

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA

GUSTAVO ALVES PACHECO

**MAXIMIZAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS**

Uberlândia-MG

2019

GUSTAVO ALVES PACHECO

**MAXIMIZAÇÃO DE UMA FUNÇÃO DE DUAS VARIÁVEIS**

Trabalho apresentado ao curso de Engenharia de Computação da Universidade Federal de Uberlândia, como requisito parcial de avaliação da disciplina de Algoritmos Genéticos.

Prof.: Keiji Yamanaka

Uberlândia-MG

2019

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO .....	4
2.	OBJETIVOS .....	4
3.	MATERIAIS E MÉTODOS .....	5
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	5
5.	CONCLUSÃO .....	9
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	11

## 1. INTRODUÇÃO

Anteriormente, havia sido implementado um algoritmo genético simples, para maximização de funções pré-determinadas. Tal algoritmo utilizava tanto o método da roleta quanto do torneio para seleção dos indivíduos da nova espécie. Também havia sido implementado o sistema de elitismo, que copiava os melhores indivíduos de uma geração para a próxima.

Tal versão do algoritmo suportava funções de uma variável real, otimizando a função no plano  $R^2$ . Entretanto, algumas aplicações possuem mais de uma entrada de dados, ou seja, necessitam de funções com mais de uma variável.

Diante desta problemática, novos desafios aparecem, como a nova técnica de crossover em dois pontos, e a mutação de todos os bits de cada indivíduo. O primeiro, sobre o crossover, pressupõe uma abordagem de representação de dados em  $n$  bits. Sendo que desses  $n$  bits, metade será destinada para representação da coordenada  $x$  do indivíduo, e a outra metade, a coordenada  $y$ .

Esse crossover, de dois pontos, visa gerar maior diversidade dos filhos em relação aos pais, já que o cromossomo original é dividido em dois pontos (três partes), e a parte central dos dois pais é trocada. O processo de mutação de bits individuais é obtido percorrendo a *string* binária, e gerando uma probabilidade de mutação para cada posição. Caso essa probabilidade seja menor que a de entrada no algoritmo, aquele bit em específico é modificado.

Além disso, para que os novos requisitos sejam testados, a função a ser maximizada passa a ser a seguinte:

$$f(x, y) = 21,5 + x \sin(4\pi x) + y \sin(20\pi y)$$

## 2. OBJETIVOS

- Modificar o algoritmo genético implementado até o momento para que suporte maximizações de funções de duas variáveis
- Implementar crossover de dois pontos
- Implementar mutação bit a bit
- Criar método para plotagem dos gráficos em três dimensões
- Aprimorar o conhecimento obtido até o momento sobre algoritmos genéticos

Como objetivos extras, tem-se:

- Expandir o algoritmo para que se torne uma função de alta ordem, possibilitando a entrada de funções a serem otimizadas
- Otimizar o processo de plotagem da função em 3d e em 2d
- Permitir que a interface suporte todas as configurações possíveis, incluindo entrada de funções, modo de operação (2d/3d) e ajustes gerais

### 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Os métodos utilizados foram semelhantes aos usados anteriormente, embora os materiais tenham sido diferentes.

Para que fosse possível a plotagem em 3d de forma eficiente, o código precisou ser reescrito em uma linguagem que permitisse tal tecnologia. A linguagem escolhida foi o Racket, que faz parte da família Lisp, não se distanciando da linguagem usada até o momento (Common Lisp). O *port* foi de certa forma trabalhoso, mas após a reescrita, o código ficou certamente mais rápido, eficiente e livre de erros. Como interface de desenvolvimento, foi utilizado o DrRacket.

Para confecção da interface gráfica, utilizou-se a linguagem *racket/gui*, um recurso nativo da própria linguagem Racket. O processo de plotagem foi realizado através das funções do pacote *plot*.

Como métodos, utilizou-se uma abordagem *top-down*, com auxílio de um framework SCRUM para desenvolvimento ágil. O código produzido segue majoritariamente uma abordagem funcional, mas possui elementos procedurais, para facilitar a leitura de algumas funções.

Durante o desenvolvimento, a documentação de funções se mostrou fundamental. Principalmente, para que algumas estruturas de dados fossem melhor especificadas, e a execução do código fosse correta.

Optou-se por modificar a forma de estruturamento de dados, para oferecer suporte às funções de duas variáveis. Tal decisão será abordada melhor na próxima seção.

### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente, foi necessário reescrever completamente o código original, de Common Lisp para Racket. Durante essa etapa, alguns erros foram corrigidos, e várias funções foram otimizadas, optando por utilizar recursões de cauda, as quais são transformadas em iterações pelo próprio compilador da linguagem.

