КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДІ	ЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
------------------------------	----------------------

Задачи по дискретной математике для контрольных и самостоятельных работ

Булевы функции

Издательство
Казанского федерального университета
2012

Печатается по решению методической комиссии Института ВМиИТ Протокол № 6 от 16 февраля 2012 г.

кафедры системного анализа и информационных технологий Казанского (Приволжского) федерального университета Протокол $N^{0}6$ от 15 февраля 2012 г.

Составители:

канд. физ.-мат. наук А.В. Васильев, докт. физ.-мат. наук, проф. Н.К. Замов, канд. физ.-мат. наук, доц. П.В. Пшеничный

Рецензент канд. физ.-мат. наук, доц. Н.Н. Нурмеев

Задачи по дискретной математике для контрольных и самостоятельных работ. Булевы функции: Учебный практикум / А.В. Васильев, Н.К. Замов, П.В. Пшеничный. — 2-е изд., перераб. и доп. — Казань: Издательство Казанского федерального университета, 2012. — 57с.

Практикум предназначен для студентов, изучающих курс "Дискретная математика", а также для преподавателей, ведущих практические занятия по данному курсу.

1. Выписать все пары соседних, противоположных и несравнимых наборов из множества A.

```
1.1. A = \{(01101), (11100), (11000), (00111), (11111)\}
 1.2. A = \{(01101), (01010), (10101), (01001), (11111)\}
 1.3. A = \{(11110), (00001), (00110), (11111), (01111)\}
 1.4. A = \{(11101), (00111), (01111), (01000), (10000)\}
 1.5. A = \{(00001), (01000), (01001), (00111), (10111)\}
 1.6. A = \{(01001), (11011), (01101), (10101), (00100)\}
 1.7. A = \{(10011), (10101), (01100), (11010), (00100)\}
 1.8. A = \{(00001), (10111), (10100), (11110), (01001)\}
 1.9. A = \{(00101), (10101), (01011), (10010), (10100)\}
1.10. A = \{(11011), (10000), (11000), (00111), (10001)\}
1.11. A = \{(10111), (01001), (01101), (11100), (00011)\}
1.12. A = \{(01100), (10100), (11110), (10011), (00011)\}
1.13. A = \{(00000), (11011), (10111), (01010), (00100)\}
1.14. A = \{(01011), (00011), (11101), (11111), (00010)\}
1.15. A = \{(11000), (00111), (01111), (01100), (01011)\}
1.16. A = \{(00010), (11011), (01010), (00000), (11101)\}
1.17. A = \{(10110), (00001), (00011), (10111), (11110)\}
1.18. A = \{(01100), (10011), (11010), (01011), (01000)\}
1.19. A = \{(10011), (01100), (01001), (11101), (01011)\}
1.20. A = \{(00100), (01000), (10111), (11000), (11111)\}
1.21. A = \{(01011), (10100), (01111), (10110), (10000)\}
1.22. A = \{(10110), (11100), (01000), (00111), (10111)\}
1.23. A = \{(00111), (10011), (00100), (11000), (01100)\}
1.24. A = \{(00010), (00011), (10001), (11100), (10010)\}
1.25. A = \{(01010), (11110), (00000), (01111), (00001)\}
1.26. A = \{(11010), (10010), (10001), (01101), (11000)\}
1.27. A = \{(11100), (11001), (01011), (10100), (11110)\}
1.28. A = \{(11100), (00001), (10110), (00011), (10011)\}
1.29. A = \{(10010), (11000), (01000), (00101), (11010)\}
1.30. A = \{(10010), (00001), (11001), (01101), (01111)\}
```

2. Выписать все пары соседних, противоположных и несравнимых наборов из множества A.

```
2.1. A = \{(10001), (10101), (01010), (11011), (00000), (01110), (11001), (00011)\}
 2.2. A = \{(11101), (00010), (10111), (00110), (10001), (01111), (00001), (00101)\}
 2.3. A = \{(11110), (00010), (00100), (10111), (00110), (01000), (01110), (10011)\}
 2.4. A = \{(00010), (11010), (01001), (10000), (10010), (11110), (11011), (00001)\}
 2.5. \ A = \{(11001), (10100), (10011), (10110), (01000), (11010), (00100), (10111)\}
 2.6. A = \{(00100), (01111), (10101), (10111), (10010), (01101), (01110), (11001)\}
 2.7. A = \{(01110), (10100), (00001), (11000), (00000), (10111), (10001), (11100)\}
 2.8. A = \{(10100), (11100), (01011), (00001), (11000), (10110), (10011), (00000)\}
 2.9. A = \{(11101), (01101), (00011), (11100), (11110), (01010), (01011), (00111)\}
2.10. A = \{(00110), (11100), (00111), (10000), (10111), (01000), (10101), (00100)\}
2.11. A = \{(10000), (01111), (10100), (10110), (01010), (10011), (11010), (10111)\}
2.12. A = \{(00101), (01100), (01111), (00011), (11111), (11100), (11010), (01110)\}
2.13. A = \{(10110), (11111), (01000), (01001), (00001), (11101), (11001), (00011)\}
2.14. A = \{(11111), (01100), (10110), (10011), (00100), (01000), (10101), (11010)\}
2.15. A = \{(00101), (01000), (11111), (11001), (01011), (10100), (01111), (11000)\}
2.16. A = \{(10011), (10010), (11011), (10000), (00000), (11001), (11111), (01011)\}
2.17. A = \{(11110), (11011), (10101), (01110), (10001), (01101), (11101), (00100)\}
2.18. A = \{(10111), (01110), (11000), (01010), (11100), (00000), (00111), (00101)\}
2.19. A = \{(00111), (11010), (00001), (11110), (11100), (11111), (00010), (00000)\}
2.20. A = \{(01011), (11100), (01000), (10101), (10111), (01101), (01111), (001111)\}
2.21. A = \{(01010), (01110), (10111), (10100), (11101), (10101), (00010), (11100)\}
2.22. A = \{(01001), (11010), (11100), (00010), (11101), (00001), (11110), (00111)\}
2.23. A = \{(01011), (11110), (01000), (01110), (10100), (00010), (01001), (00111)\}
2.24. A = \{(00000), (00111), (10111), (11110), (10001), (01110), (01101), (11100)\}
2.25. A = \{(01000), (10111), (00111), (00000), (11100), (11111), (00011), (11000)\}
2.26. A = \{(11000), (11010), (00010), (10010), (11101), (01101), (00101), (10110)\}
2.27. A = \{(00100), (01010), (10001), (01100), (00011), (10111), (11100), (01011)\}
2.28. A = \{(01000), (00011), (11110), (11101), (01111), (10000), (01001), (00001)\}
2.29. A = \{(10010), (01101), (11101), (11111), (01000), (01111), (01011), (01010)\}
2.30. A = \{(10011), (10000), (01011), (10110), (01000), (01001), (01101), (11100)\}
```

- 3. Построить таблицу функции от 4 переменных, которая равна 1 на наборах вида $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$, где
 - 3.1. $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \alpha_4$
 - 3.2. $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \oplus \alpha_4$
 - 3.3. $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \sim \alpha_4$
 - 3.4. $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$
 - 3.5. $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$
 - 3.6. $\alpha_1 \vee \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
 - 3.7. $\alpha_1\alpha_2=\alpha_3\oplus\alpha_4$
 - 3.8. $\alpha_1\alpha_2=\alpha_3\sim\alpha_4$
 - 3.9. $\alpha_1\alpha_2=\alpha_3\rightarrow\alpha_4$
- 3.10. $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$
- 3.11. $\alpha_1\alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
- 3.12. $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \sim \alpha_4$
- 3.13. $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$
- 3.14. $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$
- 3.15. $\alpha_1 \oplus \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
- 3.16. $\alpha_1 \sim \alpha_2 = \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$
- 3.17. $\alpha_1 \sim \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$
- 3.18. $\alpha_1 \sim \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
- 3.19. $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 = \alpha_3 \mid \alpha_4$
- 3.20. $\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
- 3.21. $\alpha_1 \mid \alpha_2 = \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
- 3.22. $\alpha_1 \vee \alpha_2 > \alpha_3 \alpha_4$
- 3.23. $\alpha_1 \oplus \alpha_2 > \alpha_3 \mid \alpha_4$
- 3.24. $\alpha_1 \sim \alpha_2 > \alpha_3 \downarrow \alpha_4$
- $3.25. \ \alpha_1 \mid \alpha_2 > \alpha_3 \rightarrow \alpha_4$
- 3.26. $\alpha_1\alpha_2 > \alpha_3 \sim \alpha_4$
- $3.27. \ \alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \geq \alpha_3 \alpha_4$
- 3.28. $\alpha_1 \oplus \alpha_2 \geq \alpha_3 \vee \alpha_4$
- 3.29. $\alpha_1 \mid \alpha_2 \geq \alpha_3 \sim \alpha_4$
- 3.30. $\alpha_1 \downarrow \alpha_2 \geq \alpha_3 \oplus \alpha_4$

- 4. По таблице для функции f(x,y,z) построить таблицу для функции f(z,x,y).
 - 4.1. f(x, y, z) = (01000111)
 - 4.2. f(x, y, z) = (00101011)
 - 4.3. f(x, y, z) = (11001101)
 - 4.4. f(x, y, z) = (00000100)
 - 4.5. f(x, y, z) = (11101100)
 - 4.6. f(x, y, z) = (11010010)
 - 4.7. f(x, y, z) = (11001000)
 - 4.8. f(x, y, z) = (01111001)
 - 4.9. f(x, y, z) = (110111110)
- 4.10. f(x, y, z) = (011111100)
- 4.11. f(x, y, z) = (00001011)
- 4.12. f(x, y, z) = (011111111)
- 4.13. f(x, y, z) = (01100111)
- 4.14. f(x, y, z) = (11011101)
- 4.15. f(x, y, z) = (10001001)
- 4.16. f(x, y, z) = (00000111)
- 4.17. f(x, y, z) = (10001110)
- 4.18. f(x, y, z) = (10010101)
- 4.19. f(x, y, z) = (10000110)
- 4.20. f(x, y, z) = (00000010)
- 4.21. f(x, y, z) = (00001111)
- 4.22. f(x, y, z) = (11010111)
- 4.23. f(x, y, z) = (11010000)
- 4.24. f(x, y, z) = (11101010)
- 4.25. f(x, y, z) = (11011011)
- 4.26. f(x, y, z) = (01110101)
- 4.27. f(x, y, z) = (11110010)
- 4.28. f(x, y, z) = (01010000)
- 4.29. f(x, y, z) = (10000010)
- 4.30. f(x, y, z) = (11010101)

5. По функциям f и g, заданным векторно, построить векторное представление функции h.

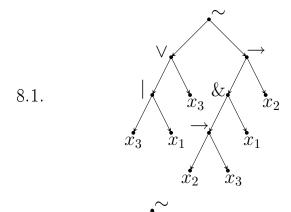
$$\begin{array}{l} 5.1.\ f = (0001),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,g(x_1,x_3)) \lor g(x_2,x_3) \\ 5.2.\ f = (0111),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(g(x_1,x_2),x_1) \&\ g(x_1,x_3) \\ 5.3.\ f = (1001),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_2) \oplus g(f(x_1,x_1),x_3) \\ 5.4.\ f = (0110),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_3) \sim g(x_2,f(x_1,x_1)) \\ 5.5.\ f = (1110),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,f(x_1,x_1)) \to g(x_2,x_3) \\ 5.6.\ f = (1000),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_2),\ x_1) \downarrow g(x_2,x_3) \\ 5.7.\ f = (1011),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,x_1) \lor g(x_2,x_3,x_3) \\ 5.8.\ f = (0010),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,x_1) \lor g(x_2,x_3,x_3) \\ 5.9.\ f = (0100),\ g = (1101),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,g(x_2,x_1)) \&\ g(x_2,x_2) \\ 5.10.\ f = (0001),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,x_1) \to g(f(x_2,x_3),x_1) \\ 5.12.\ f = (0011),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,x_1) \to g(f(x_2,x_3),x_1) \\ 5.13.\ f = (0110),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_3) \to g(x_1,x_2) \\ 5.14.\ f = (1000),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_1) \lor g(g(x_1,x_1),x_3) \\ 5.15.\ f = (0010),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_1) \lor g(g(x_1,x_1),x_3) \\ 5.16.\ f = (1110),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,x_3) \&\ g(x_3,g(x_1,x_2)) \\ 5.16.\ f = (1110),\ g = (0100),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_3,x_3) \&\ g(x_3,x_3) \to g(x_3,x_1) \\ 5.19.\ f = (0011),\ g = (1110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_3) \downarrow\ g(f(x_3,x_2),x_1) \\ 5.19.\ f = (0110),\ g = (1110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_3) \downarrow\ g(f(x_3,x_2),x_1) \\ 5.20.\ f = (0001),\ g = (1110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_3) \downarrow\ g(f(x_3,x_2),x_1) \\ 5.21.\ f = (0001),\ g = (1110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_2,x_3) \downarrow\ g(f(x_3,x_2),x_1) \\ 5.22.\ f = (0010),\ g = (1110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_2) \oplus\ g(x_3,x_3) \\ 5.23.\ f = (0001),\ g = (0110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_2) \oplus\ g(x_3,x_3) \\ 5.24.\ f = (0111),\ g = (0110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_2) \oplus\ g(x_3,x_3) \\ 5.24.\ f = (0111),\ g = (0110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_2) \oplus\ g(x_3,x_3) \\ 5.24.\ f = (0010),\ g = (0110),\ h(x_1,x_2,x_3) = f(x_1,x_2) \oplus\ g(x_1,x_2) \\ 5.$$

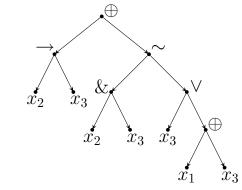
6. Построить таблицу функции, заданной формулой.

- 6.1. $((x_1 \mid x_2) \mid x_3) \rightarrow x_1$
- 6.2. $(x_1 \mid x_2) \lor x_2 x_3$
- 6.3. $((x_1 \oplus x_2) \sim x_2) \mid x_3$
- 6.4. $x_1 \vee (x_2x_3 \oplus x_1)$
- 6.5. $x_1 \downarrow (x_2 \downarrow (x_2 \mid x_3))$
- 6.6. $((x_1 \oplus x_2) \mid x_1)x_3$
- 6.7. $(x_1 \sim x_2) \lor (x_3 \downarrow x_2)$
- 6.8. $((x_1 \lor x_2) \sim x_2) \oplus x_3$
- 6.9. $x_1 \vee (x_2 \downarrow x_1 x_3)$
- 6.10. $(x_1 \lor x_2) \sim (x_3 \downarrow x_1)$
- 6.11. $(x_1 \oplus x_2) \downarrow (x_3 \lor x_1)$
- 6.12. $(x_1 \mid x_2x_3)x_1$
- 6.13. $(x_1 \to x_2) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 6.14. $x_1(x_1 \downarrow x_2)x_3$
- 6.15. $x_1 \sim ((x_2 \mid x_3) \oplus x_1)$
- 6.16. $x_1 \mid (x_2x_3 \oplus x_3)$
- 6.17. $x_1 \downarrow ((x_2 \sim x_3) \downarrow x_1)$
- 6.18. $(x_1 \sim (x_2 \downarrow x_3)) \oplus x_1$
- 6.19. $x_1 \sim x_2 x_3 \sim x_3$
- 6.20. $x_1 \vee x_2(x_1 \sim x_3)$
- 6.21. $(x_1 \downarrow x_2)(x_2 \rightarrow x_3)$
- 6.22. $x_1 \mid (x_2 x_1 \sim x_3)$
- 6.23. $(x_1 \downarrow x_2)(x_2 \downarrow x_3)$
- 6.24. $x_1 \mid ((x_2 \sim x_3) \oplus x_3)$
- 6.25. $(x_1 \mid x_2) \sim (x_2 \downarrow x_3)$
- 6.26. $x_1 \to ((x_1 \lor x_2) \to x_3)$
- 6.27. $(x_1 \lor (x_1 \downarrow x_2)) \mid x_3$
- 6.28. $(x_1 \mid x_2) \mid (x_3 \rightarrow x_2)$
- 6.29. $(x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)) \lor x_2$
- 6.30. $((x_1 \mid x_2) \oplus x_3)x_1$

