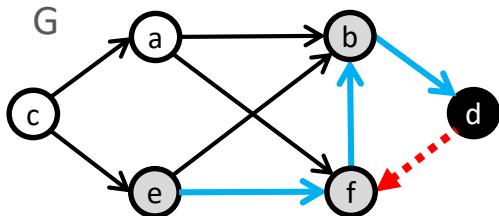
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	0	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

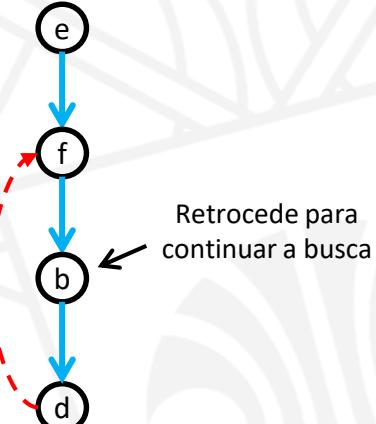
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

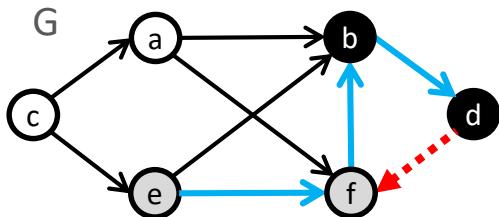
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

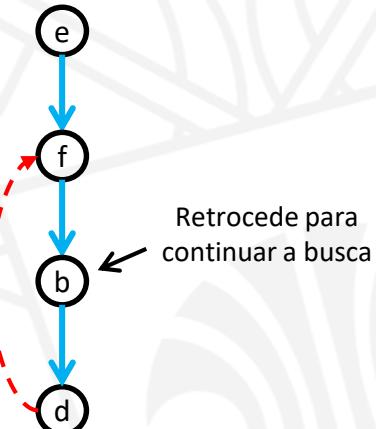
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

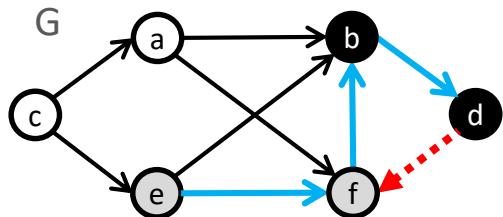
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	0	0
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

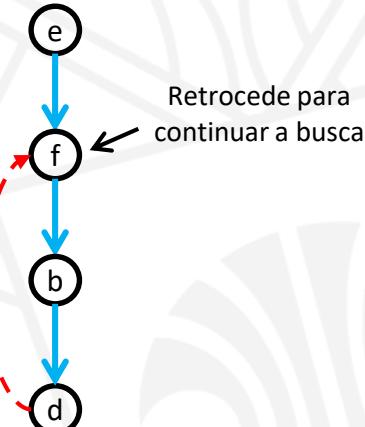
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

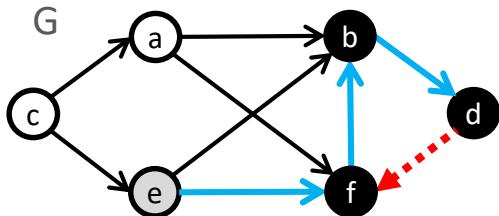
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	0	7
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

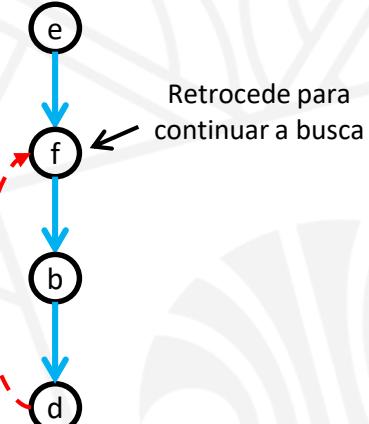
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

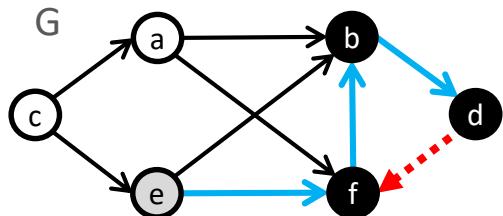
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	0	7
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

