Lineare Gleichungssysteme und Matrizen

Beispiel:

$$\underbrace{\begin{aligned} 0{,}8a + 0{,}8b + 0{,}8c &= 0{,}8 \\ 0a + 0{,}2b + 0{,}1c &= 0{,}12 \\ 0{,}2a + 0b + 0{,}1c &= 0{,}08 \end{aligned}}_{\text{Lineares Gleichungssystem}} \qquad \underbrace{\begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}8 & 0{,}8 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}1 \end{pmatrix}}_{\text{Koeffizienten Matrize}}$$

Eine $m \times n$ Matrize A ist ein rechteckiges Schema von reellen oder komplexen Zahlen a_{ij} mit m Zeilen und n Spalten.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

i heißt Zeilenindexe
j heißt Spaltenindexe

$A = B :\Longleftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$

Eine Matrize, deren Elemente alle den Wert 0 annehmen, heißt Nullmatrize

Wenn $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ ist $A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$ A^T heißt transponierte Matrize und es werden dabei die Spalten von A als Zeilen verwendet.

$\left(\begin{array}{ccc|c} 0{,}8 & 0{,}8 & 0{,}8 & 0{,}8 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}12 \\ 0{,}2 & 0 & 0{,}1 & 0{,}08 \end{array}\right)$ wird als erweiterte Koeffizienten Matrize bezeichnet.

Eine $n \times n$ Matrize heißt quadratisch

Schreibweise einer quadratischen Matrize $A = (a_{ij})_{i,j=1}^{n}$

Die Elemente von A bei denen $i = j$ zutrifft bilden die Hauptdiagonale

Eine quadratische Matrize bei der alle Elemente oberhalb der Hauptdiagonalen 0 betragen heißt untere Dreiecksmatrize

Eine quadratische Matrize bei der alle Elemente unterhalb der Hauptdiagonalen 0 betragen heißt obere Dreiecksmatrize

Wenn $\forall a_{ij} = 0 : i \neq j$ heißt A Diagonalmatrize.

Sollte die Diagonale einer Diagonalmatrize nur aus einsen bestehen, heißt diese Einheitsmatrize