Além disso, o retorno da função principal mudou. Antes, a plotagem ocorria simultaneamente aos cálculos. Isso representa um erro grave em performance, já que o processo era repetidamente interrompido para a exibição gráfica. Na nova versão, todo o algoritmo é executado antes que qualquer gráfico seja gerado, e o retorno da função passa a ser uma lista contendo todas as  $n$ -gerações de populações. Tendo em mãos todos os indivíduos do processo, o processo de plotagem pode acontecer em sequência, junto com a exibição dos valores encontrados.

Estes dois elementos contribuíram bastante para a melhoria de eficiência do algoritmo, permitindo cálculos de maiores populações, com maiores resoluções, em menos tempo.

Depois dessa reescrita, vários testes foram feitos para garantir que o funcionamento ainda estava correto, para as funções já testadas. Nesse momento, optou-se por expandir a função principal, tornando-a de alta ordem, permitindo que outras funções fossem passadas como argumentos para a primeira. Vale lembrar que este não é um recurso trivial e comum em linguagens de programação, sendo que apenas linguagens com certa familiaridade com (ou com elementos importados do) Lisp o possuem.

A partir daí, foi feita a adaptação do código para duas variáveis, ainda permitindo que as mesmas funções pudessem operar com uma variável. Houveram problemas a respeito do intervalo de cada variável. Devido à representação binária, deve-se adotar um procedimento próprio para números com sinal. Geralmente, a estratégia utilizada é o complemento de dois, que usa o bit mais significativo para indicar o sinal do número. Entretanto, os valores máximos que passam a ser representados com a mesma resolução de bits diminuem pela metade.

Para simplificar esse processo, visto que a própria função de conversão decimal para binário fora implementada anteriormente, optou-se por deslocar a faixa de valores das variáveis por um valor constante, para que ambos os intervalos sejam positivos (após ser feito o cálculo do fitness, visando garantir a integridade da aptidão). A conversão em binário ocorre e, em sequência, as operações genéticas acontecem. Ao término das mesmas, as faixas de valores são novamente deslocadas para o original, novamente se preocupando com a confiabilidade dos dados na próxima geração.

O crossover de dois pontos foi implementado, mas decidiu-se não representar as duas coordenadas do indivíduo em uma mesma *string* de  $n$  caracteres. Ao invés, a *string* passa a ter um tamanho de  $2n$ , sendo que cada dimensão é representada em  $n$  bits. Assim, a precisão se mantém alta, com um custo não tão grande de processamento extra.

Em relação ao processo de plotagem, inicialmente foi utilizada a estratégia de *refresh* a cada geração. Entretanto, havia *flickering* constante na tela e, em três dimensões, era impossível observar os pontos se movimentando pelo gráfico. Logo, uma nova estratégia foi desenvolvida, que partia da utilização de um *canvas* com background invisível, sendo que a cada geração, uma imagem da função pré-renderizada era colocada como fundo desse *canvas*. Em cima disso, os pontos eram animados. Precisou-se pensar

em uma maneira de fixar o eixo z do gráfico, pegando o melhor e o pior indivíduo de todos os encontrados.

Com o *software* em mãos, vários testes foram realizados. Alguns deles estão ilustrados abaixo. Os parâmetros utilizados em cada teste podem ser observados na própria interface, à esquerda.

