Unendliche Reihen

~~Jede Folge a_n welche durch $S_n = \sum_{k=0/1}^{n} a_k$ definiert wird~~

Eine Folge a_n definiert durch $S_n := \sum_{k=1}^{n} a_k$ eine neue Folge. Diese wird Partialsumme genannt.

Die Folge kann auch bei $k=0$ beginnen wodurch $S_0 = a_0$ ist.

Konvergenz

$\forall_\varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \forall_n > N \; |S_n - S| < \varepsilon$

Dabei ist $\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} a_k = \sum_{k=0}^{\infty} a_k = S$. Die Folge ist konvergent, wenn die Folge S_n der Partialsummen konvergiert.

Die unendliche geometrische Reihe

$S_n = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$ heißt endliche geometrische Reihe und ist äquivalent zu $S_n = \sum_{k=0}^{n} x^k$

~~Für $|x| < 1$ auf eine konvergente Reihe hinweist man~~

Da der $\lim_{n\to\infty}$ für ein $|x| < 1$ gegen 0 geht, ist eine Reihe mit einem $x < 0$ konvergent.

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} x^k = \lim_{n\to\infty} \frac{1-x^{n+1}}{1-x} = \lim_{n\to\infty} \frac{1-0}{1-x} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{1-x}$$

Sollte $|x| \geq 1$ sein, so ist die Reihe divergent.

Das gleiche gilt auch für komplexe Zahlen.

Periodische Zahl als Bruch darstellen

Zuerst trennt man die Periode von der Zahl.	$0{,}4\overline{23} = 0{,}4 + 0{,}0\overline{23}$
Danach entfernt man die Nullen nach dem Komma.	$= 0{,}4 + \frac{1}{10} \cdot 0{,}\overline{23}$
Dies kann man umschreiben, so dass die Zahl mit 10^{-x} multipliziert wird.	$= 0{,}4 + \frac{1}{10} \cdot (23 \cdot 10^{-2} + 23 \cdot 10^{-4} + \ldots)$
Nun kann die Zahl ausgeklammert werden.	$= 0{,}4 + \frac{23}{10} \cdot (10^{-2} + 10^{-4} + \ldots)$
Dies kann als Summe geschrieben werden	$= 0{,}4 + \frac{23}{10} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} 10^{-2k}$
Umformen	$= 0{,}4 + \frac{23}{10} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{100}\right)^k$
Geometrische Reihe umformen (-1 Rechnen, da $k=0$)	$= 0{,}4 + \frac{23}{10} \cdot \left(\frac{1}{1-\frac{1}{100}} - 1\right)$
Berechnen	$= \frac{419}{990}$