

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №2**  
**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**  
**Тема: Жадный алгоритм и  $A^*$**

Студент гр. 8382

\_\_\_\_\_

Щеглов А.С.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

### **Цель работы.**

Написать программу для поиска наименьшего пути в графе между двумя заданными вершинами, используя жадный алгоритм и  $A^*$ .

### **Задание.**

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в ориентированном графе методом  $A^*$ . Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

### **Входные данные:**

Начальная и конечная вершины, ребра с их весами

### **Выходные данные:**

Минимальный путь из начальной вершины в конечную, написанный слитно

### **Пример входных данных**

```
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0
```

### **Соответствующие выходные данные**

```
ade
```

### **Вариант дополнительного задания.**

Вар. 2. В  $A^*$  эвристическая функция для каждой вершины задаётся неотрицательным числом во входных данных.

### **Описание алгоритма**

#### **Жадный алгоритм:**

На каждом шаге выбирается последняя посещенная вершина, выбирается

соседняя не посещённая вершина с минимальным весом ребра. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет обработана конечная вершина или вершины закончатся. Такой алгоритм не гарантирует нахождение оптимального решения при его существовании.

### **Алгоритм A\*:**

Данный алгоритм во многом схож с алгоритмом Дейкстры. На каждом шаге проверяем, меньше ли расстояние до соседа через текущую вершину, и обновляем наименьший путь до соседней вершины. Текущая вершина на каждой итерации должна иметь минимальную дистанцию от начальной вершины, т.е. должна поддерживаться очередь с приоритетами с возможностью извлечения минимума. Отличие алгоритма A\* от алгоритма Дейкстры заключается в том, что к приоритету вершины прибавляется значение некоторой эвристической функции от этой вершины до целевой. Эвристическая функция должна быть монотонна и допустима, иначе алгоритм A\* будет асимптотически хуже алгоритма Дейкстры. Правильно подобранная эвристическая функция в ряде прикладных задач позволяет значительно ускорить поиск пути, уменьшив фронт вершин поиска. Алгоритм A\* гарантирует нахождение оптимального решения, если оно существует, при условии, что эвристическая функция допустима, монотонна и определена в тех же единицах измерений, что и веса ребер. A\* отличается от жадного алгоритма тем, что учитывает уже построенный путь и некоторую топологическую оценку нахождения целевой вершины.

Эвристическая функция  $f(x)=g(x)+h(x)$

Функция  $h(x)$  должна быть допустимой эвристической оценкой, то есть не должна переоценивать расстояния к целевой вершине.

$$|h(x)-h^*(x)| \leq O(\log(h^*(x)))$$

Где  $h^*(x)$  – оптимальная эвристика

Если выполняется, то эвристика хорошая, в обратном случае плохая

### **Особенности реализации алгоритма.**

Для реализации жадного алгоритма ребра записываются в вектор и в цикле, пока не программа не придет в конечную вершину ищем наименьшее ребро, исключая из списка уже пройденные.

Для реализации алгоритма  $A^*$  создана структура, описывающая каждую вершину. Открытый и закрытый список вершин выражен через вектор структур, описывающий точки. Программа идет, постепенно заполняя вектор закрытых вершин, пока не дойдет до последней точки, опираясь на функцию  $f(v)=g(v)+h(v)$  выбирает следующую вершину, по наименьшему значению  $f$ , выстраивая и запоминая (через указатель на пред вершину) путь.

### **Описание функций и методов.**

- `void foo()`— функция, непосредственно алгоритм  $A^*$ , начинает со начальной вершины, создает закрытый и открытый список и составляет путь, по которому в дальнейшем будет построен вектор минимального пути.
- `struct Node` — структура описывающая вершину. Имеет имя - `s`, вес - `g`, эвристическое приближение - `h`, указатель на предыдущую вершину - `*prev`, а также вектор ребер исходящих из этой вершины – `neig` и функцию `f()`, считающую сумму `g` и `h`.

### **Тестирование.**

Для  $A^*$ :

```

5
a e
a 4
b 3
c 2
d 1
e 0
a b 3
b c 1
c d 1
a d 5
d e 1
and
ade

```

```

9
a i
a 11
b 9
c 6
d 3
e 7
f 6.5
g 4
h 6
i 0
a b 3
a c 2
b e 2
b f 1
c d 4
c h 2
e g 5
f h 1
d i 17
h g 1
g i 7
and
achgi

```

Для Жадного алгоритма:

```

a e
a b 3
a c 1
c d 1
a d 5
d e 1
and
acde

```

```

a e
a b 3
b c 1
c d 1
a d 5
d e 1
and
abcde

```

Тестирование с промежуточными данными

```

5
a e
a 4
b 3
c 2
d 1
e 0
a b 3
b c 1
c d 1
a d 5
d e 1
gwe
4 = f(<) of a
6 = f(<) of ab
6 = f(<) of ad
6 = f(<) of abc
ade

```

### Сложность алгоритма

Для жадного алгоритма имеем по времени выполнения: сортировка ребер  $|E|\log|E|$ , просмотр каждой вершины и каждого ребра  $|V|+|E|$ . Итого  $O(|V| + |E|\log|E|)$ . По памяти  $O(|V|+|E|)$ .

