Differentialrechnung

Die Sekantensteigung von einem Punkt $P=(x_0, f(x_0))$ berechnet man mithilfe eines benachbarten Punktes $Q=(x_0+h, f(x_0+h)$ und der Formel: $m_s = \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

Dies heißt auch rechtsseitiger Differenzenquotient.

Lässt man nun h gegen 0 laufen, erhält man im Grenzfall die Tangentensteigung $m_T = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

In beiden Fällen muss die Funktion stetig sein.

$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ heißt differenzierbar in x_0, wenn der Grenzwert existiert

$f'(x_0)$: heißt Ableitung von f an der Stelle x_0

$f'(x)$ heißt Ableitung oder Ableitungsfunktion von $f(x)$, wenn $\forall x_0$ $f'(x)$ zugeordnet werden kann und der Grenzwert existiert.

Ist eine Funktion in x_0 differenzierbar so ist sie dort auch stetig.

Berechnung elementarer Ableitungen

$f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

$f(x) = c \Rightarrow f'(x) = 0$

$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$

$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$

$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

$f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$

$f(x) = \cos(x) \Rightarrow f'(x) = -\sin(x)$

Die Tangentengleichung

Um die Gleichung einer Tangente $T(x)$ zu bestimmen, wird eine Funktion $f(x)$ und ein Punkt x_0 benötigt.

$T(x) = f_1(x) = m \cdot (x - x_0) + b$

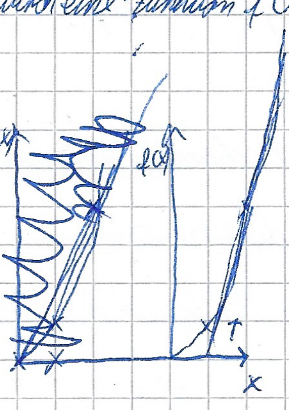
$m = f'(x_0)$

$b = f(x_0) = f_1(x_0)$

also ist:

$T(x) = f'(x) \cdot (x - x_0) + f(x)$

Bsp.:



$f(x) = x^2$

$f'(2) = 4$

$f(2) = 4$

$f_1(x) = 4 \cdot (x-2) + 4$