Caminho Mínimo (3)

Zenilton Patrocínio

Caminho Mínimo entre Todos os Vértices

O problema consiste em determinar os caminhos mínimos entre todos os pares de vértices do grafo.

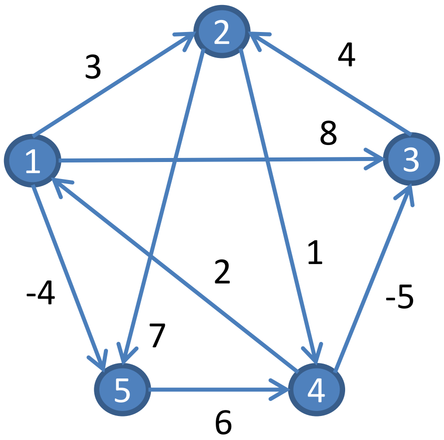
Se todos os <u>custos forem positivos</u>, para *n* vértices pode-se utilizar *n* repetições do método de Dijkstra $\rightarrow$ cada vez utiliza-se um vértice como raiz

- Custo $\rightarrow n \times O(n^2) = O(n^3)$ para uma implementação trivial

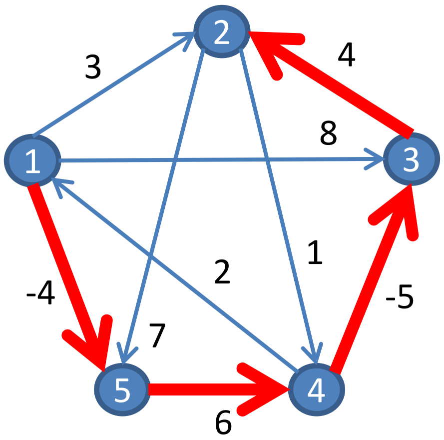
Se <u>houver custos negativos</u> (sem a presença de ciclos negativos), para *n* vértices pode-se utilizar *n* repetições do método de Bellman-Ford (com *m* arestas)

- Custo $\rightarrow n \times O(nm) = O(n^2m)$ $\rightarrow$ **$O(n^4)$!!!**

Exemplo



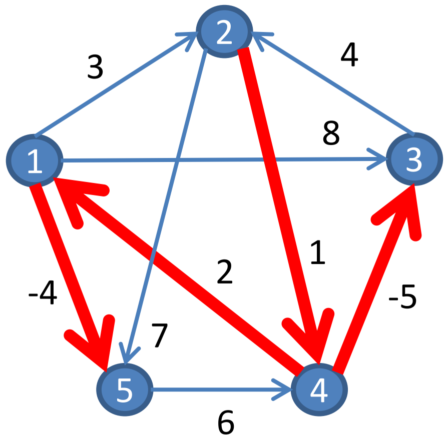
Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4

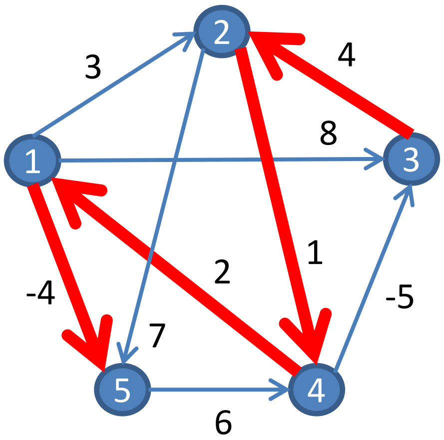
Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1

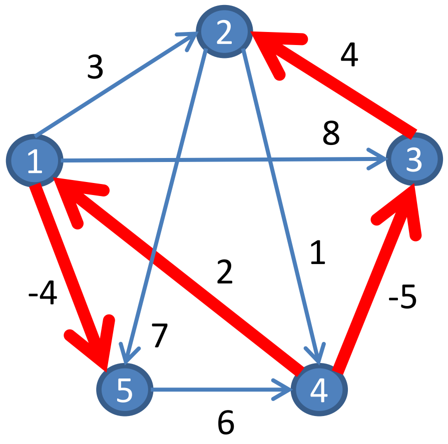
Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3

