Лабораторная работа 3

Математическое моделирование

Якушевич Артём Юрьевич

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Рассмотреть модель боевых действий Ланчестера.

2 Задание

2.1 1. Построить графики изменения численности войск армии Х и армии У для модели боевых действий между регулярными войсками.

2.2 2. Построить графики изменения численности войск армии Х и армии У для модели ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Условия задачи

1. Рассмотрим модель боевых действий Ланчестера. В противоборстве будут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. Рассмотрим два случая ведения боевых действий:

- Боевые действия между регулярными войсками.
- Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

2. Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями x(t) и y(t). В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 222 000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 229 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны.

3. Графики численности войск необходимы для следующих случаев:

- Модель боевых действий между регулярными войсками

$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -0.223x(t) - 0.774y(t) + sin(t+1)$
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -0.665x(t) - 0.332y(t) + cos(t+2)$

- Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -0.291x(t) - 0.865y(t) + |sin(2t)|$\$
$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -0.456x(t)y(t) - 0.789y(t) + |cos(t)|$

3.2 Данные задачи

1. X - численность первой армии, Y - численность второй армии. a1 a2 b1 b2 c1 c2 h1 h2 - константы для боя между регулярными войсками (рис. 3.1)

Данные задачи

Численности X и Y

```
In [118]: X = 222000
          Y = 229000

          # Между регулярными:
          a1 = 0.223
          b1 = 0.774
          c1 = 0.665
          h1 = 0.332

          # Между регулярными и партизанами:
          a2 = 0.291
          b2 = 0.865
          c2 = 0.456
          h2 = 0.789
```

Figure 3.1: Условия задачи

4. Начальный момент времени (t0 = 0), предельный момент времени (tmax = 1) и шаг изменения времени (dt = 0.05). (рис. 3.2)

Время

```
In [119]: t0 = 0
          tmax = 1
          dt = 0.05
          t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

Figure 3.2: Начальные условия времени

3.3 Решение систем дифференциальных уравнений

1. Просчитаем возможность подхода подкрепления к армии x (Sin1) и к армии y (Cos1) в бою между регулярными войсками. (рис. 3.3)

Первый случай

```
In [120]: def Sin1(t):
              Sin1 = np.sin(t+1)
              return Sin1
          def Cos1(t):
              Cos1 = np.cos(t+2)
              return Cos1
```

Figure 3.3: Первый случай

2. Просчитаем возможность подхода подкрепления к армии x (Sin2) и к армии y (Cos2) в бою между регулярным войском и партизанским отрядом. (рис. 3.4)

Второй случай

```
In [121]: def Sin2(t):
              Sin2 = abs(np.sin(2*t))
              return Sin2
          def Cos2(t):
              Cos2 = abs(np.cos(t))
              return Cos2
```

Figure 3.4: Второй случай

3. Система дифференциальных уравнений изменения численностей первой армии и второй армии регулярных войск. (рис. 3.5)

Первый случай

```
In [122]: def S1(f, t):
              s11 = -a1*f[0] - b1*f[1] + Sin1(t)
              s12 = -c1*f[0] - h1*f[1] + Cos1(t)
              return s11, s12
```

Figure 3.5: Первый случай

4. Система дифференциальных уравнений изменения численностей армии регулярных войск и партизанского отряда. (рис. 3.6)

Второй случай

```
In [123]: def S2(f, t):
              s21 = -a2*f[0] - b2*f[1] + Sin2(t)
              s22 = -c2*f[0]*f[1] - h2*f[1] + Cos2(t)
              return s21, s22
```

Figure 3.6: Второй случай

5. Следующие строки задают вектор начальных условий (v) (рис. 3.7)

Вектор начальных условий

```
In [124]: v = np.array([X, Y])
```

Figure 3.7: Вектор начальных условий и решения дифференциальных уравнений

3.4 Построение графиков решений

1. Решения дифференциальных уравнений (r1 и r2). График для модели боевых действий между регулярными войсками. (рис. 3.8)

Два решения

```
In [125]: r1 = odeint(S1, v, t)
          r2 = odeint(S2, v, t)

In [126]: plt.plot(t, r1)
          plt.ylabel('Численность армий')
          plt.xlabel('t')
          plt.legend(['Армия X (регулярная)', 'Армия Y (регулярная)'])

Out[126]: <matplotlib.legend.Legend at 0x2055e558520>
```

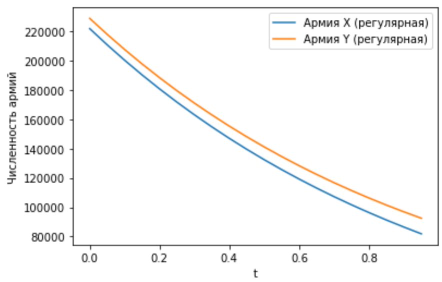

Figure 3.8: График боя регулярных войск

3. График для модели боевых действий между регулярным войском и партизанским отрядом. (рис. 3.9)

t

```
In [127]: plt.plot(t, r2)
          plt.ylabel('Численность армий')
          plt.xlabel('t')
          plt.legend(['Армия X (регулярная)', 'Армия Y (партизаны)'])

Out[127]: <matplotlib.legend.Legend at 0x2055e5a3070>
```

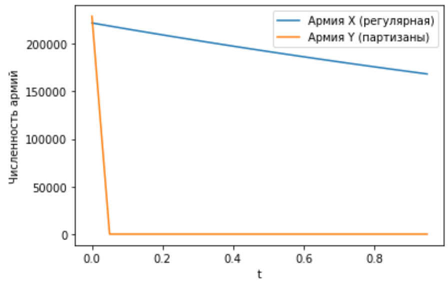

Figure 3.9: График боя регулярного войска и партизанского отряда

4 Выводы

В результате выполнения третьей лабораторной работы, я рассмотрел один из примеров модели боевых действий Ланчестера.