Caminhos e Noções de Conectividade

Zenilton Patrocínio

Passeio / Trajeto / Caminho

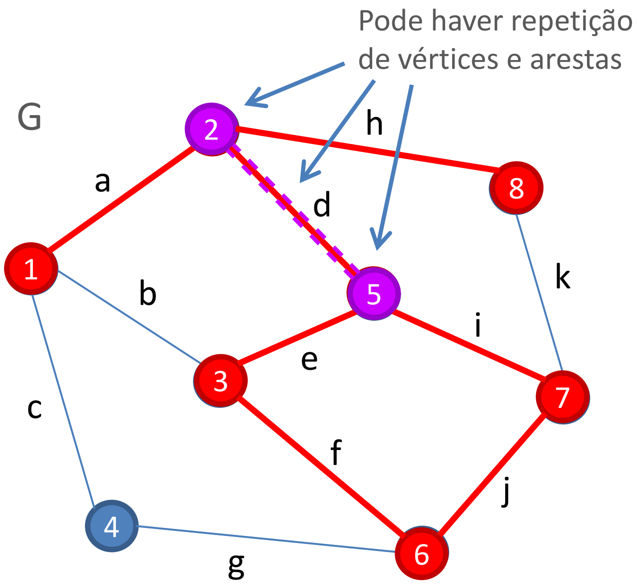
Passeio

Dado um grafo G = (V, E), um passeio é uma sequência alternante de vértices e arestas (começando e terminando em vértices) com $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, . . ., e_k, v_k$ em que v_i representa um vértice e e_j uma aresta.

Cada aresta da sequência é incidente ao vértice que a precede e ao vértice que a segue na sequência, isto é, v_i e v_{i+1} são adjacentes para todo i = 0, . . ., k – 1.

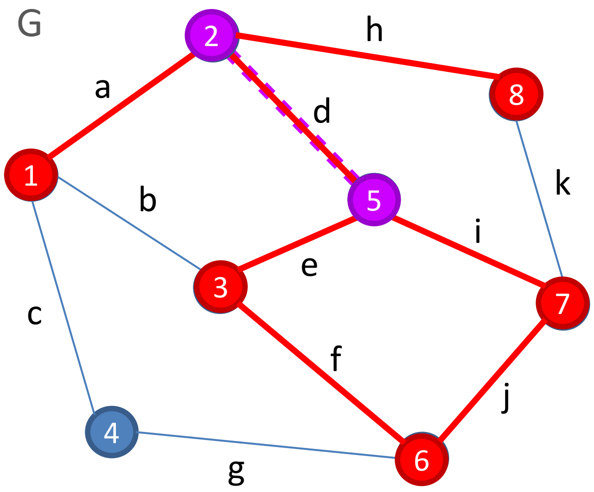
Em um grafo simples, pode-se representar um passeio apenas pela sequência de vértices $v_0, v_1, v_2, . . ., v_k$ (omitindo-se as arestas) pois existe no máximo uma aresta entre cada par de vértices.