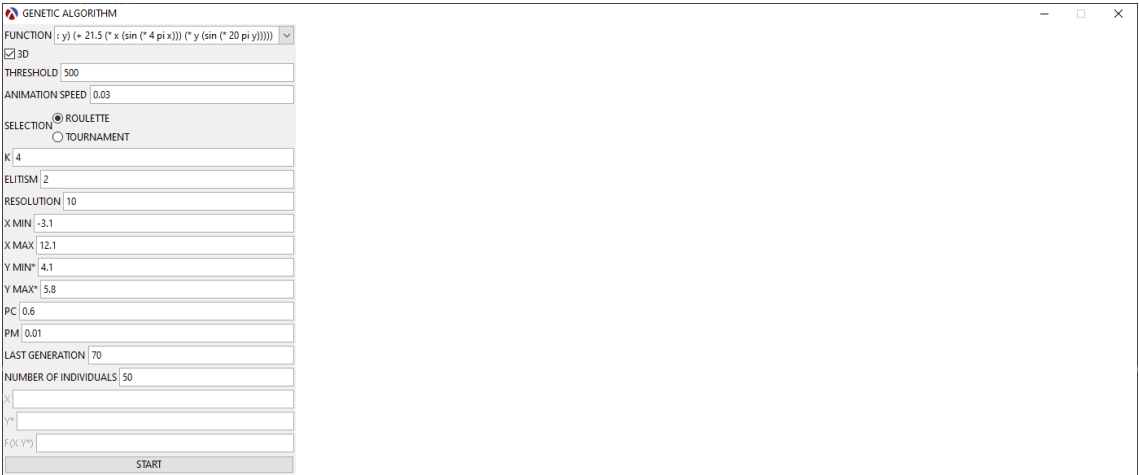


Figura 1: Interface refeita, exibida com os valores padrões do aplicativo

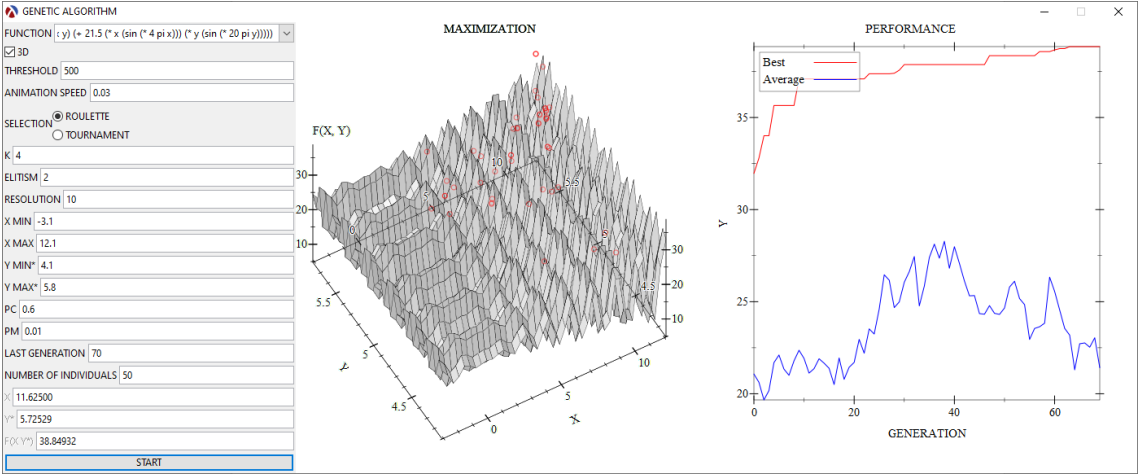


Figura 2: Maximização da função desejada, utilizando roleta

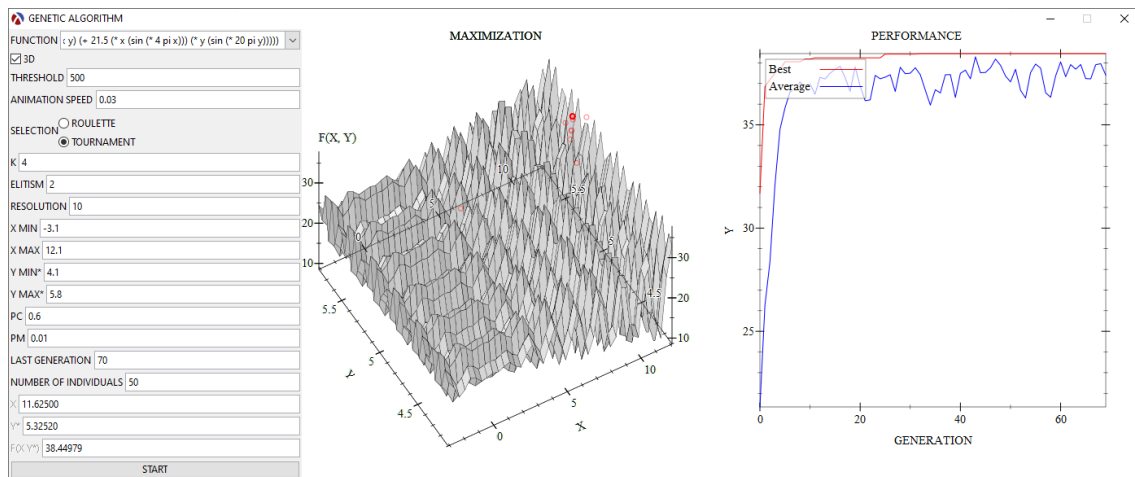


Figura 3: Maximização da função desejada, utilizando torneio, nota-se a melhoria na média geral da população e a rápida convergência dos valores

