МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №2
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Жадный алгоритм и A*

Студент гр. 8382 _____ Щеглов А.С.

Преподаватель _____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург
2020

Цель работы.

Написать программу для поиска наименьшего пути в графе между двумя заданными вершинами, используя жадный алгоритм и A*.

Задание.

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в ориентированном графе методом A*. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII.

Входные данные:

Начальная и конечная вершины, ребра с их весами

Выходные данные:

Минимальный путь из начальной вершины в конечную, написанный слитно

Пример входных данных

```
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0
```

Соответствующие выходные данные

```
ade
```

Вариант дополнительного задания.

Вар. 2. В A* эвристическая функция для каждой вершины задаётся неотрицательным числом во входных данных.

Описание алгоритма

Жадный алгоритм:

На каждом шаге выбирается последняя посещенная вершина, выбирается

соседняя не посещённая вершина с минимальным весом ребра. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет обработана конечная вершина или вершины закончатся. Такой алгоритм не гарантирует нахождение оптимального решения при его существовании.

Алгоритм A*:

Данный алгоритм во многом схож с алгоритмом Дейкстры. На каждом шаге проверяем, меньше ли расстояние до соседа через текущую вершину, и обновляем наименьший путь до соседней вершины. Текущая вершина на каждой итерации должна иметь минимальную дистанцию от начальной вершины, т.е. должна поддерживаться очередь с приоритетами с возможностью извлечения минимума. Отличие алгоритма A* от алгоритма Дейкстры заключается в том, что к приоритету вершины прибавляется значение некоторой эвристической функции от этой вершины до целевой. Эвристическая функция должна быть монотонна и допустима, иначе алгоритм A* будет асимптотически хуже алгоритма Дейкстры. Правильно подобранная эвристическая функция в ряде прикладных задач позволяет значительно ускорить поиск пути, уменьшив фронт вершин поиска. Алгоритм A* гарантирует нахождение оптимального решения, если оно существует, при условии, что эвристическая функция допустима, монотонна и определена в тех же единицах измерений, что и веса ребер. A* отличается от жадного алгоритма тем, что учитывает уже построенный путь и некоторую топологическую оценку нахождения целевой вершины.

Эвристическая функция $f(x)=g(x)+h(x)$

Функция $h(x)$ должна быть допустимой эвристической оценкой, то есть не должна переоценивать расстояния к целевой вершине.

$|h(x)-h^*(x)|<=O(\log(h^*(x)))|$

Где $h^*(x)$ – оптимальная эвристика

Если выполняется, то эвристика хорошая, в обратном случае плохая

Особенности реализации алгоритма.

Для реализации жадного алгоритма ребра записываются в вектор и в цикле, пока не программа не придет в конечную вершину ищем наименьшее ребро, исключая из списка уже пройденные.

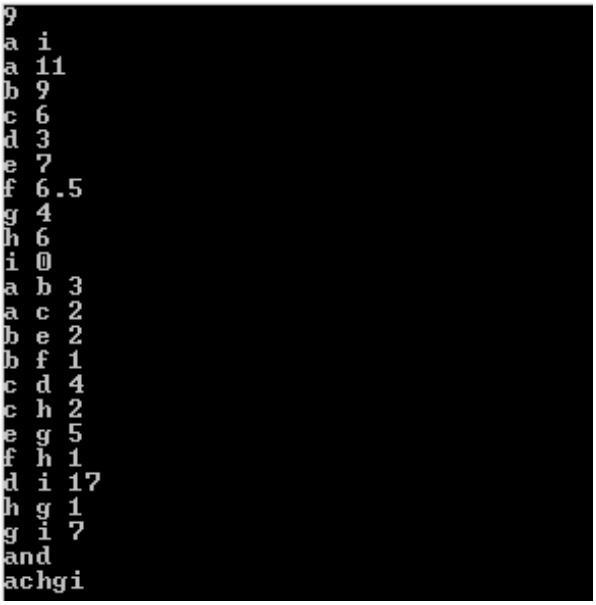
Для реализации алгоритма A* создана структура, описывающая каждую вершину. Открытый и закрытый список вершин выражен через вектор структур, описывающий точки. Программа идет, постепенно заполняя вектор закрытых вершин, пока не дойдет до последней точки, опираясь на функцию f(v)=g(v)+h(v) выбирает следующую вершину, по наименьшему значению f, выстраивая и запоминая (через указатель на пред вершину) путь.

Описание функций и методов.

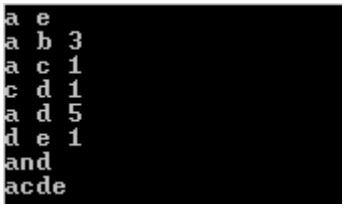
- void foo()– функция, непосредственно алгоритм A*, начинает со начальной вершины, создает закрытый и открытый список и составляет путь, по которому в дальнейшем будет построен вектор минимального пути.
- struct Node – структура описывающая вершину. Имеет имя - c, вес - g, эвристическое приближение - h, указатель на предыдущую вершину - *prev , а также вектор ребер исходящих из этой вершины – neig и функцию f(), считающую сумму g и h.

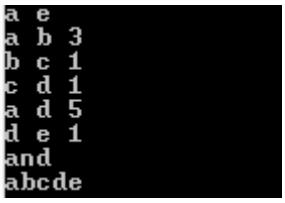
Тестирование.

