



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO FACULTAD DE CIENCIAS

Tarea 4

PRESENTA

 $\begin{array}{c} {\rm Munive~Ram \it \acute{i}rez~Ibrahim} \\ {\rm 424106083} \end{array}$

PROFESOR

César Hernández Cruz

ASIGNATURA

Gráficas y juegos

Ejercicios

Ejercicio 1. Sea G una gráfica no trivila. Demuestre que G es una trayectoria si y solo si G es un árbol con exactamente dos vértices de grado 1.

Ejercicio 2.

- a) Demuestre que cada árbol con grado máximo $\Delta > 1$ tiene a menos Δ hojas.
- b) Construya, para cada elección de n y Δ con $2 \leq \Delta < n$, un árbol de orden n con exactamente Δ hojas.

Ejercicio 3. Un centro de una gráfica es un vértice u tal que $\max_{v \in V(G)} d(u, v)$ es mínima. Demuestre que un árbol tiene exactamente un centro o dos centros adyacentes.

Ejercicio 4. Demuestre o brinde un contraejemplo:

Toda gráfica con menos aristas que vértices tiene una componente que es un árbol.

Ejercicio 5. Un hidrocarburo sotaurado es una molécula C_mH_n , en la que cada átomo de carbono tiene cuatro enlaces, cada átomo de hidrógeno tiene un enlace, y ninguna suceción de enlaces foma un ciclo. Demuestre que para cualqueir entero positivo m, la molécula C_mH_n existe solo si n=2m+2.

Ejercicio 6. Demuestre que una sucesión $\{d_i\}_{i=1}^n$ de enteros positivos es la sucesión de grados de un árbol si y solo si $\sum_{i=1}^n d_i = 2(n-1)$.