

题目：

1. 假设有一个计算问题, 其中串行计算量占15%. 为实现并行计算, 需要增加1.5%的计算量, 这部分计算量是不能并行执行的, 并且与所使用处理器/执行内核的数量无关. 此外, 每个处理器/执行内核在执行并行计算任务的过程中, 还需要执行为所承担的并行任务执行一定的额外操作. 这些额外操作的计算量是所承担并行任务量的0.1%. 请问

a) 在一个有M颗处理器/执行内核的计算平台上, 并行程序可取得的最大加速比是多少

b) 为了使得并行计算效率至少为70%, M最大可为多少

(a) 串行计算量占 15%,  $\alpha = 15\%$   
 为实现并行计算, 需增加 1.5% 的计算量  $\beta = 1.5\%$   
 而且是不能够被并行执行的, 与执行核数无关。  
 每个处理器 执行内核在执行并行计算任务的过程中, 还需  
 执行为所承担的并行任务执行的额外操作, 额外  
 操作量是所承担的并行任务量的 0.1%,  $\gamma = 0.1\%$

设总计算量为  $S$ , 并行程序的串行计算量为  $\alpha S$   
 则并行程序的可并行的计算量为  $(1-\alpha)S$ , 此外还有  
 额外开销  $\beta S$  与  $\frac{(1-\alpha)S}{M} \gamma$

如果用计算量衡量计算时间, 则加速比为

$$R = \frac{T_{\text{串}}}{T_{\text{并}}} = \frac{S}{\frac{(1-\alpha)S}{M} (1+\gamma) + \beta S}$$

$$= \frac{1}{\frac{(1-\alpha)}{M} (1+\gamma) + \beta}$$

其中  $\alpha = 15\%$  ,  $\beta = 1.5\%$  ,  $\gamma = 0.1\%$

(b) 并行效率 =  $\frac{\text{加速比}}{\text{处理器核数}}$

$$R = \frac{1}{\frac{0.85085}{M} + 0.015}$$

并行效率  $E = \frac{R}{M}$

$$E = \frac{1}{0.85085 + 0.015M}$$

$E$  随  $M$  单调减小

$$E \geq 70\%$$

$$\frac{1}{0.85085 + 0.015M} \geq 0.7$$

$$M \leq 38.51476$$

所以处理器核数  $M$  最大可为 38