Для A*:



Для Жадного алгоритма:





Тестирование с промежуточными данными

Сложность алгоритма

Для жадного алгоритма имеем по времени выполнения: сортировка ребер |E|log|E|, просмотр каждой вершины и каждого ребра |V|+|E|. Итого O(|V| + |E|log|E|). По памяти O(|V|+|E|).

Для алгоритма A* оценка по памяти O(|V|+|E|). Оценка по времени зависит от эвристической функции и используемой структуры для хранения очереди, списка посещенных вершин и т.п. Получается O(|E|log|E|).

Выводы.

В результате выполнения работы была разработана программа для нахождения минимального пути во взвешенном графе с помощью алгоритма A* и жадного алгоритма. Была проанализирована асимптотика данных алгоритмов, а также их корректность. Жадные алгоритмы очень быстрые, но не всегда могут обеспечить глобальное лучшее решение. Но обычно они проще и легче кодируются, чем их аналоги. Жадный поиск исследует перспективные направления, но может не найти кратчайший путь. Алгоритм Дейкстры хорош в поиске кратчайшего пути, но он тратит время на исследование всех направлений, даже бесперспективных. Алгоритм A* использует и подлинное расстояние от начала, и оцененное расстояние до цели. Алгоритм A*, по оценке, работает быстрее Жадного алгоритма и более эффективен в использовании. Затраты памяти в написанных программах были одинаковы. Так же был сделан вывод о том что в различных играх используется алгоритм A* для нахождения кратчайшего передвижения персонажа.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ИСХОДНЫЙ КОД.

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <algorithm>
#include <string>
#include <fstream>

#include <map>
#include <set>

using std::vector;
using std::cout;
using std::cin;
using std::endl;
using std::ifstream;
using std::map;
using std::set;

struct A {
   char one;
   char two;
   double three;
   A(char a, char b, double c) {
      one = a;
      two = b;
      three = c;
   }
};

struct Node {//vertex
   static Node* beg;
   static Node* end;
   char name;
   double g;
   double h;
   Node* prev;
   vector<std::pair<Node*, double> > neig;//edges

   Node(char c) { // Point initialization
      name = c;
      g = 999999;
      prev = 0;
   }

   double f() {//heuristic function

      return g+h;
   }
};

Node* Node::beg;
Node* Node::end;

void foo() {
   vector<Node*> q;//Vector open peaks
```

```
    vector<Node*> u;//Closed Peaks Vector

    q.push_back(Node::beg);
    Node::beg->g = 0;
    while (q.size() != 0)
    {
        int ind = 0;
        for (int i = 1; i < q.size(); i++)//Finding the vertex with the smallest f ()

            if (q[i]->f() < q[ind]->f())
                ind = i;
        Node* curr = q[ind];
        if (curr == Node::end)
            return;

        q.erase(q.begin() + ind);
        u.push_back(curr);//Adding to the vector of closed vertices the selected vertex with the smallest value f ()

        for (int i = 0; i < curr->neig.size(); i++) {//Updating weights for vertices

            double score = curr->g + curr->neig[i].second;
            Node* v = curr->neig[i].first;
            int j = 0;
            for (;j < u.size(); j++)//Check Transition Conditions
                if (u[j] == v)
                    break;
            if (j < u.size() && score >= v->g)
                continue;

            v->prev = curr;//Making way
            v->g = score;
            j = 0;
            for (; j < q.size(); j++)
                if (q[j] == v)
                    break;
            if (j >= q.size())
                q.push_back(v);
        }
            vector<Node*> vec;
        Node* node = curr;
        cout<<curr->f()<<" = f() of ";//Output intermediate result
            while(node != 0) {
        vec.push_back(node);
        node = node->prev;
        }
        for (int i = vec.size() - 1; i >= 0; i--)

        cout << vec[i]->name;
       cout<<endl;
        }

    }

    int main() {
        int n;
        char a, b;
        double c;
        map<char, Node*> nodes;//An analogue of the dictionary where the name of the vertex corresponds to the
vertex
```

```
    Node* beg;
    Node* end;

    cin >> n;
    cin >> a >> b;
    if (a == b) {
        cout << a;
        return 0;
    }
    beg = new Node(a);//starting point

    end = new Node(b);//End point

    nodes[a] = beg;
    nodes[b] = end;
    Node::beg = beg;
    Node::end = end;
//Enter
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cin >> a >> c;
        if (nodes.find(a) == nodes.end()) {//if there is no such peak yet

            nodes[a] = new Node(a);
        }
        nodes[a]->h = c;
    }

    while(cin >> a >> b >> c) {
        if (nodes.find(a) == nodes.end()) {//if there is no such peak yet

            nodes[a] = new Node(a);
        }
        if (nodes.find(b) == nodes.end()) {//if there is no such peak yet

            nodes[b] = new Node(b);
        }
        nodes[a]->neig.push_back(std::pair<Node*, double>(nodes[b], c));
    }


    foo();
    vector<Node*> vec;
    Node* node = Node::end;
    while(node != 0) {//Building the final path

        vec.push_back(node);
        node = node->prev;
    }
    for (int i = vec.size() - 1; i >= 0; i--)//Response output

        cout << vec[i]->name;
}
```