··· Aresta de avanço

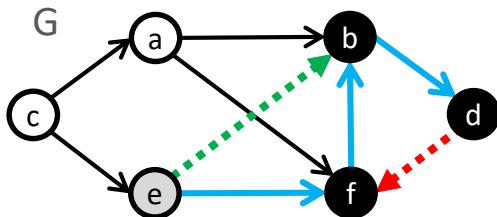
···· Aresta de cruzamento



Retrocede para
continuar a busca

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	0	7
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

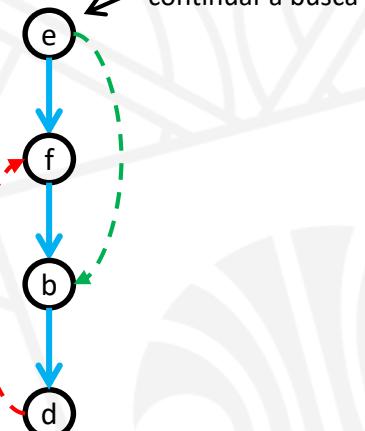
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

··· Aresta de avanço

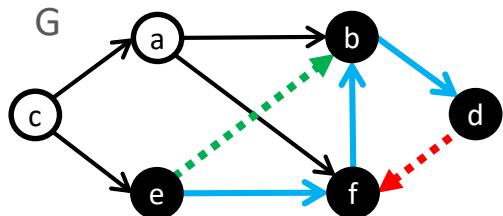
···· Aresta de cruzamento



Retrocede para
continuar a busca

Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	∅	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

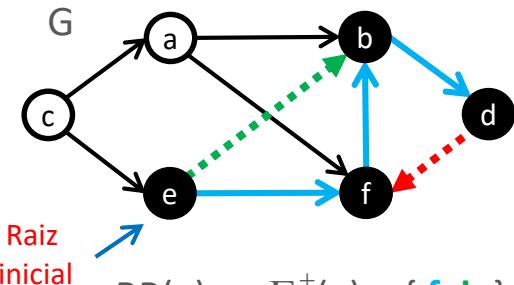
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

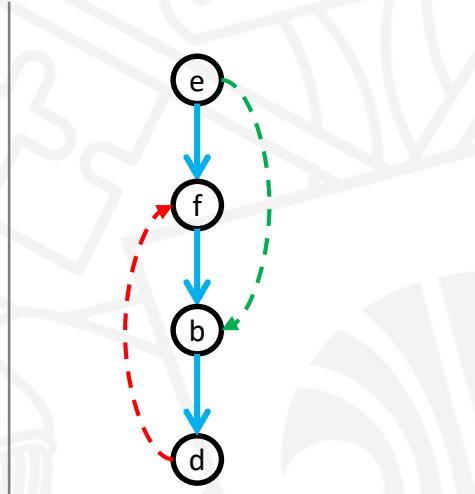
— Aresta de avanço

● Vértice explorado

— Aresta de retorno

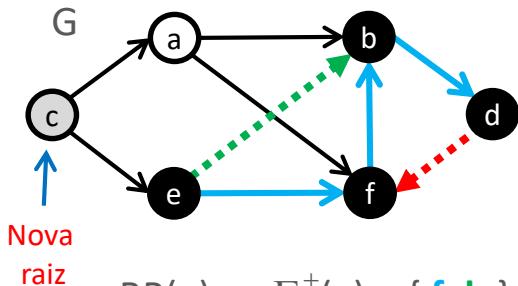
— Aresta de cruzamento

	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	0	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c)$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

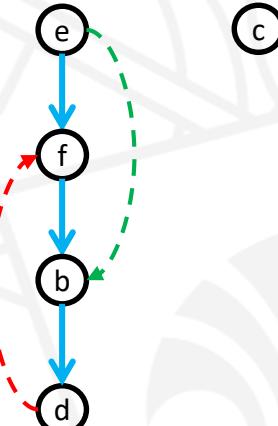
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

