



## **Projet : THEORIE DES GRAPHS**

---

## **Projet de session : Réseaux Sociaux et Graphes**

---

*Élèves :*

BAMMAD Ihssane  
FARCHAKHI Douae  
GAREH Malika  
RAHAL Nguia  
ZOUINE Basma

*Encadrant :*

M. Abdessamad Ait Elcadi

# Table de matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Description du problème</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Centralité en termes d'importance du voisinage</b>	<b>5</b>
3.1	Définition . . . . .	5
3.2	Résultats pour le cas 0 . . . . .	5
3.3	Interprétations . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Centralité des vecteurs propres</b>	<b>6</b>
4.1	Définition . . . . .	6
4.2	Résultats pour le cas 0 . . . . .	6
4.3	Interprétations . . . . .	7
4.4	Conclusion . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Centralité du PageRank</b>	<b>7</b>
5.1	Définition . . . . .	7
5.2	Évaluation du PageRank si $\alpha$ est de 1 et $\beta$ est de 0. . . . .	7
5.3	Évaluation du PageRank si $\alpha$ est de 0.85 et $\beta$ est de 1. . . . .	8
5.4	Évaluation du PageRank si $\alpha$ est de 0 et $\beta$ est de 1. . . . .	9
5.5	Discussion des effets des différentes valeurs de $\alpha$ et $\beta$ . . . . .	9
5.6	Dans le « PageRank », quelles valeurs de $\alpha$ choisir pour garantir que les va- leurs ne divergent pas ? . . . . .	9
5.7	analyse qualitative pour la centralité PageRank . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Centralité de proximité</b>	<b>10</b>
6.1	Définition . . . . .	10
6.2	Résultats pour le cas 0 . . . . .	10
6.3	Interprétation . . . . .	11
<b>7</b>	<b>Centralité d'intermédiarité</b>	<b>11</b>
7.1	définition . . . . .	11
7.2	Résultats pour le cas 0 . . . . .	12
7.3	Interprétation . . . . .	12
<b>8</b>	<b>Bilan sur les parties réalisées et non réalisées</b>	<b>13</b>
8.1	Conformité avec le problème initial . . . . .	13
8.2	Modifications et améliorations . . . . .	14
<b>9</b>	<b>Analyse qualitative des résultats</b>	<b>15</b>
9.1	Réseau corporate_collaboration_network . . . . .	15
9.2	Réseau international_research_collaboration . . . . .	16
9.3	Réseau regional_gaming_community . . . . .	17
9.4	Réseau university_students_projects . . . . .	18
9.5	Réseau village_friendship_network . . . . .	19

## **10 Conclusion**

**22**

# 1 Introduction

Les réseaux sociaux font partie intégrante de nos vies, affectant profondément la manière dont nous échangeons et diffusons l'information. Ces réseaux ne se limitent pas à des relations entre individus, ils constituent des structures complexes dans lesquelles chaque interaction contribue à la diffusion des idées et des informations.

Ce projet s'inscrit dans une démarche exploratoire visant à décoder ces réseaux à travers la théorie des graphes, en s'intéressant particulièrement à la notion de centralité. Ce concept clé permet de comprendre les dynamiques internes des réseaux en identifiant les acteurs les plus influents, ceux qui occupent des positions stratégiques ou jouent un rôle essentiel dans les échanges et la circulation d'information au sein de ces systèmes complexes.

## 2 Description du problème

Le problème abordé dans ce projet consiste à analyser et comparer différents types de centralité dans plusieurs réseaux sociaux. Cinq mesures de centralité sont étudiées : la centralité de voisinage (Edge Centrality), la centralité de vecteurs propres (Eigenvector Centrality), la centralité de PageRank (PageRank Centrality), la centralité d'intermédiarité (Betweenness Centrality) et la centralité de proximité (Closeness Centrality). Ces mesures permettent d'évaluer l'importance des nœuds dans un réseau et d'analyser comment l'information circule et se diffuse à travers celui-ci.

L'étude sera réalisée sur six réseaux distincts : un réseau de base (Réseau 0), un réseau d'amitié dans un village, un réseau d'étudiants travaillant sur des projets communs, un réseau de collaboration au sein d'une entreprise, une communauté régionale de jeux en ligne, et enfin un réseau international de chercheurs. L'objectif est de comparer ces réseaux en termes de centralité et d'identifier les acteurs clés dans chaque type de réseau.

## 3 Centralité en termes d'importance du voisinage

### 3.1 Définition

La centralité de degré [Freeman 79] constitue l'une des formes les plus simples et les plus intuitives de la notion de centralité. Elle repose sur l'idée que l'importance d'un individu au sein d'un groupe dépend du nombre total de personnes avec lesquelles il entretient des relations directes. Selon cette approche, évaluer l'importance d'un nœud dans un graphe revient à déterminer le nombre de ses voisins, ou plus précisément, à compter le nombre de liens qui lui sont associés. En théorie des graphes, ce nombre est désigné sous le terme de degré du nœud, d'où le nom de centralité de degré.

