

Die Flächenfunktion

Ist eine Funktion Riemann-integrierbar, so existiert eine Flächenfunktion.

$$F(x) = \int_a^x f(x) dx$$

Wird der Integrationsweg so kann keine Stammfunktion ermittelt werden.

Stammfunktion und Flächenfunktion

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) = F(x)$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b c \cdot f(x) dx = c \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) + g(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$$

Die Stammfunktion von $\frac{1}{x}$

Die Stammfunktion von $\frac{1}{x}$ ist $\ln|x| + C$ oder auch für $\frac{1}{x-x_0}$ $\ln|x-x_0| + C$

Partialbruchzerlegung

Die Partialbruchzerlegung ~~funktioniert~~ bei unecht gebrochenen Funktionen, das heißt bei

$\frac{p(x)}{q(x)}$ $\text{grad}(p(x)) \geq \text{grad}(q(x))$ gibt es immer ein Polynom mit einer echt gebrochenen Funktion zurück.

Berechnung:

1. Berechnen der Nullstellen im Nenner Polynom.

2. Entstellen von Partialbrüchen $\frac{A_i}{x-x_a}$ dabei ist x_a die Nullstelle.

Bei doppelter Nullstelle x_0 erwartet man $\frac{A_1}{x-x_0}$ sowie ein $\frac{A_2}{(x-x_0)^2}$

Die Partialbrüche werden addiert.

3. Gleichung mit dem Nenner der linken Seite multiplizieren

4. Nullstellen für x einsetzen und $A_i \dots$ berechnen.