Passeio



1 a 2 d 5 e 3 f 6 j 7 i 5 d 2 h 8 → Passeio

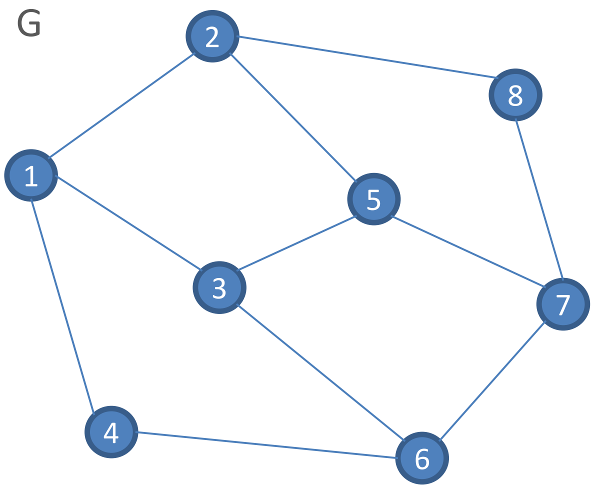
Passeio



1 a 2 d 5 e 3 f 6 j 7 i 5 d 2 h 8 → Passeio

1 2 5 3 6 7 5 2 8 → Passeio

Passeio

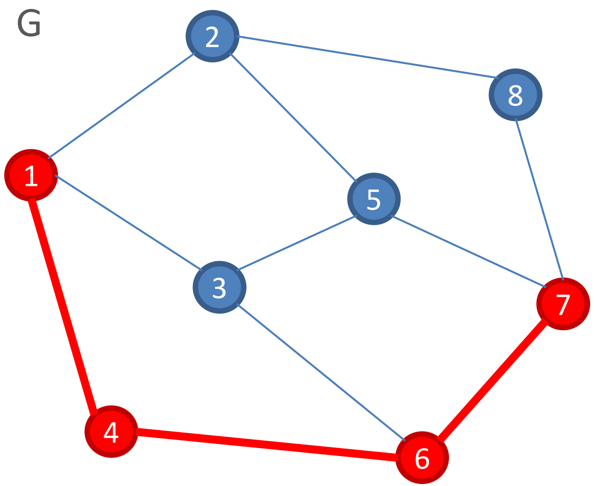


1 a 2 d 5 e 3 f 6 j 7 i 5 d 2 h 8 → Passeio

1 2 5 3 6 7 5 2 8 → Passeio

Passeio aberto × Passeio fechado

Passeio



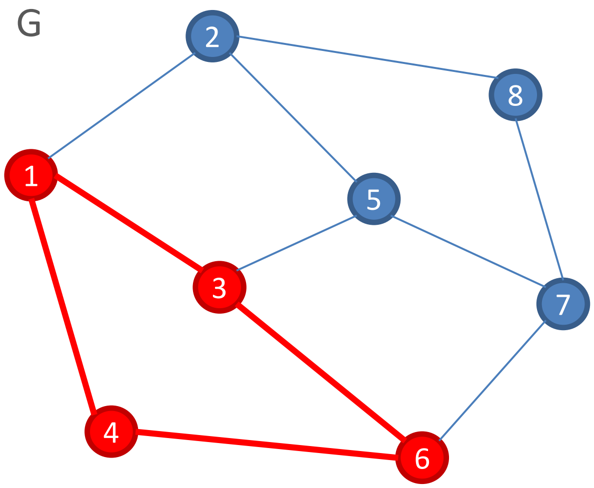
1 a 2 d 5 e 3 f 6 j 7 i 5 d 2 h 8 → Passeio

1 2 5 3 6 7 5 2 8 → Passeio

Passeio aberto × Passeio fechado

1 4 6 7 → Passeio aberto (origem ≠ término)

Passeio



1 a 2 d 5 e 3 f 6 j 7 i 5 d 2 h 8 → Passeio

1 2 5 3 6 7 5 2 8 → Passeio

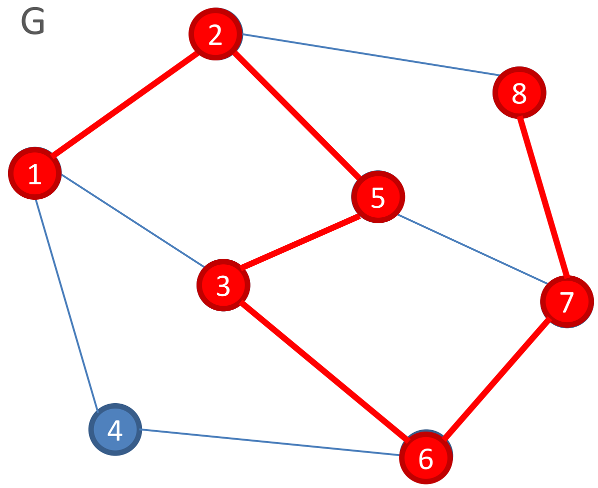
Passeio aberto × Passeio fechado

1 4 6 7 → Passeio aberto (origem ≠ término)

1 4 6 3 1 → Passeio fechado (origem = término)

Trajeto

Dado um grafo G = (V, E), um **trajeto** (ou cadeia) é um passeio que não repete arestas.



1 2 5 3 6 7 8 → Trajeto

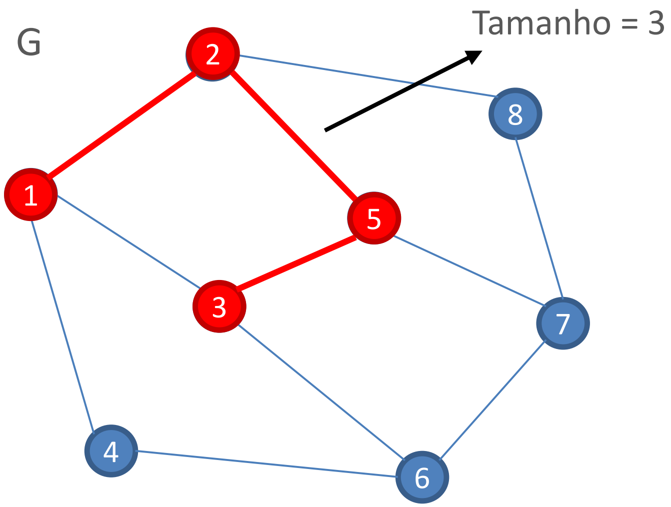
1 **2** **5** 3 6 7 **5** **2** 8 → Passeio (mas não trajeto)

Aresta {2, 5}
se repete

Caminho

Dado um grafo G = (V, E), um **caminho** é um trajeto que não repete vértices entre sua origem e seu término.