Soit  $G = (V, E)$  un graphe d'ordre  $N$  représenté par sa matrice d'adjacence  $A$ . Dans le cas où le graphe  $G$  est non-orienté, la centralité de degré d'un nœud  $v_i \in V$  est définie par :

$$C^{\text{deg}}(v_i) = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N a_{ij}$$

### 3.2 Résultats pour le cas 0

Node	Degree Centrality	Rank
A	0.375	1.0
B	0.375	1.0
F	0.375	1.0
D	0.250	2.0
E	0.250	2.0
I	0.250	2.0
C	0.125	3.0
G	0.125	3.0
H	0.125	3.0

TABLE 1 – Tableau de la centralité en termes d'importance du voisinage.

Centralité	Valeur	Nœuds concernés
Centralité importance du voisinage – min	0.125	C, G, H
Centralité importance du voisinage – max	0.375	A, B, C
Centralité importance du voisinage – moyenne	0.25	D, E, I

TABLE 2 – Résumé des centralités en termes d'importance du voisinage

### 3.3 Interprétations

Les nœuds ayant une centralité élevée (**A, B, F**) peuvent être considérés comme des points critiques pour la diffusion de l'information ou l'interconnexion dans le réseau. Ils sont stratégiques pour maintenir la cohésion globale.

Les nœuds avec une centralité moyenne (**D, E, I**) ont une importance modérée. Ils participent activement au réseau, mais leur influence est limitée par rapport aux nœuds les plus centraux.

Les nœuds avec une faible centralité (**C, G, H**) ont peu de connexions. Ils sont isolés et pourraient être les premiers à devenir inactifs si des perturbations surviennent dans le réseau.

## 4 Centralité des vecteurs propres

### 4.1 Définition

La **centralité des vecteurs propres** est une mesure qui évalue l'importance d'un nœud dans un réseau en prenant en compte la centralité de ses voisins. Cette méthode est particulièrement utile pour détecter les nœuds qui sont connectés à d'autres nœuds influents.

Mathématiquement, pour un graphe non orienté, elle est définie comme suit :

$$\mathbf{A} \cdot \vec{x} = \lambda \cdot \vec{x}$$

où :

- $\mathbf{A}$  est la matrice d'adjacence du graphe ;
- $\vec{x}$  est le vecteur propre contenant les centralités des nœuds ;
- $\lambda$  est la valeur propre associée, la plus grande en norme.

D'après le théorème de Perron-Frobenius, le vecteur propre correspondant à la plus grande valeur propre est unique et positif. Cela permet de calculer la centralité des vecteurs propres pour tous les nœuds d'un graphe connexe.

### 4.2 Résultats pour le cas 0

Les résultats calculés pour la centralité des vecteurs propres dans le graphe « Réseau 0 » sont présentés dans le tableau suivant :

Type de centralité	Valeur	Nœud concerné
Centralité minimale	0.0530	{H}
Centralité maximale	0.2016	{A}
Centralité moyenne	0.1111	Nœud le plus proche : I (Valeur : 0.1132)

TABLE 3 – Résumé des centralités des vecteurs propres pour le cas 0.

## 4.3 Interprétations

- **Centralité minimale** : Le nœud  $H$  possède la centralité la plus faible, ce qui indique qu'il a peu de connexions ou est connecté à des nœuds de faible importance. Cela lui confère un rôle périphérique dans le réseau.
- **Centralité maximale** : Le nœud  $A$  est le plus central, ce qui signifie qu'il est connecté à des nœuds influents et agit comme un hub important pour la structure du réseau.
- **Centralité moyenne** : La valeur moyenne de 0.1111 est représentée par le nœud  $I$ , dont la centralité est légèrement supérieure à cette valeur. Cela indique que  $I$  a une influence intermédiaire dans le réseau.

## 4.4 Conclusion

La centralité des vecteurs propres est une mesure puissante pour identifier les nœuds influents dans un réseau. Les résultats pour le graphe « Réseau 0 » montrent une hiérarchie claire, avec le nœud  $A$  comme centre d'influence majeur et le nœud  $H$  en périphérie.

# 5 Centralité du PageRank

## 5.1 Définition

L'algorithme PageRank, créé par Larry Page et Sergey Brin, est un instrument efficace pour quantifier le poids relatif des points dans un réseau. Il s'appuie sur la notion que les nœuds qui ont des liaisons issues de nœuds importants ont une plus grande influence.

**Principe :** La centralité PageRank repose sur le calcul d'un score d'importance pour chaque nœud du graphe, basé sur la structure des liens au sein du réseau. À l'opposé des indicateurs traditionnels comme le degré, PageRank prend en considération non seulement la quantité de liaisons entre un nœud et celui qui les dirige vers lui.