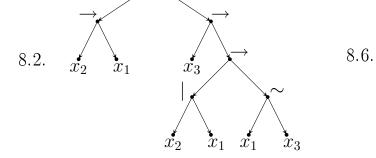
- 7. Построить диаграмму, характеризующую строение формулы над множеством $\Phi = \{ -, \&, \lor, \oplus, \sim, \to, |, \downarrow \}$. Указание: в случае ассоциативных операций применять группировку влево.
 - 7.1. $((x_2 \downarrow x_3) \to x_1) \mid ((x_3x_1) \oplus \overline{x_1x_3})$
 - 7.2. $(((x_1x_2) \lor x_1) \downarrow (x_2 \to x_3)) \sim (x_3x_2)$
 - 7.3. $(x_3x_1) \sim (x_3 \vee x_2) \sim (x_3 \mid (x_3 \downarrow x_1))$
 - 7.4. $(x_1 \lor x_2) \oplus (((x_1x_2) \lor x_2) \mid (x_2 \sim x_1))$
 - 7.5. $((x_2x_3) \sim x_3) \to ((x_2 \sim x_1) \to \overline{x_1 \vee x_2})$
 - 7.6. $((x_1 \oplus (x_3 \downarrow x_1)) \downarrow (x_1 \oplus x_3))(x_1 \mid x_2)$
 - 7.7. $((x_3 \oplus x_2 \oplus x_3) \mid (x_1 \sim x_2)) \mid (x_3 \downarrow x_1)$
 - 7.8. $\overline{x_2x_1}(((x_3 \oplus x_2) \mid x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_1))$
 - 7.9. $x_2(x_3 \mid x_2)(x_1 \oplus (x_2 \sim x_3) \oplus x_2)$
- 7.10. $(((x_3 \oplus x_2) \to x_1) \sim ((x_3 \mid x_2) \mid x_3)) \vee x_2$
- 7.11. $\overline{x_3 \sim x_1} \oplus ((x_2 \sim x_3)(x_3 \oplus (x_2 \sim x_3)))$
- 7.12. $(\overline{x_3x_1} \lor x_2) \sim (((x_2 \sim x_1) \downarrow x_3) \oplus x_3)$
- 7.13. $(x_2 \sim (x_2 \mid (x_1 \lor x_3))) \mid ((x_2 \downarrow x_1) \sim x_1)$
- 7.14. $(x_3 \to x_1) \oplus ((x_1 \downarrow x_2) \mid ((x_1 \to x_3) \mid x_3))$
- 7.15. $\overline{(x_2x_3x_2) \sim ((x_2 \sim x_3) \oplus (x_1 \to x_3))}$
- 7.16. $((x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)) \mid \overline{x_1 \sim x_2}) \sim (x_1 \vee x_2)$
- 7.17. $(x_1 \sim x_2 \sim (x_2 \oplus (x_2 x_1))) \mid (x_2 \mid x_3)$
- 7.18. $(((x_2 \lor x_3)x_3) \lor x_2) \to (x_1 \lor (x_2 \sim x_3))$
- 7.19. $((x_3 \lor x_1)(x_1 \mid (x_2 \sim x_3))) \sim (x_3 \mid x_1)$
- 7.20. $(((x_3 \sim x_2) \downarrow x_3)x_2) \oplus (x_1 \downarrow (x_2 \downarrow x_3))$
- 7.21. $\overline{((x_2 \downarrow x_3) \downarrow x_1) \mid ((x_2 \mid x_1) \downarrow (x_2 \oplus x_3))}$
- 7.22. $(x_2 \sim x_3 \sim x_1) \to \overline{(x_1 \vee x_3) \mid (x_1 \oplus x_2)}$
- 7.23. $(((x_3 \mid x_1)x_1) \to (x_3 \downarrow x_1)) \sim (x_3 \downarrow x_2)$
- 7.24. $((x_3 \sim x_1) \downarrow x_3) \mid ((x_3 \rightarrow (x_3 \oplus x_2)) \mid x_3)$
- 7.25. $x_1 \mid (((x_2 \oplus x_3) \sim (x_1 \downarrow x_2)) \oplus (x_3 \downarrow x_1))$
- 7.26. $(x_1((x_2 \to x_1) \sim x_3)) \downarrow (x_1 \downarrow (x_3 \mid x_1))$
- 7.27. $\overline{x_2 \mid x_1} \downarrow ((x_2 \oplus x_3) \lor ((x_3 x_1) \to x_1))$
- 7.28. $(x_1 \to x_3)x_2 \to (x_2 \to (x_3 \to (x_3 \mid x_2)))$
- 7.29. $((x_2 \oplus x_3) \vee x_1) \oplus (x_1 \to ((x_3 \oplus x_1)x_2))$
- 7.30. $((x_3 \downarrow (x_3 \oplus x_2)) \to (x_1 \lor x_3)) \downarrow (x_2 \sim x_1)$

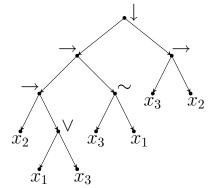
8. По диаграмме восстановить формулу.

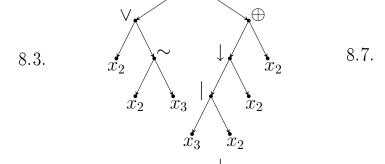


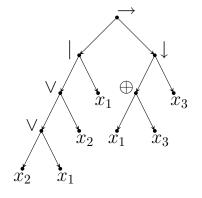


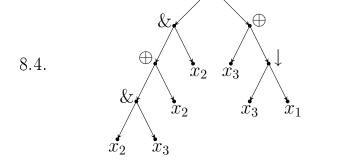
8.5.

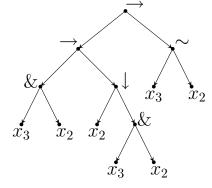




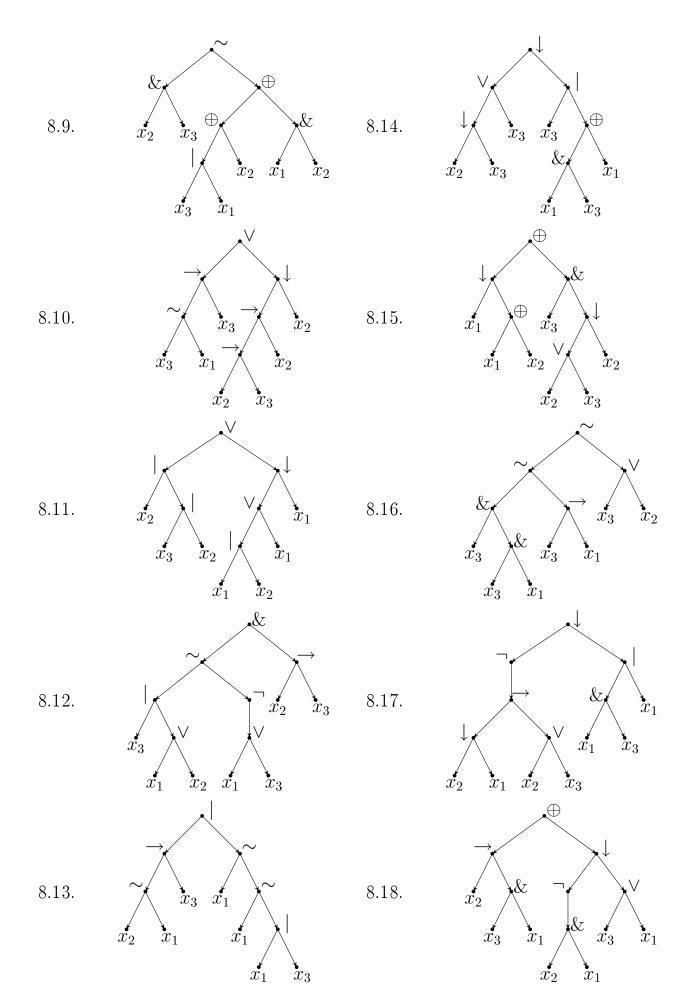


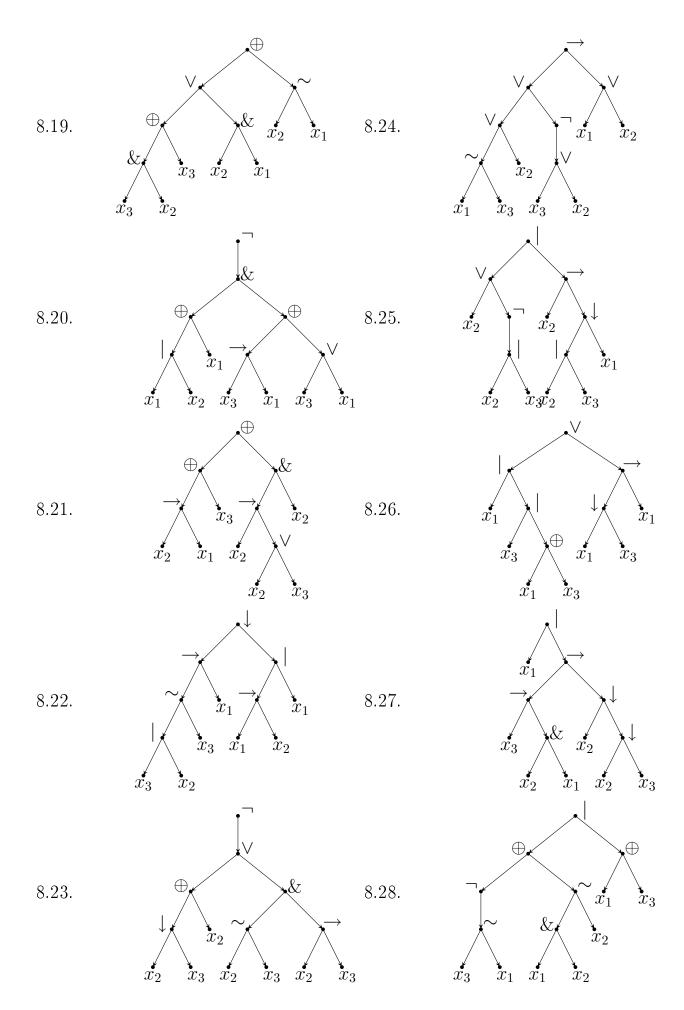


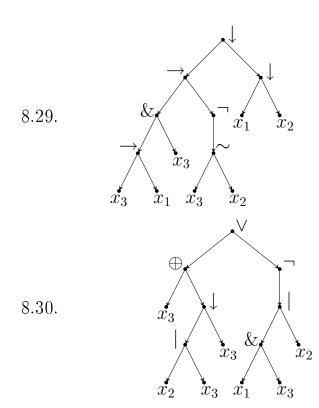




8.8.







- 9. Проверить эквивалентность формул Φ и Ψ , построив таблицы.
 - 9.1. $\Phi = x_1(x_2 \vee x_3), \ \Psi = x_1x_2 \vee x_1x_3$
 - 9.2. $\Phi = x_1(x_2 \oplus x_3), \ \Psi = x_1x_2 \oplus x_1x_3$
 - 9.3. $\Phi = x_1(x_2 \sim x_3), \ \Psi = x_1x_2 \sim x_1x_3$
 - 9.4. $\Phi = x_1(x_2 \to x_3), \ \Psi = x_1x_2 \to x_1x_3$
 - 9.5. $\Phi = x_1(x_2 \mid x_3), \Psi = (x_1x_2) \mid (x_1x_3)$
 - 9.6. $\Phi = x_1(x_2 \downarrow x_3), \ \Psi = (x_1x_2) \downarrow (x_1x_3)$
 - 9.7. $\Phi = x_1 \vee (x_2 x_3), \ \Psi = (x_1 \vee x_2)(x_1 \vee x_3)$
 - 9.8. $\Phi = x_1 \vee (x_2 \oplus x_3), \ \Psi = (x_1 \vee x_2) \oplus (x_1 \vee x_3)$
 - 9.9. $\Phi = x_1 \vee (x_2 \sim x_3), \ \Psi = (x_1 \vee x_2) \sim (x_1 \vee x_3)$
- 9.10. $\Phi = x_1 \lor (x_2 \to x_3), \ \Psi = (x_1 \lor x_2) \to (x_1 \lor x_3)$
- 9.11. $\Phi = x_1 \vee (x_2 \mid x_3), \ \Psi = (x_1 \vee x_2) \mid (x_1 \vee x_3)$
- 9.12. $\Phi = x_1 \lor (x_2 \downarrow x_3), \ \Psi = (x_1 \lor x_2) \downarrow (x_1 \lor x_3)$
- 9.13. $\Phi = x_1 \oplus (x_2 x_3), \ \Psi = (x_1 \oplus x_2)(x_1 \oplus x_3)$
- 9.14. $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \vee x_3), \ \Psi = (x_1 \oplus x_2) \vee (x_1 \oplus x_3)$
- 9.15. $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \sim x_3), \ \Psi = (x_1 \oplus x_2) \sim (x_1 \oplus x_3)$
- 9.16. $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \to x_3), \ \Psi = (x_1 \oplus x_2) \to (x_1 \oplus x_3)$
- 9.17. $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \mid x_3), \ \Psi = (x_1 \oplus x_2) \mid (x_1 \oplus x_3)$
- 9.18. $\Phi = x_1 \oplus (x_2 \downarrow x_3), \ \Psi = (x_1 \oplus x_2) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 9.19. $\Phi = x_1 \mid (x_2 x_3), \ \Psi = (x_1 \mid x_2) \lor (x_1 \mid x_3)$
- 9.20. $\Phi = x_1 \mid (x_2 \vee x_3), \Psi = (x_1 \mid x_2)(x_1 \mid x_3)$
- 9.21. $\Phi = x_1 \mid (x_2 \oplus x_3), \ \Psi = (x_1 \mid x_2) \oplus (x_1 \mid x_3)$
- 9.22. $\Phi = x_1 \mid (x_2 \sim x_3), \ \Psi = (x_1 \mid x_2) \sim (x_1 \mid x_3)$
- 9.23. $\Phi = x_1 \mid (x_2 \to x_3), \ \Psi = (x_1 \mid x_2) \to (x_1 \mid x_3)$
- 9.24. $\Phi = x_1 \mid (x_2 \downarrow x_3), \ \Psi = (x_1 \mid x_2) \downarrow (x_1 \mid x_3)$
- 9.25. $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 x_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow x_2) \lor (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.26. $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \lor x_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow x_2)(x_1 \downarrow x_3)$
- 9.27. $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.28. $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow x_2) \sim (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.29. $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \to x_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow x_2) \to (x_1 \downarrow x_3)$
- 9.30. $\Phi = x_1 \downarrow (x_2 \mid x_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow x_2) \mid (x_1 \downarrow x_3)$

10. Используя основные эквивалентности, доказать эквивалентность формул Φ и Ψ .

$$\begin{array}{l} \Psi \ H \ \Psi. \\ 10.1. \ \Phi = \overline{(x_3 \mid x_2)} \mid ((x_3 \downarrow x_1) \vee \overline{x}_3), \ \Psi = (x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow (x_2 \vee x_3) \\ 10.2. \ \Phi = x_3 \mid ((x_1 \oplus x_2) \sim x_2), \ \Psi = \overline{(x_2 \downarrow x_3)} \mid ((x_1 \sim x_3) \downarrow x_1) \\ 10.3. \ \Phi = x_2x_3(\overline{(x_3 \mid x_3 \downarrow x_2)}) \vee (x_2 \sim (x_3 \oplus x_1)), \ \Psi = (x_2 \mid x_3) \downarrow (x_1x_3) \\ 10.4. \ \Phi = (x_2 \mid x_1) \sim (x_3 \oplus x_1) \sim (x_1 \vee x_3), \ \Psi = \overline{x_1} \vee (x_2 \sim x_3) \\ 10.5. \ \Phi = (x_3 \sim (x_2x_3)) \oplus ((x_2 \vee x_1)x_1), \ \Psi = x_1 \oplus (x_3 \rightarrow x_2) \\ 10.6. \ \Phi = ((x_1 \oplus x_2) \mid (x_2 \vee x_1)) \sim (x_3 \mid x_2), \ \Psi = x_1 \oplus (x_2 \rightarrow x_3) \\ 10.7. \ \Phi = ((x_3 \sim x_1) \mid x_1) \downarrow (x_3 \mid x_2), \ \Psi = x_1(x_2x_3 \vee (x_1 \downarrow x_2)) \\ 10.8. \ \Phi = (x_3 \vee (x_2 \sim x_1)) \rightarrow (\overline{x_3} \rightarrow x_1), \ \Psi = \overline{((x_2 \sim x_3) \downarrow (x_2 \vee x_1))} \\ 10.9. \ \Phi = (x_1x_3) \rightarrow ((x_1 \oplus x_2) \vee x_2 \vee x_1), \ \Psi = \overline{((x_1x_1x_2) \rightarrow (x_3x_1))} \\ 10.10. \ \Phi = (x_1(x_3 \sim x_1)) \downarrow (\overline{x_1} \vee (x_2 \mid x_1)), \ \Psi = \overline{((x_1x_1x_2) \rightarrow (x_3x_1))} \\ 10.11. \ \Phi = (x_2(x_3 \rightarrow x_2)) \downarrow ((x_1 \rightarrow x_2) \vee x_3), \ \Psi = \overline{x_3}(\overline{x_1 \mid (x_3 \sim x_2)}) \\ 10.12. \ \Phi = (x_2 \rightarrow x_1) \mid (x_3 \vee x_1 \vee (x_1 \mid x_2)), \ \Psi = x_1 \oplus (x_1 \vee (x_1 \oplus x_2)) \\ 10.13. \ \Phi = ((x_2 \oplus x_3) \mid (x_1 \sim x_2))x_3x_1, \ \Psi = ((x_2 \downarrow x_1) \vee (x_1 \sim x_3))x_1 \\ 10.14. \ \Phi = ((x_1 \rightarrow x_2) \mid x_1)(x_3 \vee (x_3 \mid x_2)), \ \Psi = x_1 \rightarrow ((x_2 \vee x_3) \rightarrow \overline{x_2}) \\ 10.15. \ \Phi = ((x_2 \oplus x_3)(x_3 \mid x_1)) \mid (\overline{x_3} \oplus (x_3 \mid x_2)), \ \Psi = x_1 \rightarrow ((x_2 \vee x_3) \rightarrow \overline{x_2}) \\ 10.16. \ \Phi = ((x_3 \vee x_1) \sim (x_3 \oplus x_2)) \vee (x_3 \mid \overline{x_2}), \ \Psi = x_3 \vee (x_2 \mid x_3) \vee (x_1 \mid x_3) \\ 10.17. \ \Phi = x_3 \mid (x_1 \downarrow (x_2x_3)), \ \Psi = x_3 \rightarrow ((x_1 \vee x_3) \vee (x_2 \wedge x_3))) \\ 10.18. \ \Phi = ((x_1 \oplus x_3) \rightarrow x_1) \vee ((x_2 \vee x_3) \oplus x_3), \ \Psi = (x_2 \downarrow x_3) \mid ((x_3 \sim x_1) \downarrow x_1) \\ 10.19. \ \Phi = (x_1 \sim x_3) \mid ((\overline{x_3} \rightarrow (x_1 \mid x_2))x_1), \ \Psi = (x_1 \rightarrow x_2) \vee (x_1 \oplus x_3) \vee (x_1 \oplus x_3) \\ 10.20. \ \Phi = x_1 \oplus (x_1 \vee ((x_2 \sim x_1) \rightarrow (x_2 \oplus x_1))), \ \Psi = (x_1 \rightarrow x_2) \vee (x_1 \oplus x_3) \vee (x_1 \oplus x_3) \\ 10.22. \ \Phi = (((x_2x_1) \downarrow (x_1 \mid x_2)) \rightarrow x_1), \ \Psi = ((x_1 \downarrow x_2) \vee (x_1 \downarrow x_3)) \wedge x_1 \rightarrow x_2 \\ 10.23. \ \Phi = (x_1 \mid x_2) \oplus ((x_1 \downarrow x_2) \rightarrow x_1), \ \Psi = (x_1 \rightarrow x_2) \oplus ((x_1 \downarrow x_3) \vee (x_1 \oplus x_3) \\ 10.24. \ \Phi = ((x_2 \mid x_1) \vee (x_1$$

10.30. $\Phi = \overline{(((x_2 \sim x_1) \oplus (x_2 \sim x_3)) \sim \overline{(x_3 \vee x_2)})}, \ \Psi = (x_1 \sim x_2) \sim (x_3 \mid x_2)$

11. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ.

