

# 菜瓜布輪磨耗量探討

2020/6/30

# 菜瓜布輪磨耗示意圖

- 由於菜瓜布輪質地比鋁合金軟，在研磨過程中其外徑隨時間的變化明顯，適合量化分析

- 定義： $C = \varepsilon \cdot H \cdot \mathcal{V}$

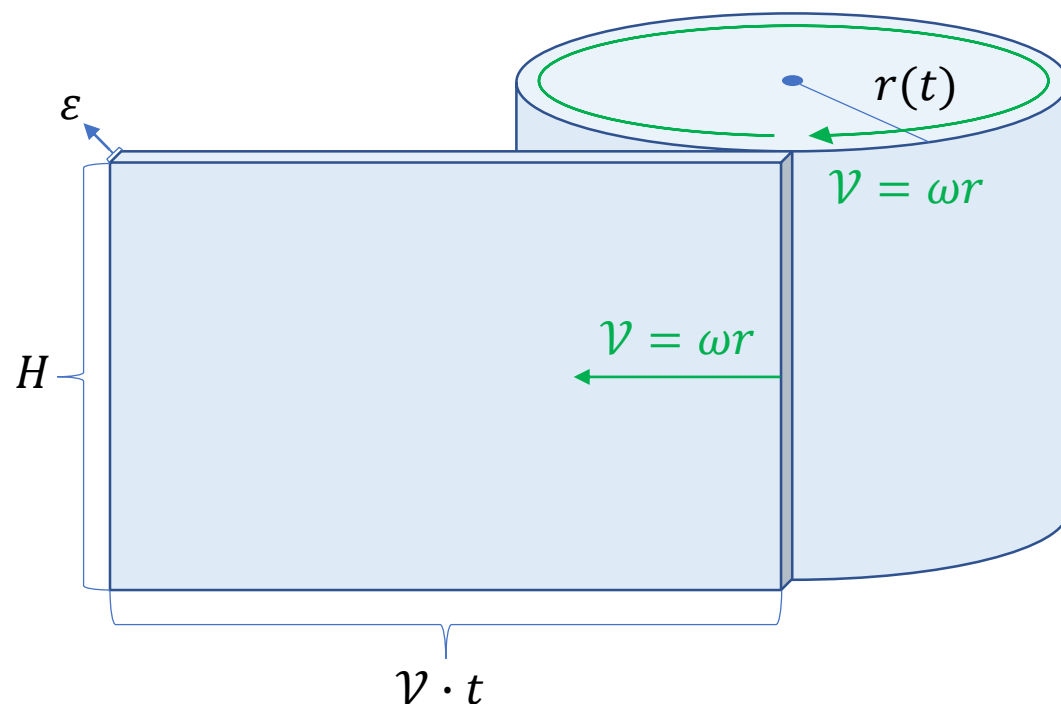
$C$ ：磨耗量的時變率

$\varepsilon$ ：單圈平均磨耗深度

$H$ ：菜瓜布輪厚度

$\mathcal{V}$ ：旋轉切線速率 = 轉速 $\times$ 半徑 ( $\mathcal{V} = \omega r$ )

$t$ ：研磨接觸時間累計至  $t$  時



# 控制磨耗量的時變率恆定

- 若控制磨耗量的時變率為定值，不僅計算方便，研磨品質也較穩定，而根據  $C = \varepsilon \cdot H \cdot \nu$ ，最簡單的做法就是固定  $\varepsilon$  與  $\nu$
- 單圈平均磨耗深度  $\varepsilon$ ：  
 $\varepsilon$  是菜瓜布輪在研磨過程中單圈的平均磨耗深度，其值無法實際量測，只能透過長時間量測菜瓜布輪隨時間的外徑形變量來計算平均值。短期而言，做 1pc 的研磨接觸時間遠少於菜瓜布輪壽命， $\varepsilon$  可視為定值；長期來看，若進刀補償量控制得宜，可維持  $\varepsilon$  不變。但是  $\varepsilon$  並非常數，存在一範圍可表示成： $0 \leq \varepsilon \leq \text{Max}\{\varepsilon\}$ ，其上限值  $\text{Max}\{\varepsilon\}$  猜想與菜瓜布輪的硬度與粗細番數有關，目前尚未驗證。
- 旋轉切線速率  $\nu$ ：  
要固定  $\nu$ ，根據  $\nu = \omega r$ ，關鍵在控制轉速反比於半徑；當菜瓜布輪外徑因磨耗逐漸變小時，需提高轉速來維持旋轉切線速率恆定。



# 推導菜瓜布輪半徑 $r(t)$

研磨接觸時間累計至  $t$  時的磨耗量 = 對應時間內菜瓜布輪所減少的體積

$$\int_0^t C d\tau = \int_{r(0)}^{r(t)} -H \cdot 2\pi \cdot r dr \rightarrow \varepsilon \cdot H \cdot \mathcal{V} \cdot t = H \cdot \pi \cdot [r(0)^2 - r(t)^2]$$