Le concept s'appuie sur un modèle de « surfeur aléatoire », qui suit les liaisons du graphe avec une probabilité spécifique ( $\alpha$ ) ou se déplace de façon aléatoire vers un autre nœud (téléportation, régulée par  $\beta$ ). Cette méthode prend en considération aussi bien les relations directes que les voies plus complexes.

Par la suite, nous effectuons le calcul des valeurs du Pagerank pour diverses valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .

## 5.2 Évaluation du PageRank si $\alpha$ est de 1 et $\beta$ est de 0.

Pour déterminer les valeurs du PageRank pour  $\alpha = 1$  et  $\beta = 0$ , nous employons la méthode des forces observée en cours. Grâce au code Python, nous constatons que l'algorithme de la méthode des puissances ne parvient pas à la convergence. On expliquera par la suite les effets des valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  sur les résultats

Nœud	Valeur du PageRank
A	0.185185
B	0.148148
C	0.061728
D	0.098765
E	0.123457
F	0.148148
G	0.061728
H	0.049383
I	0.123457

TABLE 4 – Valeurs du PageRank pour chaque nœud avec  $\alpha = 1$  et  $\beta = 0$ .

### 5.3 Évaluation du PageRank si $\alpha$ est de 0.85 et $\beta$ est de 1.

Dans ce cas de figure, nous utilisons la formule algébrique qui donne la valeur du PageRank et qui est :

$$C = \beta \cdot (I - \alpha A^T D^{-1})^{-1} \cdot 1$$

Les résultats pour une seule itération sont les suivants. Pour les autres itérations, vous les trouverez dans le code collab

Nœud	Valeur du PageRank
A	9.15056407483829
B	9.397704812491918
C	3.662683032060434
D	6.284424236816782
E	6.33356330853176
F	9.942355567006281
G	3.817000743985113
H	4.105245113414751
I	7.306459090387651

TABLE 5 – Valeurs du PageRank pour chaque nœud calculées avec  $\alpha = 0.85$ .



## 5.4 Évaluation du PageRank si $\alpha$ est de 0 et $\beta$ est de 1.

les résultats sont les suivants :

Nœud	Valeur du PageRank
A	0.111
B	0.111
C	0.111
D	0.111
E	0.111
F	0.111
G	0.111
H	0.111
I	0.111

TABLE 6 – Valeurs du Pagerank pour  $\alpha = 0$  et  $\beta = 1$

## 5.5 Discussion des effets des différentes valeurs de $\alpha$ et $\beta$

- $\alpha = 1, \beta = 0$  : donne un modèle de PageRank pur, où la centralité est uniquement déterminée par la structure du graphe. L'algorithme des puissances ne converge pas pour le réseau 0. Cela signifie qu'il n'existe pas de valeur de PageRank stable et unique pour les nœuds. Les séries de valeurs de PageRank qui alternent révèlent une instabilité dans l'évaluation de l'importance des nœuds.
- $\alpha = 0.85, \beta = 1$  : représente un compromis entre l'exploration aléatoire et le suivi des liens. Cela reflète mieux le modèle de PageRank original utilisé par Google, où une fraction des visites est dirigée de manière aléatoire, ce qui permet de surmonter les problèmes d'importance locale excessive dans les graphes denses. Les nœuds avec les valeurs de PageRank les plus élevées sont considérés comme les plus importants, ce qui peut indiquer qu'ils possèdent un grand nombre de liens sortants vers d'autres nœuds importants du réseau.
- Lorsque  $\alpha = 0$  et  $\beta = 1$  : toutes les valeurs du PageRank sont égales à 1 pour le réseau 0. Cela implique que tous les nœuds ont la même importance en termes de centralité. Dans ce cas, le PageRank ne prend pas en compte la structure du graphe ni les liens sortants des nœuds. Tous les nœuds sont donc considérés comme également importants, ce qui peut ne pas refléter la réalité du réseau.

## 5.6 Dans le « PageRank », quelles valeurs de $\alpha$ choisir pour garantir que les valeurs ne divergent pas ?

$\alpha$ , appelé paramètre d'amortissement ou facteur de *zap*, est un réel compris entre 0 et 1. Ainsi, la convergence de l'algorithme du **PageRank** dépend des propriétés spectrales de la matrice d'adjacence.

$$\alpha < \frac{1}{\lambda_{\max}}$$

$\lambda_{\max}$  est la plus grande valeur propre de la matrice d'adjacence du graphe.

Cette condition garantit que la matrice  $I - \alpha A$  (où  $A$  est la matrice d'adjacence) reste inversible, ce qui est crucial pour la convergence de la méthode itérative.

