Geraden

Eine Gerade im $\mathbb{R}^2$ wird durch folgende Formel definiert: $x = p + \alpha v$.

Dabei wird p als Ortsvektor / Aufpunkt bezeichnet und v als Richtungsvektor. α skaliert dabei die Länge von v, wodurch jeder Punkt auf der Geraden erreicht werden kann.

Zudem ist jede skalierte Form von v ebenfalls ein Richtungsvektor.

Außerdem ist jeder Punkt auf der Geraden ebenfalls ein Aufpunkt.

Sollte eine Gerade mithilfe zweier Punkte p und q erstellt werden, eignet sich dazu folgende Formel:

$$x = p + \alpha(q - p)$$

Alle Gleichungen, die einen reellen Parameter enthalten und eine Gerade beschreiben, nennt man Parameterform.

Ein Vektor n welcher orthogonal zu v steht wird Normalvektor genannt.

Die Gleichung $\langle x, n\rangle = \langle p, n\rangle$ heißt Normalform von g. $(4x_1 + 3x_2 = 10)$

Da die Normalform auch große Koeffizienten enthalten kann, kann diese der Hessesche Normalform vereinfacht werden: $\frac{\langle x, n\rangle}{\|n\|} = \frac{\langle p, n\rangle}{\|n\|}$ Bsp. $\frac{1}{5}(4x_1 + 3x_2) = 2$

Geraden im Raum besitzen keine Parameterlose Form.

Ebene

Eine Ebene ist eine Fläche im Raum. Dabei gibt es 2 Richtungsvektoren w und v.

$x = p + \alpha v + \beta w$ Punkt-Richtungsgleichung

In der Ebene in Parameterform eignet sich jeder Punkt in der Ebene als Aufpunkt.

Beliebige zwei Vektoren eignen sich als Richtungsvektor, falls sie nicht parallel sind oder der Nullvektor.

Drei verschiedene Punkte, welche nicht auf einer Geraden liegen legen die Ebene fest.

Raum	Objekt	Punkt-Richtungs-Gleichung	Normalgleichung
$\mathbb{R}^2$	Gerade	$x = p + \alpha v$	$\langle x, n\rangle = \langle p, n\rangle$ · $ax_1 + bx_2 = c$
$\mathbb{R}^3$	Gerade	$x = p + \alpha v$	Existiert nicht!
$\mathbb{R}^3$	Ebene	$x = p + \alpha v + \beta w$	$\langle x, n\rangle = \langle p, n\rangle$ $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$