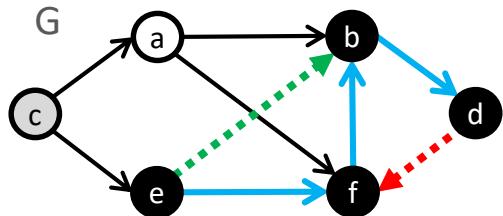
--- Aresta de retorno

··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	\emptyset	f	\emptyset	b	\emptyset	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

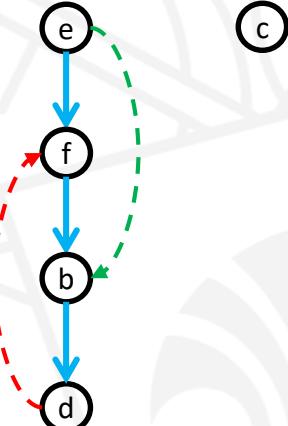
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

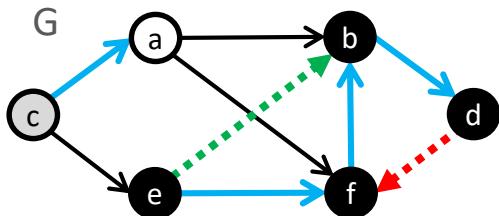
---- Aresta de avanço

----- Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	0	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

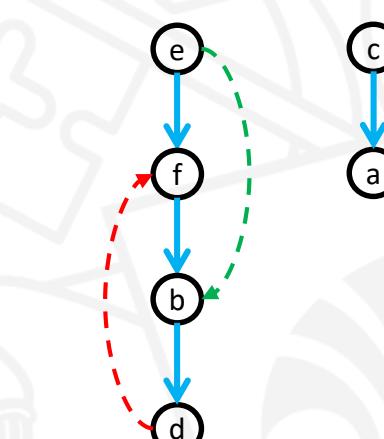
— Aresta de árvore

— Aresta de avanço

● Vértice explorado

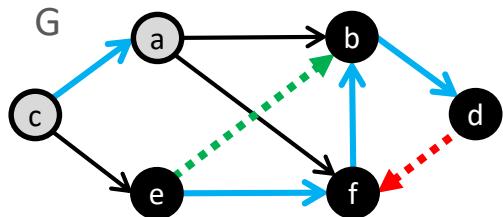
— Aresta de retorno

— Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	c	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a)$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

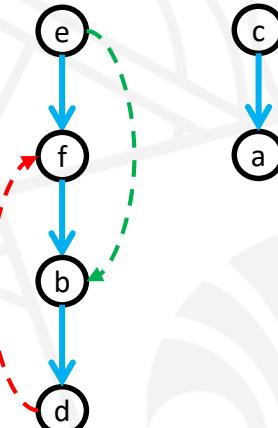
— Aresta de árvore

— Aresta de avanço

● Vértice explorado

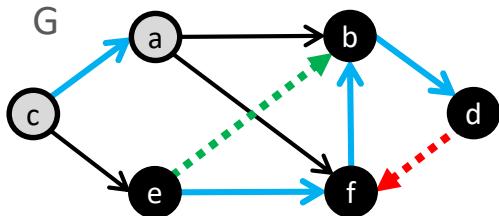
— Aresta de retorno

— Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	c	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

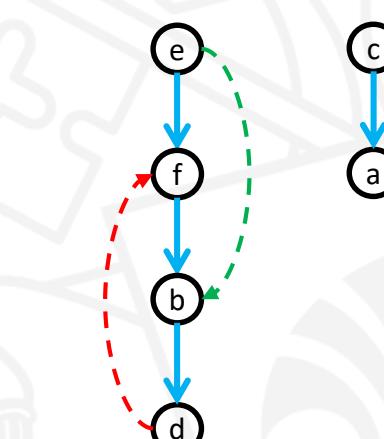
— Aresta de árvore

— Aresta de avanço

● Vértice explorado

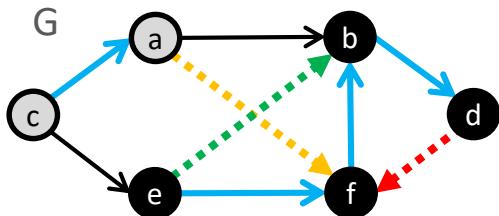
— Aresta de retorno

— Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	c	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

