Flächenberechnung

Sollte die Fläche unterhalb der x-Achse liegen, so wird eine negative Fläche dazu addiert. Aus diesem Grund müssen die Nullstellen der Funktion berechnet werden, um Intervalle zu erschaffen, die entweder über oder unter der x-Achse liegen. Zuletzt müssen die Integrale der Intervalle wieder addiert werden, wobei die negativen ~~Intervalle~~ Integrale subtrahiert werden müssen. Alternativ kann auch der Betrag der jeweiligen Intervalle addiert werden, sollte unbekannt sein, welche unterhalb der x-Achse liegen.

Fläche und Integral zwischen zwei Funktionen

Sollte $f(x) \geq g(x)$ sein, so berechnet man den ~~Schnitt~~ Flächeninhalt mit:

$\int_a^b f(x) - g(x)$

Sollte unbekannt sein, welche Funktion größer ist kann man das ganze im Betrag rechnen:

$|\int_a^b f(x) - g(x)|$

Sollte das Intervall unbekannt sein, so kann man von den Schnittpunkten der Funktionen ausgehen.

Integration zur Berechnung von Flächen zwischen mehreren Funktionen

Hier muss lediglich darauf geachtet werden, welche Fläche berechnet werden soll. Danach lässt sich dies durch berechnen der Schnittpunkte und entsprechendem zusammenfügen der Funktionen berechnen.

Die Mittelwertsätze der Integralrechnung

Mittelwertsatz der Integralrechnung: Sei $f: [a,b]$ so existiert ein $x^* \in (a,b)$, so dass

$$\int_a^b f(x)dx = f(x^*)\cdot(b-a) = F(b)-F(a)$$

Da: $f(x^*) = \frac{F(b)-F(a)}{b-a}$

Allgemeiner Mittelwertsatz der Integralrechnung: Sei $f, g \in [a,b]$ und $g(x) \geq 0 \ \forall x \in [a,b]$ so existiert ein $x^* \in (a,b)$, so dass

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(x^*)\cdot\int_a^b g(x)dx$$

Längenberechnung

Sei $f: [a,b]$ eine Funktion deren Bogen die Länge L hat

$$L = \int_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\,dx$$

L heißt Bogenlänge