

Numerical Optimization, 2020 Fall

Homework 1

Due on 14:59 Sep 15, 2020

请尽量使用提供的 tex 模板, 画图部分可手绘拍照加入文档.

1 优化问题的应用

给出目前业界线性规划的一个应用场景. 介绍模型 (变量、约束、目标). 一般的规模是多大?

2 将下述问题建模成线性规划问题

一个原油精练场有 8 百万桶原油 A 和 5 百万桶原油 B 用以安排下个月的生产. 可用这些资源来生产售价为 38 元/桶的汽油, 或者生产售价为 33 元/桶的民用燃料油. 有三种生产过程可供选择, 各自的生产参数如下: 除成本外, 所有的量均以桶为单位. 例如, 对于第一个过程而言, 利用 3 桶原油 A 和 5 桶原油 B 可以生产

	过程1	过程2	过程3
输入原油A	3	1	5
输入原油B	5	1	3
输出汽油	4	1	3
输出燃料油	3	1	4
成本(单位: 元)	51	11	40

4 桶汽油和 3 桶民用燃料油, 成本为 51 元. 表格中的成本指总的成本 (即原油成本和生产过程的成本). 将此问题建模成线性规划, 其能使管理者极大化下个月的净利润.

3 线性规划的等价转换

- (i) 考虑如下线性回归问题. 令 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ 为样本点和对应标签, a 和 b 为线性模型的参数. 线性回归模型可表示为 $y_i = ax_i + b, i = 1, \dots, n$. 用 L_∞ 范数作为该线性模型的损失函数, 则对应的数学规划问题可建模为:

$$\min_{a,b} \max_i |y_i - (ax_i + b)|. \quad (1)$$

将(1)改写成等价的线性规划模型.

(ii) 极小化如下绝对值和问题:

$$\begin{aligned} \min_{x_1, x_2} \quad & |x_1| + |x_2| \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 3x_2 \geq 5 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 5. \end{aligned} \tag{2}$$

- (a) 引入新变量 $x_1^+, x_1^-, x_2^+, x_2^-$, 将问题(2)转换为线性规划问题.
- (b) 分析为何只有当互补条件 (即 $x_1^+ x_1^- = 0, x_2^+ x_2^- = 0$) 成立时, 问题取得最优解.
- (c) 图解法求解问题(2).