Tamanho do caminho = número de arestas



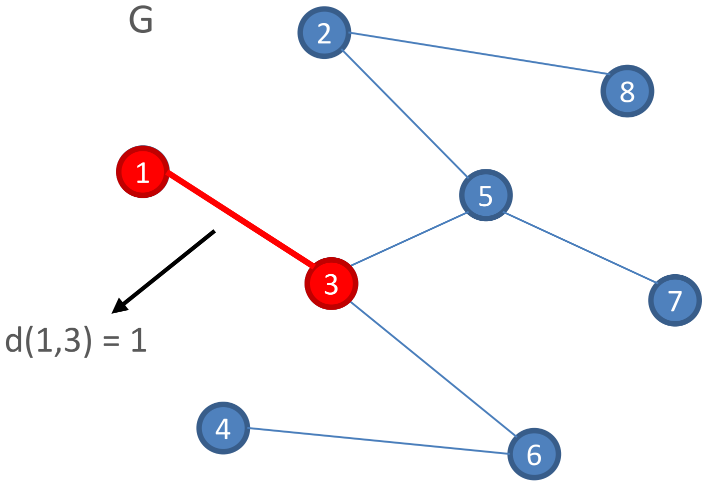
1 2 5 3 → Caminho

1 2 5 3 **1** 4 → Trajeto (mas não caminho)

Vértice 1
se repete

Distância entre Vértices

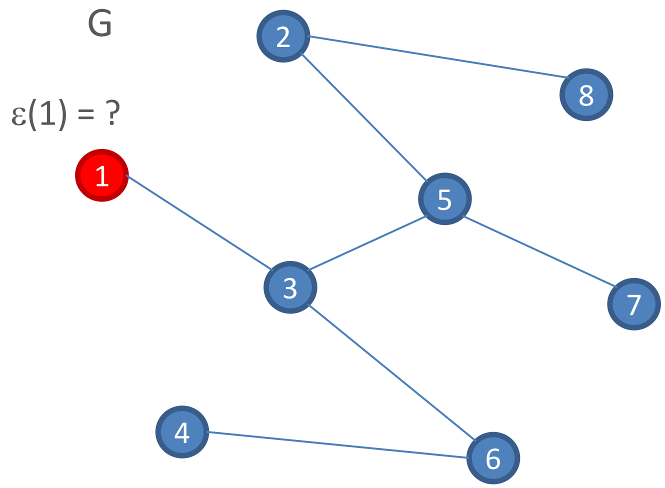
Dado um grafo G = (V, E), a distância entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.



Distância entre dois vértices também é denominada de distância geodésica.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a distância entre dois vértices v e w – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre v e w.

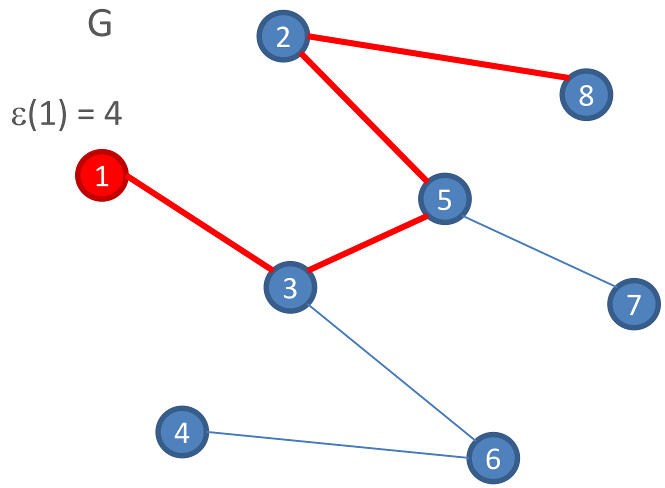


Distância entre dois vértices também é denominada de distância geodésica.

Excentricidade de um vértice v ou $\varepsilon(v)$ é a maior distância de v para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a distância entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

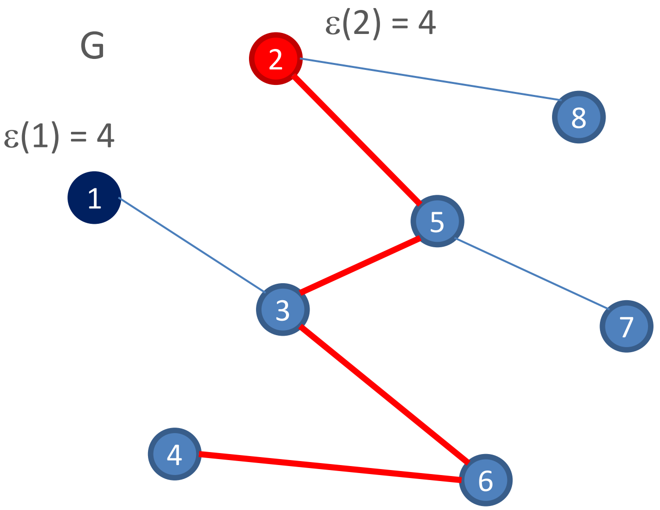


Distância entre dois vértices também é denominada de distância geodésica.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a distância entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

