МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1

по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 8382	____________________	Щеглов А.С.
Преподаватель	____________________	Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

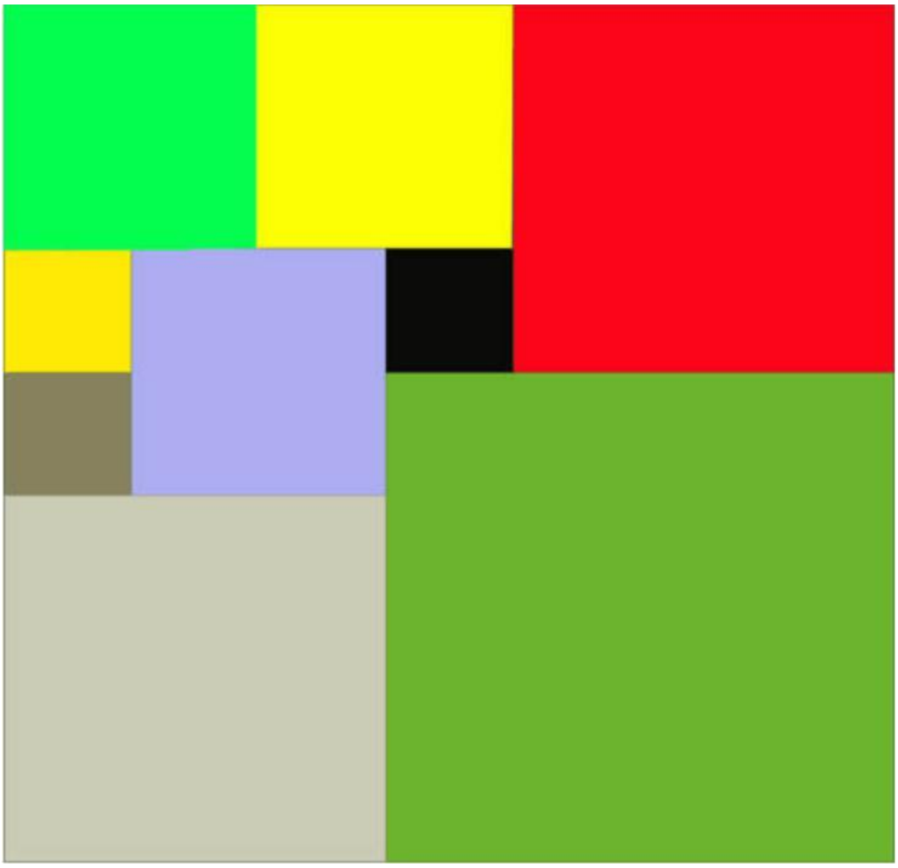
Цель работы.

Построить итеративный алгоритм поиска с возвратом для решения поставленной задачи. Определить сложность полученного алгоритма по операциям и по памяти.

Задание.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до N−1, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу - квадрат размера N. Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков (квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные:

Размер столешницы — одно целое число N ($2 \le N \le 20$).

Выходные данные:

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков (квадратов), из которых можно построить столешницу (квадрат) заданного размера N. Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x, y и w, задающие координаты левого верхнего угла ($1 \le x,y \le N$) и длину стороны соответствующего обрезка (квадрата).

Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9

1 1 2

1 3 2

3 1 1

4 1 1

3 2 2

5 1 3

4 4 4

1 5 3

3 4 1

Вариант дополнительного задания.

1и. Итеративный бэктрекинг. Поиск решения за разумное время (меньше 1 минуты) для $2 \le N \le 30$.

Описание алгоритма

После применения оптимизаций, описанных в следующем пункте, программа работает не с квадратом N на N , а с квадратом p/2 без левого верхнего квадрата, где p – наименьший простой множитель числа N. Программа заполняет по очереди ячейки фигуры(представлен в программе как двумерный массив) начиная от квадратов шириной n=p/2-1 и до n =0, при заполнении квадратом место последнего квадрата записывается в массив z.После заполнения идет подсчет количества квадратов и запоминание числа разбиения.Дальше программа удаляет единицы и последний добавленный квадрат и продолжает работать с предыдущими данными, но на один шаг дальше.

Использованные оптимизации.

Путем математических вычислений было выяснено, что имеет смысл работать не с числом N, а с его наименьшим простым множителем(дает то же число разбиений).Так же выявлено определенное расположение первых трех квадратов, из чего и возникает фигура квадрата без маленького квадратика 1*1. Так же постоянно идет учет оставшихся клеток в квадрате и каждый раз при полном заполнении квадрата алгоритм смотрит, в теории возможно ли превысить уже имеющийся максимум из этой позиции, если нет – то удаляет предыдущий элемент (через массив z).
Для четных N, таким образом, ответ заранее известен(из за простого множителя 2).

Описание функций и методов.