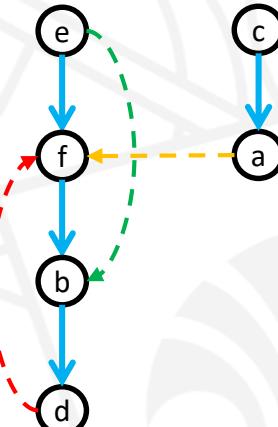
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

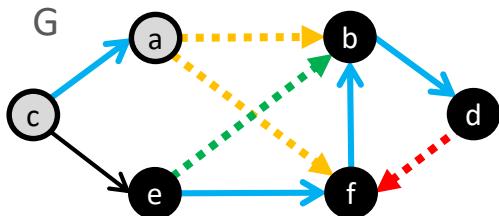
··· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	0	6	0	5	8	7
pai	c	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

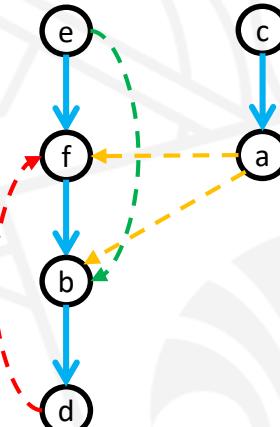
— Aresta de árvore

— Aresta de avanço

● Vértice explorado

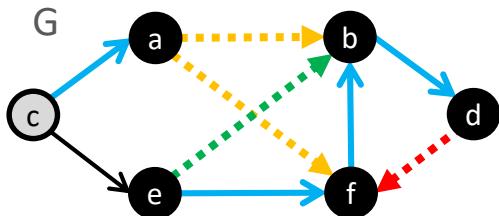
— Aresta de retorno

— Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	0	5	8	7
pai	c	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

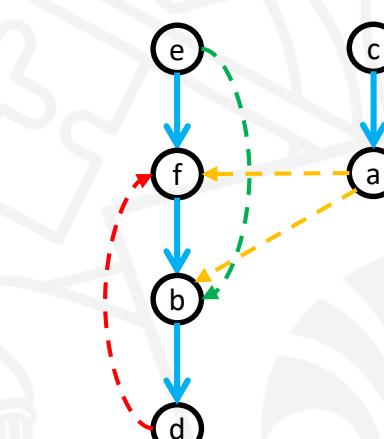
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

— Aresta de retorno

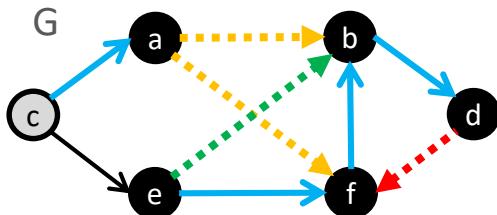
— Aresta de avanço

— Aresta de cruzamento



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	0	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

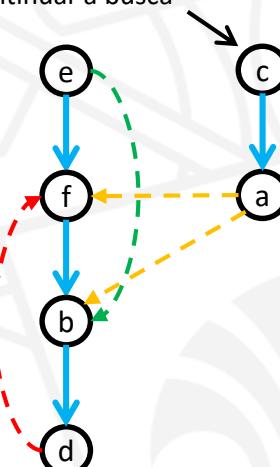
● Vértice explorado

··· Aresta de retorno

··· Aresta de avanço

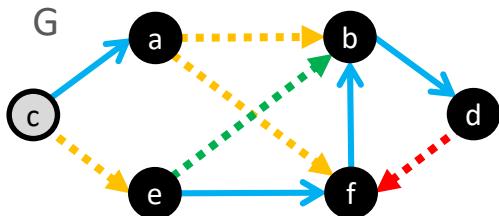
··· Aresta de cruzamento

Retrocede para
continuar a busca



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	0	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