Для алгоритма  $A^*$  оценка по памяти  $O(|V|+|E|)$ . Оценка по времени зависит от эвристической функции и используемой структуры для хранения очереди, списка посещенных вершин и т.п. Получается  $O(|E|\log|E|)$ .

### **Выводы.**

В результате выполнения работы была разработана программа для нахождения минимального пути во взвешенном графе с помощью алгоритма  $A^*$  и жадного алгоритма. Была проанализирована асимптотика данных алгоритмов, а также их корректность.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А. ИСХОДНЫЙ КОД.

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <string>
#include <fstream>

#include <map>
#include <set>

using std::vector;
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
using std::ifstream;
using std::map;
using std::set;

struct A {
    char one;
    char two;
    double three;
    A(char a, char b, double c) {
        one = a;
        two = b;
        three = c;
    }
};

struct Node {
    static Node* beg;
    static Node* end;
    char name;
    double g;
    double h;
    Node* prev;
    vector<std::pair<Node*, double> > neig;

    Node(char c) {
        name = c;
        g = 999999; //
        prev = 0;
    }

    double f() {
        return g+h;
    }
};

Node* Node::beg;
Node* Node::end;

void foo() {
    vector<Node*> q;//Вектор открытых вершин
    vector<Node*> u;//Вектор закрытых вершин
    q.push_back(Node::beg);
```

```

Node::beg->g = 0;
while (q.size() != 0)
{
    int ind = 0;
    for (int i = 1; i < q.size(); i++)//Поиск вершины с наименьшим значением f()
        if (q[i]->f() < q[ind]->f())
            ind = i;
    Node* curr = q[ind];
    if (curr == Node::end)
        return;

    q.erase(q.begin() + ind);
    u.push_back(curr);//Добавление в вектор закрытых вершин выбранной вершины с наименьшим
значением f()
    for (int i = 0; i < curr->neig.size(); i++) {//Обновляем веса для вершин
        double score = curr->g + curr->neig[i].second;
        Node* v = curr->neig[i].first;
        int j = 0;
        for (; j < u.size(); j++)
            if (u[j] == v)
                break;
        if (j < u.size() && score >= v->g)
            continue;

        v->prev = curr;
        v->g = score;
        j = 0;
        for (; j < q.size(); j++)
            if (q[j] == v)
                break;
        if (j >= q.size())
            q.push_back(v);
    }
    vector<Node*> vec;
    Node* node = curr;
    cout<<curr->f()<<" = f() of ";
    while(node != 0) {
        vec.push_back(node);
        node = node->prev;
    }
    for (int i = vec.size() - 1; i >= 0; i--)
        cout << vec[i]->name;
    cout<<endl;
}

}

int main() {
    int n;
    char a, b;
    double c;
    map<char, Node*> nodes;//Аналог словаря где названию вершины соответствует вершина
    Node* beg;
    Node* end;

    cin >> n;
    cin >> a >> b;
    if (a == b) {
        cout << a;

```



```

        return 0;
    }
    beg = new Node(a); // Начальная точка
    end = new Node(b); // Конечная точка
    nodes[a] = beg;
    nodes[b] = end;
    Node::beg = beg;
    Node::end = end;
// Ввод
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a >> c;
        if (nodes.find(a) == nodes.end()) {
            nodes[a] = new Node(a);
        }
        nodes[a]->h = c;
    }

    while (cin >> a >> b >> c) {
        if (nodes.find(a) == nodes.end()) {
            nodes[a] = new Node(a);
        }
        if (nodes.find(b) == nodes.end()) {
            nodes[b] = new Node(b);
        }
        nodes[a]->neig.push_back(std::pair<Node*, double>(nodes[b], c));
    }

    foo();
    vector<Node*> vec;
    Node* node = Node::end;
    while (node != 0) {
        vec.push_back(node);
        node = node->prev;
    }
    for (int i = vec.size() - 1; i >= 0; i--)
        cout << vec[i]->name;
}

```