Beweise für Konvergenz führen

$\forall \varepsilon > 0 \, \exists N \in \mathbb{N} \, \forall n \geq N \, |a_n - a| < \varepsilon$

Zuerst muss der Grenzwert gefunden werden. Dabei können bei hohen Zahlen werte wie +1 weggerundet werden.

$\lim\limits_{n \to \infty} a_n + b_n = a + b$

Bei Brüchen: dividiere durch die höchste Potenz des Nenners zur vereinfachten Rechnung.

$\lim\limits_{n \to \infty} c \cdot a_n = c \cdot a$

$\lim\limits_{n \to \infty} a_n \cdot b_n = ab$

$\lim\limits_{n \to \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b} \quad \forall b_n, b \neq 0$

Daraufhin kann mit der Formel $|a_n - a| < \varepsilon$ n bzw. N berechnet werden, in dem man die ursprüngliche Formel − dem Grenzwert rechnet.

Zuletzt schreibt man den Beweis in dem man angibt, dass $\varepsilon > 0$ beliebig ist, $N \in \mathbb{N}$ ist und zudem größer dem Berechneten Wert für N ist. Zuletzt gibt man an, dass $n \geq N$ ist und zeigt den verkürzten Rechenweg.

~~Beweise für Divergenz führen~~

Jede unbeschränkte Folge divergiert.

Jede beschränkte und monotone Folge konvergiert.

Monotonie

Wenn $a_n \geq a_{n+1}$ so ist die Folge monoton fallend. Bei $a_n > a_{n+1}$ streng monoton fallend.

Wenn $a_n \leq a_{n+1}$ so ist die Folge monoton steigend. Bei $a_n < a_{n+1}$ streng monoton steigend.

Wichtige Grenzwerte

$\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{c} = 1 \quad \forall c > 0$

$\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{n} = 1$

$\lim\limits_{n \to \infty} \frac{n^k}{z^n} = 0 \; \forall k \in \mathbb{N} \wedge z \in \mathbb{R} : |z| > 1$

$\lim\limits_{n \to \infty} n^k q^n = 0 \; \forall k \in \mathbb{N} \wedge q \in \mathbb{R} : |q| < 1$

$\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$