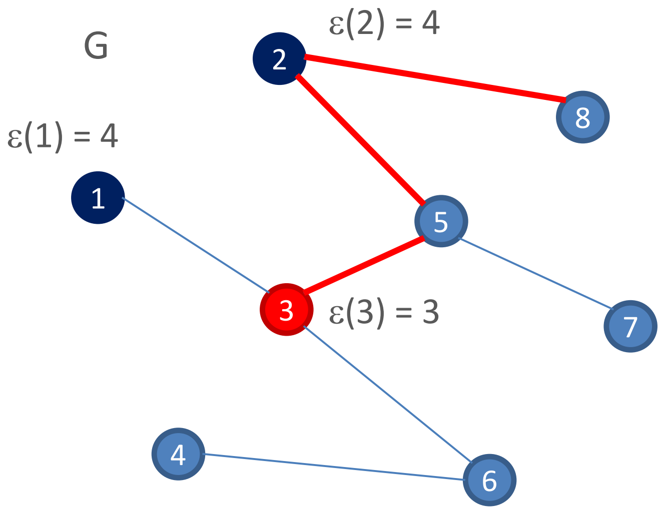


Distância entre dois vértices também é denominada de distância geodésica.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a **distância** entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

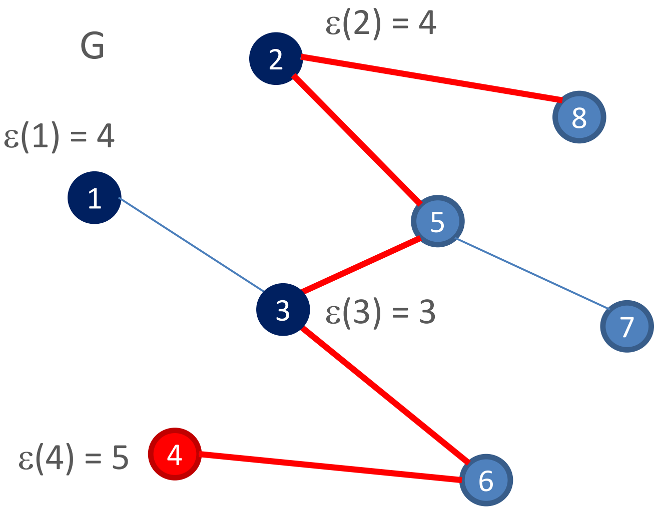


Distância entre dois vértices também é denominada de **distância geodésica**.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a **distância** entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

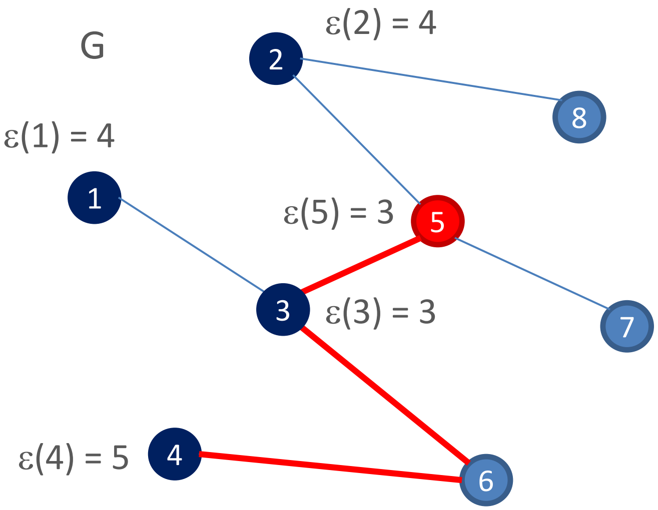


Distância entre dois vértices também é denominada de **distância geodésica**.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a **distância** entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

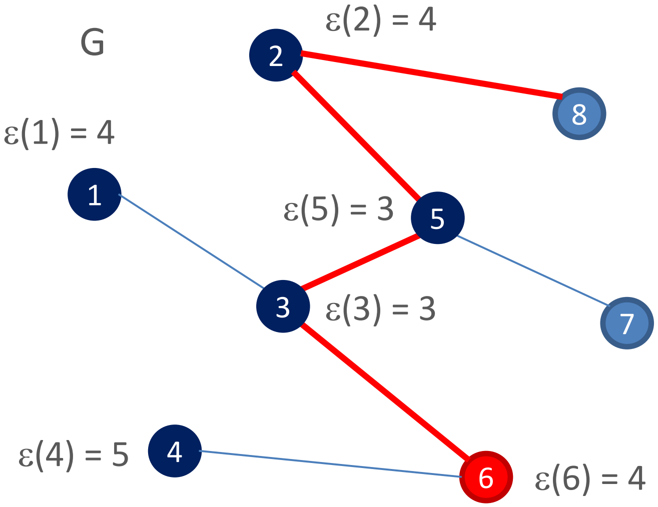


Distância entre dois vértices também é denominada de **distância geodésica**.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a distância entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

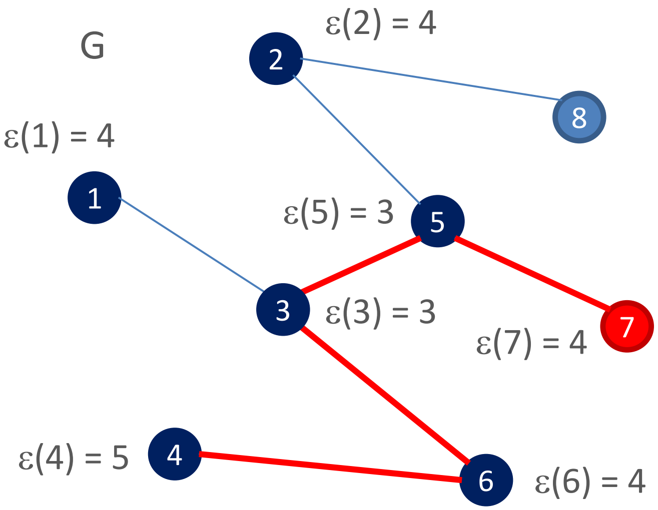


Distância entre dois vértices também é denominada de distância geodésica.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a **distância** entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