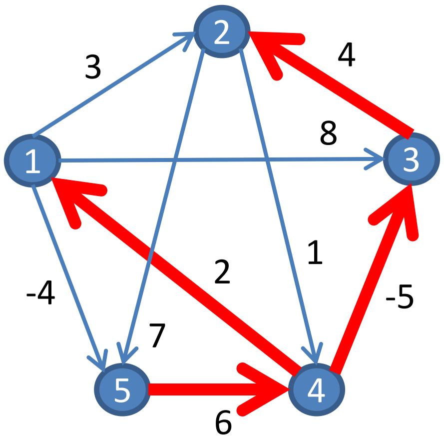
Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2

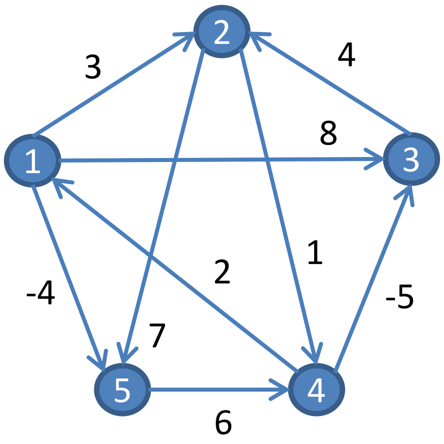
Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

Método de Floyd-Warshall

Método de Floyd-Warshall

O algoritmo de Floyd-Warshall calcula os caminhos mais curtos entre todos os pares de vértices (consegue lidar arestas de peso negativo desde que não exista ciclo de custo negativo).

Trata-se novamente de um algoritmo de programação dinâmica.

Utiliza o conceito de relaxação do comprimento dos caminhos mais curtos de forma incremental aprimorando a estimativa de distância, até que o valor ótimo seja alcançado.

O algoritmo analisa os caminhos entre os vértices i e j passando por cada um dos k vértices intermediários possíveis, $k \in V(G)$.

Método de Floyd-Warshall

Considere que os vértices do grafo são numerados de 1 a *n*.

Seja $dist_{ij}^{k}$ a distância entre o par de vértices *i* e *j* usando como intermediários apenas os vértices do conjunto { 1, 2, . . ., *k* }.

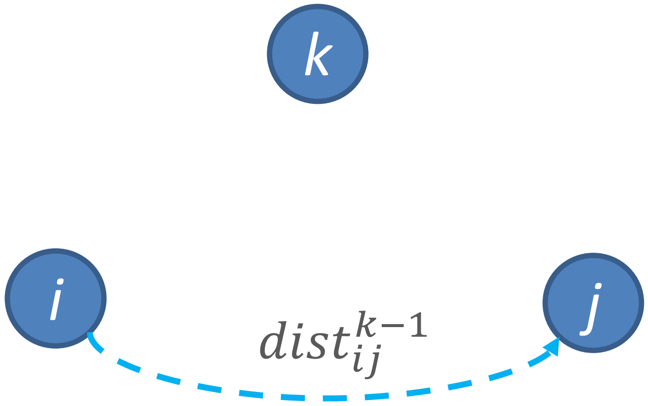
Em particular, $dist_{ij}^{0} = d_{ij}$, se $\exists(i, j) \in E(G)$, $dist_{ij}^{0} = \infty$, caso contrário. Além disso, $dist_{ii}^{0} = 0$.

A relaxação do comprimento dos caminhos determina $dist_{ij}^{k}$ a partir das distâncias $dist_{**}^{k-1}$, isto é, utilizando um caminho de *i* para *j* que não passa por *k* ou o par de caminhos de *i* para *k* e de *k* para *j* (ambos não passando por k).