- 11.1. $(x_2 \vee x_1) \mid \overline{(x_3 \sim \overline{x}_1)}$
- 11.2. $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \mid x_1)$
- 11.3. $(((x_2x_1) \vee \overline{x}_3) \rightarrow \overline{x}_3)$
- 11.4. $(((x_1x_2) \to x_3) \vee \overline{x}_2)$
- 11.5. $((x_2 \lor x_3)x_1) \sim (x_1 \lor x_2)$
- 11.6. $((x_3 \rightarrow x_1) \downarrow \overline{x}_2) \mid \overline{x}_1$
- 11.7. $\overline{x_2 \sim x_3} \rightarrow (x_1 \vee x_2)$
- 11.8. $((x_2 \mid x_3) \downarrow x_3) \downarrow x_1$
- 11.9. $x_2 \rightarrow \overline{\overline{x_3 \mid x_1} \sim x_1}$
- 11.10. $((x_2 \to \overline{x}_1)x_3) \mid \overline{x}_2$
- 11.11. $\overline{(x_3 \mid x_2) \vee x_1} \downarrow x_3$
- 11.12. $((x_1 \lor x_2) \sim x_3) \downarrow x_1$
- 11.13. $(x_1 \lor (x_3x_2)) \oplus x_2$
- 11.14. $(x_3 \mid x_2) \sim (x_1 \vee x_2)$
- 11.15. $(x_1 \to x_3) \downarrow (x_2 \to (x_1 x_3))$
- 11.16. $(x_3 \oplus x_2) \to (x_1 \mid x_3)$
- 11.17. $(x_3 \mid x_1) \to (x_2 \to x_1)(x_2 \to x_3)$
- 11.18. $x_1 \mid ((x_2 \oplus x_3)x_1x_3)$
- 11.19. $(x_1 \lor x_3) \to ((x_2 \lor x_1) \oplus x_2)$
- 11.20. $((x_3 \mid x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2)) \mid x_3$
- 11.21. $((x_1 \mid x_2)x_2) \lor ((x_2 \mid x_3)x_2)$
- 11.22. $(x_3 \to x_2)x_1 \oplus x_3$
- 11.23. $(x_2 \mid x_3)(x_1 \mid x_3)x_2$
- 11.24. $(x_3 \downarrow x_1) \mid (x_2 \sim x_1)$
- 11.25. $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_1)$
- 11.26. $(x_1 \downarrow x_3) \rightarrow ((x_2 \mid x_3)x_1)$
- 11.27. $x_3 \sim (x_1 \to (x_2 \downarrow x_3))$
- 11.28. $(x_1 \to x_2) \oplus (x_1 \sim x_3)$
- 11.29. $(x_1 \lor x_2) \mid ((x_1x_2) \to (x_3 \to x_2))$
- 11.30. $(x_1 \oplus x_2 \oplus x_3) \mid x_1$

12. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к СДНФ.

- 12.1. $\overline{x_1 \sim x_2 \sim (x_1 \vee x_3)}$
- 12.2. $(\overline{x_1x_2} \downarrow x_3) \oplus x_1$
- 12.3. $(x_1 \lor x_2)(x_3 \mid x_1)$
- 12.4. $(x_1 \mid x_2) \oplus x_1 \oplus x_3$
- 12.5. $(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 12.6. $x_1 \oplus ((x_2 \oplus x_3) \mid x_2)$
- 12.7. $x_1 \sim ((x_2 \downarrow x_3) \downarrow x_3)$
- 12.8. $(x_1 \mid x_2) \oplus (x_3 \downarrow x_2)$
- 12.9. $(x_1 \lor x_2)(x_1 \mid x_3)$
- 12.10. $\overline{x_1 \lor x_2 \lor x_2} \oplus x_3$
- 12.11. $((x_1 \mid x_2) \lor x_2) \sim x_3$
- 12.12. $\overline{x_1 \oplus (x_2 \sim (x_3 \vee x_2))}$
- 12.13. $((x_1 \sim x_2) \to x_2) \oplus x_3$
- 12.14. $(x_1 \lor (x_2 \to x_3)) \oplus x_1$
- 12.15. $(x_1 \to x_2) \to (x_1 \downarrow x_3)$
- 12.16. $\overline{x_1 \to x_2} \sim (x_3 \oplus x_1)$
- 12.17. $x_1 \sim ((x_2 \oplus x_3) \downarrow x_3)$
- 12.18. $(x_1 \mid x_2)(x_2 \sim x_3)$
- 12.19. $x_1 \oplus (x_2 \downarrow \overline{x_1 \oplus x_3})$
- 12.20. $(x_1 \lor x_2) \to (x_3 \downarrow x_1)$
- 12.21. $x_1 \downarrow ((x_2 \lor x_3) \oplus x_2)$
- 12.22. $(x_1 \mid x_2) \sim \overline{x_3 \sim x_2}$
- 12.23. $(x_1 \oplus x_2)(x_2 \vee x_3)$
- 12.24. $(x_1 \downarrow x_2)x_2 \downarrow x_3$
- 12.25. $(x_1 \to x_2) \oplus x_1 \oplus x_3$
- 12.26. $((x_1 \mid x_2) \downarrow x_2) \oplus x_3$
- 12.27. $((x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3) \downarrow x_1$
- 12.28. $x_1 \sim ((x_2 \oplus x_3) \to x_3)$
- 12.29. $(x_1 \to x_2)(x_3 \oplus x_2)$
- 12.30. $\overline{x_1(x_2 \sim x_3)}x_2$

13. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ.

13.1.
$$\overline{x}_2((x_3 \to x_1) \oplus x_2)$$

13.2.
$$((x_1 \downarrow \overline{x}_3) \mid x_1)\overline{x}_2$$

13.3.
$$((x_3 \sim x_1) \lor x_2) \oplus x_1$$

13.4.
$$x_3 \mid (\overline{(x_2\overline{x}_1)} \mid (x_1\overline{x}_2x_3))$$

13.5.
$$((((x_1 \oplus \overline{x}_3) \vee \overline{x}_2)\overline{x}_2) \oplus \overline{x}_1)$$

13.6.
$$((x_1 \downarrow x_3) \lor (x_2 \mid x_2)\overline{x}_1)$$

13.7.
$$(x_1 \vee \overline{x}_2)\overline{(x_2 \vee \overline{x}_3)}(x_2 \vee \overline{x}_1)\overline{x}_1$$

13.8.
$$x_2 \lor (x_1 \oplus x_3)(x_1 \lor \overline{x}_2)$$

13.9.
$$((x_1 \sim x_3)x_2) \oplus x_1$$

13.10.
$$((x_1 \sim x_3) \to x_2) \vee x_2$$

13.11.
$$(((x_1 \oplus x_2) \sim \overline{x}_1) \downarrow \overline{x}_3)$$

13.12.
$$x_3 \mid (\overline{(x_1\overline{x}_2)} \oplus \overline{x}_1)$$

13.13.
$$(((x_3 \lor x_2)x_1) \sim x_1)$$

13.14.
$$(x_3 \mid (\overline{(x_1 \to \overline{x}_2)})) \mid \overline{x}_3$$

13.15.
$$((x_1 \downarrow \overline{x}_2) \mid (x_3 \overline{x}_1))x_3$$

13.16.
$$(x_2 \to x_1)x_2(x_3 \vee \overline{x}_2)$$

13.17.
$$(x_1 \mid x_3)x_2 \sim x_1$$

13.18.
$$((x_3x_1) \sim x_2)(x_1 \sim x_2)$$

13.19.
$$(x_1 \vee \overline{(x_2 \sim \overline{x_3})} \vee \overline{x_3}) \sim x_2$$

13.20.
$$x_1((x_3 \to \overline{x}_2) \oplus x_2)$$

13.21.
$$((x_1 \oplus x_2)x_3) \vee x_2$$

13.22.
$$((x_1 \downarrow x_2) \lor x_3)\overline{x_3}$$

13.23.
$$((x_1 \downarrow \overline{(x_1 \mid \overline{x}_3)}) \downarrow \overline{x}_2)$$

13.24.
$$(((x_1 \mid x_2) \downarrow x_3) \sim x_3)$$

13.25.
$$((x_1(x_3 \downarrow x_2) \lor x_3) \to x_2)$$

13.26.
$$((x_2 \sim (x_1 \vee \overline{x}_3) \sim \overline{x}_3) \vee \overline{x}_1)$$

13.27.
$$((x_2 \oplus x_3) \mid x_1) \downarrow x_3$$

13.28.
$$x_3(\overline{(x_1 \to x_2)} \mid (x_2 \downarrow x_1))$$

13.29.
$$((x_1 \oplus x_2) \mid x_3) \downarrow x_2$$

13.30.
$$(\overline{(x_1 \lor x_2)}(x_1 \lor x_3)) \to (\overline{x}_1 \mid x_3)$$

14. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к СКНФ.

- 14.1. $(x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_3 \mid x_2)$
- 14.2. $x_1 \lor ((x_2 \sim x_1) \downarrow x_3)$
- 14.3. $(x_1 \mid x_2) \oplus (x_1 \lor x_3)$
- 14.4. $(x_1 \to x_2)(x_3 \to x_2)$
- 14.5. $\overline{(x_1x_2 \sim x_3) \oplus x_1}$
- 14.6. $\overline{(x_1 \downarrow (x_1 \sim x_2)) \downarrow x_3}$
- 14.7. $(x_1 \lor x_2) \to x_2 x_3$
- 14.8. $(x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)) \sim x_3$
- 14.9. $((x_1 \lor x_2) \oplus x_3) \sim x_1$
- 14.10. $x_1x_2 \sim x_2 \sim x_3$
- 14.11. $\overline{x_1(x_2 \sim \overline{x_2 \mid x_3})}$
- 14.12. $(x_1 \mid x_2) \oplus (x_3 \rightarrow x_1)$
- 14.13. $x_1 \oplus ((x_2 \to x_1) \downarrow x_3)$
- 14.14. $\overline{x_1 \sim (x_2 x_3 \downarrow x_2)}$
- 14.15. $x_1 \oplus ((x_1 \sim x_2) \vee x_3)$
- 14.16. $(x_1 \mid x_2)\overline{x_1x_3}$
- 14.17. $(x_1 \oplus x_2) \sim (x_2 \downarrow x_3)$
- 14.18. $x_1 \sim ((x_1 \sim x_2) \downarrow x_3)$
- 14.19. $x_1 \to \overline{\overline{x_1 \vee x_2} \to x_3}$
- 14.20. $x_1 \oplus x_2 \oplus (x_3 \to x_1)$
- 14.21. $(x_1 \lor x_2) \mid (x_3 \oplus x_1)$
- 14.22. $(x_1 \lor (x_2 \oplus x_3)) \mid x_2$
- 14.23. $\overline{(x_1 \lor x_2) \sim x_1 x_3}$
- 14.24. $(x_1 \sim x_2) \oplus (x_3 \mid x_1)$
- 14.25. $x_1 \sim ((x_2 \mid x_3) \downarrow x_3)$
- 14.26. $(x_1 \lor x_2) \mid \overline{x_1 \oplus x_3}$
- 14.27. $\overline{(x_1 \to x_2)x_1} \sim x_3$
- 14.28. $(x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3 x_1$
- 14.29. $x_1x_2 \sim x_1 \sim x_3$
- 14.30. $x_1 \oplus x_2 \oplus (x_1 \mid x_3)$

- 15. Построить полином Жегалкина, используя эквивалентные преобразования.
 - 15.1. $x_1 \to ((x_2 \lor x_3) \downarrow x_1)$
 - 15.2. $(x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3)) \to x_2$
 - 15.3. $x_1 \sim ((x_2 \sim x_3) \to x_3)$
 - 15.4. $\overline{(\overline{x_1x_2} \to x_3) \oplus x_1}$
 - 15.5. $\overline{x_1 \downarrow (x_1 \sim x_2)} \rightarrow x_3$
 - 15.6. $(x_1 \mid (x_2 \lor x_3)) \oplus x_1$
 - 15.7. $(x_1 \oplus x_2) \lor (x_1 \downarrow x_3)$
 - 15.8. $\overline{x_1 \downarrow x_2} \downarrow (x_3 \rightarrow x_1)$
 - 15.9. $(x_1 \sim x_2) \downarrow x_3 x_1$
- 15.10. $\overline{x_1 \sim (x_2 \downarrow (x_1 \mid x_3))}$
- 15.11. $(x_1 \to x_2) \sim (x_1 \mid x_3)$
- 15.12. $x_1 \to (x_1 \to \overline{x_2 \to x_3})$
- 15.13. $x_1x_2 \downarrow (x_3 \oplus x_1)$
- 15.14. $x_1(x_2 \sim x_1) \downarrow x_3$
- 15.15. $(x_1 \sim \overline{x_2 \vee x_3}) \vee x_2$
- 15.16. $\overline{x_1 \to x_2} \vee x_2 x_3$
- 15.17. $(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_3 \downarrow x_1)$
- 15.18. $(x_1 \to (x_1 \oplus x_2)) \downarrow x_3$
- 15.19. $(x_1 \lor (x_2 \downarrow x_1))x_3$
- 15.20. $(x_1 \mid x_2) \oplus \overline{x_3 \oplus x_2}$
- 15.21. $(x_1 \to x_2) \sim \overline{x_1 \oplus x_3}$
- 15.22. $x_1 \mid (x_2 \oplus (x_2 \to x_3))$
- 15.23. $(x_1 \sim x_2) \lor (x_3 \mid x_2)$
- 15.24. $x_1 \lor x_2 \lor (x_3 \downarrow x_2)$
- 15.25. $x_1 \mid ((x_2 \downarrow x_3) \mid x_1)$
- 15.26. $(x_1 \oplus (x_2 \mid x_3)) \downarrow x_1$
- 15.27. $(x_1 \downarrow x_2) \rightarrow x_1 x_3$
- 15.28. $x_1 \downarrow (\overline{x_2 \downarrow x_1} \mid x_3)$
- 15.29. $(x_1 \mid x_2) \to (x_3 \lor x_1)$
- 15.30. $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_3 \oplus x_1)$

- 16. Представить функцию f в виде СДНФ.
 - 16.1. f = (10101000)
 - 16.2. f = (01010100)
 - 16.3. f = (00101010)
 - 16.4. f = (00010101)
 - 16.5. f = (10001010)
 - 16.6. f = (01000101)
 - 16.7. f = (10100010)
 - 16.8. f = (01010001)
 - 16.9. f = (10011000)
- 16.10. f = (01001100)
- 16.11. f = (00100110)
- 16.12. f = (00010011)
- 16.13. f = (10001001)
- 16.14. f = (11000100)
- 16.15. f = (01100010)
- 16.16. f = (00110001)
- 16.17. f = (00011010)
- 16.18. f = (00001101)
- 16.19. f = (10000110)
- 16.20. f = (01000011)
- 16.21. f = (10100001)
- 16.22. f = (11010000)
- 16.23. f = (01101000)
- 16.24. f = (00110100)
- 16.25. f = (00011100)
- 16.26. f = (00001110)
- 16.27. f = (00000111)
- 16.28. f = (10000011)
- 16.29. f = (11000001)
- 16.30. f = (11100000)

- 17. Представить функцию f в виде СКН Φ .
 - 17.1. f = (01110110)
 - 17.2. f = (00111011)
 - 17.3. f = (10011101)
 - 17.4. f = (11001110)
 - 17.5. f = (11100101)
 - 17.6. f = (11110010)
 - 17.7. f = (01111001)
 - 17.8. f = (101111100)
 - 17.9. f = (01011110)
- 17.10. f = (00101111)
- 17.11. f = (10010111)
- 17.12. f = (11001011)
- 17.13. f = (11100011)
- 17.14. f = (11110001)
- 17.15. f = (01010111)
- 17.16. f = (10101011)
- 17.17. f = (11010101)
- 17.18. f = (11101010)
- 17.19. f = (01110101)
- 17.20. f = (10111010)
- 17.21. f = (01011101)
- 17.22. f = (10101110)
- 17.23. f = (01100111)
- 17.24. f = (10110011)
- 17.25. f = (11011001)
- 17.26. f = (11101100)
- 17.27. f = (11011100)
- 17.28. f = (10111001)
- 17.29. f = (01110011)
- 17.30. f = (11100110)

- 18. Представить функцию f в виде полинома Жегалкина.
 - 18.1. f = (01010001)
 - 18.2. f = (10011000)
 - 18.3. f = (01001100)
 - 18.4. f = (00100110)
 - 18.5. f = (00010011)
 - 18.6. f = (10001001)
 - 18.7. f = (11000100)
 - 18.8. f = (01100010)
 - 18.9. f = (00110001)
- 18.10. f = (00011010)
- 18.11. f = (00001101)
- 18.12. f = (10000110)
- 18.13. f = (01000011)
- 18.14. f = (101111100)
- 18.15. f = (01011110)
- 18.16. f = (00101111)
- 18.17. f = (10010111)
- 18.18. f = (11001011)
- 18.19. f = (11100011)
- 18.20. f = (11110001)
- 18.21. f = (01010111)
- 18.22. f = (10101011)
- 18.23. f = (11010101)
- 18.24. f = (11101010)
- 18.25. f = (01110101)
- 18.26. f = (10111010)
- 18.27. f = (01101001)
- 18.28. f = (10010110)
- 18.29. f = (00011110)
- 18.30. f = (11010010)