$r(0)$  : 初始半徑  
 $r(t)$  :  $t$ 時半徑

$$\rightarrow r(t)^2 = r(0)^2 - \frac{\varepsilon \cdot \mathcal{V}}{\pi} \cdot t$$

$$\rightarrow r(t) = r(0) \cdot \sqrt{1 - \frac{\varepsilon \cdot \mathcal{V}}{\pi \cdot r(0)^2} \cdot t}$$

$$\text{Let } r(t_f) = 0 \rightarrow \frac{\varepsilon \cdot \mathcal{V} \cdot t_f}{\pi \cdot r(0)^2} = 1 \rightarrow \varepsilon = \frac{\pi \cdot r(0)^2}{\mathcal{V} \cdot t_f}$$

$$\rightarrow r(t) = r(0) \cdot \sqrt{1 - \frac{t}{t_f}}$$

「菜瓜布輪理論壽命 $t_f$ 」的定義：  
從初始半徑 $[r = r(0)]$ 磨到半徑為零 $[r = 0]$   
所經歷的時間。  
※實際壽命的計算則須同時考量手臂工作  
的極限距離與菜瓜布輪的可工作半徑。

# 計算重點

定義：進刀補償因子  $\alpha(t) = 1 - \sqrt{1 - \frac{t}{t_f}}$   $\left(t_f = \frac{\pi \cdot r(0)^2}{\varepsilon \cdot v} = \text{定值}\right)$

- $t_f$  為定值是固定  $\varepsilon$  與  $v$  所推導出的結果
- 進刀補償量  $a(t)$ 、半徑  $r(t)$  與進刀補償因子  $\alpha(t)$  三者之間的關係如下：

$$\begin{cases} a(t) = r(0) - r(t) = \alpha(t) \cdot r(0) \\ r(t) = [1 - \alpha(t)] \cdot r(0) \end{cases}$$

# 演算法摘要

- 固定 $\mathcal{V}$ ，根據 $\mathcal{V} = \omega r \rightarrow \omega(t) = \frac{\omega(0)}{1-\alpha(t)}$  [以補償因子 $\alpha(t)$ 修正轉速 $\omega(t)$ ]
- 固定 $\varepsilon$ 與 $\mathcal{V}$ ，定義壽命函數 $T_f(r) = k \cdot r^2$  [ $k = \frac{\pi}{\varepsilon \cdot \mathcal{V}} =$  定值，可理解為壽命轉換因子]
- $k = \frac{\Delta t}{r(0)^2 - r(\Delta t)^2}$  [量測外徑後可計算 $r(\Delta t)$ ，再將其與研磨接觸總時 $\Delta t$ 代入左式計算 $k$ ]
- $t_f = T_f(r(0)) = k \cdot r(0)^2$  [ $k$ 代入左式計算 $t_f$ ]
- $\alpha(t) = 1 - \sqrt{1 - \frac{t}{t_f}}$  [寫程式累計 $t$ ，再將其與 $t_f$ 代入左式計算 $\alpha$ ]
- $\begin{cases} a(t) = \alpha(t) \cdot r(0) \\ \omega(t) = \frac{\omega(0)}{1-\alpha(t)} \end{cases}$  [ $\alpha$ 代入左式即可計算 $a$ 與 $\omega$ ]

# 探究「進刀補償」

- 定義：單件進刀補償量(mm/pc)

$$\text{dif\_a} = a(t + T_{cont}) - a(t) = \left[ \sqrt{1 - \frac{t}{t_f}} - \sqrt{1 - \frac{(t+T_{cont})}{t_f}} \right] \cdot r(0)$$

- 定義：單件半徑磨耗量(mm/pc)

$$\text{dif\_r} \doteq \left( \frac{T_{cont}}{T} \right) \cdot \varepsilon \quad (T_{cont}: \text{做1pc的研磨接觸時間}, T: \text{旋轉週期}, \varepsilon: \text{單圈平均磨耗深度})$$

- 給予特定  $T_{cont}$  與  $T$ ，dif\_r的範圍存在一上限  $\text{Max}\{\text{dif\_r}\} = \left( \frac{T_{cont}}{T} \right) \cdot \text{Max}\{\varepsilon\}$ ，作為「正常補償」與「過補償」的分界



