

作业:

1. 改正下列结果表达式的错误: (15 分)

(1)  $12.001 \pm 0.0006255(\text{cm})$

$$12.001 \pm 0.001(\text{cm})$$

(2)  $0.576361 \pm 0.00052(\text{mm})$

$$0.576361 \pm 0.000520(\text{mm})$$

(3)  $0.75 \pm 0.0626(\text{mA})$

$$0.75 \pm 0.06(\text{mA})$$

(4)  $96500 \pm 500(\text{g})$

$$96.5 \pm 0.5(\text{kg})$$

(5)  $22 \pm 0.5(^{\circ}\text{C})$

$$22.0 \pm 0.5(^{\circ}\text{C})$$

2. 用级别为 0.5、量程为 10mA 的电流表对某电路的电流作 10 次等精度测量, 测量数据如下表所示。试计算测量结果及标准差, 并以测量结果形式表示之。(要求判别和剔除异常数据) (30 分)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I/mA	9.55	9.56	9.50	9.53	9.60	9.40	9.57	9.62	9.59	9.56

计算测量列算术平均值  $\bar{I}$ :

$$\bar{I} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_i = 9.548(\text{mA})$$

计算测量列的标准差  $\sigma_I$ :

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta I_i^2}{n-1}} = 0.0623(\text{mA})$$

根据格拉布斯准则判断异常数据。取显著水平  $\alpha = 0.05$ , 测量次数  $n = 10$ , 查得临界值  $g_0(10, 0.05) = 2.18$ 。取  $|\Delta x|_{\max}$  计算  $g_i$  值, 有

$$g_6 = \frac{|\Delta I_6|}{\sigma_I} = \frac{0.148}{0.0623} = 2.37 > 2.18$$

由此判定  $I_6 = 9.40$  为异常数据，应剔除。

余下的数据重新计算测量结果后如表所示：

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I/mA	9.55	9.56	9.50	9.53	9.60	—	9.57	9.62	9.59	9.56

计算得：

$$\bar{I} = 9.564(mA) \quad \sigma_I = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^9 \Delta I_i^2}{9-1}} = 0.03644(mA)$$

再经过格拉布斯准则判别，所有测量数据符合要求。

算术平均值  $\bar{I}$  的标准偏差

$$\sigma_{\bar{I}} = \frac{\sigma_I}{\sqrt{n}} = \frac{0.03644}{3} = 0.012147(cm)$$

由机器级别，知仪器误差限

$$\Delta y = 0.5\% \times 10mA = 0.05mA$$

按均匀分布计算系统误差分量的标准差

$$\sigma_y = \frac{\Delta y}{\sqrt{3}} = 0.029(mA)$$

合成标准差

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = 0.031(mA)$$

测量结果表示为

$$I = \bar{I} \pm \sigma = 9.564 \pm 0.031(mA)$$

3. 用公式  $\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}$  测量某圆柱体铝的密度，测得直径  $d = 2.042 \pm 0.003$  (cm)，高  $h = 4.126 \pm 0.004$  (cm)，质量  $m = 36.488 \pm 0.006$  (g)。计算铝的密度  $\rho$  和测量的标准差  $\sigma_\rho$ ，并以测量结果表达式表示之。(15 分)

计算该圆柱体铝的密度：

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h} = \frac{4 \times 36.488}{3.14 \times 2.042^2 \times 4.126} = 2.702(g/cm^3)$$

计算  $\rho$  标准差相对误差。对函数两边取自然对数得

$$\ln \rho = \ln 4 + \ln(m) - \ln \pi - \ln h - 2 \ln d$$

求微分得

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} - \frac{dh}{h} - 2\frac{dd}{d}$$

以误差代替微分量，取各项平方和再开平方，即

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_\rho}{\rho} &= \sqrt{\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{0.006}{36.488}\right)^2 + \left(\frac{0.004}{4.126}\right)^2 + \left(2 \times \frac{0.003}{2.042}\right)^2} = 6.0 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

求  $\sigma_\rho$ :

$$\sigma_\rho = \rho \cdot \left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right) = 2.702 \times 6.0 \times 10^{-3} = 1.6 \times 10^{-2} (g/cm^3)$$