- 19. Пусть множества переменных функций $f(x_1, \ldots, x_n)$ и $g(y_1, \ldots, y_m)$ не пересекаются. Найти длину СДНФ следующей функции:
 - 19.1. f & g, если $f, g \in S$
 - 19.2. $f \lor g$, если $f \in S, g \in L$
 - 19.3. $f \oplus g$, если $f \in L, g \in S$
 - 19.4. f & g, если $f \in S, g \in L$
 - 19.5. $f \lor g$, если $f,g \in L$
 - 19.6. $f \oplus g$, если $f, g \in S$
 - 19.7. f & g, если $f \in L \cap S$, а длина СДНФ g равна l
 - 19.8. $f \vee g$, если длина СДНФ f равна k, а $g \in L \cap T_0$
 - 19.9. $f \oplus g$, если $f \in L \cap T_0$, а $g \in L \cap T_1$
- 19.10. $\overline{f} \& g$, если $f, g \in L$
- 19.11. $f \vee \overline{g}$, если $f \in L, g \in T_0 \cap S$
- 19.12. $\overline{f} \oplus g$, если $f \in S, g \in T_1 \cap L$
- 19.13. $f \& \overline{g}$, если $f, g \in S$
- 19.14. $\overline{f} \vee g$, если $f, g \in L$
- 19.15. $f \oplus \overline{q}$, если $f, q \in S \cap L$
- 19.16. $\overline{f} \& g$, если $f \in T_0 \cap S$, а длина СДНФ g равна l
- 19.17. $f \vee \overline{g}$, если длина СДНФ f равна k, а $g \in L \cap S$
- 19.18. $\overline{f} \oplus g$, если $f \in S \cap T_1$, а $g \in L$
- 19.19. $f \& \overline{g}$, если $f, g \in L \cap T_1$
- 19.20. $\overline{f} \vee g$, если $f \in L \cap T_0, g \in S \cap T_1$
- 19.21. $f \oplus \overline{g}$, если $f \in S, g \in L$
- 19.22. $\overline{f} \& q$, если $f, q \in L \cap T_1$
- 19.23. $f \vee \overline{g}$, если $f, g \in L \cap T_0$
- 19.24. $\overline{f} \oplus g$, если $f,g \in L \cap S$
- 19.25. $f \& \overline{g}$, если $f \in L \cap T_1$, а длина СДНФ g равна l
- 19.26. $\overline{f} \vee g$, если длина СДНФ f равна k, а $g \in S \cap T_0$
- 19.27. $f \oplus \overline{g}$, если $f \in L \cap S$, а $g \in L \cap T_1$
- 19.28. $f \rightarrow q$, если $f, q \in L$
- 19.29. $f \mid g$, если $f, g \in S$
- 19.30. $f \downarrow g$, если $f, g \in S \cap L$

- 20. Построить сокращенную ДНФ для функции f, заданной таблицей.
 - 20.1. f = (11001001)
 - $20.2. \ f = (10001001)$
 - 20.3. f = (10100110)
 - 20.4. f = (01000010)
 - 20.5. f = (01001010)
 - 20.6. f = (011111110)
 - 20.7. f = (01101110)
 - 20.8. f = (01110110)
 - 20.9. f = (01011100)
- 20.10. f = (00001111)
- 20.11. f = (10010101)
- 20.12. f = (11001011)
- 20.13. f = (11000111)
- 20.14. f = (10010111)
- 20.15. f = (11000000)
- 20.16. f = (11100011)
- $20.17. \ f = (11110001)$
- 20.18. f = (01010111)
- 20.19. f = (10101011)
- 20.20. f = (11100011)
- 20.21. f = (11110000)
- $20.22. \ f = (01010000)$
- 20.23. f = (10101010)
- 20.24. f = (11010101)
- 20.25. f = (11101010)
- 20.26. f = (01110101)
- 20.27. f = (100111111)
- 20.28. f = (01100110)
- 20.29. f = (00110011)
- 20.30. f = (11001100)

- 21. Определить существенные и фиктивные переменные функции f.
 - 21.1. f = (01100110)
 - 21.2. f = (01100110)
 - 21.3. f = (00110000)
 - 21.4. f = (00001010)
 - 21.5. f = (00111010)
 - 21.6. f = (00111100)
 - 21.7. f = (00001001)
 - 21.8. f = (11001001)
 - 21.9. f = (10001001)
- 21.10. f = (10100110)
- $21.11. \ f = (01000010)$
- 21.12. f = (01001010)
- 21.13. f = (011111110)
- 21.14. f = (01101110)
- 21.15. f = (01110110)
- 21.16. f = (01011100)
- 21.17. f = (00001111)
- 21.18. f = (10010101)
- 21.19. f = (11001011)
- 21.20. f = (11000111)
- 21.21. f = (11000011)
- 21.22. f = (11110000)
- 21.23. f = (11110110)
- 21.24. f = (11110101)
- 21.25. f = (11110010)
- 21.26. f = (11110001)
- 21.27. f = (001111111)
- 21.28. f = (100111111)
- 21.29. f = (00110111)
- 21.30. f = (01010101)

- 22. Определить существенные и фиктивные переменные функции, преобразовав ее в полином Жегалкина.
 - 22.1. $(x_1 \oplus x_2 x_3) \vee x_3$
 - 22.2. $\overline{x_1 \to ((x_2 \to x_3) \oplus x_2)}$
 - 22.3. $x_1 \mid ((x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3)$
 - 22.4. $x_1(x_2 \downarrow x_1x_3)$
 - 22.5. $((x_1 \sim x_2) \downarrow x_1)x_3$
 - 22.6. $x_1x_2 \downarrow (x_3 \mid x_1)$
 - 22.7. $x_1 \mid ((x_2 \rightarrow x_3) \mid x_3)$
 - 22.8. $(x_1 \oplus x_2) \to (x_3 \sim x_2)$
 - 22.9. $(x_1 \lor (x_2 \downarrow x_3)) \downarrow x_2$
- 22.10. $(x_1 \oplus x_2) \downarrow x_3x_1$
- 22.11. $(x_1 \lor x_2) \mid \overline{x_3 \sim x_2}$
- 22.12. $x_1 \vee (\overline{x_1 \vee x_2} \downarrow x_3)$
- 22.13. $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_2 \downarrow x_3)$
- $22.14. \ x_1 \sim \overline{(x_2 \oplus x_3) \vee x_2}$
- 22.15. $(x_1 \downarrow x_2) \downarrow (x_3 \mid x_2)$
- 22.16. $\overline{x_1 \mid (x_2x_3 \mid x_3)}$
- 22.17. $\overline{x_1 \lor (x_2 \mid (x_1 \mid x_3))}$
- 22.18. $\overline{x_1 \downarrow (x_2 \lor (x_1 \downarrow x_3))}$
- 22.19. $x_1 \vee x_2(x_3 \vee x_1)$
- $22.20. \ \overline{x_1x_2 \downarrow x_3} \oplus x_2$
- 22.21. $(x_1 \sim (x_2 \rightarrow x_3)) \mid x_2$
- 22.22. $(x_1 \downarrow x_2) \lor x_1 \lor x_3$
- 22.23. $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_3)$
- 22.24. $x_1 \mid (x_1 \oplus x_2)x_3$
- $22.25. x_1 \rightarrow (\overline{x_2 \oplus x_3} \downarrow x_3)$
- 22.26. $(\overline{x_1 \mid x_2} \sim x_3) \downarrow x_1$
- $22.27. x_1 \mid (x_2 \downarrow (x_2 \lor x_3))$
- 22.28. $x_1 \downarrow \overline{x_2 \to (x_3 \mid x_1)}$
- 22.29. $\overline{x_1 \mid ((x_2 \mid x_3) \oplus x_3)}$
- 22.30. $(x_1 \sim x_2) \lor (x_3 \downarrow x_1)$

- 23. Определить существенные и фиктивные переменные функции, преобразовав ее в сокращенную ДН Φ .
 - 23.1. $(((x_1 \mid x_2) \to x_1) \downarrow x_2) \lor x_3$
 - 23.2. $\overline{x_1 \to (\overline{x_2 \oplus x_1} \downarrow (x_3 \oplus x_1))}$
 - 23.3. $\overline{x_1 \sim (x_2 \vee x_3)} \vee (x_2 \downarrow x_1)$
 - 23.4. $((x_1 \to x_2) \to x_1) \mid x_2 x_3$
 - 23.5. $x_1x_2 \oplus (x_3 \mid x_3x_2)$
 - 23.6. $(x_1 \sim x_2)(x_1 \to x_3)x_3$
 - 23.7. $(x_1 \downarrow x_2) \to (x_2 \downarrow (x_3 \sim x_1))$
 - 23.8. $((x_1 \rightarrow x_2) \sim x_1)x_3x_1$
 - 23.9. $x_1 \sim x_2 \sim (x_2 \to (x_3 \oplus x_1))$
- 23.10. $(x_1 \rightarrow x_2) \lor ((x_1 \mid x_2) \sim x_3)$
- 23.11. $\overline{x_1 \oplus ((x_1 \mid x_2) \vee (x_1 \oplus x_3))}$
- 23.12. $(x_1 \lor (x_1 \downarrow x_2)) \to (x_3 \mid x_1)$
- 23.13. $\overline{(x_1 \downarrow x_2) \downarrow \overline{x_3 \oplus (x_1 \downarrow x_3)}}$
- 23.14. $(x_1 \to x_2) \lor (x_3 \sim (x_3 \to x_1))$
- 23.15. $(x_1 \mid (x_1 \downarrow x_2)) \lor (x_3 \rightarrow x_1)$
- 23.16. $(x_1x_2 \mid x_3) \lor (x_2 \downarrow x_1)$
- 23.17. $x_1 \downarrow x_2(x_3 \mid (x_1 \mid x_3))$
- 23.18. $(x_1 \downarrow x_2) \sim ((x_1 \rightarrow x_3) \mid x_1)$
- 23.19. $((x_1 \lor x_2) \downarrow x_3) \sim (x_1 \downarrow x_2)$
- $23.20. \ \overline{x_1x_2 \downarrow (x_3 \downarrow x_2)} \mid x_1$
- 23.21. $x_1 \downarrow \overline{x_2 \lor (x_1 \to (x_1 \to x_3))}$
- 23.22. $(x_1 \rightarrow x_2) \sim x_1 x_3 x_1$
- 23.23. $(x_1 \sim x_2) \lor ((x_3 \downarrow x_1) \sim x_1)$
- 23.24. $(x_1 \to x_2) \lor (x_3 \oplus (x_3 \sim x_2))$
- 23.25. $(\overline{(x_1 \lor x_2) \mid x_1} \downarrow x_3) \downarrow x_1$
- 23.26. $x_1((x_2 \to (x_2 \sim x_1)) \to x_3)$
- 23.27. $(x_1x_2 \mid x_3)x_1 \to x_3$
- 23.28. $(x_1 \rightarrow \overline{x_2 \downarrow x_3}) \oplus (x_3 \mid x_1)$
- 23.29. $x_1 \oplus (((x_2 \sim x_3) \to x_2) \downarrow x_2)$
- 23.30. $x_1 \mid (x_2 \to (x_3 \sim x_1 \sim x_2))$

- 24. Проверить, принадлежит ли функция множествам $T_0 \cup T_1$, $T_1 \setminus T_0$.
 - 24.1. $((x_2 \mid x_1) \downarrow (x_1 \sim x_3)) \downarrow (x_1 \downarrow x_3)$
 - 24.2. $x_2 \to (x_3x_2 \mid (x_1 \oplus (x_3 \lor x_2)))$
 - 24.3. $\overline{x_3x_2((x_2\vee x_1)\downarrow \overline{x_1\oplus x_2})}$
 - 24.4. $(x_1 \to x_2) \sim ((x_2 \mid x_3) \mid x_2) \sim x_2$
 - 24.5. $(x_2 \lor ((x_2 \downarrow x_1) \mid (x_3 \oplus x_2))) \to x_3$
 - 24.6. $(x_1 \oplus x_2) \lor ((x_3 \oplus x_1) \downarrow (x_1 \to x_3))$
 - 24.7. $(x_2 \to x_3) \lor ((x_3 \lor (x_2 \to x_1)) \mid x_2)$
 - 24.8. $((x_2 \mid x_3) \lor x_1) \to ((x_2 \to x_1) \lor x_2)$
 - 24.9. $(x_2 \to x_2 x_3) \downarrow \overline{x_1 \mid (x_3 \oplus x_2)}$
- 24.10. $(x_3 \mid x_2)x_1 \oplus (x_3 \downarrow x_3x_2)$
- 24.11. $(x_3(x_3 \oplus x_1) \downarrow x_1)x_3 \to x_3$
- 24.12. $(x_2 \to ((x_1 \mid x_2) \sim x_2 \sim x_3)) \to x_2$
- 24.13. $(x_2 \to (x_1 \oplus x_2)) \lor x_3 \sim x_2 x_1$
- 24.14. $x_2 \sim (x_1 \oplus x_2) \sim \overline{x_3 \oplus x_3 x_2}$
- 24.15. $\overline{x_1 \downarrow x_3} \lor (x_2 \mid (x_1 \lor (x_1 \to x_2)))$
- 24.16. $\overline{(x_3 \mid x_1) \lor x_2} \to ((x_3 \to x_2) \downarrow x_2)$
- 24.17. $(x_3 \to x_2) \sim (x_3 \lor (x_2 \downarrow x_3)) \sim x_3$
- 24.18. $(x_3 \mid \overline{x_3 \mid x_2})((x_1 \lor x_2) \to x_3)$
- 24.19. $(x_1 \mid x_3) \mid (x_3 \sim (x_2 \rightarrow (x_1 \rightarrow x_3)))$
- $24.20. \ \overline{x_2 \oplus (x_1 \vee x_2) \oplus (x_1 \vee x_2)} \to x_3$
- 24.21. $((x_3 \mid x_1) \rightarrow (x_2 \mid x_1)) \lor (x_1 \mid x_3)$
- 24.22. $(x_1 \lor x_2 \lor x_3)(\overline{x_1 \mid x_2} \mid x_1)$
- 24.23. $((x_2 \mid (x_2 \lor x_1)) \sim (x_2 \oplus x_3)) \oplus x_3$
- 24.24. $(x_1 \sim \overline{x_1 \vee x_2}) \downarrow ((x_3 \downarrow x_1) \oplus x_1)$
- 24.25. $((x_3 \sim x_2) \lor x_2x_1) \oplus x_3x_1$
- 24.26. $(x_3 \sim x_1) \downarrow (\overline{x_3 x_2} \to x_2) \to x_2)$
- 24.27. $\overline{((x_1 \lor x_2) \to (x_1 \mid x_2)) \mid (x_2 \mid x_1)}$
- 24.28. $\overline{x_1x_2x_3} \sim x_1(x_3 \mid x_1)$
- 24.29. $((x_2 \oplus x_1) \sim x_3) \downarrow (x_3 \lor x_1 x_2)$
- 24.30. $\overline{(x_1 \downarrow x_2) \oplus x_3} \sim \overline{x_3 \lor (x_2 \sim x_3)}$

- 25. Пользуясь принципом двойственности, построить формулу, реализующую функцию, двойственную к заданной.
 - 25.1. $(x_1 \lor x_3) \sim ((x_1 \mid x_2) \oplus x_3)$
 - 25.2. $((x_1 \lor x_2) \downarrow (x_1 \lor x_3)) \to x_2$
 - 25.3. $(x_1 \mid x_2) \to ((x_2 \oplus x_3) \lor x_1)$
 - 25.4. $\overline{(x_1 \oplus x_2)} \sim (x_1 x_3)$
 - 25.5. $\overline{(x_3 \mid x_2)} \mid ((x_3 \downarrow x_1) \lor \overline{x}_3)$
 - 25.6. $x_3 \mid ((x_1 \oplus x_2) \sim x_3)$
 - 25.7. $(x_1x_2) \downarrow ((x_3x_2) \mid x_3)$
 - 25.8. $x_1x_3 \lor x_1x_2 \lor (x_3 \oplus x_2)$
 - 25.9. $(x_2 \to (x_2 \to x_1)) \overline{(x_2 \downarrow x_3)}$
- 25.10. $(x_1 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1)) \rightarrow (x_2 \lor x_3)$
- 25.11. $((x_1 \oplus x_2) \mid (x_2 \lor x_1)) \sim (x_3 \mid x_2)$
- 25.12. $(x_3 \lor (x_2 \sim x_1)) \to (\overline{x}_3 \to x_1)$
- 25.13. $(x_3x_1) \rightarrow ((x_1 \oplus x_2) \lor x_2 \lor x_1)$
- 25.14. $(x_2 \to x_1) \mid (x_3 \lor x_1 \lor (x_1 \mid x_2))$
- 25.15. $(x_3 \to \overline{(x_3 \mid x_2)}) \lor (x_1 \oplus x_2)$
- 25.16. $(x_1 \downarrow x_3) \lor (x_2 \sim x_1) \lor (x_2 \downarrow x_3)$
- 25.17. $\overline{(x_1 \sim x_2)} \lor x_2 \lor (x_2 \to x_3)$
- 25.18. $((x_1 \downarrow x_3) \to x_2) \oplus (x_1 \to x_2)$
- 25.19. $x_1 \to ((x_2 \to x_3) \downarrow (x_3 \oplus x_2))$
- $25.20. \ x_1 \oplus (x_2 \downarrow \overline{((x_1 \downarrow x_3) \to x_2)})$
- 25.21. $(x_1 \to x_2) \mid ((x_1 \mid x_3) \lor x_2)$
- 25.22. $((x_1 \lor x_3) \to \overline{(x_1 \lor x_2)}) \downarrow x_2$
- 25.23. $x_1 \oplus (x_3 \sim (x_2 \to (x_1 \to x_3)))$
- 25.24. $(x_2 \mid (x_1 \lor x_3)) \downarrow \overline{(x_2 \lor x_3)}$
- $25.25. x_3 \downarrow \overline{((x_2 \mid x_3) \downarrow x_1)}$
- 25.26. $x_3(\overline{(x_2 \to x_1)} \mid (x_1 \downarrow x_2))$
- 25.27. $(\overline{(x_1 \lor x_2)}(x_2 \lor x_3)) \to (x_1 \mid x_3)$
- 25.28. $\overline{(x_1 \oplus x_2)} \vee ((x_2 \oplus x_3) \sim x_1)$
- 25.29. $(x_2 \mid x_3) \oplus (x_1 \downarrow (x_3 \oplus x_1))$
- 25.30. $(x_1 \downarrow x_3) \lor ((x_2 \mid x_3) \to x_2)$