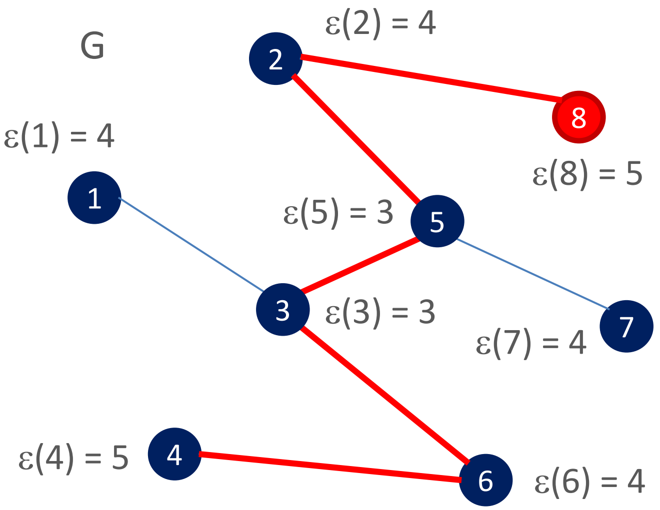


Distância entre dois vértices também é denominada de **distância geodésica**.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a distância entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

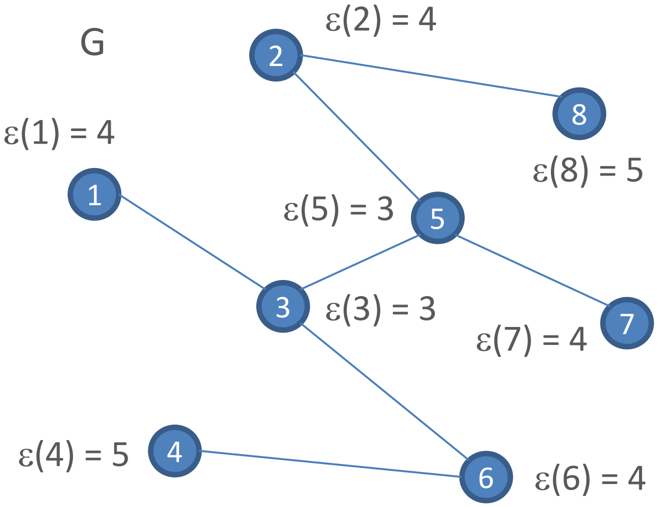


Distância entre dois vértices também é denominada de distância geodésica.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a **distância** entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.

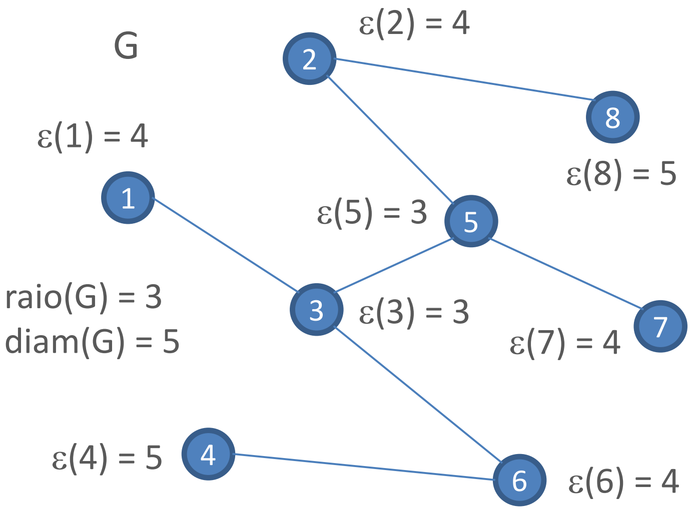


Distância entre dois vértices também é denominada de **distância geodésica**.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

Distância entre Vértices

Dado um grafo G = (V, E), a **distância** entre dois vértices *v* e *w* – representada por d(v, w) é igual ao tamanho do menor caminho entre *v* e *w*.



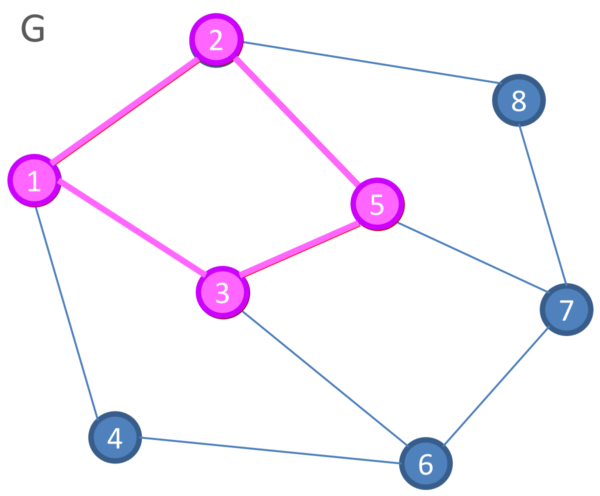
Distância entre dois vértices também é denominada de **distância geodésica**.

