Komplexe Analysis

Sei $z_1 = r_1 \cdot e^{i\varphi_1}$ und $z_2 = r_2 \cdot e^{i\varphi_2}$

$z = z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$

$z = \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\varphi_1-\varphi_2)}$

Eine komplexe Zahl in der Form $z = r \cdot e^{i\varphi}$ nennt man Polarkoordinate.

Wenn der Winkel φ negativ oder größer als 2π wird, muss dieser gegebenfalls mit 2π addiert oder subtrahiert werden, so dass $0 \leq \varphi < 2\pi$

Wenn in zwei Polarkoordinaten r den gleichen Wert beträgt und φ sich um ein Vielfaches von 2π unterscheidet, so sind beide gleich.

Der Betrag einer komplexen Zahl in Polarkoordinaten ist gleich dem Radius $|z| = r$

Die konjugierte komplexe Zahl zu $z = (r, \varphi)$ ist $\bar{z} = (r, -\varphi)$ bzw. $\bar{z} = (r, 2\pi - \varphi)$

$z^n = (r \cdot e^{i\varphi})^n = r^n \cdot e^{i\varphi n}$

Eigenschaften von $z = e^{i\varphi}$

Beschreibt alle Zahlen, welche vom Ursprung aus den Abstand 1 haben ($z = 1 e^{i\varphi}$).

r beschreibt also immer den Abstand zum Ursprung im Kreis (Radius).

Wurzel ziehen

Für r^n gilt $\sqrt[n]{r}$

Für den Winkel φ gibt es n verschiedene Lösungen mit der Formel $\varphi_k = \frac{\varphi + k \cdot 2\pi}{n}$.

Wobei $k = 0, 1, \ldots, n-1$

Alle Lösungen bilden innerhalb des Kreises ein gleichmäßiges n-Eck.