- int MiniS(int n, int z) – минимальное количество квадратов на z клетках начиная с квадрата шириной n
- int IsPlaceForP(int i,int j,int n,int p,int flag, int *s) – есть ли место для установки квадрата с шириной n в точке i j, при flag=0 смотрит есть ли вообще на фигуре место для квадрата шириной n
- int PlaceP(int i, int j, int n,int p, int *s) – поместить квадрат шириной n в точку i j (возвращает индекс верхней левой точки квадрата)

- int DelP(int h,int p, int *s) – удалить квадрат, где h – его верхняя левая точка
- int GetSimple(int N) – получить наименьший простой множитель N

Тестирование с промежуточными выводами

Промежуточными выводами являются *число* и *таблица недоквадрата* ,где -1 это как раз отсутствующий кусочек квадрата.

Эти число и таблица на данный момент алгоритма являются минимальными, что смог вычислить алгоритм

```
25
4
-1 2 2
1 2 2
1 1 1
8
1 1 15
16 1 10
1 16 10
11 16 10
16 11 5
21 11 5
21 16 5
21 21 5
```

```
21
2
-1 1
1 1
6
1 1 14
15 1 7
1 15 7
8 15 7
15 8 7
15 15 7
```

```
19
18
-1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 9 9 9 9 9 9 9 9 9
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
11
-1 1 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 8 8 8 8 8 8 8 8
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
1 1 2 2 2 2 2 2 2 2
10
-1 1 1 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 3 3 3 3 3 3 1
3 3 3 3 3 3 3 3 3 1
3 3 3 3 3 3 3 3 3 1
9
-1 2 2 7 7 7 7 7 7 7
1 2 2 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 7 7 7 7 7 7 7
3 3 3 1 3 3 3 3 3 3
2 2 2 2 3 3 3 3 3 3
2 2 2 2 3 3 3 3 3 3
13
1 1 10
11 1 9
1 11 9
10 11 2
10 13 7
11 10 1
12 10 3
15 10 3
17 13 1
17 14 3
17 17 3
```

```
11
10
-1 5 5 5 5 5
1 5 5 5 5 5
1 5 5 5 5 5
1 5 5 5 5 5
1 5 5 5 5 5
1 1 1 1 1 1
7
-1 1 4 4 4 4
2 2 4 4 4 4
2 2 4 4 4 4
2 2 4 4 4 4
2 2 2 2 2 2
1 1 2 2 2 2
11
1 1 6
7 1 5
1 7 5
6 7 1
6 8 4
7 6 2
9 6 2
10 8 2
10 10 2
11 6 1
11 7 1
```

Тестирование.

```
29
14
1 1 15
16 1 14
1 16 14
15 16 2
15 18 5
15 23 7
16 15 1
17 15 3
20 15 3
20 18 3
20 21 2
22 21 1
22 22 8
23 15 7
```

Для 29 время работы 45.87

```
17
12
1 1 9
10 1 8
1 10 8
9 10 2
9 12 4
9 16 2
10 9 1
11 9 3
11 16 2
13 12 1
13 13 5
14 9 4
```

Для 17 время работы 1.13

```
19
13
1 1 10
11 1 9
1 11 9
10 11 2
10 13 7
11 10 1
12 10 3
15 10 3
17 13 1
17 14 3
17 17 3
18 10 2
18 12 2
```

Для 19 время работы 2.14

```
21
6
1 1 14
15 1 7
1 15 7
8 15 7
15 8 7
15 15 7
```

Для 21 время работы 0.83

```
23
13
1 1 12
13 1 11
1 13 11
12 13 1
12 14 3
12 17 7
13 12 2
15 12 5
19 17 2
19 19 5
20 12 4
20 16 1
21 16 3
```

Для 23 время работы 4.68

Сложность алгоритма

Сложность алгоритма по операциям можно оценить величиной $O(e^N)$.

Сложность по памяти

В лучшем случае (N – четное) – O(1), т.к. мы уже знаем как метить (см. раздел оптимизация).

В худшем случае (N –нечетное) – O(N^2), т.к. используется двумерный массив.

Выводы.