- 26. Пользуясь принципом двойственности, доказать самодвойственность функции, заданной формулой.
 - 26.1. $x_2 \downarrow (x_3 \sim x_1)x_2$
 - 26.2. $\overline{(x_2 \mid \overline{x_1 \to x_2}) \oplus x_3}$
 - 26.3. $x_2 \sim ((x_3 \downarrow x_1) \mid x_1)$
 - 26.4. $\overline{x_2 \mid (x_3 \to (x_1 \to x_2))}$
 - 26.5. $(x_2 \to (x_2 \lor x_3)) \oplus x_1$
 - 26.6. $x_1 \oplus (x_2 \downarrow (x_2 \mid x_3))$
 - 26.7. $x_2((x_1 \to x_3) \to x_2)$
 - 26.8. $x_1 \lor ((x_1 \to x_2) \downarrow x_3)$
 - 26.9. $\overline{((x_2 \downarrow x_1) \mid x_2)x_3}$
- 26.10. $x_2 \sim (x_1 \downarrow (x_3 \mid x_1))$
- 26.11. $((x_3 \sim x_2) \rightarrow x_1) \mid x_1$
- 26.12. $x_1 \sim ((x_3 \mid x_2) \downarrow x_3)$
- 26.13. $(x_3 \mid (x_2 \oplus x_1)) \to x_3$
- 26.14. $(x_1 \downarrow (x_1 \mid x_2)) \downarrow x_3$
- 26.15. $x_1 \mid (x_3 \to (x_3 \lor x_2))$
- 26.16. $x_1 \oplus (x_2 \downarrow (x_3 \mid x_2))$
- 26.17. $(x_2 \lor (x_1 \to x_3)) \mid x_3$
- 26.18. $\overline{x_2 \downarrow (x_2 \to x_1)} x_3$
- 26.19. $x_2 \lor (x_3 \downarrow x_1)x_3$
- 26.20. $x_2(\overline{x_1 \vee x_2} \mid x_3)$
- 26.21. $((x_2 \oplus x_3) \to x_1) \mid x_1$
- 26.22. $x_1(x_1 \downarrow x_2) \sim x_3$
- 26.23. $x_3 \downarrow (x_2 \downarrow (x_3 \mid x_1))$
- 26.24. $((x_3 \downarrow x_1) \to x_2)x_1$
- 26.25. $x_3 \mid ((x_1 \lor x_2) \to x_3)$
- 26.26. $(x_1 \mid \overline{x_2 \to x_3})x_3$
- 26.27. $(x_2 \downarrow (x_3 \mid x_1)) \lor x_3$
- 26.28. $(x_3 \rightarrow (x_3 \lor x_1)) \mid x_2$
- 26.29. $\overline{x_2 \downarrow (x_3 \to x_1)} \mid x_1$
- 26.30. $((x_2 \mid x_1) \downarrow x_1) \sim x_3$

- 27. Проверить самодвойственность функции f, заданной векторно.
 - 27.1. f = (1011100001010101)
 - 27.2. f = (1100010101100011)
 - 27.3. f = (0100001110101110)
 - 27.4. f = (01011111001011000)
 - 27.5. f = (0001111010101001)
 - 27.6. f = (1011100001001101)
 - 27.7. f = (1010010110011010)
 - 27.8. f = (1001010010010111)
 - 27.9. f = (1011101010010010)
- 27.10. f = (0101011001010101)
- 27.11. f = (10000000110111111)
- 27.12. f = (0111001110101000)
- 27.13. f = (0000110101101110)
- 27.14. f = (10011011111010000)
- 27.15. f = (0110001110011001)
- 27.16. f = (0110101000110101)
- 27.17. f = (1101000101000111)
- 27.18. f = (0100101111010100)
- 27.19. f = (0100110110001101)
- 27.20. f = (00101101111100001)
- 27.21. f = (0101000011011101)
- 27.22. f = (00010101111010110)
- 27.23. f = (1110000110111000)
- 27.24. f = (0100101010001111)
- 27.25. f = (1110001100101010)
- 27.26. f = (1110000111001010)
- 27.27. f = (0110010101010101)
- 27.28. f = (1011101100100001)
- 27.29. f = (1011001010101001)
- 27.30. f = (1111000100110010)

- 28. Подсчитать, сколькими способами можно заменить прочерки в векторе α константами 0 и 1 так, чтобы получился вектор значений некоторой самодвойственной функции.
 - 28.1. $\alpha = (-----10-00-000)$
 - 28.2. $\alpha = (---0)$
 - 28.3. $\alpha = (11 1 - 0 - - -)$
 - 28.4. $\alpha = (-0 - - - 111)$
 - 28.5. $\alpha = (------0--1-1-1)$
 - 28.6. $\alpha = (----100---100---)$
 - 28.7. $\alpha = (0 - - 1 -01 - -)$
 - 28.8. $\alpha = (--1 - - 00 - -)$
 - 28.9. $\alpha = (-----1-1-1-0-1)$
- 28.10. $\alpha = (-1 1 1 - - 00 0)$
- 28.11. $\alpha = (-0 - - 0 - 0 - -)$
- 28.12. $\alpha = (-----110 ----0)$
- 28.14. $\alpha = (-----1001----)$
- 28.15. $\alpha = (-1 - - 0 - - 0 -)$
- 28.16. $\alpha = (1 0 0 1 - - - -)$
- 28.17. $\alpha = (0 - 0 0 - - 1)$
- 28.18. $\alpha = (0 - - - 0 -10)$
- 28.19. $\alpha = (------01---0)$
- 28.20. $\alpha = (-1 1 - 00 - 0 - 0)$
- 28.21. $\alpha = (-1 10 - - 0 -)$
- 28.22. $\alpha = (-000 - 1000 - 000)$
- 28.23. $\alpha = (1 -0 - - -11 -)$
- 28.24. $\alpha = (-----0-0-0---00-)$
- 28.25. $\alpha = (-0 0 0 11 0)$
- 28.26. $\alpha = (-----0011-----)$
- 28.27. $\alpha = (0 - - 01 - - 0-)$
- 28.28. $\alpha = (-1 - - - 1 - 0 0)$
- 28.29. $\alpha = (----1-----01)$
- 28.30. $\alpha = (0 1 - - 0 0 - - -)$

- 29. Используя лемму о несамодвойственной функции, указать, какие из переменных x_1, x_2, x_3, x_4 нужно заменить на x, а какие на \overline{x} с тем, чтобы получить из функции f константу.
 - 29.1. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0011000001110011)$
 - 29.2. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101110001000101)$
 - 29.3. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001100101000111)$
 - 29.4. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010000101101010)$
 - 29.5. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0110000101011001)$
 - 29.6. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1101110011010100)$
 - 29.7. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101000001110101)$
 - 29.8. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0100000101101101)$
 - 29.9. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101100101110101)$
- 29.10. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1111001010010000)$
- 29.11. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0110110011101001)$
- 29.12. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1000111000001110)$
- 29.13. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (10001001001011110)$
- 29.14. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (10111111010010010)$
- 29.15. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0111000011100001)$
- 29.16. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010010001011010)$
- 29.17. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1001110100000110)$
- 29.18. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001110011100111)$
- 29.19. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (10011111100100110)$
- 29.20. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0010110100001011)$
- 29.21. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101101110100101)$
- 29.22. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0100011100001101)$
- 29.23. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (11011111011000100)$
- 29.24. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1010011100111010)$
- 29.25. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0111101101100001)$
- 29.26. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001110011010111)$
- 29.27. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000101000101111)$
- 29.28. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0011110010000011)$
- 29.29. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1001010001010110)$
- 29.30. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1101110111000100)$

- 30. Проверить, является ли функция линейной.
 - $30.1. ((x_3 \oplus x_1) \to (x_2 \mid x_1))(x_3 \oplus x_2)x_3$
 - $30.2. (x_1 \oplus (x_1 \sim x_3)) \rightarrow (x_2 \sim x_3 \sim (x_3 \oplus x_1))$
 - 30.3. $(x_2 \sim (x_3 x_2)) \downarrow x_1$
 - 30.4. $x_1 \to (\overline{x}_2 \mid (x_2 \lor x_3))$
 - $30.5. (x_1 \mid (x_3 \lor x_2)) \downarrow \overline{x}_1$
 - 30.6. $(x_2 \downarrow x_3)((x_1 \oplus x_2) \downarrow x_2)$
 - 30.7. $((x_2 \oplus x_3)x_1) \sim \overline{(x_2 \downarrow x_1)}$
 - 30.8. $((x_2 \sim x_3) \mid x_3) \mid x_1$
 - 30.9. $(x_2 \rightarrow x_1)(x_1 \mid x_2)x_3$
- 30.10. $(x_2 \mid x_1) \sim (x_3 \oplus x_1) \sim (x_1 \vee x_3)$
- 30.11. $(x_3 \sim (x_2 x_3)) \oplus ((x_2 \vee x_1) x_1)$
- $30.12. \ \overline{(x_1 \downarrow x_2)} \rightarrow \overline{(x_2 \lor x_3)}$
- $30.13. \ \overline{((x_1 \to x_3) \to (x_2 x_3))}$
- $30.14. ((x_3 \sim x_1) \mid x_1) \downarrow (x_3 \mid x_2)$
- 30.15. $x_1 \lor (x_3 \sim (x_2 \mid x_1))$
- $30.16. \ \overline{(x_1 \to x_3)} \to \overline{(x_2 \sim x_3)}$
- $30.17. (x_2 \rightarrow x_3) \mid \overline{(x_1 \mid x_2)}$
- 30.18. $(x_2(x_2 \sim x_3)) \oplus x_3 \oplus (x_1 \mid x_2)$
- $30.19. (x_2x_3 \oplus x_2 \oplus x_1) \sim (x_2 \vee x_3)$
- $30.20. (x_3 \rightarrow x_2) \mid (x_3 \sim x_1)$
- $30.21. \ \overline{(x_3 \vee x_1)} \oplus (x_2 \downarrow x_3)$
- $30.22. (x_3 \mid x_1) \mid (x_1 \downarrow x_2)$
- $30.23. (x_3 \oplus x_3) \mid (x_3 \mid x_2)$
- $30.24. (x_1 \sim (x_2 \downarrow x_3)) \sim (x_2 \lor x_3)$
- $30.25. (x_2 \lor x_1)(x_3 \to x_2)$
- $30.26. ((x_1 \oplus x_2) \mid x_3) \oplus (x_2 \to x_3)$
- $30.27. (x_3 \sim (x_2 x_3)) \mid (x_2 \mid (x_2 \sim x_1))$
- 30.28. $((x_1 \lor x_3) \sim x_2) \mid (x_2x_3 \oplus x_3)$
- $30.29. (x_1 \rightarrow x_2) \lor (x_1 \oplus (x_2 \sim x_3))$
- 30.30. $(x_1 \downarrow x_3) \sim (x_3 \oplus (x_1 \lor x_2))$

- 31. Проверить линейность функции f, заданной векторно.
 - 31.1. f = (1110100011100100)
 - 31.2. f = (1101001010110010)
 - 31.3. f = (1101000011110001)
 - 31.4. f = (0101110010011001)
 - 31.5. f = (1010110000101011)
 - 31.6. f = (10011111000011100)
 - 31.7. f = (0100001100111011)
 - 31.8. f = (01000010101111110)
 - 31.9. f = (1100101010010110)
- 31.10. f = (1101001101000011)
- 31.11. f = (0110110010101010)
- 31.12. f = (1110000010110011)
- 31.13. f = (0111010110100100)
- $31.14. \ f = (00110100111111000)$
- 31.15. f = (0001111000011011)
- 31.16. f = (1011001010100110)
- 31.17. f = (0001011100111010)
- 31.18. f = (10000001011111101)
- 31.19. f = (0100011000011111)
- 31.20. f = (0110110001101001)
- $31.21. \ f = (01000111111101000)$
- $31.22. \ f = (1011100001100101)$
- 31.23. f = (0011011000100111)
- $31.24. \ f = (1011001101001001)$
- 31.25. f = (1110000110011100)
- $31.26.\ f = (1110110110000010)$
- 31.27. f = (0001101010011110)
- 31.28. f = (0100111010011001)
- 31.29. f = (1110000101100011)
- 31.30. f = (1110001101100100)

- 32. Заменить прочерки в векторе α константами 0 и 1 так, чтобы получился вектор значений некоторой линейной функции.
 - 32.1. $\alpha = (1 - - - 1 -00)$
 - 32.2. $\alpha = (-------010-1)$
 - 32.3. $\alpha = (1 -1 - - -1)$
 - 32.4. $\alpha = (-1 1 - - 1 - 0)$
 - 32.5. $\alpha = (0 -0 - - 1 1 -)$
 - 32.6. $\alpha = (-0 - - 1 - - 01 - -)$
 - 32.7. $\alpha = (---1--1--0--1)$
 - 32.8. $\alpha = (-110 0 - - - -)$
 - 32.9. $\alpha = (--0-00-1----)$
- 32.10. $\alpha = (---01 ---0 ---)$
- 32.11. $\alpha = (-0 0 -1 -0 01)$
- 32.12. $\alpha = (-----1-0-0-0)$
- 32.13. $\alpha = (-00 - 1 - 0 - -)$
- 32.14. $\alpha = (-10 -1 0 - -)$
- 32.15. $\alpha = (------0-1-1-1)$
- 32.16. $\alpha = (----0-1----0)$
- 32.17. $\alpha = (----00 -0 -1 -1)$
- 32.18. $\alpha = (-1 - 0 - 0 - 1 1)$
- 32.19. $\alpha = (-0 - - 1 01 - - -)$
- 32.20. $\alpha = (-1 0 - - 1 - -)$
- 32.21. $\alpha = (------0-1)$
- 32.22. $\alpha = (---1-11-----)$
- 32.23. $\alpha = (-0 - - 0 11 - - -)$
- 32.24. $\alpha = (1 - 0 - 01 - - -)$
- 32.25. $\alpha = (0 -0 - - -0 - -)$
- 32.26. $\alpha = (-1 1 1 -1 -0 ---)$
- 32.27. $\alpha = (------0---1---)$
- 32.28. $\alpha = (-0 - - 1 0 - - 0 0)$
- 32.29. $\alpha = (------0)$
- 32.30. $\alpha = (-00 - 1 - - 1 - -)$

- 33. Используя лемму о нелинейной функции, подставить на места переменных x_1, x_2, x_3 функции из множества $\{0, 1, x, y, \overline{x}, \overline{y}\}$ так, чтобы получилась конъюнкция xy или ее отрицание.
 - 33.1. $f(x_1, x_2, x_3) = (11010101)$
 - 33.2. $f(x_1, x_2, x_3) = (11001000)$
 - 33.3. $f(x_1, x_2, x_3) = (01101111)$
 - 33.4. $f(x_1, x_2, x_3) = (01100010)$
 - 33.5. $f(x_1, x_2, x_3) = (01000101)$
 - 33.6. $f(x_1, x_2, x_3) = (00101110)$
 - 33.7. $f(x_1, x_2, x_3) = (11001101)$
 - 33.8. $f(x_1, x_2, x_3) = (00000110)$
 - 33.9. $f(x_1, x_2, x_3) = (10000110)$
- 33.10. $f(x_1, x_2, x_3) = (10001000)$
- 33.11. $f(x_1, x_2, x_3) = (11110101)$
- 33.12. $f(x_1, x_2, x_3) = (10100110)$
- 33.13. $f(x_1, x_2, x_3) = (10011011)$
- 33.14. $f(x_1, x_2, x_3) = (11100011)$
- 33.15. $f(x_1, x_2, x_3) = (10001101)$
- 33.16. $f(x_1, x_2, x_3) = (10000011)$
- 33.17. $f(x_1, x_2, x_3) = (01101101)$
- 33.18. $f(x_1, x_2, x_3) = (11100010)$
- 33.19. $f(x_1, x_2, x_3) = (01101010)$
- 33.20. $f(x_1, x_2, x_3) = (01011000)$
- 33.21. $f(x_1, x_2, x_3) = (00101111)$
- 33.22. $f(x_1, x_2, x_3) = (00001001)$
- 33.23. $f(x_1, x_2, x_3) = (11101010)$
- 33.24. $f(x_1, x_2, x_3) = (00100111)$
- 33.25. $f(x_1, x_2, x_3) = (01100101)$
- 33.26. $f(x_1, x_2, x_3) = (01000110)$
- 33.27. $f(x_1, x_2, x_3) = (11010111)$
- 33.28. $f(x_1, x_2, x_3) = (00001101)$
- 33.29. $f(x_1, x_2, x_3) = (11000100)$
- 33.30. $f(x_1, x_2, x_3) = (10011110)$

34. Проверить, является ли функция монотонной.