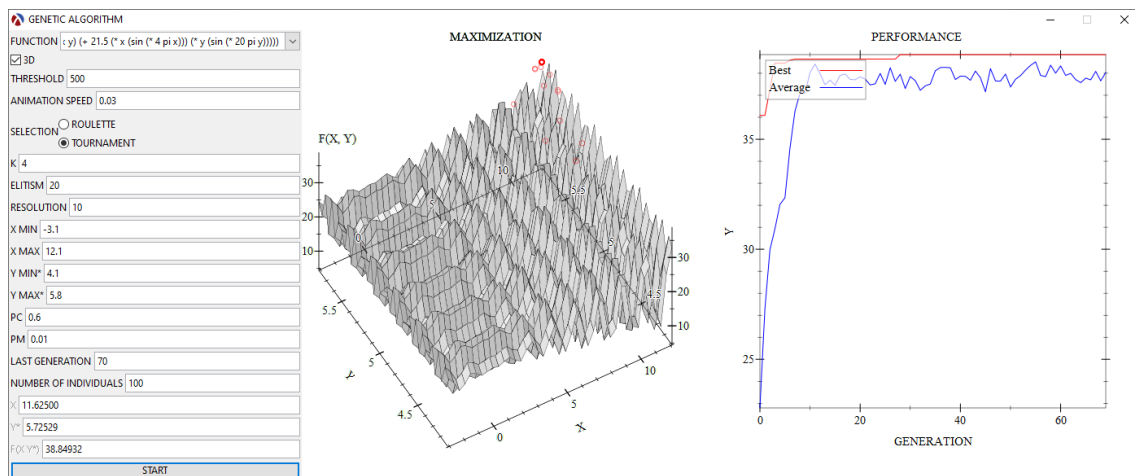


Figura 4: Melhor situação encontrada, utilizando torneio, um grande número de indivíduos e elitismo elevado