Была реализована программа, находящая разбиение квадратного поля минимально возможным количеством квадратов. Для решения поставленной задачи был построен и проанализирован итеративный алгоритм поиска с возвратом. Полученный алгоритм обладает экспоненциальной сложностью по операциям и квадратичной сложностью по памяти.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ИСХОДНЫЙ КОД.

```
#include <stdio.h>
#include <string>
#include <iostream>
#include <windows.h>

using namespace std;

int MiniS(int n, int z)
{
  int sum=0, i;
  for(i=n;i>0;i--)
  {
		sum+=z/(i*i);
		z=z%(i*i);
  }
  return sum;
}

int IsPlaceForP(int i,int j,int n,int p,int flag, int *s)
{

  int a,b,v=0;
  if(flag==0)
  {
		for(a=0;a<p;a++)
		{
			for(b=0;b<p;b++)
			{
				v+=IsPlaceForP(a,b,n,p,1,s);
			}
		}

  }
  else
  {
		if(i+n>p||j+n>p)
			return 0;
		for(a=i;a<i+n;a++)
		{
			for(b=j;b<j+n;b++)
			{
				if(s[a*p+b]!=0)
				{
					return 0;
				}
			}
		}
  }
  if(flag==1)
		return 1;
  if(v==0)
		return 0;
  else
		return 1;
}

int PlaceP(int i, int j, int n,int p, int *s)
```

```
{
  int a,b;
  for(a=i;a<i+n;a++)
  {
            for(b=j;b<j+n;b++)
            {
                    s[a*p+b]=n;
            }
  }
  return i*p+j;
}
int DelP(int h,int p, int *s)
{
  int i=h/p,j=h%p, n=s[h],a,b;
  for(a=i;a<i+n;a++)
  {
            for(b=j;b<j+n;b++)
            {
                    s[a*p+b]=0;
            }
  }
  return 1;
}
int GetSimple(int N)
{
  int i=2;
  while(1)
  {
  if(N%i==0)
            return i;
            i++;
  }
}

int main()
{
   int N,i,j,a=0,b=0,place=0, maxplace,pz,min=1000;
   cin>>N;
   int p=GetSimple(N);
   int c=p,n=p/2,z[p*p],cz=-1;
   if(p==2)
   {
            cout<<4<<endl;
            cout<<1<<" "<<1<<" "<<N/2<<endl;
            cout<<N/2+1<<" "<<1<<" "<<N/2<<endl;
            cout<<1<<" "<<N/2+1<<" "<<N/2<<endl;
            cout<<N/2+1<<" "<<N/2+1<<" "<<N/2;
            return 0;
  }
   int s[p][p]={0};
   int square[p/2+1][p/2+1]={0};
   int answer[p/2+1][p/2+1]={0};
  z[0]=0;
   for(i=0;i<p/2+1;i++)
   {
            for(j=0;j<p/2+1;j++)
            {
                    square[i][j]=0;
            }
```

```
}
square[0][0]=-1;
if(p%2==0)
{
	PlaceP(0,0,p/2,p,&s[0][0]);
	PlaceP(0,p/2,p/2,p,&s[0][0]);
	PlaceP(p/2,0,p/2,p,&s[0][0]);
}
else
{
	PlaceP(0,0,p/2+1,p,&s[0][0]);
	PlaceP(p/2+1,0,p/2,p,&s[0][0]);
	PlaceP(0,p/2+1,p/2,p,&s[0][0]);
}
p=p/2+1;
maxplace=p*p-1;

i=0;
j=0;
while(square[z[0]/p][z[0]%p]!=1)
{
	while(n>=1)
	{
		if(IsPlaceForP(i,j,n,p,0,&square[0][0]))
		{
			while(i<p)
			{
				while(j<p)
				{
					if(IsPlaceForP(i,j,n,p,1,&square[0][0]))
					{
							cz++;
							pz=PlaceP(i,j,n,p,&square[0][0]);
							place+=n*n;
							z[cz]=pz;
					}
					j++;
				}
				j=0;
				i++;
			}
		}
		i=0;
		j=0;
		n--;
	}
	if(cz<min)
	{
		min=cz;
		for(i=0;i<p;i++)
		{
			for(j=0;j<p;j++)
			{
				answer[i][j]=square[i][j];

			}

		}
	}
```

```
            for(i=0;i<p;i++)
            {
                        for(j=0;j<p;j++)
                        {

                                    if(square[i][j]==1)
                                    {
                                                cz--;
                                                DelP(i*p+j,p,&square[0][0]);
                                                place--;
                                    }

                        }
            }
            n=square[z[cz]/p][z[cz]%p];
            DelP(z[cz],p,&square[0][0]);
            place-=n*n;
            i=(z[cz]+1)/p;
            j=(z[cz]+1)%p;
            cz--;
            while(cz+MiniS(n,maxplace-place)>=min)
{
            n=square[z[cz]/p][z[cz]%p];
            DelP(z[cz],p,&square[0][0]);
            place-=n*n;
            i=(z[cz]+1)/p;
            j=(z[cz]+1)%p;
            cz--;
}
            if(cz==-2)
                        break;
  }
  p=GetSimple(N);
  cout<<min+4<<endl;
  cout<<1<<" "<<1<<" "<<(p/2+1)*(N/p)<<endl;
  cout<<(p/2+1)*(N/p)+1<<" "<<1<<" "<<(p/2)*(N/p)<<endl;
  cout<<1<<" "<<(p/2+1)*(N/p)+1<<" "<<(p/2)*(N/p)<<endl;
  answer[0][0]=0;

  j=1;
  for(i=0;i<p/2+1;i++)
   {
            while(j<p/2+1)
            {
                        if(answer[i][j]!=0)
                        {
                        cout<<(p/2)*(N/p)+1+i*(N/p)<<" "<<(p/2)*(N/p)+1+j*(N/p)<<" "<<answer[i][j]*(N/p)<<endl;
                        DelP(i*(p/2+1)+j,p/2+1,&answer[0][0]);
                        }
                        j++;
            }
            j=0;
  }
   return 0;
}
```