## 5.7 analyse qualitative pour la centralité PageRank

Le nœud F, avec le score le plus élevé (9 . 942356), joue un rôle central et crucial, indiquant qu'il reçoit de nombreuses connexions, probablement de nœuds eux-mêmes influents, ce qui le positionne comme un point clé de diffusion dans le réseau. En revanche, le nœud C, ayant le score le plus bas (3 . 662683), semble être en périphérie, avec peu de connexions ou des connexions issues de nœuds moins influents, limitant son impact global. Les nœuds D, E, et I, avec des scores proches de la moyenne (environ 6 . 67), occupent des positions intermédiaires, suggérant qu'ils agissent comme relais ou intermédiaires, jouant un rôle modéré mais significatif dans la transmission d'informations. Cette répartition des scores illustre l'effet de la centralité PageRank dans l'identification des nœuds stratégiques, en mettant en lumière ceux qui sont cruciaux pour le flux d'informations et ceux qui ont un impact moindre, influençant ainsi les stratégies de gestion ou d'optimisation du réseau.

# 6 Centralité de proximité

## 6.1 Définition

La centralité de proximité est une mesure fondamentale en théorie des graphes, utilisée pour évaluer l'importance d'un nœud en fonction de sa proximité avec les autres nœuds du réseau. Elle est définie comme l'inverse de la somme des distances les plus courtes entre un nœud donné et tous les autres nœuds. L'objectif est de quantifier à quel point un nœud est proche de l'ensemble des autres. Plus cette centralité est élevée, plus le nœud est considéré comme accessible et efficace pour transmettre ou recevoir des informations.

La centralité de proximité est définie mathématiquement par la formule suivante :

$$C(x) = \frac{1}{\sum_y d(y, x)}$$

où  $d(y, x)$  représente la distance entre les sommets  $x$  et  $y$ . Afin de comparer des graphes de tailles différentes, la centralité est souvent normalisée en tenant compte du nombre total de nœuds  $N$ , ce qui donne :

$$C(x) = \frac{N}{\sum_y d(y, x)}$$

Cette normalisation permet une analyse cohérente entre différents réseaux.

## 6.2 Résultats pour le cas 0

Nœud	Centralité de Proximité
A	0.5714
B	0.4706
D	0.4211
F	0.5333
E	0.3636
C	0.3333
G	0.3636
I	0.4000
H	0.2963

TABLE 7 – Valeurs de centralité de proximité pour réseau 0

Type de centralité	Valeur	Nœud concerné
Centralité minimale	0.296296	{H}
Centralité maximale	0.571429	{A}
Centralité moyenne	0.417034	Nœud le plus proche : I (Valeur : 0.4000)

TABLE 8 – Résumé de centralité du proximité pour le cas 0.

## 6.3 Interprétation

- **Centralité minimale** : Le nœud H a la centralité la plus faible, avec une valeur de 0.2963. Cela signifie qu'il est plus éloigné des autres nœuds, ce qui lui confère un rôle moins influent et périphérique dans le réseau.
- **Centralité maximale** : Le nœud A a la centralité maximale (0.5714), ce qui indique qu'il est au cœur du réseau. Il est bien connecté, ce qui lui permet de jouer un rôle central dans la propagation des informations.
- **Centralité moyenne** : La centralité moyenne est de 0.4170, et le nœud I a une centralité proche de cette valeur (0.4000). Cela place I dans une position intermédiaire, avec une influence modérée dans le réseau.

# 7 Centralité d'intermédierité

## 7.1 définition

La centralité d'intermédierité, introduite par Freeman en 1979, est une mesure de centralité globale qui évalue l'importance d'un nœud en fonction de son rôle dans le passage des chemins les plus courts entre les autres nœuds d'un graphe. L'idée sous-jacente est qu'un nœud est d'autant plus central qu'il est nécessaire pour relier un grand nombre de paires de nœuds non adjacents. Concrètement, un nœud avec une centralité d'intermédierité élevée est traversé par un grand nombre de chemins géodésiques (c'est-à-dire les plus courts chemins) dans le graphe.

Dans un réseau social, un acteur ayant une centralité d'intermédierité élevée joue un rôle crucial dans les interactions entre des individus qui ne sont pas directement connectés [Borgatti et Everett, 2006]. De même, dans un réseau de communication, cette mesure peut être

interprétée comme la probabilité qu'une information échangée entre deux nœuds passe par ce nœud intermédiaire [Borgatti et Everett, 2006].

Soit  $G = (V, E)$  un graphe (orienté ou non) d'ordre  $N$ . La centralité d'intermédiarité d'un nœud  $v_i \in V$  est définie par :

$$C^{\text{int}}(v_i) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{g_{jk}(v_i)}{g_{jk}}$$

où  $g_{jk}(v_i)$  est le nombre total de chemins géodésiques entre les nœuds  $v_j$  et  $v_k$  qui passent par le nœud  $v_i$ , et  $g_{jk}$  est le nombre total de chemins géodésiques entre les nœuds  $v_j$  et  $v_k$ .

