算法导论Hw1

作者：PB18030980 高海涵

question 1:

（1）

```
int find(array a[],int n,element v){
    for i in range(1,n){
        if(a[i]==v)
            return i;
    }
    return NIL;
}
```

(2) 循环前后的永真式，当i循环到j时，要么在a[j]中找到v，要么a[1]-a[j]中不含v（*）

j=1 根据a[1]==v判断数组中第一个元素是不是和v相匹配

假设j=k时，满足永真式，当j=k+1时

说明a[k]!=v,根据假设，a[1],a[2]....a[k-1]均不等于v

所以得到推论，a[1],a[2]....a[k]中均不含v

归纳结果：扩展数组成员，在数组末端增加一个元素，变成长度为n+1的数组

如果j=n+1，则得出结论，数组前n个元素没有v这个元素

反正，如果a[n]==v,则返回n，找到对应元素，而且可以确定前n-1个元素中没有对应的元素

question 2:

a wrong f(n)=$1 \div n$

b right max(f(n),g(n))<f(n)+g(n)<2*max(f(n),g(n))

c Θ(f(n))满足：c_2f(n)<Θ(f(n))<c_1f(n)

O(f(n))满足：O(f(n))<=cf(n)

f(n)+O(f(n))>f(n)

f(n)+O(f(n))<=f(n)+c(f(n))=(c+1)f(n)

c_1=1,c_2=c+1

d wrong f(n)=g(n)=n

question 3:

Stirling's approximation n!=Θ($\sqrt{(2*n*\Pi)}$*$(n \div e)^n$)

lg(n!)=lg($\sqrt{(2*n*\Pi)}$)+nlg(n)-nlg(e)

所以lg(n!)=Θ(nlg(n))

$\lim\limits_{n\to\infty}$ n!÷n^n=$\lim\limits_{n\to\infty}$($\sqrt(n)$÷e^n)=0 n!=o($/n^n$)

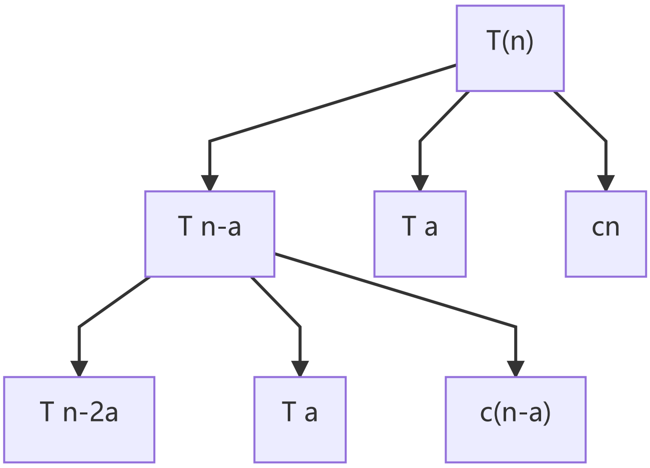
$\lim\limits_{n\to\infty}$ n!÷2^n>$\lim\limits_{n\to\infty}$ $(n \div 2e)^n$=∞ n!=$\omega(2^n)$

question 4:

T(n)=O(lg(n)) T(n/2)=O(lg(n/2))=O(lg(n)-1)

T(n/2)+1=O(lg(n)-1)+O(1)=O(lg(n))=T(n)

question 5:



只画出递归树的两层结构，可以看出，时间复杂度的递归式为

$T = c(n + n - a + n - 2a + ...+0) + T(a) * n \div a = n^2 \div 2a + T(a) * n \div a$

$T = \Theta(n^2)$

question 6:

(a) b=4 a=2 $log_2 4 = 1 \div 2$

case 3: $\sqrt(n)$=Θ($n^{0.5} \times (lgn)^k$) k=0 $T(n) = \Theta(\sqrt(n) \times lgn)$

(b) $f(n) = n^2 = \Omega(n^{1/2-\epsilon})T(n) = \Theta(n^{1/2})$

question 7:

$a = 4, b = 2, log_b a = 2, n^2, n^2 < n^2 \times lgn$

但是不存在ϵ,使得$n^2 lgn = \Omega(n^{2+\epsilon})$

不能使用主方法

对于此问题，采用递推式展开计算

assume $n = 2^k$

$T(n) = T(2^k) = 4 \times T(2^{k-1}) + 4^k \times k$

$T(2^{k-1}) = 4 \times T(2^{k-2}) + 4^{k-1} \times (k - 1)$

代入得$T(2^k) = 16 \times T(2^{k-2}) + 4^k(k + (k - 1))$

迭代至T(1) $T(2^k) = 4^k \times T(1) + 4^k \sum^{i=0 \to k} i$

利用求和公式，得到最终结果 $T(2^k) = 4^k \times T(1) + 4^k \times (k+1) \times k \div 2$

在k->∞ 得到

$T(2^k) = \Theta(T(1) \times 4^k + 4^k \times k^2)$

最终结果是

$T(n) = \Theta((n)^2 \times log_2(n))$