— Aresta de árvore

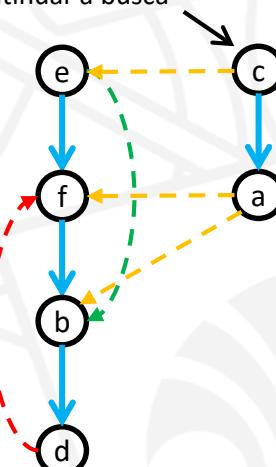
— Aresta de avanço

● Vértice explorado

— Aresta de retorno

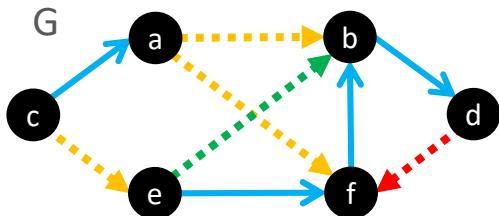
— Aresta de cruzamento

Retrocede para
continuar a busca



Representação da busca

Busca em Profundidade – Exemplo



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	∅	b	∅	e

$$BP(e) \Rightarrow \Gamma^+(e) = \{ f, b \}$$

$$BP(f) \Rightarrow \Gamma^+(f) = \{ b \}$$

$$BP(b) \Rightarrow \Gamma^+(b) = \{ d \}$$

$$BP(d) \Rightarrow \Gamma^+(d) = \{ f \}$$

$$BP(c) \Rightarrow \Gamma^+(c) = \{ a, e \}$$

$$BP(a) \Rightarrow \Gamma^+(a) = \{ f, b \}$$

○ Vértice não explorado

— Aresta não explorada

○ Vértice marcado

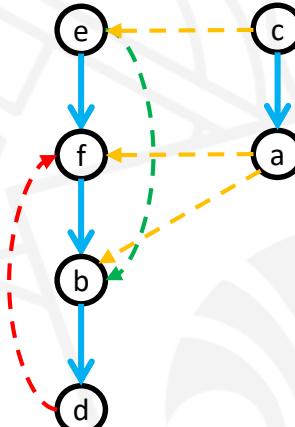
— Aresta de árvore

● Vértice explorado

--- Aresta de retorno

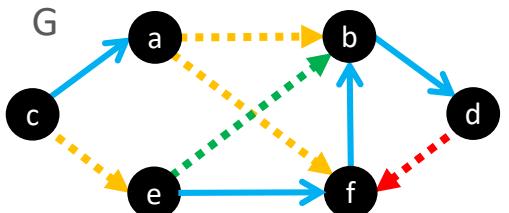
···· Aresta de avanço

···· Aresta de cruzamento



Representação da busca

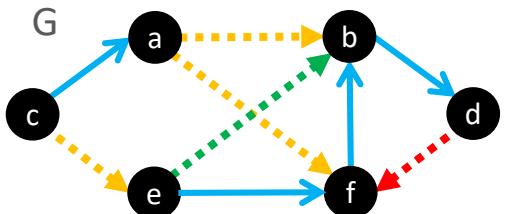
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



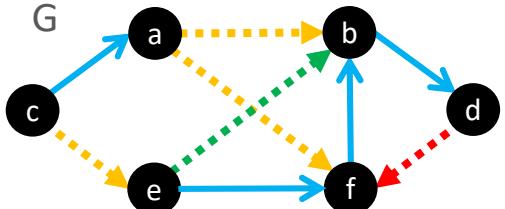
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



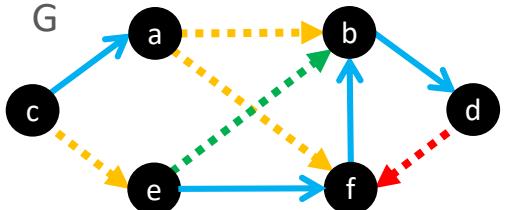
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



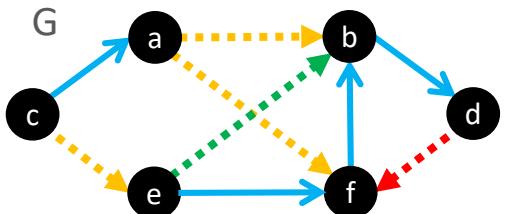
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



