Lineare Unabhängigkeit

Linearkombination: $v \in V$ ist darstellbar durch die Summe von $v_1, \dots, v_r$. $v = \lambda_1 v_1 + \dots, \lambda_r v_r$ $\lambda_i \in K$

Lineare Hülle: Die Menge $L(v_1, \dots, v_r)$ die durch verschiedene Linearkombinationen herstellen lässt.

Die Lineare Hülle ist ein Untervektorraum von V.

Erzeugendensystem: ~~Erst~~ Wenn $L(v_1, \dots, v_r) = V$ ist L ein Erzeugendensystem von V.

Endlich erzeugt: Wenn $v_1, \dots, v_r$ endlich ist, heißt V endlich erzeugt.

Linear Unabhängig: V heißt linear unabhängig, wenn $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_r = 0$.

Dies bedeutet, dass es nur eine Möglichkeit gibt den Nullvektor zu erzeugen.

Sollte also $E = (e_1, e_2, e_3)$ ein Erzeugendensystem sein gibt es nur die Möglichkeit $0e_1 + 0e_2 + 0e_3 = 0$ um den Nullvektor ~~zu~~ erhalten

Linear abhängig: Ist es nicht eindeutig z.B. den Nullvektor durch eine Linearkombination zu erzeugen, so ist das Erzeugendensystem linear abhängig. Sollte also $\bar{E} = (e_1, e_2, e_3, e_1+e_2)$ ein Erzeugendensystem sein, so ist dieser nicht nur unnötig groß, da der zusätzliche Vektor die lineare Hülle nicht mehr vergrößert sondern auch linear abhängig, da sowohl $0e_1 + 0e_2 + 0e_3 + 0(e_1+e_2) = 0$ ~~und~~ als auch $-1e_1 + (-1)e_2 + 0e_3 + 1(e_1+e_2) = 0$ den Nullvektor erzeugt.

Für lineare Unabhängige Vektoren gilt, dass kein Vektor eine Linearkombination der übrigen ist und, dass kein Vektor der Nullvektor ist.