Konvergenz rekursiver Folgen

Um die ~~Mono~~ Monotonie zu beweisen, berechnet man zuerst die ersten Elemente und schätzt daraus die Monotonie ab.

Daraufhin kann man per Induktionsbeweis beweisen, dass wenn $a_{n+1} > a_n$ gilt auch $a_{n+2} > a_{n+1}$ gelten muss.

Um den Grenzwert zu bestimmen hilft, dass $a = \lim_{n\to\infty} a_{n+1} = \lim_{n\to\infty} a_n$ ist. Daraufhin kann für a_{n+1} die Folge eingesetzt werden. Danach nutzt man statt a_n a und kann die Gleichung nach a auflösen. Das Ergebnis ist der Grenzwert.

Mit Hilfe des Grenzwertes hat man auch die obere bzw. untere Schranke. Alternativ um zu testen ob überhaupt eine Schranke existiert kann für a ein beliebig hoher Wert eingesetzt werden.

Konvergenz komplexer Folgen

Komplexe Folgen können genauso bearbeitet werden wie Reelle. Dabei schaut man sich einmal den Realteil an und einmal den Imaginärteil. Sollten beide konvergieren ist auch die komplexe Folge konvergent sonst divergent.

Cauchy-Konvergenz

Eine Folge welche eine Cauchy-Folge ist, ist auch konvergent und andersherum. Die Cauchy-Konvergenz wird dazu verwendet um zu überprüfen, ob eine Folge konvergent ist ohne deren Grenzwert zu bestimmen.

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N_\varepsilon \in \mathbb{N}$, sodass $\forall m, n > N_\varepsilon : |a_n - a_m| < \varepsilon$

Beim berechnen setzt man z.B. für $n = m+1$ ein. Danach erhält man einen Bruch der verkleinert werden muss. Dafür können z.B. 1. weggelassen werden oder der Nenner ~~ver~~ verkleinert werden, so dass $a < b$. Irgendwann erhält man z.B. $\frac{1}{n} \le \varepsilon$ welcher dann nur noch nach N umgeformt werden muss.