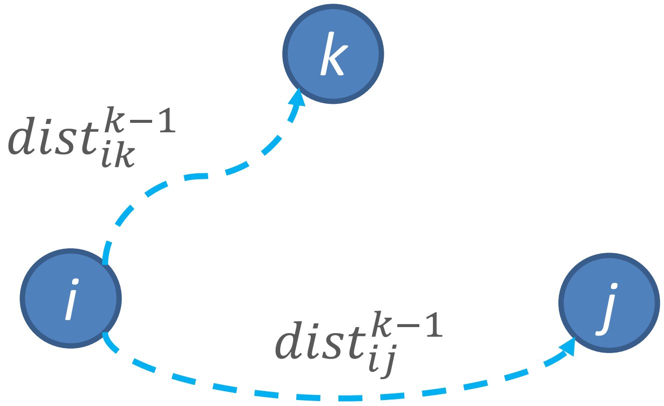
Método de Floyd-Warshall

Método de Floyd-Warshall

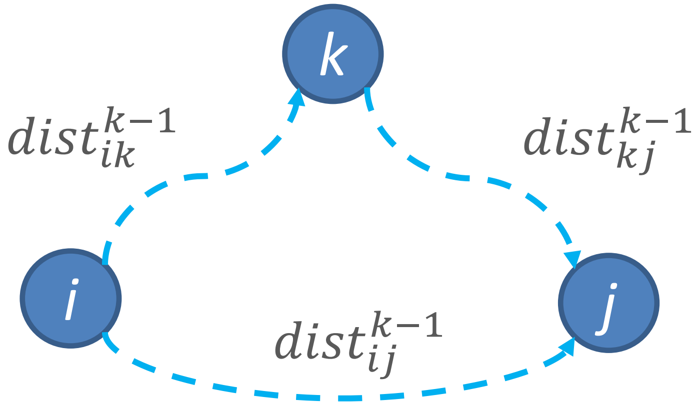
Método de Floyd-Warshall



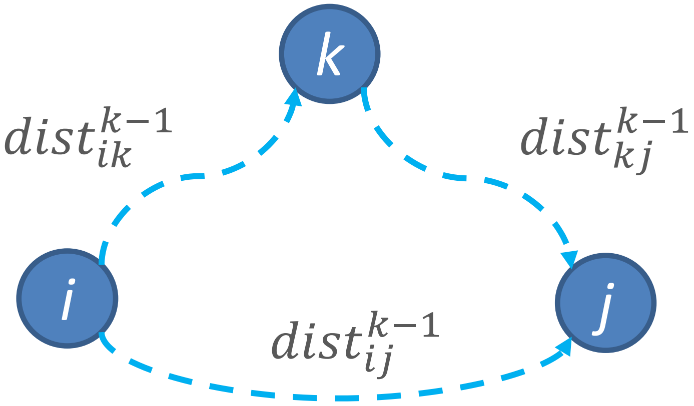
Método de Floyd-Warshall



Método de Floyd-Warshall

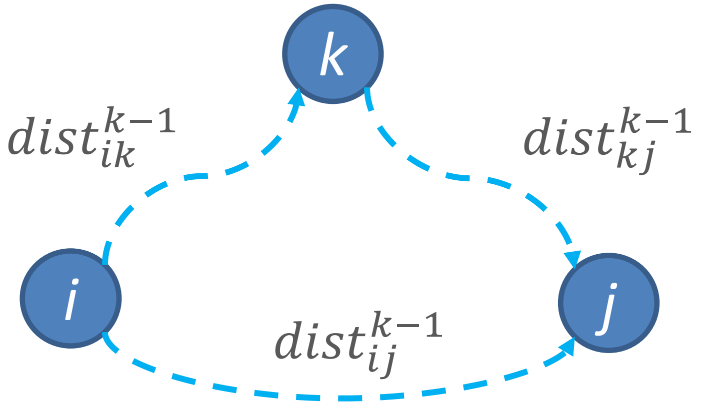


Método de Floyd-Warshall



$$dist_{ij}^{k} = \min\{dist_{ij}^{k-1}, dist_{ik}^{k-1} + dist_{kj}^{k-1}\}$$

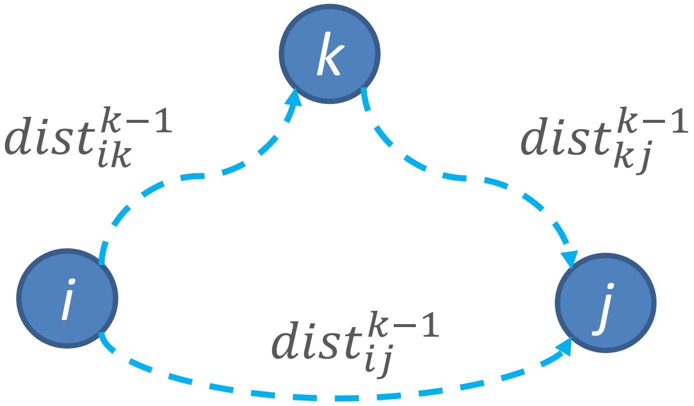
Método de Floyd-Warshall



se dist[i,j] > dist[i,k] + dist[k,j] então
dist[i,j] ← dist[i,k] + dist[k,j]