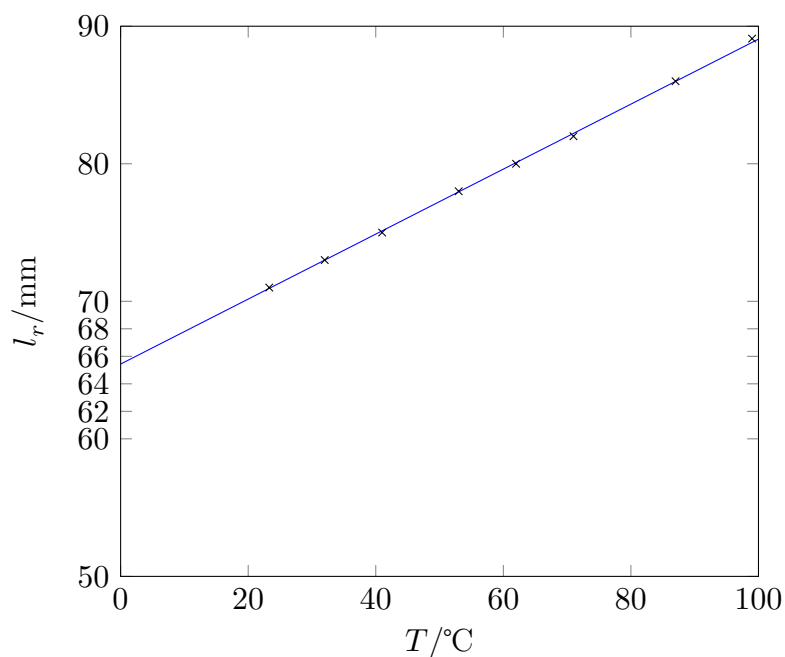
最终测量结果表达式为

$$\rho = 2.702 \pm 0.016 (g/cm^3)$$

4. 根据公式  $l_r = l_0(1 + \alpha T)$  测量某金属丝的线胀系数  $\alpha$ 。 $l_0$  为金属丝在  $0^\circ\text{C}$  时的长度。实验测得温度  $T$  与对应的金属丝的长度  $l_r$  的数据如下表所示。试用图解法求  $\alpha$  和  $l_0$  值。(20 分)

$T/^\circ\text{C}$	23.3	32.0	41.0	53.0	62.0	71.0	87.0	99.0
$l_r/\text{mm}$	71.0	73.0	75.0	78.0	80.0	82.0	86.0	89.1

用直角坐标纸作  $T - l_r$  图线。



求出直线的斜率与截距。取  $A(32.0, 73.0), B(87.0, 86.0)$ , 根据两点式求得直线斜率为

$$\alpha = \frac{l_{rB} - l_{rA}}{t_B - t_A} = \frac{86.0 - 73.0}{87.0 - 32.0} = 2.36 \times 10^{-1} (mm \cdot ^\circ C^{-1})$$

从图上读取直线的截距为  $b = 65.5(mm)$ , 从测量公式可知  $l_0 = b = 65.5(mm)$ 。

5. 试根据下面 6 组测量数据, 用最小二乘法求出热敏电阻值  $R_T$  随温度  $T$  变化的经验公式, 并求出  $R_T$  与  $T$  的相关系数。(20 分)

$T/^\circ C$	17.8	26.9	37.7	48.2	58.8	69.3
$R_T/\Omega$	3.554	3.687	3.827	3.969	4.105	4.246

依题意得:

$$\begin{aligned}\overline{T} &= 43.12 \\ \overline{T^2} &= 2174.15 \\ \overline{R_T} &= 3.8980 \\ \overline{R_T^2} &= 15.25 \\ \overline{TR_T} &= 172.2745\end{aligned}$$

求相关系数  $R$ :

$$\begin{aligned}L_{TR_T} &= \overline{TR_T} - \overline{T} \cdot \overline{R_T} = 4.19274 \\ L_{TT} &= \overline{T^2} - (\overline{T})^2 = 314.8156 \\ L_{R_T R_T} &= \overline{R_T^2} - (\overline{R_T})^2 = 0.0556 \\ R &= \frac{L_{TR_T}}{\sqrt{L_{TT} \cdot L_{R_T R_T}}} = 0.99987\end{aligned}$$

设  $T$  与  $R_T$  的函数关系为  $R_T = aT + b$ , 用最小二乘法求斜率  $a$  和截距  $b$ :

$$\begin{aligned}a &= \frac{\overline{TR_T} - \overline{T} \cdot \overline{R_T}}{\overline{T^2} - (\overline{T})^2} = 0.0133 \\ b &= \overline{R_T} - a\overline{T} = 3.3245\end{aligned}$$

根据所求得的回归直线的斜率与截距, 得回归方程为  $R_T = 0.0133T + 3.3245$