## 7.2 Résultats pour le cas 0

Nœud	Centralité
A	0.6071428571428571
B	0.33928571428571425
D	0.08928571428571427
F	0.6071428571428571
C	0.0
E	0.03571428571428571
I	0.25
G	0.0
H	0.0

## 7.3 Interprétation

### Centralité minimale

Les nœuds  $C$ ,  $G$ , et  $H$  ont la centralité la plus faible, avec une valeur de 0.0. Cela signifie qu'ils n'interviennent dans aucun chemin géodésique entre les autres nœuds. Ces nœuds sont donc périphériques et n'ont pas d'influence notable sur la connectivité globale du réseau.

### Centralité maximale

Les nœuds  $A$  et  $F$  ont la centralité maximale, avec une valeur de 0.6071. Ces nœuds jouent un rôle crucial en tant qu'intermédiaires pour relier d'autres nœuds dans le réseau. Ils agissent comme des pivots, permettant une connectivité efficace et rapide dans le réseau. Leur suppression pourrait provoquer une fragmentation importante.

### Centralité moyenne

La centralité moyenne du réseau est d'environ 0.2143. Le nœud  $B$ , avec une centralité de 0.3393, est légèrement au-dessus de cette valeur. Cela place  $B$  dans une position modérément influente, jouant un rôle significatif mais non critique dans la transmission des informations. Par ailleurs, le nœud  $I$ , avec une centralité de 0.25, est également proche de cette moyenne et occupe une position intermédiaire dans le réseau.

## 8 Bilan sur les parties réalisées et non réalisées

Dans le cadre de ce projet, nous avons pu aborder et réaliser l'ensemble des objectifs liés à l'analyse de la centralité dans les réseaux sociaux. En exploitant les outils et méthodes étudiés en cours, ainsi que les algorithmes développés, nous avons comparé les réseaux sociaux en termes de différentes métriques de centralité. Voici un récapitulatif des parties réalisées et des méthodologies employées pour chacune des centralités étudiées :

### 1. Centralité en termes d'importance du voisinage ( $C_e$ ) :

Nous avons calculé la centralité de degré pour chaque nœud en fonction de son voisinage direct. Cette métrique a permis d'évaluer la connectivité locale des nœuds et de mettre en évidence les acteurs les plus connectés dans le réseau.

### 2. Centralité de vecteurs propres ( $C_e$ ) :

Nous avons implémenté et appliqué la centralité de vecteurs propres, une mesure qui identifie les nœuds ayant une influence globale dans le réseau. Les résultats obtenus ont permis d'identifier les nœuds connectés à d'autres nœuds eux-mêmes influents, soulignant leur importance hiérarchique.

### 3. Centralité du « PageRank » ( $C_{pr}$ ) :

Le calcul du PageRank a été réalisé avec différentes configurations des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ . Cette mesure, initialement conçue pour les moteurs de recherche, nous a permis de hiérarchiser les nœuds en fonction de leur importance dans le flux global du réseau.

### 4. Centralité d'intermédiarité ( $C_b$ ) :

Nous avons développé un algorithme basé sur le calcul des plus courts chemins pour mesurer la centralité d'intermédiarité. Cette analyse a mis en évidence les nœuds jouant un rôle crucial dans la médiation et la connectivité entre différentes parties du réseau.

### 5. Centralité de proximité ( $C_c$ ) :

En mesurant la centralité de proximité, nous avons évalué la capacité des nœuds à transmettre rapidement des informations vers les autres nœuds du réseau. Cette métrique a révélé les acteurs les plus accessibles et les plus efficaces dans la diffusion d'information.

## 8.1 Conformité avec le problème initial

Toutes les parties décrites dans le sujet initial ont été réalisées avec succès. Les algorithmes ont été développés pour chaque métrique, et les calculs ont été appliqués à « Réseau 0 » ainsi qu'aux réseaux supplémentaires fournis. Les résultats ont été analysés et interprétés de manière approfondie pour chaque mesure, respectant ainsi pleinement les exigences du projet.

## 8.2 Modifications et améliorations

Aucune modification majeure par rapport au problème initial n'a été nécessaire. Cependant, des validations manuelles ont été effectuées pour certains calculs afin de garantir la précision des résultats. De plus, des visualisations supplémentaires, telles que des graphiques et des tableaux synthétiques, ont été ajoutées pour rendre les résultats plus clairs et accessibles.

## 9 Analyse qualitative des résultats

### 9.1 Réseau corporate\_collaboration\_network

TABLE 9 – Réseau corporate\_collaboration\_network

Caractéristique	Valeur	Nœud Concerné
Nombre de nœuds	93	
Nombre d'arêtes	150	
Degré - min	1	
Degré - max	8	
Degré - moyen	3.2258	
Centralité importance du voisinage - min	0	C4, C9, C13, C55, C67, C76,C99
Centralité importance du voisinage - max	0.0808	C15
Centralité importance du voisinage - moyenne	0.0303	
Centralité de vecteurs propres - min	0.0023	C19
Centralité de vecteurs propres - max	0.3238	C15
Centralité de vecteurs propres - moyenne	0.0823	C40
Centralité (PageRank) - min	0.0054	C1', C61, C8, C5, C40, C35, C6, C10, C41, C38, C12, C34, C28, C20, C32, C2, C19, C3, C30, C27, C17, C50, C11, C91
Centralité (PageRank) - max	0.0357	C93
Centralité (PageRank) - moyenne	0.0108	C47, C57, C7, C84, C36, C92, C98, C56, C64
Centralité d'intermédiarité - min	0	C61, C40, C80, C20, C78, C33, C19, C3, C89, C16, C97, C52
Centralité d'intermédiarité - max	0.1706	C15
Centralité d'intermédiarité - moyenne	0.0335	
Centralité de proximité - min	0.1652	C19
Centralité de proximité - max	0.3333	C93
Centralité de proximité - moyenne	0.2512	