- 34.1. $(x_1 \lor x_2) \oplus x_1 \oplus x_3$
- 34.2. $(x_1 \downarrow x_2) \oplus (x_2 \downarrow x_3)$
- 34.3. $x_1x_2(x_1 \to x_3)$
- 34.4. $(x_1 \downarrow x_3) \lor (x_1 \mid x_2)$
- 34.5. $(x_2 \to x_3) \oplus (x_1 \mid x_3)$
- 34.6. $(x_1 \sim x_1) \mid (x_1 \downarrow x_2)$
- $34.7. x_1 \lor x_3 \lor (x_1 \mid x_2)$
- 34.8. $(x_1 | x_2) \downarrow \overline{x}_3$
- 34.9. $(x_1 \lor x_2) \to (x_2 \sim x_3)$
- $34.10. (x_3 \rightarrow x_1) \oplus x_1x_2$
- 34.11. $(x_1 \oplus x_3) \mid (x_1 \downarrow x_2)$
- 34.12. $(x_2 \to x_1) \lor (x_1 \downarrow x_3)$
- 34.13. $(x_1 \downarrow x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_3)$
- $34.14. (x_2 \mid x_3) \downarrow (x_1 \oplus x_3)$
- 34.15. $(x_1 \rightarrow x_2) \mid (x_2 \sim x_3)$
- 34.16. $(x_1 \sim x_2) \downarrow (x_1 \vee x_3)$
- $34.17. (x_1 \mid x_2) \oplus x_2x_3$
- 34.18. $(x_2 \oplus x_3) \sim (x_1 \vee x_3)$
- 34.19. $(x_1 \lor x_3) \to (x_2 \lor x_3)$
- 34.20. $(x_1 \mid x_2) \lor (x_2 \sim x_1)$
- 34.21. $(x_1 \sim x_3)(x_3 \to x_2)$
- $34.22. (x_1x_3) \mid (x_2 \lor x_3)$
- 34.23. $(x_1 \mid x_2) \sim (x_2 \mid x_3)$
- $34.24. (x_2 \lor x_3) \downarrow (x_3 \to x_1)$
- 34.25. $(x_1 \sim x_2)(x_1 \downarrow x_3)$
- $34.26. (x_2 \lor x_3) \downarrow (x_1 \downarrow x_3)$
- $34.27. (x_1 \mid x_2) \oplus x_2 \oplus x_3$
- $34.28. (x_2 \to x_1) \downarrow (x_1 \lor x_3)$
- $34.29. (x_2 \oplus x_3) \downarrow (x_1 \oplus x_2)$
- 34.30. $(x_1 \rightarrow x_3) \mid (x_2 \mid x_3)$

- 35. Проверить монотонность функции f, заданной векторно.
 - 35.1. f = (0000011100110111)
 - 35.2. f = (0000000100000111)
 - 35.3. f = (0000011101110111)
 - 35.4. f = (0001011100011111)
 - 35.5. f = (00010101000111111)
 - 35.6. f = (0000001100111111)
 - 35.7. f = (00000001001111111)
 - 35.8. f = (0000011100111111)
 - 35.9. f = (0000001100011111)
- 35.10. f = (00000011011111111)
- 35.11. f = (0111011101110111)
- 35.12. f = (0000000100000011)
- 35.13. f = (010101011111111111)
- 35.14. f = (0000010100011111)
- 35.15. f = (0000010100010101)
- 35.16. f = (01011111010111111)
- 35.17. f = (0000000000010001)
- 35.18. f = (0000111100011111)
- 35.19. f = (0000001010111111)
- 35.20. f = (00000101011110111)
- 35.21. f = (00010101001111111)
- 35.22. f = (00000011010111111)
- 35.23. f = (0000000100010111)
- 35.24. f = (0000001010101111)
- 35.25. f = (0001001101110111)
- $35.26.\ f = (0000000100011111)$
- 35.27. f = (00000111010111111)
- 35.28. f = (0011001100111111)
- 35.29. f = (00010001010101111)
- 35.30. f = (0001001100110011)

36. Заменить прочерки в векторе α константами 0 и 1 так, чтобы получился вектор значений некоторой монотонной функции.

36.1.
$$\alpha = (---0-0--1--1)$$

36.2.
$$\alpha = (-----10-1--10)$$

36.3.
$$\alpha = (-0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0)$$

36.4.
$$\alpha = (0 - -0 - - - - - 1 - - - -)$$

36.5.
$$\alpha = (----0---0---1)$$

36.6.
$$\alpha = (0 - - - - 0 - - - - 01 - -)$$

36.7.
$$\alpha = (-01 - - - - 1 - - - - - 1)$$

36.8.
$$\alpha = (---0-1----1--)$$

36.9.
$$\alpha = (-0 - 0 - - - 11 - 1 - 1)$$

36.10.
$$\alpha = (-0 - - - - 0 - - - 0 - 1 - 1)$$

36.11.
$$\alpha = (---0-0-0---1-1)$$

36.12.
$$\alpha = (0 - - - - - - 0 - - - - 11)$$

36.13.
$$\alpha = (00 - 0 - - 1 - - - - - -)$$

36.14.
$$\alpha = (-0 - - - - 1 - - 1)$$

36.15.
$$\alpha = (----01-1--1---1)$$

36.16.
$$\alpha = (0 - - - 0 - - - - - - - - 1 - -)$$

36.17.
$$\alpha = (-----1----011-)$$

36.18.
$$\alpha = (0 - - - - 1 - - - 1)$$

36.19.
$$\alpha = (--0-1----11)$$

36.20.
$$\alpha = (-0 - - - - - - - 11 - - -)$$

36.21.
$$\alpha = (0 - - 0 - - 01 - - - - -)$$

36.22.
$$\alpha = (-0 - - - - - - - 0 - 0 - - 1)$$

36.23.
$$\alpha = (-0 - - - - 1 - - - 0 - - - -)$$

36.24.
$$\alpha = (--0 - - - - - 11 - - - -)$$

36.25.
$$\alpha = (-----0-01----1-)$$

36.26.
$$\alpha = (-00 - - 1 - - - 1 - - -)$$

36.27.
$$\alpha = (0 - - - - - - - 111 -)$$

36.29.
$$\alpha = (-01 - - - 00 - - - - -)$$

36.30.
$$\alpha = (-0 - - - - - - - - - 111 -)$$

- 37. Используя лемму о немонотонной функции, подставить на места переменных x_1, x_2, x_3, x_4 функции из множества $\{0, 1, x\}$ так, чтобы получилась функция \overline{x} .
 - 37.1. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000100110001)$
 - 37.2. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000001101010101)$
 - 37.3. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010000110111)$
 - 37.4. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001010100000111)$
 - 37.5. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (01010001010101111)$
 - 37.6. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (01000101010101111)$
 - 37.7. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000101110101)$
 - 37.8. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (00000011010101011)$
 - 37.9. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (00000100010101111)$
- 37.10. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001000100000101)$
- 37.11. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (00010000010101111)$
- 37.12. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000000100001101)$
- 37.13. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001010100110101)$
- 37.14. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010101110101)$
- 37.15. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000111101110111)$
- 37.16. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0011001100010011)$
- 37.17. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (00011101001111111)$
- 37.18. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001111100110111)$
- 37.19. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0101010111111111)$
- 37.20. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000011101000111)$
- 37.21. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0001010101011101)$
- 37.22. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (010111111000111111)$
- 37.23. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (000111111000101111)$
- $37.24. \ f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000010001110111)$
- 37.25. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (00010001110111111)$
- 37.26. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000110100001111)$
- 37.27. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000001101000111)$
- 37.28. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (00000101111110111)$
- 37.29. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0000000100110101)$
- 37.30. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (01110101011111111)$

38. Проверить принадлежность функции классам T_0, T_1, L, S, M .

- 38.1. $z(x \sim y)$
- 38.2. $x \lor (y \mid z)$
- 38.3. $\overline{y} \oplus xz$
- 38.4. $(x | y) \rightarrow z$
- $38.5. (xy) \mid z$
- 38.6. $(x \downarrow z) \lor y$
- $38.7. \ x \rightarrow (y \rightarrow z)$
- 38.8. $\overline{z} \lor (x \sim y)$
- 38.9. $\overline{x}(y \vee z)$
- 38.10. $\overline{z} \mid (x \vee y)$
- $38.11. xy \rightarrow z$
- 38.12. $(x \rightarrow y) \oplus z$
- 38.13. $(x \oplus y) \lor z$
- 38.14. $x(y \sim z)$
- $38.15. \ x \rightarrow \overline{yz}$
- 38.16. $z \to (x \sim y)$
- 38.17. $x\overline{y} \oplus \overline{z}$
- 38.18. $\overline{x \downarrow y} \oplus z$
- 38.19. $(x \vee \overline{y})z$
- 38.20. $\overline{x}(y \vee \overline{z})$
- 38.21. $(x \oplus \overline{y})(y \oplus \overline{z})$
- 38.22. $\overline{x \downarrow (y \mid \overline{z})}$
- 38.23. $(x \to y)(y \to z)$
- $38.24. \ x\overline{(y \mid z)}$
- 38.25. $(x \oplus \overline{y}) \mid z$
- $38.26. (x \downarrow y) \oplus z$
- $38.27. (x \lor y) \downarrow z$
- $38.28. (xy) \mid z$
- $38.29. \ x \oplus (y \to z)$
- 38.30. $x \oplus (y \mid z)$

39. Проверить полноту системы функций A.

39.1.
$$A = \{0, xy, x\overline{(y \mid z)}\}$$

39.2.
$$A = {\overline{x}, x \oplus y, x \sim y \sim z}$$

39.3.
$$A = \{1, x \oplus y, x \vee y \vee z\}$$

39.4.
$$A = \{0, xy, x \oplus y \oplus z\}$$

39.5.
$$A = \{\overline{x}, x \oplus y, (x \to y) \to z\}$$

39.6.
$$A = \{1, x \sim y, xyz\}$$

39.7.
$$A = \{0, x \lor y, x \sim y \sim z\}$$

39.8.
$$A = {\overline{x}, x \sim y, x \rightarrow (y \rightarrow z)}$$

39.9.
$$A = \{1, xy, x \lor y \lor z\}$$

39.10.
$$A = \{0, xy, (x \to y) \to z\}$$

39.11.
$$A = \{x, x \to y, x \lor y \lor z\}$$

39.12.
$$A = \{1, x \oplus y, xy \to z\}$$

39.13.
$$A = \{0, x \sim y, (x \to y) \oplus z\}$$

39.14.
$$A = \{x, x \to y, (x \oplus y) \lor z\}$$

39.15.
$$A = \{1, x \lor y, x(y \sim z)\}$$

39.16.
$$A = \{0, xy, x \to \overline{yz}\}$$

39.17.
$$A = \{x, x \to (y \to x), \ \overline{x \to y}\}\$$

39.18.
$$A = \{1, x \vee \overline{y}, x\overline{y} \oplus \overline{z}\}$$

39.19.
$$A = \{0, x \oplus y \oplus 1, \overline{x \downarrow y} \oplus z\}$$

39.20.
$$A = \{\overline{x}, (x \oplus y) \lor y, (x \lor \overline{y})z\}$$

39.21.
$$A = \{1, x \to y, \overline{x}(\overline{y \vee \overline{z}})\}$$

39.22.
$$A = \{0, xy, (x \oplus \overline{y})(y \oplus \overline{z})\}$$

39.23.
$$A = \{ \overline{x}, x \oplus y, \overline{x \downarrow (y \mid \overline{z})} \}$$

39.24.
$$A = \{1, x \lor y, (x \to y)(y \to z)\}$$

39.25.
$$A = \{\overline{x}, x \sim y, (x \oplus \overline{y}) \mid z\}$$

39.26.
$$A = \{1, x\overline{y}, x \lor y \lor z\}$$

39.27.
$$A = \{\overline{x}, x \oplus y, (x \vee y) \downarrow z\}$$

39.28.
$$A = \{ \overline{x}, \ x \sim y, \ (xy) \mid z \}$$

39.29.
$$A = \{0, x(x \vee y), x \oplus (y \to z)\}$$

39.30.
$$A = \{1, \ \overline{x} \to y, \ x \oplus (y \mid z)\}$$

- 40. Проверить полноту системы функций A.
 - $40.1. A = \{(0001), (01011100), (00101111)\}$
 - $40.2. A = \{(0111), (00001111), (10010111)\}$
 - 40.3. $A = \{(1001), (10010101), (11001011)\}$
 - 40.4. $A = \{(0110), (11001011), (11100011)\}$
 - $40.5. A = \{(1101), (11000111), (11110001)\}$
 - 40.6. $A = \{(1011), (11000011), (01010111)\}$
 - $40.7. A = \{(0010), (11110000), (10101011)\}$
 - 40.8. $A = \{(0100), (11110110), (11010101)\}$
 - 40.9. $A = \{(0001), (11110101), (11101010)\}$
- $40.10. A = \{(0111), (11110010), (01110101)\}$
- 40.11. $A = \{(1001), (11110001), (10111010)\}$
- $40.12. A = \{(0110), (001111111), (01101001)\}$
- $40.13. A = \{(1101), (10011111), (10010110)\}$
- $40.14. A = \{(1011), (00110111), (00011110)\}$
- $40.15. A = \{(0010), (01010101), (11010010)\}$
- $40.16. A = \{(0100), (11100011), (10101011)\}$
- $40.17. A = \{(0001), (11110001), (11010101)\}$
- $40.18. A = \{(0111), (01010111), (11101010)\}$
- 40.19. $A = \{(1001), (10101011), (01110101)\}$
- $40.20.\ A=\{(0110),\ (11100011),\ (10111010)\}$
- $40.21. A = \{(1101), (11110001), (01011101)\}$
- $40.22. A = \{(1011), (01010111), (10101110)\}$
- $40.23. A = \{(0010), (10101011), (01100111)\}$
- $40.24. A = \{(0100), (11010101), (10110011)\}$
- $40.25.\ A = \{(0001),\ (11101010),\ (11011001)\}$
- $40.26. A = \{(0111), (01110101), (11101100)\}$
- $40.27. A = \{(1010), (10011111), (11011100)\}$
- $40.28. A = \{(1100), (01100110), (10111001)\}$
- $40.29. A = \{(0010), (00110011), (01110011)\}$
- $40.30. A = \{(0100), (11001100), (11100110)\}$

- 41. Доказать полноту системы A, выразив через нее конъюнкцию и отрицание.
 - 41.1. $A = \{\overline{x_1 \sim x_2}, x_1 \lor x_2, x_2 \sim x_1\}$
 - 41.2. $A = \{x_2 \oplus x_1, \overline{x_2 \oplus x_1}, x_1 \to x_2\}$
 - 41.3. $A = \{\overline{x_1 \oplus x_2}, \overline{x_2 \to x_1}, x_1 \lor x_2\}$
 - 41.4. $A = \{x_1 \oplus x_2, x_2 \lor x_1, x_2 \to x_1\}$
 - 41.5. $A = \{x_1 \to x_2, x_2 \oplus x_1, x_2 \lor x_1\}$
 - 41.6. $A = \{x_2 \sim x_1, x_1 \oplus x_2, \overline{x_1 \to x_2}\}$
 - 41.7. $A = \{x_2 \sim x_1, x_2 \to x_1, \overline{x_1 \sim x_2}\}$
 - 41.8. $A = \{x_1 \to x_2, \overline{x_2 \sim x_1}, x_1 \sim x_2\}$
 - 41.9. $A = \{\overline{x_2 \to x_1}, \overline{x_2 \mid x_1}, x_1 \to x_2\}$
- 41.10. $A = \{x_2 \sim x_1, x_2 \oplus x_1, \overline{x_2 \downarrow x_1}\}$
- 41.11. $A = \{\overline{x_2 \mid x_1}, x_2 \sim x_1, \overline{x_1 \sim x_2}\}$
- 41.12. $A = \{x_2 \oplus x_1, x_1 \sim x_2, x_1 \rightarrow x_2\}$
- 41.13. $A = \{x_2 \to x_1, \overline{x_2 \mid x_1}, x_1 \oplus x_2\}$
- 41.14. $A = \{x_2 \to x_1, x_1 \oplus x_2, \overline{x_1 \downarrow x_2}\}$
- 41.15. $A = \{\overline{x_2 \to x_1}, \overline{x_2 \oplus x_1}, x_2 \oplus x_1\}$
- 41.16. $A = \{x_1 \to x_2, \overline{x_1 \downarrow x_2}, x_1 \oplus x_2\}$
- 41.17. $A = \{\overline{x_1 \perp x_2}, x_1 \oplus x_2, x_2 \sim x_1\}$
- 41.18. $A = \{x_1 \oplus x_2, x_1 \lor x_2, x_1 \sim x_2\}$
- 41.19. $A = \{x_2 \to x_1, x_1 \oplus x_2, \overline{x_2 \sim x_1}\}$
- 41.20. $A = \{x_1 \oplus x_2, x_1 \to x_2, x_2 \oplus x_1\}$
- 41.21. $A = \{x_1 \to x_2, x_2 \lor x_1, x_2 \oplus x_1\}$
- 41.22. $A = \{x_1 \sim x_2, x_1 \oplus x_2, x_1 \lor x_2\}$
- 41.23. $A = \{x_2 \lor x_1, x_1 \sim x_2, \overline{x_2 \sim x_1}\}$
- 41.24. $A = \{x_1 \to x_2, x_1 \lor x_2, x_2 \oplus x_1\}$
- 41.25. $A = \{x_2 \oplus x_1, \overline{x_2 \mid x_1}, x_1 \to x_2\}$
- 41.26. $A = \{x_2 \to x_1, x_2 \oplus x_1, x_1 \oplus x_2\}$
- 41.27. $A = \{\overline{x_2 \sim x_1}, x_2 \rightarrow x_1, x_1 \lor x_2\}$
- 41.28. $A = \{x_1 \to x_2, x_2 \lor x_1, x_1 \oplus x_2\}$
- 41.29. $A = \{\overline{x_1 \sim x_2}, x_1 \rightarrow x_2, x_1 \lor x_2\}$
- 41.30. $A = \{x_2 \sim x_1, x_1 \oplus x_2, x_2 \vee x_1\}$

42. Выразить функцию в виде формулы в базисе {|}.