Excentricidade de um vértice *v* ou ε(*v*) é a maior distância de *v* para qualquer outro vértice.

O **raio** e **diâmetro** de um grafo G representam a menor e a maior excentricidade de um vértice de G.

Caminho Aberto × Caminho Fechado

Dado um grafo G = (V, E), um caminho é dito **fechado** quando sua origem e seu término são iguais; caso contrário, o caminho é chamado de **aberto**.



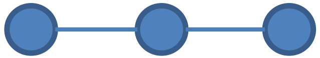
1 2 5 3 → Caminho aberto

1 2 5 3 1 → Caminho fechado

Grafo Linear

Um grafo G = (V, E) com $n > 1$ vértices é dito **linear** (ou grafo caminho) quando possui apenas 2 vértices de grau 1 e os demais vértices possuem grau 2 e estão no caminho entre os vértices de grau 1 – representado por P_n.

P_2



P_3

P_4

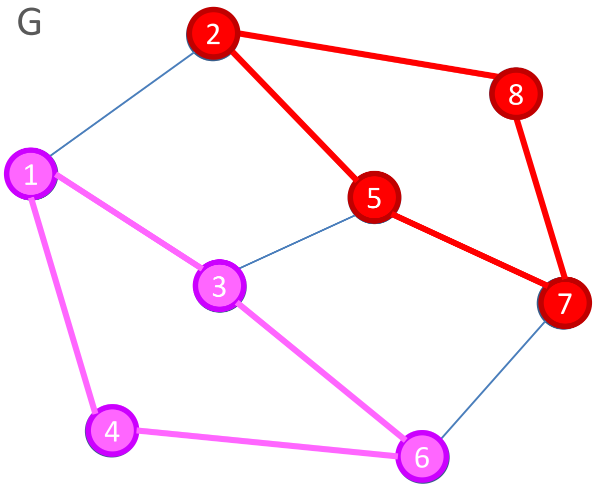
P_5

Caso n = 1, o grafo linear possui apenas um vértice de grau 0.

P_1

Ciclo

Dado um grafo G = (V, E), um ciclo é um caminho fechado.



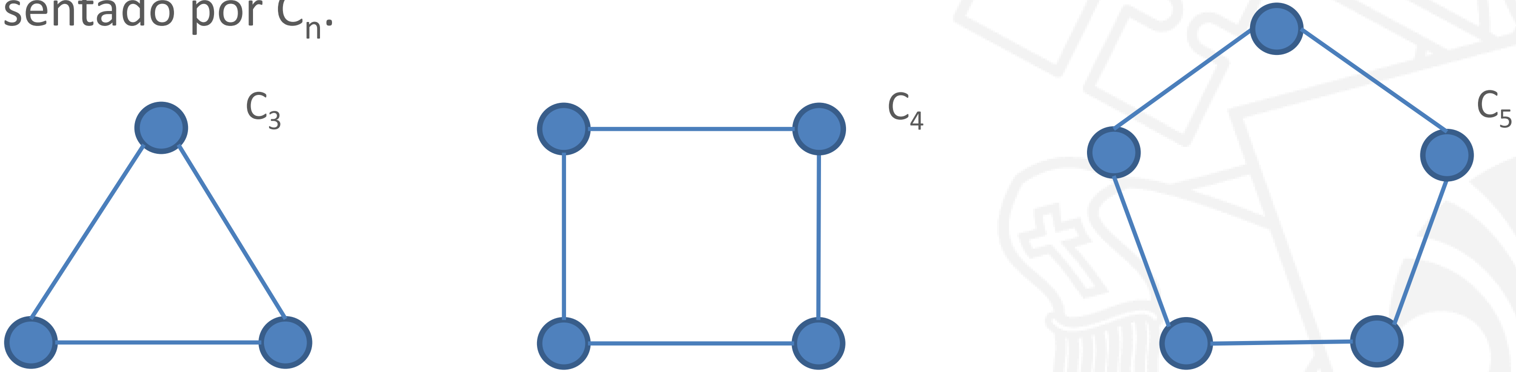
2 5 7 8 2 $\rightarrow$ Ciclo

1 3 6 4 1 $\rightarrow$ Ciclo

Em grafos direcionados, utiliza-se também o termo circuito.

Grafo Ciclo

Um grafo G = (V, E) com $n > 2$ vértices é chamado de **grafo ciclo** (ou circular) quando consiste de um único ciclo passando por todos os seus vértices – representado por C_n.

