

1 Description du Problème : Split Delivery Vehicle Routing Problem (SDVRP)

Le **Split Delivery Vehicle Routing Problem (SDVRP)** est une problématique d'optimisation logistique combinatoire qui consiste à planifier les itinéraires d'une flotte de véhicules pour répondre à la demande d'un ensemble de clients tout en minimisant les coûts totaux de transport. Contrairement au problème de tournée de véhicules à capacité limitée (**CVRP**), le SDVRP autorise la répartition de la livraison d'un même client entre plusieurs véhicules. Cette flexibilité, bien qu'utile pour une meilleure allocation des ressources, complique considérablement la planification des tournées et la résolution mathématique.

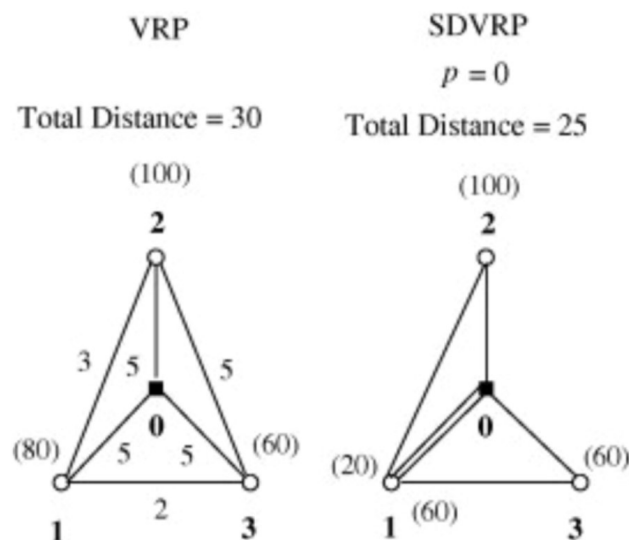


FIGURE 1 – Exemple mettant en avant la différence entre VRP et SDVRP

Dans cet exemple, nous comparons le problème classique de routage de véhicules (**VRP**) au problème de routage de véhicules avec livraisons fractionnées (**SDVRP**).

VRP (à gauche)

- Chaque client doit être entièrement servi par un seul véhicule.
- Cela entraîne une distance totale parcourue de **30 unités**, car les contraintes obligent chaque véhicule à effectuer des trajets indépendants pour servir les clients.

SDVRP (à droite)

- Contrairement au VRP, les demandes des clients peuvent être fractionnées entre plusieurs véhicules.
- Cela permet d'optimiser les trajets et de réduire la distance totale parcourue à **25 unités**.

- Les livraisons fractionnées offrent ici une meilleure utilisation des ressources logistiques en minimisant les coûts associés.

Cet exemple illustre la flexibilité et les gains en efficacité qu’offre le SDVRP par rapport au VRP, en s’appuyant sur une stratégie de livraison fractionnée. Le SDVRP est formulé comme un **problème de programmation linéaire en nombres entiers mixtes (MILP)**, combinant des variables entières (représentant les arcs empruntés par les véhicules) et des variables continues (pour les quantités livrées). Cette nature mixte rend sa résolution plus exigeante, nécessitant des outils avancés et des solveurs performants.

1.1 Contexte et Objectif

Dans le cadre classique du SDVRP, une flotte de véhicules part et revient à un dépôt central. Chaque client a une demande spécifique, ce qui implique que les véhicules doivent livrer les marchandises tout en respectant leurs capacités maximales. L’objectif principal de la planification est alors de déterminer les itinéraires des véhicules permettant de minimiser le coût total des trajets, généralement mesuré par la distance parcourue. Ce problème s’applique à divers contextes logistiques nécessitant une optimisation fine pour répondre aux besoins croissants de flexibilité et de réduction des coûts.

1.2 Paramètres du Problème

Clients :

- n clients, chacun ayant une demande q_i exprimée en unités de marchandises à livrer.
- Chaque client est localisé à une position précise donnée par ses coordonnées géographiques.

Dépôt :

- Point de départ et de retour de tous les véhicules.

Flotte de véhicules :

- M véhicules identiques, chacun ayant une capacité maximale Q .

Distances ou coûts :

- Une matrice des distances $D = \{d_{ij}\}$, où d_{ij} représente le coût ou la distance entre les nœuds i et j .

1.3 Contraintes du Problème

Satisfaction des demandes :

- Chaque client doit recevoir la totalité de sa demande q_i , même si elle est divisée entre plusieurs véhicules.

Capacité des véhicules :

- Chaque véhicule ne peut transporter plus que sa capacité maximale Q .

Connectivité des tournées :

- Pour chaque véhicule, le flux entrant et sortant de chaque nœud doit être équilibré, garantissant des itinéraires cohérents et connectés.

Retour au dépôt :

- Chaque véhicule doit partir du dépôt et y retourner après avoir complété sa tournée.

Élimination des sous-tours :

- Les itinéraires doivent rester connectés au dépôt pour éviter la formation de circuits isolés (sous-tours).

Condition pour livrer :

- Un véhicule peut livrer une quantité à un client uniquement s’il le visite.

1.4 Enjeux et Défis

Le SDVRP présente plusieurs défis complexes :

- **Augmentation de la complexité combinatoire** due à la flexibilité permise par la fragmentation des livraisons.
- **Optimisation des coûts totaux** tout en respectant les contraintes logistiques et les capacités.
- **Gestion de l’équilibre flux-capacité** pour garantir la connectivité et la faisabilité des tournées.

Ces défis nécessitent des outils avancés tels que des modèles mathématiques rigoureux et des solveurs performants pour trouver des solutions optimales ou quasi-optimales dans des temps raisonnables.