- $42.1. \ x_3 \lor (x_3 \to (x_1 \oplus x_2))$
- $42.2. \ x_3 \oplus ((x_3 \downarrow x_1) \downarrow x_2)$
- $42.3. (x_3 \downarrow (x_1 \oplus x_3)) \oplus x_2$
- 42.4. $(x_1 \lor (x_2 \to x_3))x_2$
- 42.5. $(x_2 \oplus (x_1 \downarrow x_3)) \lor x_3$
- $42.6. (x_2 \oplus x_1) \to (x_3 \sim x_1)$
- $42.7. ((x_1 \to x_2) \to x_3) \lor x_1$
- 42.8. $((x_1 \sim x_2) \lor x_1) \downarrow x_3$
- 42.9. $x_3 \overline{x_2 \vee (x_1 \downarrow x_2)}$
- $42.10. (x_3 \oplus x_1)x_1 \downarrow x_2$
- $42.11. ((x_3 \lor x_2) \to x_1) \oplus x_1$
- 42.12. $x_3 \lor ((x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_2)$
- 42.13. $\overline{x_3 \sim x_2} \downarrow (x_2 \lor x_1)$
- 42.14. $((x_1 \lor x_3) \to x_2) \lor x_2$
- $42.15. (x_3 \sim x_1) \downarrow (x_3 \downarrow x_2)$
- $42.16. (x_1 \oplus x_2 x_3) \to x_3$
- $42.17. (x_3 \lor x_2) \downarrow (x_2 \to x_1)$
- $42.18. \ x_3 \lor (x_3 \downarrow x_1) \lor x_2$
- 42.19. $x_3 \oplus x_1 \oplus (x_2 \downarrow x_3)$
- $42.20. (x_3 \downarrow x_2) \to (x_1 \oplus x_2)$
- $42.21. (x_1 \rightarrow x_2) \downarrow (x_1 \sim x_3)$
- $42.22. (x_2 \oplus x_3 x_2) \vee x_1$
- $42.23. (x_3x_1 \to x_1) \oplus x_2$
- $42.24. \ x_2 \downarrow ((x_1 \downarrow x_2) \to x_3)$
- $42.25. (x_1 \to (x_3 \lor x_2)) \oplus x_3$
- $42.26. \ x_1 \downarrow \overline{(x_2 \to x_3) \oplus x_3}$
- $42.27. (x_3 \lor x_2) \to \overline{x_3 \lor x_1}$
- 42.28. $\overline{x_3 \downarrow x_1}(x_2 \sim x_1)$
- $42.29. (x_3 \to (x_2 \lor x_1)) \lor x_2$
- 42.30. $(x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_1)) \oplus x_3$

- 43. Выразить функцию в виде формулы в базисе {↓}.
 - 43.1. f = (11010000)
 - 43.2. f = (01101000)
 - 43.3. f = (00110100)
 - 43.4. f = (00011100)
 - 43.5. f = (00001110)
 - 43.6. f = (00000111)
 - 43.7. f = (10000011)
 - 43.8. f = (11000001)
 - 43.9. f = (11100000)
- 43.10. f = (00110001)
- 43.11. f = (00011010)
- 43.12. f = (00001101)
- 43.13. f = (10000110)
- 43.14. f = (01000011)
- 43.15. f = (10100001)
- 43.16. f = (10011000)
- 43.17. f = (01001100)
- 43.18. f = (00100110)
- 43.19. f = (00010011)
- 43.20. f = (10001001)
- 43.21. f = (11000100)
- 43.22. f = (01100010)
- 43.23. f = (10101000)
- 43.24. f = (01010100)
- 43.25. f = (00101010)
- 43.26. f = (00010101)
- 43.27. f = (10001010)
- 43.28. f = (01000101)
- 43.29. f = (10100010)
- 43.30. f = (01010001)

44. Определить, является ли система функций A базисом.

44.1.
$$A = \{x_1x_2x_3, (x_1 \mid x_2) \mid x_3, (x_1 \lor x_2) \oplus x_3\}$$

44.2.
$$A = \{ \overline{x_1 \sim x_2} \to x_3, x_1 \mid (x_2 \downarrow x_3), \overline{(x_1 \oplus x_2)x_3} \}$$

44.3.
$$A = \{(x_1 \downarrow x_2) \sim x_3, (x_1 \sim x_2) \mid x_3, \overline{x_1 \oplus x_2} \sim x_3\}$$

44.4.
$$A = \{\overline{x_1 \mid (x_2 \to x_3)}, (x_1 \sim x_2) \to x_3, x_1 \to (x_2 \oplus x_3)\}$$

44.5.
$$A = \{x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3), \overline{x_1 \mid x_2} \mid x_3, (x_1 \mid x_2) \downarrow x_3\}$$

44.6.
$$A = \{(x_1 \mid x_2) \to x_3, \overline{(x_1 \lor x_2) \oplus x_3}, \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3}\}$$

44.7.
$$A = \{x_1 \sim (x_2 \vee x_3), x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, \overline{x_1 x_2} \vee x_3\}$$

44.8.
$$A = \{x_1 \downarrow \overline{x_2 \downarrow x_3}, x_1 \sim (x_2 \lor x_3), x_1 \lor (x_2 \oplus x_3)\}$$

44.9.
$$A = \{(x_1 \sim x_2) \lor x_3, (x_1 \mid x_2) \lor x_3, x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)\}$$

44.10.
$$A = \{(x_1 \mid x_2) \downarrow x_3, \overline{x_1 \mid \overline{x_2 \oplus x_3}}, (x_1 \mid x_2)x_3\}$$

44.11.
$$A = \{x_1 \mid (x_2 \downarrow x_3), x_1 \oplus (x_2 \lor x_3), \overline{x_1 \to x_2} \to x_3\}$$

44.12.
$$A = \{x_1 \oplus x_2 x_3, \overline{(x_1 \to x_2) \to x_3}, (x_1 \mid x_2) \mid x_3 \}$$

44.13.
$$A = \{x_1x_2 \to x_3, \overline{(x_1 \lor x_2)x_3}, x_1 \sim (x_2 \lor x_3)\}$$

44.14.
$$A = \{x_1 \lor (x_2 \downarrow x_3), (x_1 \to x_2) \lor x_3, x_1 \mid (x_2 \sim x_3)\}$$

44.15.
$$A = \{(x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3, \overline{x_1 \to x_2 x_3}, \overline{x_1 \downarrow x_2} \oplus x_3\}$$

44.16.
$$A = \{x_1(x_2 \mid x_3), \overline{x_1 \downarrow x_2} \mid x_3, x_1x_2x_3\}$$

44.17.
$$A = \{x_1 \lor (x_2 \sim x_3), x_1 \sim (x_2 \to x_3), x_1 \sim \overline{x_2 \mid x_3}\}$$

44.18.
$$A = \{x_1 \downarrow (x_2 \to x_3), x_1 \oplus (x_2 \sim x_3), \overline{(x_1 \downarrow x_2) \sim x_3}\}$$

44.19.
$$A = \{(x_1 \oplus x_2)x_3, (x_1 \mid x_2) \oplus x_3, \overline{(x_1 \to x_2) \downarrow x_3}\}$$

44.20.
$$A = \{(x_1 \mid x_2) \oplus x_3, x_1 \to (x_2 \oplus x_3), \overline{x_1 \vee x_2 x_3}\}$$

44.21.
$$A = \{x_1(x_2 \to x_3), x_1\overline{x_2 \downarrow x_3}, x_1 \lor (x_2 \oplus x_3)\}$$

44.22.
$$A = \{x_1 \mid (x_2 \mid x_3), x_1 \oplus (x_2 \sim x_3), \overline{(x_1 \to x_2) \oplus x_3}\}$$

44.23.
$$A = \{x_1 \sim \overline{x_2 \downarrow x_3}, x_1 \overline{x_2 \sim x_3}, x_1 \sim (x_2 \lor x_3)\}$$

44.24.
$$A = \{\overline{x_1(x_2 \to x_3)}, (x_1 \downarrow x_2) \lor x_3, x_1 \oplus x_2x_3\}$$

44.25.
$$A = \{x_1 \lor \overline{x_2 \downarrow x_3}, (x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_3, x_1 \rightarrow (x_2 \oplus x_3)\}$$

44.26.
$$A = \{x_1 \oplus (x_2 \downarrow x_3), x_1 \sim (x_2 \lor x_3), (x_1 \oplus x_2) \lor x_3\}$$

44.27.
$$A = \{\overline{x_1 \mid x_2}x_3, x_1 \downarrow (x_2 \downarrow x_3), x_1 \downarrow (x_2 \oplus x_3)\}$$

44.28.
$$A = \{(x_1 \lor x_2) \sim x_3, \overline{x_1 \sim (x_2 \mid x_3)}, (x_1 \lor x_2)x_3\}$$

44.29.
$$A = \{x_1x_2 \to x_3, \overline{x_1 \oplus (x_2 \sim x_3)}, x_1\overline{x_2 \mid x_3}\}$$

44.30.
$$A = \{(x_1 \lor x_2)x_3, \overline{x_1 \lor x_2 \lor x_3}, x_1 \downarrow (x_2 \sim x_3)\}$$

- 45. Из системы функций выделить все базисы A.
 - 45.1. $A = \{x_1 \sim x_2, (x_1 \mid x_2) \oplus (x_3 \vee x_1), x_2 \sim (x_3 \oplus x_1), x_3 \rightarrow (x_1 \sim x_2)\}$
 - 45.2. $A = \{ \overline{x}_1 \sim \overline{x}_2, \ (x_3 \oplus x_1) \downarrow (x_2 \mid x_3), \ x_1 \lor x_2 \lor x_3, \ (x_3 \overline{x}_2) \lor (x_2 \oplus x_3) \}$
 - 45.3. $A = \{(x_1 \downarrow x_3) \lor \overline{x}_2, (x_3 \downarrow x_1) \mid (x_2 \to x_1), x_1 \lor x_2 \lor (x_3 \mid x_1), (x_1 \mid x_2) \lor (x_2 \sim x_1)\}$
 - 45.4. $A = \{x_1 \mid (x_2 \to x_1), (x_2 x_1) \to x_3, x_1 \oplus x_2 \oplus x_3, (x_3 \to x_2) \sim (x_1 \oplus x_2)\}$
 - 45.5. $A = \{ \overline{(x_1 \sim x_2)}, (x_1 \oplus x_2) \lor x_3, (x_1 \mid x_2) \overline{x}_1, x_1 \to (x_2 \sim x_3) \}$
 - 45.6. $A = \{(x_3 \mid x_1) \lor x_2 \lor x_1, \ x_2 \oplus (x_1 \lor x_2), \ (x_2 \mid x_1) \mid x_3, (x_1 \downarrow x_3) \lor (x_2 \rightarrow x_3)\}$
 - 45.7. $A = \{x_3(x_1 \sim x_2), x_1 \oplus x_2 \oplus x_3 \oplus 1, \overline{(x_1 \sim x_2)}, \overline{(x_1 \mid x_2)}\}$
 - 45.8. $A = \{x_1 \mid (x_3 \lor x_2), x_3 \to (x_2 \downarrow x_1), x_2 \to (x_1 \lor x_3), \overline{(x_1 \sim x_2)}\}$
 - 45.9. $A = \{ \overline{x}_2 \lor (x_2 \to x_1), \ \overline{x}_1 \oplus x_3, \ x_1 x_2, \ (x_1 \oplus x_3) \downarrow (x_1 \sim x_2) \}$
- 45.10. $A = \{(x_2 \lor x_3) \oplus (x_3 \lor x_1), \ \overline{x}_1 \downarrow (x_2 \lor x_3), \ (x_3 \lor x_2) \oplus x_1, \ x_1 \mid \overline{x}_2\}$
- 45.11. $A = \{(x_1 \oplus x_2)(x_3 \to x_1), x_1 \lor x_2, x_1\overline{x}_2, (x_3 \sim x_2)(x_3 \to x_2)\}$
- 45.12. $A = \{(x_3 \downarrow x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_3), (x_2 \rightarrow x_3) \lor (x_1 \rightarrow x_2), x_1 \rightarrow x_2, x_1 \oplus x_2\}$
- 45.13. $A = \{(x_2 \sim x_1) \lor x_2, (x_2 \sim x_3) \mid \overline{x}_1, x_3 \lor (x_2 \oplus x_3), (x_1 \sim x_3) \oplus (x_1 x_2)\}$
- 45.14. $A = \{(x_1 \mid x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2), (x_3 \lor x_2)(x_2 \to x_1), (x_1 \sim x_3)(x_1 \oplus 1), x_1 \overline{x}_2\}$
- 45.15. $A = \{(x_1x_2)(x_2 \to x_1), (x_1x_2) \mid x_3, (x_2 \mid x_1) \to (x_2 \mid x_3), (x_1 \downarrow x_2) \downarrow x_2\}$
- 45.16. $A = \{(x_3 \to x_2) \sim (x_2 \to x_1), x_1x_2x_3, x_1 \oplus x_2, x_1 \lor x_2\}$
- 45.17. $A = \{x_2x_3 \oplus (x_1 \mid x_3), x_2 \downarrow (x_2 \rightarrow x_1), x_1 \sim x_2 \sim (x_2 \rightarrow x_1), x_2x_3(x_1 \lor x_3)\}$
- 45.18. $A = \{(x_1 \lor x_2) \sim \overline{x}_2, (x_1x_3) \to x_2, (x_1 \sim x_3) \oplus x_2, \overline{x}_1(x_3 \to x_2)\}$
- 45.19. $A = \{(x_1 \downarrow x_3) \oplus \overline{x}_2, x_1x_2, (x_2 \sim x_1) \rightarrow x_1, x_2 \mid (x_1 \vee x_3)\}$
- 45.20. $A = \{(x_1 \mid x_2) \to x_3, \overline{(x_1 \to x_2)}, x_1 \sim x_2, x_1 x_2 (x_1 \to x_3)\}$
- 45.21. $A = \{x_1 \to (x_1 x_2), (x_1 \sim x_2) \oplus x_2, x_1 \sim (x_1 \mid x_2), x_1 \sim x_2\}$
- 45.22. $A = \{(x_1x_3) \downarrow (x_1 \downarrow x_3), (x_1 \oplus x_2) \sim (x_1 \lor x_2), (x_1 \sim x_2) \lor \overline{x}_2, (x_1 \lor x_2) \mid (x_1 \downarrow x_2)\}$
- 45.23. $A = \{ \overline{(x_1 \sim x_2)}, (x_1 \vee x_3) \downarrow (x_2 \sim x_3), x_1 \oplus (x_1 \downarrow x_2), (x_1 \mid x_2) \downarrow x_1 \}$
- 45.24. $A = \{x_1 \lor (x_2 \to x_1), (x_1x_2) \sim (x_2x_3), (x_1 \oplus x_3) \sim x_2, (x_2 \oplus x_1) \to (x_3x_1)\}$
- 45.25. $A = \{(x_2 \lor x_3)(x_1 \mid x_3), (x_2 \to x_1) \lor (x_3 \to x_1), x_1 \lor (x_2 \mid x_3), (x_1 \sim x_3)x_2x_3\}$
- 45.26. $A = \{x_1 \sim (x_3 \to x_2), (x_1 \mid x_2) \mid x_1, x_1 \downarrow (x_2 \downarrow x_3), x_1 \sim x_2 \sim \overline{x}_3 \}$

- 45.27. $A = \{(x_2 \to x_1) \to (x_1 \downarrow x_2), \ \overline{(x_1 \sim x_2)}, \ x_1 \lor \overline{x_2}, \ (x_1 \mid x_2) \sim x_1\}$
- 45.28. $A = \{(x_1 \lor x_2) \to (x_1 \to \overline{x}_2), \ \overline{x}_2 \oplus (x_1 x_3), \ (x_2 \downarrow x_3) \lor (x_1 \sim x_2), \ (x_1 \to x_3) \to x_2\}$
- 45.29. $A = \{x_3 \to (x_1 \sim x_2), (x_2 \oplus x_3) \to (x_1 \mid x_2), x_2x_3 \oplus (x_2 \mid x_1), x_1 \sim (x_2 \oplus x_3)\}$
- 45.30. $A = \{(x_2 \downarrow x_3) \lor (x_1 \to x_2), \ \overline{x}_3 \lor (x_1 \sim x_2), \ \overline{x}_1(x_2 \lor x_3), \ \overline{x}_3 \mid (x_1 \lor x_2)\}$

46. Проверить полноту системы функций A.