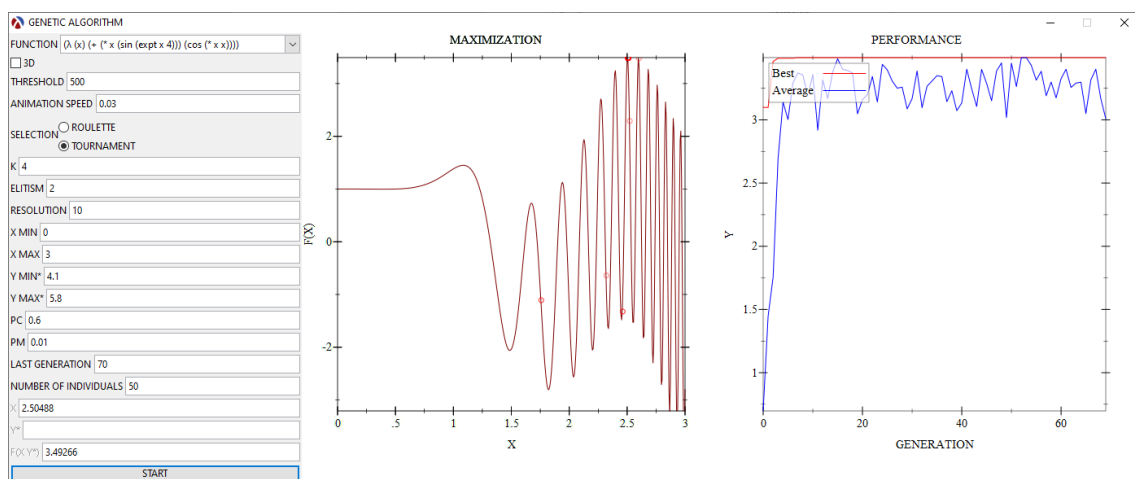


Figura 5: Otimização de funções de uma variável, utilizando a mesma interface



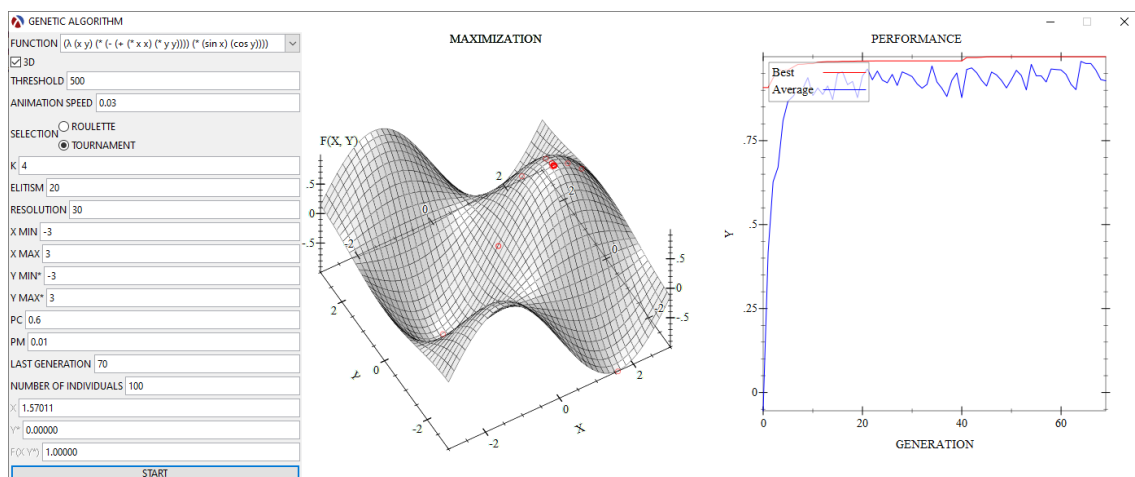


Figura 6: Otimização de funções de duas variáveis. Nota-se que a função foi passada como parâmetro para o algoritmo

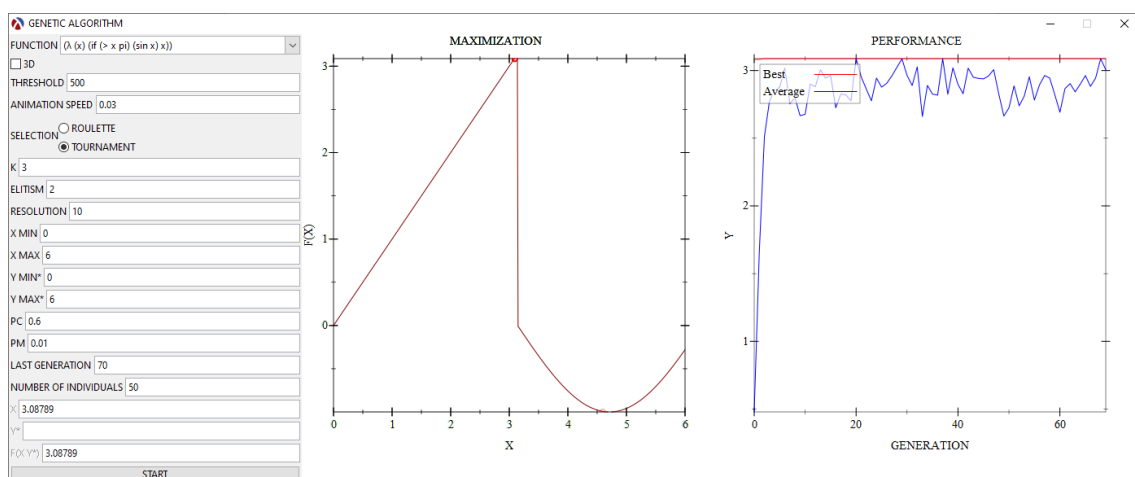


Figura 7: Função otimizada contendo operadores condicionais

## 5. CONCLUSÃO

Como observado pelos testes, existe uma certa problemática no que diz respeito ao ajuste dos parâmetros para que a melhor situação seja encontrada. Certamente, um dos sucessos para a execução correta do algoritmo é essa configuração.

Embora apresente uma complexidade elevada (como observado nos gráficos de superfície), o algoritmo foi preciso e exato na determinação do maior valor, em determinadas situações de ajustes.

Novamente, surpreende-se com o poder dos algoritmos genéticos, com as técnicas copiadas e inspiradas da natureza, espelhando os processos que ocorrem naturalmente. É interessante ver a gama de aplicações que começam a surgir, que possam utilizar o maquinário fornecido pelos AG's e que, certamente, resolverão problemas complexos e, aparentemente impossíveis, no mundo tecnológico que está por vir.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Mallawaarachchi, V. (7 de Julho de 2017). *Introduction to Genetic Algorithms*. Fonte: Towards Data Science: <https://towardsdatascience.com/introduction-to-genetic-algorithms-including-example-code-e396e98d8bf3>
- Montesanti, J. d. (s.d.). *Seleção natural*. Fonte: InfoEscola: <https://www.infoescola.com/evolucao/selecao-natural/>
- Tomassini, M. (s.d.). A Survey of Genetic Algorithms. *Annual Reviews of Computational Physics, Volume III*.
- Yamanaka, P. K. (Agosto de 2017). *ALGORITMOS GENÉTICOS: Fundamentos e Aplicações*.
- Zini, É. d., Neto, A. B., & Garbelini, E. (18 de Novembro de 2014). ALGORITMO MULTI OBJETIVO PARA OTIMIZAÇÃO DE PROBLEMAS RESTRITOS APLICADOS A INDÚSTRIA. *Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria*.