Nachweis lineare Unabhängigkeit

Es gibt mehrere Möglichkeiten die lineare Unabhängigkeit nachzuweisen. Eine davon ist über LGS.

Beispiel: LGS

$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 5 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \mid -2 \cdot I \\ \mid -I \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1 & 6 & 0 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ \mid -II \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$\Rightarrow \lambda_3 = \lambda_2 = \lambda_1 = 0$

Sollten nur 2 Gleichungen mit 3 Unbekannten

bzw. ist das LGS nicht eindeutig so sind

die Vektoren linear abhängig.

Determinante

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} = 15 + 4 + (-2) + 3 - 20 - 2 = \underline{\underline{-2}}$$

also linear unabhängig wäre das Ergebnis 0, dann wären die Vektoren linear abhängig

Berechnen der l. V. bei Funktionen

Bei Funktionen werden für n Funktionen n Vektoren mit n Elementen gebildet.

$v_1 = \begin{pmatrix} f_1(x_1) \\ f_1(x_2) \\ f_1(x_2) \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} f_2(x_1) \\ f_2(x_2) \\ f_2(x_3) \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} f_3(x_1) \\ f_3(x_2) \\ f_3(x_3) \end{pmatrix}$

Daraufhin berechnet man die Ergebnisse für beliebige x im Bereich. Zum Schluss überprüft man über die oberen Verfahren ob die Funktionen linear unabhängig sind.

Sollten die Vektoren linear unabhängig sein, so ist die Funktion auch linear unabhängig.

Sollten die Vektoren linear abhängig sein, so ist es nicht sicher ob die Funktion auch linear abhängig ist. Im Zweifel muss mit anderen x-Werten nochmal getestet werden.