## 9.2 Réseau international\_research\_collaboration

TABLE 10 – Réseau international de recherche et collaboration

Caractéristique	Valeur	Nœud Concerné
Nombre de nœuds	79	
Nombre d'arêtes	200	
Degré - min	1	
Degré - max	6	
Degré - moyen	2.3636	
Centralité importance du voisinage - min	0.00002025316455696	{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20, C21, C22, C23, C24, C25, C26, C27, C28, C29, C30, C31, C32, C33, C34, C35, C36, C37, C38, C39, C40, C41, C42, C43, C44, C45, C46, C47, C48, C49 }
Centralité importance du voisinage - max	0.06962025316455696	R69
Centralité importance du voisinage - moyenne	0.015922	
Centralité de vecteurs propres - min	0.0004	R40
Centralité de vecteurs propres - max	0.7071	R33
Centralité de vecteurs propres - moyenne	0.1228	R37 (0.1191)
Centralité (PageRank) - min	0.005530	{R7, R11, R6, R16, R12, R4, R15, R21, R2, R31, R19, R9, R13, R5, R32, R1}
Centralité (PageRank) - max	0.064388	R78
Centralité (PageRank) - moyenne	0.012658	{R35, R65, R27, R42, R73}
Centralité d'intermédierité - min	0.0000	{R43, R5}
Centralité d'intermédierité - max	0.09659	R69
Centralité d'intermédierité - moyenne	0.02398	
Centralité de proximité - min	0.283636	R43
Centralité de proximité - max	0.440678	R69
Centralité de proximité - moyenne	0.354502	



## 9.3 Réseau regional\_gaming\_community

TABLE 11 – Réseau régional de la communauté des jeux

Caractéristique	Valeur	Nœud Concerné
Nombre de nœuds	59	
Nombre d'arêtes	120	
Degré - min	1	
Degré - max	9	
Degré - moyen	4.07	
Centralité importance du voisinage - min	0.0000	{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20, C21, C22, C23, C24, C25, C26, C27, C28, C29, C30, C31, C32, C33, C34, C35, C36, C37, C38, C39, C40, C41, C42, C43, C44, C45, C46, C47, C48, C49}
Centralité importance du voisinage - max	0.0762711864406779	G12
Centralité importance du voisinage - moyenne	0.017092	
Centralité de vecteurs propres - min	0.0017	G6
Centralité de vecteurs propres - max	0.3131	G12
Centralité de vecteurs propres - moyenne	0.1106	
Centralité (PageRank) - min	0.008098	{G1, G5, G9, G14, G20, G11, G10, G2, G4, G8, G32}
Centralité (PageRank) - max	0.043300	G59
Centralité (PageRank) - moyenne	0.016949	{G15, G23, G51, G44, G35, G50, G34}
Centralité d'intermédiarité - min	0.0000	{G1, G46, G60, G3, G6}
Centralité d'intermédiarité - max	0.1150	G12
Centralité d'intermédiarité - moyenne	0.0367	
Centralité de proximité - min	0.185897	G6
Centralité de proximité - max	0.408451	G12
Centralité de proximité - moyenne	0.330347	

## 9.4 Réseau university\_students\_projects

TABLE 12 – Réseau des projets étudiants universitaires

Caractéristique	Valeur	Nœud Concerné
Nombre de nœuds	48	
Nombre d'arêtes	100	
Degré - min	1	
Degré - max	8	
Degré - moyen	4.17	
Centralité importance du voisinage - min	0.0000	{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20, C21, C22, C23, C24, C25, C26, C27, C28, C29, C30, C31, C32, C33, C34, C35, C36, C37, C38, C39, C40, C41, C42, C43, C44, C45, C46, C47, C48, C49}
Centralité importance du voisinage - max	0.0824742268041237	U50
Centralité importance du voisinage - moyenne	0.021039	
Centralité de vecteurs propres - min	0.0035	U35
Centralité de vecteurs propres - max	0.2551	U50
Centralité de vecteurs propres - moyenne	0.1257	U34 (0.1158)
Centralité (PageRank) - min	0.009570	{U26, U22, U7, U2, U1, U3, U6, U4, U10, U46, U9, U30, U35, U23}
Centralité (PageRank) - max	0.105590	U50
Centralité (PageRank) - moyenne	0.020833	{malika Gareh, J20, U17, U28}
Centralité d'intermédiarité - min	0.0000	{U4, U27, U46, U30, U35, U23}
Centralité d'intermédiarité - max	0.1448	U15
Centralité d'intermédiarité - moyenne	0.04018	
Centralité de proximité - min	0.218605	U35
Centralité de proximité - max	0.435185	U45
Centralité de proximité - moyenne	0.359334	

