Summen (Reihen)

$$\sum_{k=m}^{n} a_k = a_m + a_{m+1} + \dots + a_n$$

Dabei existieren $n-m+1$ Summanden.

$$\prod_{k=m}^{n} a_k = a_m \cdot a_{m+1} \cdot \ldots \cdot a_n$$

$$\prod_{k=1}^{n} k = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n = n!$$ (Fakultät von n)

Rechenregeln

$$\sum_{k=m}^{n} c = c + c + \dots + c = c \cdot (n-m+1)$$

Da hier nur c addiert wird, kann man auch c mit der Anzahl der Summanden multiplizieren.

$$\sum_{k=m}^{n} a_k = \sum_{k=m+l}^{n+l} a_{k-l}$$

Wenn man m und n mit l addiert muss l in der Rechnung auch wieder von k abgezogen werden, damit wieder an der ursprünglichen Position gestartet wird. Beispiel $\sum_{k=0+2}^{2+2} a_{2-2} = \sum_{k=0}^{2} a_0$

$$\sum_{k=m}^{n} (ca_k + db_k) = c \cdot \sum_{k=m}^{n} a_k + d \sum_{k=m}^{n} b_k$$

Durch dem Vertauschungsgesetz ist es egal ob $a_k + b_k + a_{k+1} + b_{k+1} \ldots$ oder $a_k + a_{k+1} \ldots + b_k + b_{k+1} \ldots$ gerechnet wird. Das c und d kann nach vorne gezogen werden, da "$ca_k + ca_{k+1} = c(a_k + a_{k+1})$"

$$\sum_{k=m}^{n} a_k = \sum_{k=0}^{n} a_k - \sum_{k=0}^{m-1} a_k$$

Berechnet statt von m von 0 aus und zieht nachträglich die Summe der Werte welche vor m stehen wieder ab.

Die Arithmetische Summe

$$\sum_{k=0}^{n} k \cdot c + a_0 = (n+1) \cdot a_0 + c \sum_{k=1}^{n} k$$

Dabei kann $\sum_{k=1}^{n} k$ durch $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$ vereinfacht werden.

Die geometrische Summe

$$S_n(x) = \sum_{k=0}^{n} x^k \qquad a_0 \cdot \frac{(k+1)^{n+1} - 1}{k} \;\Big|\; (k+1) = c$$

$$S_n(x) - x \cdot S_n(x) = 1 - x^{n+1}$$

Da z.B. $x - x$ oder $x^2 - x^2$ gerechnet wird und nur der Anfang und das Ende übrig bleibt.

$$S_n(x) \cdot (1-x)$$

Einzelklammern

$$S_n(x) = \frac{1 - x^{n+1}}{1-x}$$

$(1-x)$ rüberziehen