$$dist_{ij}^{k} = \min\{dist_{ij}^{k-1}, dist_{ik}^{k-1} + dist_{kj}^{k-1}\}$$

Método de Floyd-Warshall



$$dist_{ij}^{k} = \min\{dist_{ij}^{k-1}, dist_{ik}^{k-1} + dist_{kj}^{k-1}\}$$

<u>se</u> dist[i,j] > dist[i,k] + dist[k,j] <u>então</u>
dist[i,j] ← dist[i,k] + dist[k,j]

Para k = 1, 2, . . ., n

Método de Floyd-Warshall – Algoritmo

1. <u>para</u> $i = 1, \ldots, n$ <u>faça</u> // Inicializar distâncias

    <u>para</u> $j = 1, \ldots, n \mid j \neq i$ <u>faça</u> $\text{dist}[i, j] \leftarrow \infty$;

    $\text{dist}[i, i] \leftarrow 0$;

2. <u>para</u> toda aresta $(i, j) \in E(G)$ <u>faça</u> $\text{dist}[i, j] \leftarrow d_{ij}$;

3. <u>para</u> $k = 1, \ldots, n$ <u>faça</u> // Para cada possível intermediário

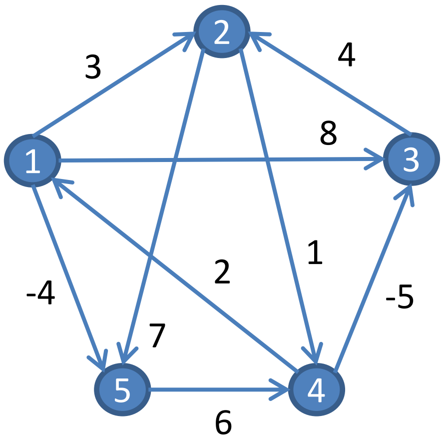
    <u>para</u> $i = 1, \ldots, n$ <u>faça</u>

        <u>para</u> $j = 1, \ldots, n$ <u>faça</u>

            <u>se</u> $\text{dist}[i, j] > \text{dist}[i, k] + \text{dist}[k, j]$ <u>então</u> // Testar caminho de i para j

                $\text{dist}[i, j] \leftarrow \text{dist}[i, k] + \text{dist}[k, j]$; // Atualizar a distância

Método de Floyd-Warshall – Exemplo



Dist^0

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{ij} = \min\{dist_{ij}, dist_{i1} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^0

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist^1

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{11} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{11} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0				
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$\mathbf{Dist}^0$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

$\mathbf{Dist}^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3			
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{11} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{11} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8		
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^0

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{11} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

Dist^1

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{11} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{21} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞				
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{21} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

k = 1

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0			
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{21} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{21} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞		
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{21} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^0

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist^1

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{21} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3					
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{31} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{31} + dist_{1j}\}$$

k = 1

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞				
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4			
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{31} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0		
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{31} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

k = 1

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{31} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{31} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4					
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{41} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2				
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{41} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

k = 1

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5			
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{41} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5		
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{41} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^0

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	$\boxed{2}$	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist^1

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{41} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{41} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	$\boxed{2}$	∞	-5	0	∞
5	$\boxed{\infty}$	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5					

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{51} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{51} + dist_{1j}\}$$

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞				

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞			

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{51} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	$\boxed{2}$	∞	-5	0	∞
5	$\boxed{\infty}$	∞	∞	6	0

$\xrightarrow{k = 1}$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞		

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{51} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁰

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	∞	-5	0	∞
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 1$

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{51} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^0$