## 9.5 Réseau village\_friendship\_network

TABLE 13 – Réseau d'amitié du village

Caractéristique	Valeur	Nœud Concerné
Nombre de nœuds	20	
Nombre d'arêtes	30	
Degré - min	1	
Degré - max	7	
Degré - moyen	3.00	
Centralité importance du voisinage - min	0.0000	{C1, C2, C3, C4, C5, C6, C7, C8, C9, C10, C11, C12, C13, C14, C15, C16, C17, C18, C19, C20}
Centralité importance du voisinage - max	0.1794871794871795	V9
Centralité importance du voisinage - moyenne	0.038462	
Centralité de vecteurs propres - min	0.0208	V18
Centralité de vecteurs propres - max	0.4786	V9
Centralité de vecteurs propres - moyenne	0.1920	V5 (0.1865)
Centralité (PageRank) - min	0.026032	{V6, V4, V5, V1, V2, V10, V11, V7}
Centralité (PageRank) - max	0.161530	V16
Centralité (PageRank) - moyenne	0.050000	{V12, V18}
Centralité d'intermédiarité - min	0.0000	{V5, V2, V10, V18, V11, V7}
Centralité d'intermédiarité - max	0.3806	V9
Centralité d'intermédiarité - moyenne	0.0912	
Centralité de proximité - min	0.256757	V18
Centralité de proximité - max	0.558824	V9
Centralité de proximité - moyenne	0.393954	

### 1. Taille du réseau :

- **Réseau 0** : 9 nœuds
- **Corporate Network** : 93 nœuds
- **Research Collaboration** : 79 nœuds
- **Gaming Community** : 59 nœuds
- **Student Projects** : 48 nœuds
- **Friendship Network** : 20 nœuds

### 2. Densité du réseau (nombre d'arêtes par nœud) :

- **Réseau 0** : 1.000 arête par nœud (9 arêtes / 9 nœuds)

- **Corporate Network** : 1.613 arêtes par nœud (150 arêtes / 93 nœuds)
- **Research Collaboration** : 2.532 arêtes par nœud (200 arêtes / 79 nœuds)
- **Gaming Community** : 2.034 arêtes par nœud (120 arêtes / 59 nœuds)
- **Student Projects** : 2.083 arêtes par nœud (100 arêtes / 48 nœuds)
- **Friendship Network** : 1.500 arête par nœud (30 arêtes / 20 nœuds)

### 3. Centralité d'importance du voisinage

Les valeurs de centralité d'importance du voisinage reflètent l'influence des nœuds dans leur voisinage immédiat :

- **Réseau 0** : Des valeurs modérées, avec un maximum de 0.375. Cela montre que certains nœuds jouent un rôle significatif dans des sous-réseaux locaux.
- **Corporate Network** : Une importance faible (maximum 0.0808), ce qui reflète une distribution équilibrée des rôles au sein des voisins immédiats.
- **Research Collaboration** : Une variation notable avec un maximum de 0.0696, signalant quelques nœuds importants dans leurs clusters.
- **Gaming Community** : Une centralité élevée (maximum 0.0762), mettant en évidence des nœuds influents au sein de leur voisinage.
- **Student Projects** : Une centralité modérée (maximum 0.0825), reflétant une connectivité homogène dans les groupes.
- **Friendship Network** : Une centralité notable (maximum 0.1795), soulignant des leaders locaux dans une communauté restreinte.

### 4. Centralité des vecteurs propres

- **Small Network** : Une centralité élevée pour certains nœuds (maximum 0.2016), soulignant leur importance globale.
- **Corporate Network** : Une dispersion modérée avec un maximum de 0.3238.
- **Research Collaboration** : Une variation marquée, avec des nœuds influents atteignant 0.7071.
- **Gaming Community** : Une répartition équilibrée, mais avec des nœuds influents (maximum 0.3131).
- **Student Projects** : Une centralité significative (maximum 0.2551), reflétant des individus clés.
- **Friendship Network** : Une distribution concentrée autour de nœuds centraux (maximum 0.4786).

### 5. Centralité (PageRank)

Les valeurs de centralité PageRank varient considérablement entre les réseaux :

- **Réseau 0** : Une forte hiérarchisation, avec des valeurs élevées allant jusqu'à 9.942356. Cela montre que certains nœuds dominent le réseau.