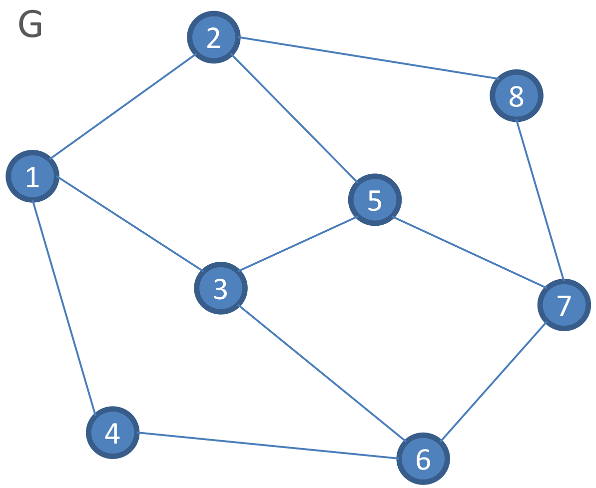


Todos os vértices de um grafo ciclo possuem grau igual a 2.

Noções de Conectividade

Grafo Conexo

Um grafo G = (V, E) é dito **conexo** quando existir pelo menos um caminho para todo par de vértices.



Existe caminho entre 1 e 2 ? $\Rightarrow$ OK

Existe caminho entre 1 e 3 ? $\Rightarrow$ OK

⋮

Existe caminho entre 1 e 8 ? $\Rightarrow$ OK

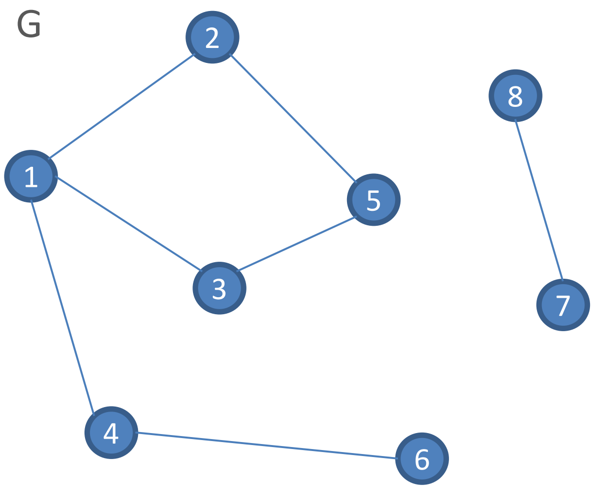
Existe caminho entre 2 e 3 ? $\Rightarrow$ OK

⋮

Como existem caminhos entre todos os pares de vértices ➡ Conexo

Grafo Desconexo

Um grafo G = (V, E) é dito desconexo quando não existir um caminho entre algum par de vértices.



Existe caminho entre 1 e 7 ? $\Rightarrow$ NÃO

Existe caminho entre 1 e 8 ? $\Rightarrow$ NÃO

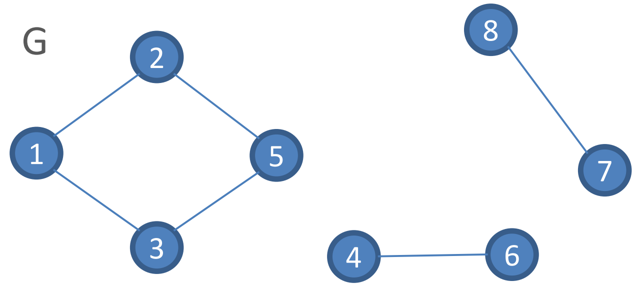
Como não existe caminho entre todos os pares de vértices $\Rightarrow$ Desconexo

Um grafo desconexo é formado por 2 ou mais grafos conexos chamados componentes conexos.

Componente Conexo

Dado um grafo G = (V, E), seus componentes conexos são os subgrafos maximais que são conexos.

Subgrafo maximal é aquele de maior tamanho que atende a uma propriedade (para componentes conexos, a propriedade é ser conexo).



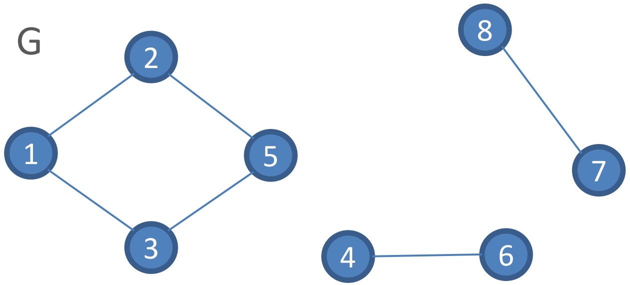
Subgrafo mas não é conexo

Componente Conexo

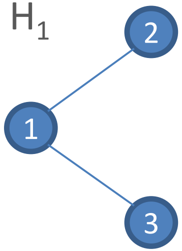
Dado um grafo G = (V, E), seus componentes conexos são os subgrafos maximais que são conexos.

Subgrafo maximal é aquele de maior tamanho que atende a uma propriedade (para componentes conexos, a propriedade é ser conexo).