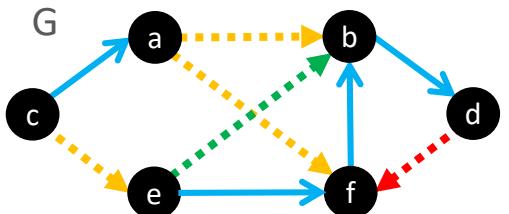
Intervalos de Vida



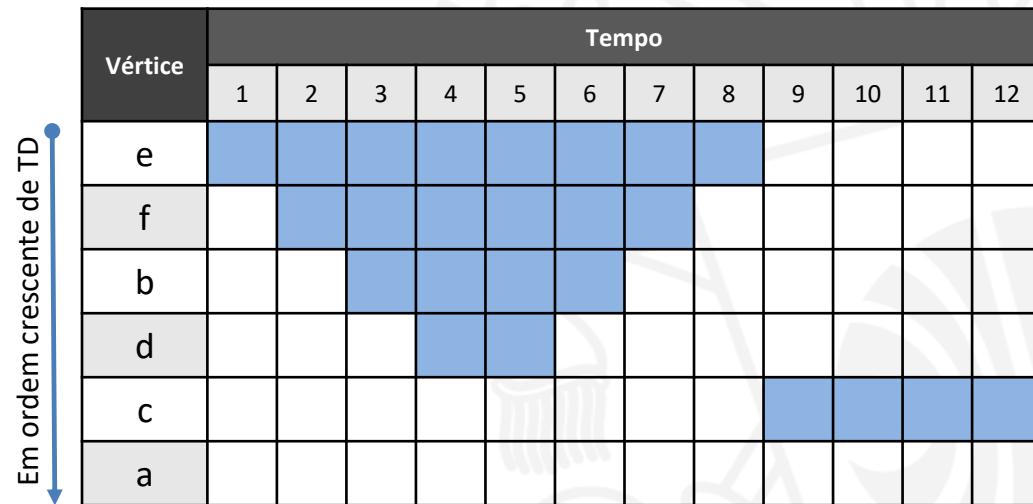
	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



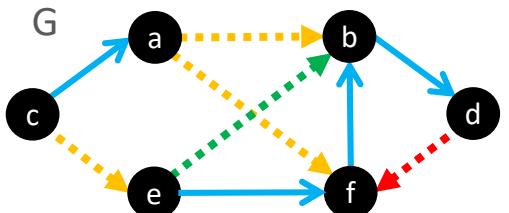
Intervalos de Vida



	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



Intervalos de Vida



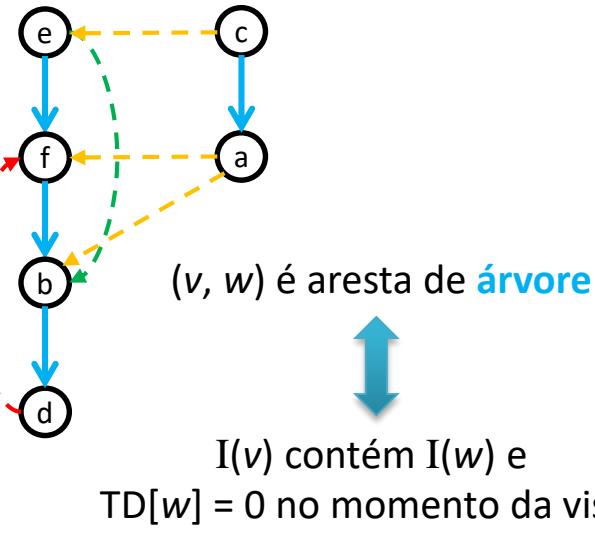
	a	b	c	d	e	f
TD	10	3	9	4	1	2
TT	11	6	12	5	8	7
pai	c	f	Ø	b	Ø	e



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e												
f												
b												
d												
c												
a												