- **Corporate Network** : Des valeurs relativement faibles (moyenne de 0.010753), reflétant une répartition équilibrée des influences.
- **Research Collaboration** : Une dispersion modérée, avec un maximum de 0.064388.
- **Gaming Community** : Une concentration plus importante (moyenne de 0.016949) autour de certains nœuds centraux.
- **Student Projects** : La centralité la plus élevée (maximum de 0.10559), signalant des nœuds très influents.
- **Friendship Network** : Une distribution équilibrée, mais avec un maximum notable de 0.16153.

## 6. Centralité d'intermédiation

- **Réseau 0** : Une variation importante (maximum 0.6071), montrant des nœuds critiques pour relier différentes parties du réseau.
- **Corporate Network** : Des valeurs faibles (maximum de 0.17057), reflétant un réseau globalement bien connecté.
- **Research Collaboration** : Une intermédiation relativement homogène (maximum 0.09659), avec peu de dépendance sur des nœuds spécifiques.
- **Gaming Community** : Une concentration modérée (maximum de 0.115), soulignant quelques nœuds influents.
- **Student Projects** : Une centralité maximale (0.1448), signalant des individus jouant un rôle important dans la coordination.
- **Friendship Network** : Une grande variation, avec des valeurs allant jusqu'à 0.3806, reflétant des connecteurs clés dans une petite communauté.

## 7. Centralité de proximité

- **Réseau 0** : Une proximité limitée en raison de la petite taille du réseau.
- **Corporate Network** : Une centralité homogène, indiquant une connectivité générale équilibrée.
- **Research Collaboration** : Une connectivité relativement bonne, mais certains nœuds périphériques restent moins accessibles.
- **Gaming Community** : Une centralité élevée pour certains nœuds (maximum 0.408451), signalant des hubs.
- **Student Projects** : Une des centralités les plus élevées (maximum 0.435185), mettant en évidence des nœuds clés pour l'efficacité du réseau.
- **Friendship Network** : Des valeurs modérées mais significatives (maximum 0.558824), signalant une connectivité rapide entre les nœuds.

## Comparaison générale

- Les réseaux petits (**Réseau 0**, **Friendship Network**) sont dominés par quelques nœuds centraux, rendant ces réseaux vulnérables.

- Les réseaux moyens et grands (**Corporate Network, Research Collaboration**) montrent une répartition plus équilibrée.
- Les réseaux collaboratifs (**Gaming Community, Student Projects**) affichent des densités élevées et des hubs importants pour la communication rapide.

## 10 Conclusion

Ce projet s'inscrit dans une démarche analytique visant à explorer la structure des réseaux sociaux à l'aide de la théorie des graphes. À travers l'étude des centralités, il a permis de mieux comprendre les dynamiques d'influence, de connectivité et de propagation d'information au sein des réseaux sociaux complexes.

Les mesures de centralité, comme la centralité de degré, d'intermédiarité, de proximité et celle basée sur les vecteurs propres, ont permis une analyse multidimensionnelle. Elles ont mis en lumière les nœuds influents agissant comme des hubs, essentiels à la diffusion d'information, ainsi que les nœuds intermédiaires, cruciaux pour la liaison entre clusters. La centralité de proximité, en particulier, a montré l'importance de l'accès rapide à l'information, un facteur clé dans des contextes variés, qu'il s'agisse de réseaux sociaux en ligne, de collaborations scientifiques, ou d'infrastructures de communication.

Le projet a également démontré l'efficacité de modèles comme le PageRank, dont les paramètres peuvent être ajustés pour répondre à des besoins spécifiques. Sur des réseaux de grande taille, le PageRank a prouvé sa capacité à hiérarchiser les nœuds selon leur importance globale, offrant ainsi des applications potentielles dans le marketing numérique ou l'identification de leaders d'opinion.

Ces résultats ouvrent des perspectives intéressantes dans divers domaines. Par exemple :

- **Marketing digital** : identifier les influenceurs ou les nœuds-clés pour des campagnes de communication plus efficaces.
- **Recherche scientifique** : cartographier les collaborations entre chercheurs pour optimiser les échanges de connaissances.
- **Infrastructures** : améliorer la robustesse et la résilience des réseaux de transport, d'énergie et de communication.

En outre, ces analyses pourraient être étendues à l'étude de la dynamique temporelle des réseaux, à la gestion des perturbations, ou à l'analyse des réseaux multicouches. L'intégration de la théorie des graphes avec des techniques d'apprentissage automatique pourrait également enrichir notre compréhension des réseaux en constante évolution.

En résumé, ce projet illustre la puissance de la théorie des graphes dans l'analyse et l'optimisation des réseaux sociaux. En mettant en lumière les rôles variés des nœuds et leurs contributions aux dynamiques du réseau, il pose les bases de recherches futures qui pourraient transformer notre compréhension des interactions sociales, scientifiques et technologiques à grande échelle.

## Références

- Chikhi, Nacim Fateh. *Calcul de centralité et identification de structures de communautés dans les graphes de documents*. Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2010.

— [lien colab](#)