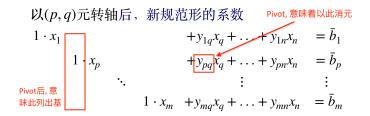
Numerical Optimization, 2020 Fall Homework 3

Due on 14:59 OCT 10, 2020 请尽量使用提供的 tex 模板, 单纯形法的表格可手绘拍照加入文档.

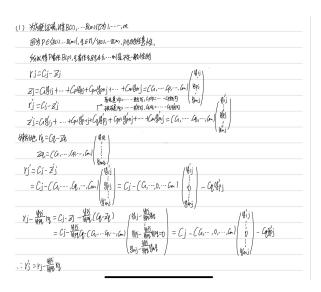
1 单纯形法

以下均考虑非退化线性规划问题即可。

(i) 考虑一线性规划问题的规范型如下:



记进基变量的下标为 q, 转轴前分量 j 对应的 reduced cost 为 r_j , 转轴后对应的 reduced cost 为 r'_j 。 试证明 reduced cost 的更新公式为 $r'_j = r_j - \frac{y_{pj}}{y_{pq}} r_q$ (参考 Lecture 3 中 17 页)。 [20pts]解:



(ii) 单纯形表中右下角的-f 对应当前基本可行解的目标函数值的相反数。试证明, 经过一次转轴后更新的-f 对应更新后基本可行解对应的目标函数值的相反数 (参考 Lecture 3 中 20 页)。 [20pts]

Simplex Method in Tableau Format

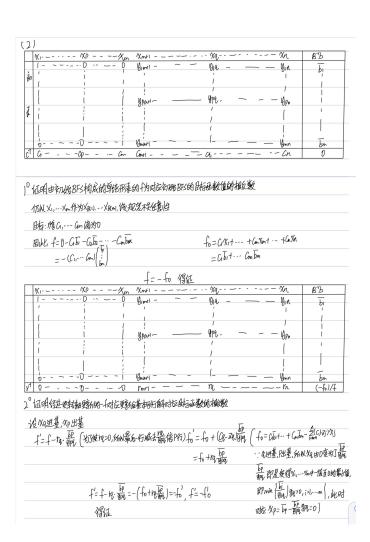
单纯形表(tableau): BFS对应规范形的表格+

既约费用系数和BFS目标值的相反数

x_1		•	x_p	• • •	x_m	x_{m+1}	x_{m+2}	• • •	x_q	• • •	x_n	$B^{-1}b$
1	• • •	•	0	• • •	0	$y_{1,m+1}$	$y_{1,m+2}$	• • • •	y_{1q}	• • •	y_{1n}	\bar{b}_1
	٠.	٠.				:	:		:		:	:
0	• •	•	1	• • •	0	$y_{p,m+1}$	$y_{p,m+2}$	• • •	y_{pq}	• • •	y_{pn}	$ar{b}_p$
				14.		:	:		:		:	:
_ 0		•	0	• • •	1	$y_{m,m+1}$	$y_{m,m+2}$	• • •	y_{mq}	• • •	y_{mn}	\bar{b}_m
·T 0	• •	•	0	• • •	0	r_{m+1}	r_{m+2}	• • •	r_q	• • •	r_n	- f
	ļ	单:	纯刑	彡表	可以	提供计	·算需要	的所	有信	言息.	!	why?

单纯形表可以提供计算需要的所有信息!

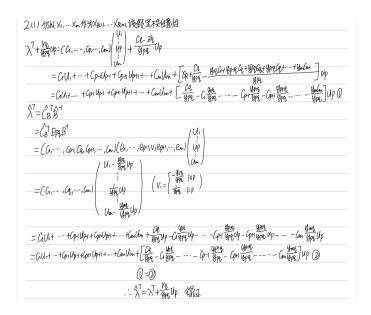
解:



2 修正单纯形法

2.1 证明题

试证明 Lecture 4 中 20 页 λ 的更新公式为: $\hat{\lambda}^T = \lambda^T + \frac{r_q}{y_{pq}} \boldsymbol{u}_p$ 。 [20pts] 解:



2.2 计算题

试用两阶段法求解如下线性规划问题 (详见 Lecture 4 第 13 页), 给出各个步骤的单纯形表。 [40pts]

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & x_1-x_2\\ \text{subject to} & -x_1+2x_2+x_3=2\\ & -4x_1+4x_2-x_3=4\\ & -5x_1+6x_2=6\\ & x_1-x_3=0\\ & x_1,\ x_2,\ x_3\geq 0 \end{array}$$

解:

		-1X1+292+X3+X					
		-47(H47)2-702t7					
		5%1 H126+1%6	=6 à7h	16BFS: (0,0,0	52,4,6,0),pk (9	(4,96,96,97)/1995-1	腱
		16-18+19n=	0				
		X1,%,,%1	3/0				
,						I	
/ 1/1	1/\(\gamma_2\)	1/3	7/4	785	74	X7	b
/ -1	2	- 1		D	0	D	2
-4	4	-(0	1	0	0	4
7 - 2	6	0	O	D	1	D.	6
1	0	~	0	O	0]	0
C ^T O	0	0	1	l	ļ		0
/ χ _i	1/1/2	1/3	% 4	7\%	1/4	X7	b
/ -1/2	1	立	1/2	0	D	0	- 1
1 -2	0	-3	-2		0	D	0
/ -2	0	-3	-3	Ó	1	จ	0
	0	-1	0	0	0)	0
R ^T 3	0	1	6	0	O	0	τ
-							•

	γ,	1/2	1/3	Nμ	Λζ	1/4	χ ₇	Ь
	0	I	¥	1	-4	D	0	1
	1	0	3/2	1	-1/2	0	D	0
独	0	0	0	-1	-	1	้อ	0
	0	0	- 5	4	1/2	0)	0
R^T	0	0	v/4	3	3/2	0	0	O

去0分从及以6

	γ,	1/2	1/2	Yμ	Xs	X7	Ь	
	0	- 1	5/4	- [-4	10		
7		0	3/2		-7	0	0	
I	0	0	-5	1	1/2	1	0	
R^{T}	0	0	C/J	3	3/2	0	0	

	γ,	1/2	1/2	χц	7\\	X7	Ь	
	0	1	0	土	0	7	1	
		0	0	25	-5	35	0	
	0	0	I	2/5	-5	2/5	0	
RT	0	0	0	3	2	1	0	

(K, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/1) 2 (0,1,0,0,0,0)

BFS: (0,1,0)

	1/(1	1/2	1/3	b	s.t947X2478=2
	O	(O	- (-45%+48%-78=4
	l	0	D	0	-591-1602=6 冗铁掉)
	0	0	1	0	1/1-1/3=D
c ^T	1	-1	O	0	XvXx,X3 2D
	Λ(1	1/2	1/3	Ь	
	0	(O	- (.、最优解:(D/1,0) 断磁:-1
	l	0	D	0	
	0	0	1	0	
ęŢ	0	0	Ð.	1	