# 探究「進刀補償」

- 假設當前工件與菜瓜布輪在研磨時完整貼面接觸， $dif\_a$  的值域分類如下：

值域	情況	說明
$dif\_a < 0$	負補償	代表工件會逐漸遠離菜瓜布輪，到最後彼此完全分開後 $dif\_r = 0$
$dif\_a = 0$	無補償	代表不會進刀補償， $dif\_r$ 會逐漸趨近於零
$0 < dif\_a = dif\_r \leq \left(\frac{T_{cont}}{T}\right) \cdot \text{Max}\{\varepsilon\}$	正常補償	$dif\_a$ 在此值域內會恆等於 $dif\_r$ ，進刀多少就會磨耗多少；「理想補償」情況又包含於其中，下一頁會另外說明
$dif\_a > \left(\frac{T_{cont}}{T}\right) \cdot \text{Max}\{\varepsilon\}$	過補償	代表菜瓜布輪來不及磨耗掉進刀補償量，會逐漸被壓縮，導致研磨時震動加劇，若不改善，到最後會被壓停，迫使生產中斷



# 總結「進刀補償」

- 正常補償： $0 < \text{dif\_a} = \text{dif\_r} \leq \left(\frac{T_{cont}}{T}\right) \cdot \text{Max}\{\varepsilon\}$ ，在此範圍內進刀補償量恆等於磨耗量
- 理想補償：**dif\_a**在「正常補償」的值域內太小容易補償不足，會使研磨痕跡過淺而不均勻，太大又會造成多餘的磨耗，減少使用壽命；所以要控制**dif\_a**值在研磨外觀結果是可接受的範圍內盡可能的小，此情況即稱為「理想補償」
- 過補償： $\text{dif\_a} > \text{Max}\{\text{dif\_r}\} = \left(\frac{T_{cont}}{T}\right) \cdot \text{Max}\{\varepsilon\}$ ，**dif\_a**值太大或**Max{dif\_r}**值太小都容易發生該情況
- 改善「過補償」情況的方式：
  1. 提高 **Max{dif\_r}**：①  $T \downarrow$ ：提高轉速 ②  $T_{cont} \uparrow$ ：增加研磨路徑的迴圈次數或降低研磨點位的移速
  2. 降低 **dif\_a**：上修**k**值，詳細說明請參考後面的[進階作法](#)

# $k$ 值調整履歷

日期	rf_CW_up	p0_CW_up	measured_p_CW_up	measured_time_CW_up	k_up	dif_comp_amount_up	rf_CW_down	p0_CW_down	measured_p_CW_down	measured_time_CW_down	k_down	dif_comp_amount_down
2019/12/25	122	94.4	92.5	4378.67	4.8679	0.0011821	74	97.0	93.8	13097.5	8.4688	0.0009389
2020/3/6	124	94.4	86.0	20560	5.3563	0.0011962	84	97.0	91.9	23679.5	9.7035	0.0008693
2020/5/12	117	94.4	78.6	48200	6.9615	0.0010237	84	97.0	85.6	60800	11.5308	0.0008151
2020/6/30	117	97.0	78.6	56974.1	6.9614	0.0008098						

# 進階作法

在演算法中， $k$ 值的定義不容易看出實際的進刀量變化，而單件進刀補償量(dif\_a)的意義則較好理解，所以實務上要以 dif\_a 值做為調整 $k$ 值的依據。 $k$ 是定值，dif\_a則是時間函數，兩者關係如下：

$$\text{dif\_a} = a(t + T_{cont}) - a(t) = \sqrt{r(0)^2 - \frac{t}{k}} - \sqrt{r(0)^2 - \frac{(t+T_{cont})}{k}}$$

# 進階做法示範：調整下布輪 $k$ 值

1. 如果觀察到「研磨時菜瓜布輪震動加劇」，請先檢查關鍵研磨點位是否進刀過深，是則代表「過補償」，須上修 $k$ 值(降低單件進刀補償量)。

先量測菜瓜布輪的外徑，然後輸入到變數measured\_p\_CW\_down，接著同步調整變數timer\_CW\_down與measured\_time\_CW\_down的值，並確保兩值始終保持一致，調整到能使變數dif\_comp\_amount\_down的值略低於當前值(如:  $0.00087 - 0.0001 = 0.00077$ )，最後再微調關鍵研磨點位的進刀量(y-offset excluding compensation amount)。※進階作法可先在Excel計算，確認結果後再代入相關變數至程式碼 → <http://gofile.me/5356i/YBwAAry4S>

# 進階做法示範：調整下布輪 $k$ 值

2. 若觀察到「研磨痕跡變淺」，請先檢查關鍵研磨點位是否進刀過淺，是則代表「補償不足」，須下修 $k$ 值(提高單件進刀補償量)。

先量測菜瓜布輪的外徑，然後輸入到變數measured\_p\_CW\_down，接著同步調整變數timer\_CW\_down與measured\_time\_CW\_down的值，並確保兩值始終保持一致，調整到能使變數dif\_comp\_amount\_down的值略高於當前值(如:  $0.00087+0.0001=0.00097$ )，最後再微調關鍵研磨點位的進刀量(y-offset excluding compensation amount)。※進階作法可先在Excel計算，確認結果後再代入相關變數至程式碼 → <http://gofile.me/5356i/YBwAAry4S>