Mantelflächenberechnung

$$M = \int_a^b 2\pi f(x) \cdot \sqrt{1+(f'(x))^2}\, dx$$

Rotationsvolumen

$$V = \int_a^b \pi \cdot f(x)^2\, dx$$

Numerische Berechnung von Integralen

Gibt einen einen sich annähernden Wert für das Integral, falls sich die Aufleitung nicht berechnen lässt.

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h \cdot \left(\frac{f(a)+f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i)\right)$$

Differentiation von Integralen mit variablen Grenzen

$\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)\,dt$ bei h, g und f stetig, so gilt:

$$\left(\int_{g(x)}^{h(x)} f(t)\,dt\right)' = f(h(x)) \cdot h'(x) - f(g(x)) \cdot g'(x)$$

Dies ergibt sich aus den Ableitungsregeln

Parameterintegral

Sei $f(x,t)$ eine von 2 reellen Parametern abhängige Form, $g_1(x)$ und $g_2(x)$ stetig sowie $f(x,t)$ integrierbar bzgl. t

$F(x) = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,t)\,dt$ heißt Parameterintegral

Die Leibniz-Regel besagt, dass das Parameterintegral differenzierbar ist

$$F'(x) = \frac{dF}{dx} = f(x, g_2(x)) \cdot g_2'(x) - f(x, g_1(x)) \cdot g_1'(x) + \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \frac{df(x,t)}{dx}\,dt$$

Unendliche Integrationsintervalle

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx := \lim_{R\to\infty} \int_c^R f(x)\,dx + \lim_{R\to\infty} \int_{-R}^c f(x)\,dx$$

Dabei ist c beliebig.

Die Integrale heißen konvergent, wenn für beide Grenzwerte existieren, sonst divergent.

$\lim_{R\to\infty} \int_{-R}^{R} f(x)\,dx$ heißt Cauchy-Hauptwert