	1	2	3	4	5
1	$\boxed{0}$	3	8	∞	-4
2	$\boxed{\infty}$	0	∞	1	7
3	$\boxed{\infty}$	4	0	∞	∞
4	$\boxed{2}$	∞	-5	0	∞
5	$\boxed{\infty}$	∞	∞	6	0

$k = 1$

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{51} + dist_{1j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{ij} = \min\{dist_{ij}, dist_{i2} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{12} + dist_{2j}\}$$

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0				
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{12} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3			
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{12} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8		
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{12} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{12} + dist_{2j}\}$$

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{12} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2					
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{22} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist[1]

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	$\boxed{0}$	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{22} + dist_{2j}\}$$

$k = 2$

Dist[2]

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞				
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0			
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{22} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞		
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{22} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{22} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{22} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	$\boxed{0}$	∞	1	7
3	∞	$\boxed{4}$	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{32} + dist_{2j}\}$$

k = 2

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞				
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{32} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{32} + dist_{2j}\}$$

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4			
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0		
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{32} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	$\boxed{0}$	∞	1	7
3	∞	$\boxed{4}$	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{32} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	$\boxed{0}$	∞	1	7
3	∞	$\boxed{4}$	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{32} + dist_{2j}\}$$

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4					
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{42} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 2

$Dist^2$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2				
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{42} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	$\boxed{0}$	∞	1	7
3	∞	$\boxed{4}$	0	∞	∞
4	2	$\boxed{5}$	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 2

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5			
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{42} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5		
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{42} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 2

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{42} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

$Dist^2$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{42} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

$Dist^2$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5					

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{52} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞				

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{52} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞			

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{52} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 2

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞		

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{52} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^1$

	1	2	3	4	5
1	0	$\boxed{3}$	8	∞	-4
2	∞	$\boxed{0}$	∞	1	7
3	∞	$\boxed{4}$	0	∞	∞
4	2	$\boxed{5}$	-5	0	-2
5	∞	$\boxed{\infty}$	∞	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{52} + dist_{2j}\}$$

$k = 2$

$Dist^2$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist¹

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	∞	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	∞	∞
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 2$

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{52} + dist_{2j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^2$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{ij} = \min\{dist_{ij}, dist_{i3} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

$Dist^3$

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{13} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0				
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{13} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^2$

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{13} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

$Dist^3$

	1	2	3	4	5
1	0	3			
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8		
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{13} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{13} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{13} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{23} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞				
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{23} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	$\boxed{\infty}$	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0			
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{23} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞		
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{23} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	$\boxed{\infty}$	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{23} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{23} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	$\boxed{\infty}$	1	7
3	∞	4	$\boxed{0}$	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\left\{dist_{3j}, dist_{33} + dist_{3j}\right\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞				
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{33} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4			
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{33} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	$\boxed{\infty}$	1	7
3	∞	4	$\boxed{0}$	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{33} + dist_{3j}\}$$

k = 3

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0		
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{33} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 3

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{33} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4					
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{43} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2				
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{43} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	$\boxed{8}$	4	-4
2	∞	0	$\boxed{\infty}$	1	7
3	∞	4	$\boxed{0}$	5	11
4	2	5	$\boxed{-5}$	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{43} + dist_{3j}\}$$

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1			
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5		
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{43} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{43} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{43} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5					

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{53} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞				

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{53} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞			

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{53} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 3

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞		

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{53} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 3$

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{53} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist²

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	5	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 3

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{53} + dist_{3j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{ij} = \min\{dist_{ij}, dist_{i4} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{14} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0				
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{14} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3			
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{14} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1		
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{14} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{14} + dist_{4j}\}$$

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{14} + dist_{4j}\}$$

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^3$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2					
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{24} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{24} + dist_{4j}\}$$

k = 4

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3				
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0			
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{24} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^3

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 4

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4		
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{24} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{24} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{24} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{34} + dist_{4j}\}$$

k = 4

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

k = 4

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7				
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{34} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4			
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{34} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	$\boxed{5}$	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$\xrightarrow{k\,=\,4}$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0		
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{34} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{34} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^3$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	$\boxed{5}$	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{34} + dist_{4j}\}$$

