Extremwerte

1. $m+1$ ist ungerade

$f(x_0+h) > f(x_0)$ für $h>0$

$f(x_0+h) < f(x_0)$ für $h<0$

$\Rightarrow$ Es liegt kein Extremum vor (Sattelpunkt)

2. $m+1$ ist gerade

a) für positive $f^{(m+1)}(x_0)$

$f(x_0+h) > f(x_0)$ für $h>0$

$f(x_0+h) > f(x_0)$ für $h<0$

$\Rightarrow$ Es liegt ein lokales Minimum vor

b) für negative $f^{(m+1)}(x_0)$

$f(x_0+h) < f(x_0)$ für $h>0$

$f(x_0+h) < f(x_0)$ für $h<0$

$\Rightarrow$ Es liegt ein lokales Maximum vor

Dies gilt für die erste Ableitung $f^{(m+1)}(x_0) \neq 0$

Das ganze in Einfach!

Wenn $f^{(n)}(x_0)$ ~~[illegible]~~ die erste Ableitung ist, bei der $f^{(n)}(x_0) \neq 0$ rauskommt, so ist:

n ungerade $\Rightarrow$ kein Extremum (Sattelpunkt)

n gerade

$f^{(n)}(x_0) > 0 \Rightarrow$ lokales Minimum

$f^{(n)}(x_0) < 0 \Rightarrow$ lokales Maximum

numerische Berechnung der zweiten Ableitung

Folgende Formel erlaubt es uns die 2. Ableitung zu berechnen, ohne vorher die erste zu Berechnen.

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0+h) - 2\cdot f(x_0) + f(x_0-h)}{h^2}$$

Diese Formel erhält man, wenn man die folgenden 2 Taylorentwicklungen addiert und umformt

$$f(x_0+h) = f(x_0) + h f'(x_0) + \frac{h^2}{2} f''(x_0)$$

$$f(x_0-h) = f(x_0) - h f'(x_0) + \frac{h^2}{2} f''(x_0)$$