Intervalos de Vida

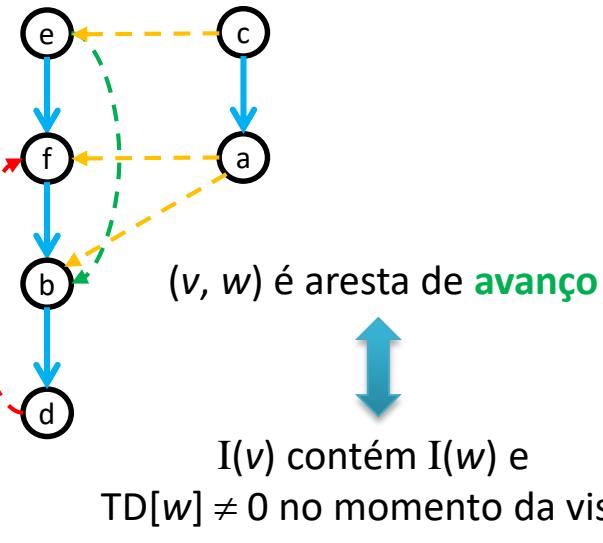
Seja $I(v)$ o intervalo de vida do vértice v ou $I(v) = [TD[v], TT[v]]$.



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e												
f												
b												
d												
c												
a												

Intervalos de Vida

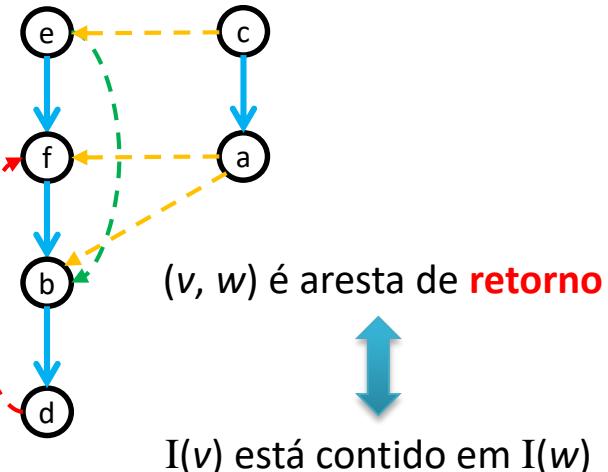
Seja $I(v)$ o intervalo de vida do vértice v ou $I(v) = [TD[v], TT[v]]$.



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e												
f												
b												
d												
c												
a												

Intervalos de Vida

Seja $I(v)$ o intervalo de vida do vértice v ou $I(v) = [TD[v], TT[v]]$.

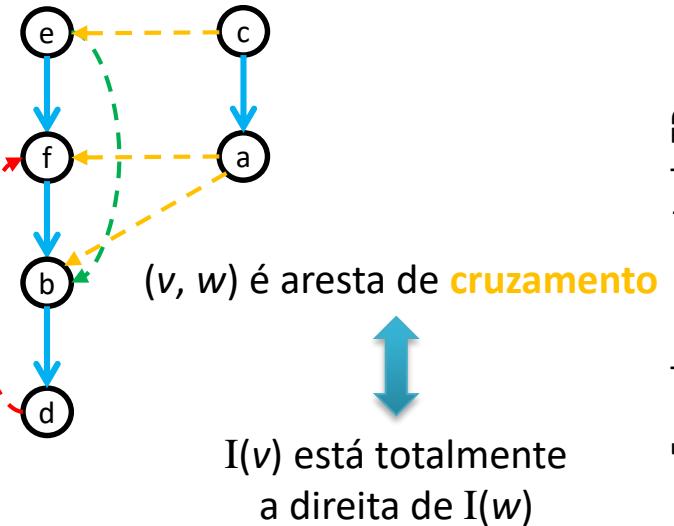


Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e												
f												
b												
d												
c												
a												

Em ordem crescente de TD

Intervalos de Vida

Seja $I(v)$ o intervalo de vida do vértice v ou $I(v) = [TD[v], TT[v]]$.



Vértice	Tempo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e												
f												
b												
d												
c												
a												