$k = 4$

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4					
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{44} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^3$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	$\boxed{5}$	11
4	2	-1	-5	$\boxed{0}$	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2				
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{44} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1			
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{44} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{44} + dist_{4j}\}$$

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5		
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{44} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{44} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5					

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{54} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	$\boxed{5}$	11
4	2	-1	-5	$\boxed{0}$	-2
5	∞	∞	∞	$\boxed{6}$	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8				

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{54} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^3$

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5			

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{54} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1		

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{54} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	$\boxed{4}$	-4
2	∞	0	∞	$\boxed{1}$	7
3	∞	4	0	$\boxed{5}$	11
4	2	-1	-5	$\boxed{0}$	-2
5	∞	∞	∞	$\boxed{6}$	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{54} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist³

	1	2	3	4	5
1	0	3	8	4	-4
2	∞	0	∞	1	7
3	∞	4	0	5	11
4	2	-1	-5	0	-2
5	∞	∞	∞	6	0

$k = 4$

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{54} + dist_{4j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist^5

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{ij} = \min\{dist_{ij}, dist_{i5} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

k = 5

Dist^5

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{15} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0				
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{15} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

k = 5

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1			
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{15} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3		
2					
3					
4					
5					

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{15} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{15} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{1j} = \min\{dist_{1j}, dist_{15} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2					
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

$Dist^5$

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2					
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{25} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

k = 5

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3				
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{25} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{25} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0			
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{25} + dist_{5j}\}$$

k = 5

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4		
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{25} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	
3					
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3					
4					
5					

$$dist_{2j} = \min\{dist_{2j}, dist_{25} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3					
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{35} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7				
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{35} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4			
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{35} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	$\boxed{3}$
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

$Dist^5$

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0		
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{35} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	$\boxed{3}$
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{35} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4					
5					

$$dist_{3j} = \min\{dist_{3j}, dist_{35} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	$\boxed{3}$
4	2	-1	-5	0	$\boxed{-2}$
5	8	5	1	6	0

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{45} + dist_{5j}\}$$

$\xrightarrow{k = 5}$

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4					
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

k = 5

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2				
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{45} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	$\boxed{3}$
4	2	-1	-5	0	$\boxed{-2}$
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

$Dist^5$

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1			
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{45} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

k = 5

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5		
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{45} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	$\boxed{3}$
4	2	-1	-5	0	$\boxed{-2}$
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{45} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5					

$$dist_{4j} = \min\{dist_{4j}, dist_{45} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	$\boxed{-4}$
2	3	0	-4	1	$\boxed{-1}$
3	7	4	0	5	$\boxed{3}$
4	2	-1	-5	0	$\boxed{-2}$
5	8	5	1	6	$\boxed{0}$

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{55} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

$Dist^5$

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5					

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{55} + dist_{5j}\}$$

k = 5

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8				

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

$Dist^4$

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{55} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

$Dist^5$

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5			

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist^4

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$k = 5$

Dist^5

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1		

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{55} + dist_{5j}\}$$

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{55} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	

Método de Floyd-Warshall – Exemplo

Dist⁴

	1	2	3	4	5
1	0	3	-1	4	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

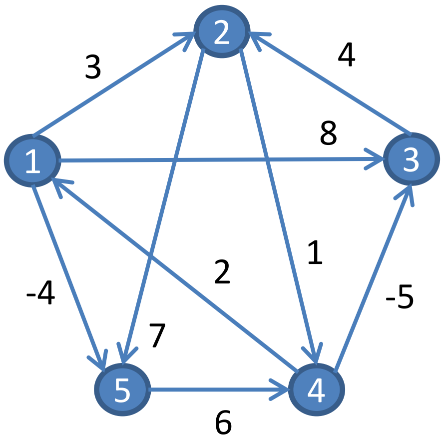
$$dist_{5j} = \min\{dist_{5j}, dist_{55} + dist_{5j}\}$$

$k = 5$

Dist⁵

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0

Método de Floyd-Warshall – Exemplo



Distâncias Mínimas

	1	2	3	4	5
1	0	1	-3	2	-4
2	3	0	-4	1	-1
3	7	4	0	5	3
4	2	-1	-5	0	-2
5	8	5	1	6	0