G

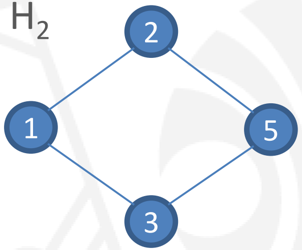


H_1



Subgrafo conexo mas não maximal

H_2

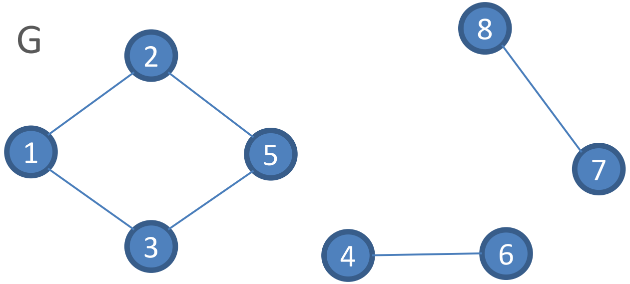


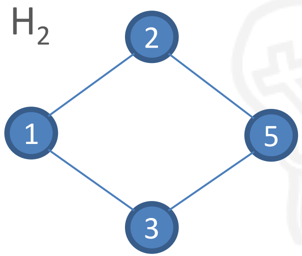
Subgrafo conexo maximal

Componente Conexo

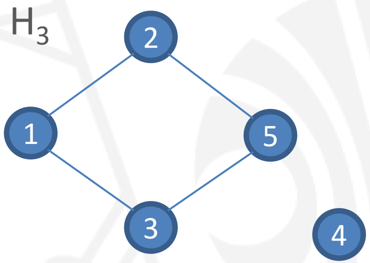
Dado um grafo G = (V, E), seus componentes conexos são os subgrafos maximais que são conexos.

Subgrafo maximal é aquele de maior tamanho que atende a uma propriedade (para componentes conexos, a propriedade é ser conexo).





Subgrafo conexo maximal

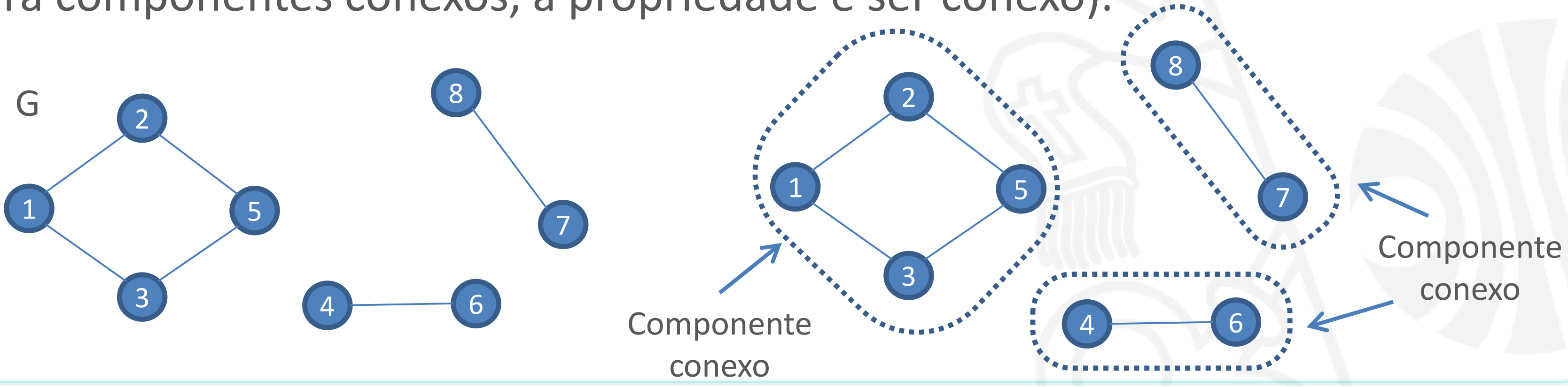


Subgrafo não conexo

Componente Conexo

Dado um grafo G = (V, E), seus componentes conexos são os subgrafos maximais que são conexos.

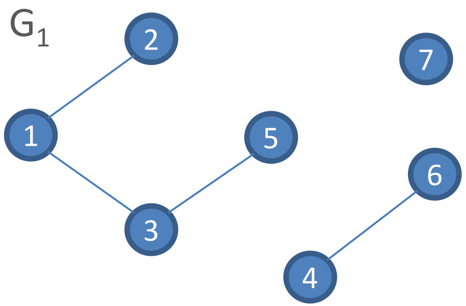
Subgrafo maximal é aquele de maior tamanho que atende a uma propriedade (para componentes conexos, a propriedade é ser conexo).



Número de Arestas – Limites

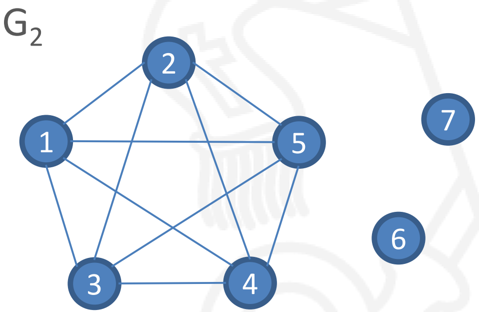
Dado um grafo simples G = (V, E) com *n* vértices e *k* componentes. O número mínimo de arestas de G é igual $n - k$.

Além disso, o grafo G possui no máximo $(n - k)\times(n - k + 1)/2$ arestas.



n = 7
k = 3

4 arestas



n = 7
k = 3

10 arestas