46.1.
$$A = (T_0 \backslash T_1) \cup (S \cap L)$$

46.2.
$$A = (L \backslash M) \cup (T_0 \backslash T_1)$$

46.3.
$$A = (T_0 \backslash S) \cup (M \backslash S)$$

46.4.
$$A = (L \cap M) \cup (T_0 \backslash S)$$

46.5.
$$A = (T_0 \backslash L) \cup (S \backslash T_1)$$

46.6.
$$A = (M \cap T_1) \cup (T_0 \setminus L)$$

46.7.
$$A = (T_1 \backslash T_0) \cup (T_0 \cap M)$$

46.8.
$$A = (L \cap S) \cup (T_1 \setminus T_0)$$

46.9.
$$A = (T_1 \backslash S) \cup (T_0 \cap L)$$

46.10.
$$A = (M \cap L) \cup (T_1 \backslash S)$$

46.11.
$$A = (T_1 \setminus L) \cup (M \cap T_0)$$

46.12.
$$A = (L \cap T_0) \cup (T_1 \setminus L)$$

46.13.
$$A = (T_1 \backslash M) \cup (L \cap M)$$

46.14.
$$A = (M \backslash S) \cup (T_1 \backslash M)$$

46.15.
$$A = (S \backslash T_1) \cup (M \backslash L)$$

46.16.
$$A = (M \backslash T_0) \cup (S \backslash T_1)$$

46.17.
$$A = (S \backslash M) \cup (M \backslash T_1)$$

46.18.
$$A = (L \cap T_1) \cup (S \setminus M)$$

46.19.
$$A = (T_0 \backslash T_1) \cup (S \backslash M)$$

46.20.
$$A = (S \setminus T_1) \cup (T_1 \setminus S)$$

46.21.
$$A = (T_1 \backslash S) \cup (S \backslash M)$$

46.22.
$$A = (S \backslash M) \cup (T_1 \backslash T_0)$$

46.23.
$$A = (T_1 \backslash L) \cup (S \backslash M)$$

46.24.
$$A = (S \backslash M) \cup (T_0 \backslash S)$$

46.25.
$$A = (T_1 \backslash M) \cup (S \backslash T_1)$$

46.26.
$$A = (S \backslash T_1) \cup (T_0 \backslash M)$$

46.27.
$$A = (T_0 \backslash S) \cup (S \backslash T_1)$$

46.28.
$$A = (S \backslash M) \cup (T_0 \backslash L)$$

46.29.
$$A = (T_1 \backslash M) \cup (S \backslash L)$$

46.30.
$$A = (T_1 \backslash L) \cup (S \backslash T_0)$$

А Приложение. Домашняя контрольная работа

Используя функции из полной системы функций A,

- по лемме о несамодвойственной функции построить константу;
- по лемме о немонотонной функции построить отрицание;
- по лемме о нелинейной функции построить конъюнкцию;
- \bullet выразить функцию φ .

1.
$$A = \{ f = x_1 \downarrow ((x_3 \downarrow x_1) \oplus x_3), g = x_1 \oplus (x_1 \downarrow \overline{x_3 \lor x_2}), h = x_1 \oplus ((x_3 \oplus x_1) \mid x_1) \}, \qquad \varphi = (1001)$$

2.
$$A = \{ f = x_3 \sim (x_1 \oplus x_2) \sim x_2, g = \overline{x_2(x_2 \mid x_1)} \rightarrow x_2, h = x_2(x_3 \oplus x_2) \rightarrow x_3 \}, \quad \varphi = (1110)$$

3.
$$A = \{ f = \overline{x_2 \downarrow x_1} \lor (x_3 \to x_2), g = x_1 \oplus \overline{(x_1 \downarrow x_3) \mid x_1}, h = (x_3 \downarrow x_3 x_1) x_2 \}, \varphi = (1100)$$

4.
$$A = \{ f = x_3 \to (x_3 \to (x_3 \downarrow x_2)), g = x_1 \lor (x_3 \downarrow \overline{x_2 \to x_1}), h = \overline{x_3 x_2 \oplus x_1} \oplus x_2 \}, \quad \varphi = (1000)$$

5.
$$A = \{ f = x_3 x_1 \to (x_2 \sim x_1), g = x_3 x_2 \downarrow (x_2 \vee x_3), h = x_2 (x_2 \mid (x_2 \oplus x_3)) \}, \varphi = (0111)$$

6.
$$A = \{ f = (x_1 \oplus x_3) \mid x_1 x_3, g = x_3 \to \overline{(x_1 \sim x_3) \vee x_2}, h = (x_3 \mid x_2) \overline{x_3 \to x_2} \}, \quad \varphi = (0011)$$

7.
$$A = \{ f = \overline{x_3 \mid x_2} \lor (x_2 \to x_3), g = \overline{x_1 \lor (x_2 \downarrow \overline{x_1 \oplus x_3})}, h = (x_3 \oplus x_1) \to (x_1 \to x_3) \}, \quad \varphi = (1100)$$

8.
$$A = \{ f = x_1(x_1x_2 \to x_3), g = (x_3 \oplus x_2x_3) \downarrow x_3, h = x_1x_2 \oplus (x_2 \vee x_3) \}, \varphi = (1011)$$

9.
$$A = \{ f = ((x_1 \lor x_2) \mid x_2) \lor x_2, g = \overline{x_3 x_2} \mid x_1 \to x_2, h = (x_2 \lor (x_3 \oplus x_1)) \downarrow x_3 \}, \varphi = (1100) \}$$

10.
$$A = \{ f = x_3 \downarrow ((x_2 \downarrow x_1) \downarrow x_1), g = (x_2 \rightarrow (x_2 \sim x_1)) \sim x_1, h = \overline{x_2 \lor x_3} \sim (x_1 \downarrow x_2) \}, \quad \varphi = (0010)$$

11.
$$A = \{ f = x_3 x_1 \oplus \overline{x_2 \mid x_3}, g = x_1 \downarrow \overline{(x_3 \downarrow x_1) \oplus x_1}, h = (x_3 \sim x_2) \rightarrow (x_1 \oplus x_2) \}, \varphi = (0001)$$

12.
$$A = \{ f = (\overline{x_1 \mid x_2} \sim x_2) \mid x_2, g = \overline{x_3 \mid x_2} \oplus (x_2 \mid x_3), h = ((x_1 \to x_2) \oplus x_3) \lor x_3 \}, \varphi = (1110) \}$$

13.
$$A = \{ f = x_3 \oplus ((x_1 \vee x_2) \sim x_3), g = x_3 \oplus (x_1 \downarrow (x_2 \vee x_1)), h = x_1 \downarrow ((x_3 \to x_1) \vee x_3) \}, \qquad \varphi = (1001)$$

14.
$$A = \{ f = x_2 \downarrow (x_2 \oplus x_1 \oplus x_2), g = x_1 \sim x_2 \sim \overline{x_3 \oplus x_2}, h = (x_2 \mid (x_2 \to x_3)) \oplus x_2 \}, \varphi = (1111)$$

15.
$$A = \{ f = x_1 \oplus ((x_2 \sim x_3) \vee x_2), g = \overline{(x_3 \mid (x_2 \to x_3)) \downarrow x_3}, h = x_3 \to (x_3 \oplus (x_1 \sim x_2)) \}, \varphi = (0101)$$

16.
$$A = \{ f = x_2 \sim (x_3 \to x_1) \sim x_1, g = (x_1 \vee x_2)(x_2 \to x_1), h = x_2 x_3 \oplus (x_1 \vee x_2) \}, \varphi = (1101)$$

17.
$$A = \{ f = x_2 \downarrow (x_3 \sim (x_2 \to x_1)), g = x_2 \oplus ((x_2 \downarrow x_3) \mid x_1), h = x_1 \sim (x_1 x_3 \mid x_2) \}, \varphi = (1100)$$

18.
$$A = \{ f = \underline{((x_2 \sim x_3) \mid x_3)} \mid x_1, g = (x_3 \downarrow x_2) \lor (x_3 \sim x_1), h = \underline{(x_2 \downarrow x_3 x_2) \mid x_3} \}, \quad \varphi = (0111)$$

19.
$$A = \{ f = (x_3 \lor x_2) \oplus (x_2 \mid x_1), g = \overline{(x_3 \lor x_1) \sim x_1} \sim x_2, h = x_2 \to \overline{x_3 x_2} x_1 \}, \quad \varphi = (0100)$$

20.
$$A = \{ f = (x_1 \mid x_3) \downarrow x_3 x_1, g = x_2 \oplus (x_2 \mid x_3) x_1, h = x_3 \sim ((x_3 \to x_2) \to x_3) \}, \varphi = (1101)$$

21.
$$A = \{ f = x_3 \sim (x_3 \to x_1)x_2, g = x_3x_2 \mid (x_1 \lor x_3), h = ((x_3 \oplus x_1) \lor x_1) \oplus x_2 \}, \varphi = (0101)$$

22.
$$A = \{ f = (x_3 \oplus x_2 x_1) x_2, g = x_2 \mid ((x_2 \to x_3) \to x_3), h = (x_3 \mid (x_1 \lor x_3)) \mid x_3 \}, \varphi = (0000)$$

23.
$$A = \{ f = x_1 \lor \overline{x_1 \downarrow (x_3 \lor x_2)}, g = \overline{x_2 \to x_1} x_1 \lor x_1, h = x_1(x_2 \lor x_1) \mid x_3 \}, \varphi = (1011)$$

24.
$$A = \{ f = \overline{x_1 \lor x_2(x_3 \to x_1)}, g = x_2 \lor ((x_3 \mid x_2) \to x_1), h = x_3(x_1 \downarrow x_2) \sim x_1 \}, \quad \varphi = (0111)$$

25.
$$A = \{ f = ((x_2 \oplus x_1) \sim x_2) \mid x_1, g = x_3 \downarrow ((x_2 \mid x_1) \to x_3), h = (x_2 \to x_3)(x_1 \sim x_3) \}, \varphi = (1101)$$

26.
$$A = \{ f = \underbrace{x_2 \sim (x_2 \downarrow (x_3 \sim x_2))}_{h = (x_2 \downarrow (x_2 \mid x_3)) \downarrow x_3} \}, \quad \varphi = (x_3 \downarrow x_1 x_3) \sim x_2,$$

27.
$$A = \{ f = x_2(\overline{x_2x_3} \sim x_1), g = (x_2 \downarrow x_3) \mid (x_1 \downarrow x_3), h = x_3 \rightarrow ((x_2 \mid x_1) \rightarrow x_3) \}, \varphi = (0001) \}$$

28.
$$A = \{ f = \underbrace{(x_3 \sim (x_1 \mid x_2)) \mid x_3, g = x_2 \oplus (x_2 \sim (x_2 \downarrow x_3)), h = \underbrace{x_1 \sim x_2(x_1 \to x_3)} \}, \varphi = (0110)$$

29.
$$A = \{ f = ((x_3 \sim x_1) \to x_1) \downarrow x_1, g = \overline{x_3 \mid x_1} \to \overline{x_3 x_2}, h = x_3 \lor (x_2 \mid (x_3 \sim x_2)) \}, \varphi = (0011)$$

30.
$$A = \{ f = \underline{((x_1 \mid x_3) \oplus x_1)} \mid x_2, g = ((x_3 \oplus x_2) \downarrow x_2) \mid x_1, h = \underline{(x_1 \sim x_2) \oplus x_2} \mid x_1 \}, \quad \varphi = (0111)$$

В Приложение. Разные задачи

- 1. Доказать, что формула, содержащая только связку \sim , тождественно истинна тогда и только тогда, когда любая переменная входит в нее четное число раз.
- 2. Доказать, что если F тождественно истинная формула, то после замены в ней каждой переменной на ее отрицание, получится тождественно истинная формула.
- 3. Доказать, что F тождественно истинна тогда и только тогда, когда $F^x_{y_1 \to y_2}$ тождественно истинна, где y_1, y_2 переменные, не входящие в F, а $F^x_{y_1 \to y_2}$ результат замены в F переменной x на формулу $y_1 \to y_2$.
- 4. Доказать, что формула вида $(A\&B)\lor C$ дедуктивно эквивалентна² формуле $(x\&A)\lor(\overline{x}\&B)\lor C$, где A,B,C произвольные формулы, не содержащие переменную x.
- 5. Доказать, что формула A дедуктивно эквивалентна формуле A&B, где B получена из A заменой каждой переменной на ее отрицанием.
- 6. Доказать, что всякая формула дедуктивно эквивалентна д.н.ф. вида $A \lor B$, где формула A д.н.ф., не содержащая отрицаний переменных, а B д.н.ф., не содержащая положительных вхождений переменных.
- 7. Доказать, что всякая формула дедуктивно эквивалентна д.н.ф. вида $A \lor B$, где формула A д.н.ф., не содержащая отрицаний переменных, а B получается из A заменой каждой переменной ее отрицанием.
- 8. Найти длину СДНФ заданной функции
 - 8.1. $x_1 \oplus \ldots \oplus x_n$; длина СДНФ равна 2^{n-1}
 - 8.2. $(x_1 \vee \ldots \vee x_n)(\overline{x}_1 \vee \ldots \vee \overline{x}_n)$; длина СДНФ равна 2^n-2
 - 8.3. $\bigvee_{(i_1...i_k)} x_{i_1} \cdots x_{i_k}$
 - 8.4. $\&_{(i_1...i_k)}(x_{i_1} \vee \cdots \vee x_{i_k})$
 - 8.5. $(x_1 \sim x_2)(x_2 \sim x_3) \dots (x_{n-1} \sim x_n)$
 - 8.6. $(x_1 \oplus x_2)(x_2 \oplus x_3) \dots (x_{n-1} \oplus x_n)$
 - 8.7. $(x_1 \oplus x_2)(x_2 \oplus x_3) \dots (x_{n-1} \oplus x_n)(x_n \oplus x_1)$
 - 8.8. $(x_1 \oplus x_2) \vee (x_2 \oplus x_3) \vee \ldots \vee (x_{n-1} \oplus x_n)$
 - 8.9. $(x_1 \oplus x_2) \vee (x_2 \oplus x_3) \vee \ldots \vee (x_{n-1} \oplus x_n) \vee (x_n \oplus x_1)$

 $^{^{1}}$ Формула называется тождественно истинной, если она равна 1 при любых значениях аргументов.

 $^{^2}$ Формула A дедуктивно эквивалентна формуле B, если A общезначима тогда и только тогда, когда B общезначима

- 8.10. $(x_1 \sim x_2) \lor (x_2 \sim x_3) \lor \ldots \lor (x_{n-1} \sim x_n)$
- 8.11. $(x_1 \to x_2)(x_2 \to x_3) \dots (x_{n-1} \to x_n)$
- 8.12. $(x_1 \to x_2)(x_2 \to x_3) \dots (x_{n-1} \to x_n)(x_n \to x_1)$
- 8.13. $(x_1 \to x_2)(x_2 \to x_1)(x_2 \to x_3)(x_3 \to x_2)\dots(x_{n-1} \to x_n)(x_n \to x_{n-1})$
- 8.14. $\sum_{i=1}^{n} x_1 \dots x_{i-1} x_{i+1} \dots x_n \oplus x_1 \dots x_n$
- 8.15. $(x_1 \vee \overline{x}_2)(x_2 \vee \overline{x}_3) \dots (x_{n-1} \vee \overline{x}_n)$; длина СДНФ равна n+1
- 8.16. $(x_1 \vee \overline{x}_2)(x_2 \vee \overline{x}_3)\dots(x_{n-1} \vee \overline{x}_n)(x_n \vee \overline{x}_1)$; длина СДНФ равна 2
- 8.17. $(x_1 \mid x_2) \lor (x_2 \mid x_3) \lor \ldots \lor (x_{n-1} \mid x_n)$; длина СДНФ равна $2^n 1$
- 8.18. $(x_1 \downarrow x_2)(x_2 \downarrow x_3) \dots (x_{n-1} \downarrow x_n)$; длина СДНФ равна 1
- 8.19. $(x_1 \mid x_2)(x_2 \mid x_3)\dots(x_{n-1} \mid x_n)$; длина СДНФ равна n+2-му числу в последовательности Фибоначчи
- 8.20. $(x_1 \lor x_2)(x_2 \lor x_3)\dots(x_{n-1} \lor x_n)$; длина СДНФ равна n+2-му числу в последовательности Фибоначчи
- 8.21. $(\dots((x_1 \to x_2) \to x_3)\dots) \to x_n$; длина СДНФ равна $S_n = \sum_{k=0}^n 2^k (-1)^k$ при четных n, $S_n = \sum_{k=0}^n 2^k (-1)^{k+1}$ при нечетных n
- 8.22. $((\dots((x_1 \to x_2) \to x_3)\dots) \to x_n) \to ((\dots((y_1 \to y_2) \to y_3)\dots) \to y_n);$ длина СДНФ равна $2^{n+1}-2^n\cdot S_n+(S_n)^2$, где S_n берется из предыдущего примера
- 9. Найти длину сокращенной ДНФ для функции
 - $9.1. \ x_1 \oplus \ldots \oplus x_n$; длина сокращенной ДНФ равна 2^{n-1}
 - 9.2. $(x_1 \lor x_2 \lor x_3)(\overline{x}_1 \lor \overline{x}_2 \lor \overline{x}_3)(x_4 \oplus \ldots \oplus x_n)$; длина сокращенной ДНФ равна $6 \cdot 2^{n-4}$
 - 9.3. $(x_1 \oplus \ldots \oplus x_k)(x_{k+1} \oplus \ldots \oplus x_n)$
 - 9.4. $(x_1 \vee \ldots \vee x_n)(x_1 \vee \ldots \vee x_k \vee \overline{x}_{k+1} \vee \ldots \vee \overline{x}_n)$; длина сокращенной ДНФ равна k+(n-k)(n-k-1)
- 10. Доказать, что если функция самодвойственна, то в ее ДНФ любые 2 слагаемых имеют общий сомножитель.
- 11. Доказать, что если функция самодвойственна, то в ее $KH\Phi$ любые 2 сомножителя имеют общее слагаемое.
- 12. Доказать, что если произведение любых двух элементарных конъюнкций в ДНФ равно 0, то после замены ∨ на ⊕ получится формула, эквивалентная исходной.

- 13. Доказать, что формула $x\&A \lor \overline{x}\&B$ эквивалентна формуле $x\&A \oplus \overline{x}\&B$.
- 14. Доказать, что любой предполный класс замкнут.
- 15. Доказать, что если замкнутый класс имеет конечный базис, то всякий его базис конечен.
- 16. Доказать, что всякий замкнутый класс, содержащий функцию, отличную от константы, содержит функцию x.
- 17. Доказать, что система, состоящая из функций, двойственных к функциям некоторой полной системы, полна.

Отпечатано в полном соответствии с предоставленным оригинал-макетом Подписано в печать 24.02.2012 г. Форм. бум. 60х84 1/16. Гарнитура "Таймс". Печать ризографическая. Печ.л. 1,75. Т.120. З.68. Лаборатория оперативной полиграфии Издательства КФУ

420045, Казань, ул. Кр. Позиция, 2
а Тел. $231\mbox{-}52\mbox{-}12$