

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN
FACULTAD DE CIENCIAS SOCIALES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ECONÓMICAS

MATEMÁTICA I

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE N° 2
FUNCIONES ALGEBRAICAS Y TRASCENDENTES

2021

**Todas las situaciones deben estar justificadas adecuadamente.
Puede comprobar con Geogebra los resultados obtenidos.**

1) En las siguientes situaciones:

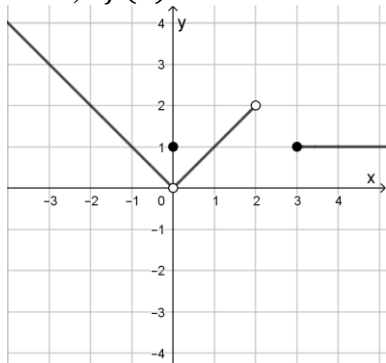
- Determinar en cada caso, si la relación entre las variables corresponde o no a una función. Justificar la respuesta.
- Determinar, en las situaciones que representen una función, las variables dependiente e independiente.
 - Un número natural y su sucesor.
 - Ciudadanos de San Juan y su número de DNI.
 - Una persona y su número de teléfono.
 - Cantidad de entradas compradas y su costo.
 - Los deportes que practican un grupo de estudiantes.

2) Dada la función $f(x) = -x^2 + 3x - 1$, ¿cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas? Justificar.

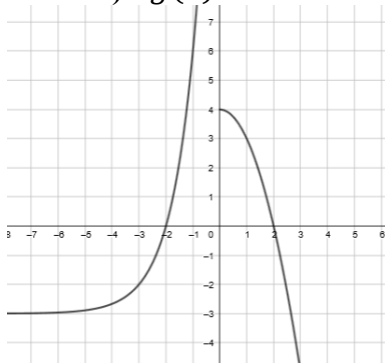
- $(-1; -5) \in f$.
- El gráfico de la función contiene al punto $(1, 2)$.
- La imagen de 0, es -1 .
- El punto $(2, 1)$ pertenece a la función.
- $f(3) = -2$.

3) Dadas las siguientes gráficas, para cada una responder justificando:

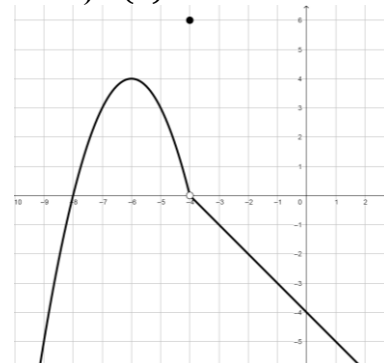
a) $f(x)$



b) $g(x)$



c) $h(x)$



- ¿Para qué valores está definida la función?
- Hallar el conjunto imagen.
- ¿Para qué valores de x , la función es creciente?
- ¿Para qué elementos del dominio, la función es decreciente?
- ¿Para qué valores de x , la función es positiva? ¿Y para cuáles negativa?
- ¿La función posee ceros? Si la respuesta es afirmativa, indicarlos.
- Indique si la función posee ordenada al origen, y cuál es.
- ¿La función está acotada? Si la respuesta es afirmativa, indicar para qué valor está acotada.

4) Si una función polinómica f , cumple las siguientes características:

Es creciente en $(-3; -1)$ y $(1; 3)$

Es decreciente en $(-1; 1)$ y $(3; 5)$

Es positiva en $(-2; 4)$

Es negativa en $(-3; -2)$ y $(4; 5)$

- ¿Posee ceros la función? Justificar.
- Realizar una gráfica aproximada de la función f , que verifique las características dadas.

5) Dadas las funciones reales:

$$f(x) = x^2 - 1 \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{3}{x-1}$$

- Hallar $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ y determinar para qué valores está definida.
- Hallar $\left(\frac{f}{g}\right)(2)$ y $(f+g)(3)$.
- Comprobar si se cumple o no la propiedad conmutativa en la composición de funciones.

6) Determinar si las siguientes funciones, definidas en los números reales, admiten función inversa. En el caso de que exista, determinar f^{-1} .

a) $f(x) = 3 - 4x$

b) $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

c) $h(x) = x^2 - 4$

7) a) Marcar con una cruz la/s opciones correctas y justificar adecuadamente la elección.

La inversa de la función $f(x) = \left(-\frac{1}{3} - x\right) \cdot (-3)$ es:

i. $f^{-1}(x) = x - 3$

ii. $f^{-1}(x) = -3x - 1$

iii. $f^{-1}(x) = x + 3$

iv. $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{3}$

v. No es posible hallar la inversa de f .

vi. $f^{-1}(x) = \frac{x}{3} - \frac{1}{3}$ y $f^{-1}(x) = -\frac{1}{3} \cdot (1 - x)$ son inversas de f .

b) ¿Puede verificar la elección de la respuesta correcta de otra manera?

8) Dadas las siguientes funciones:

a) $2x - y = 0$

b) $y = -1$

c) $y + x = 0$

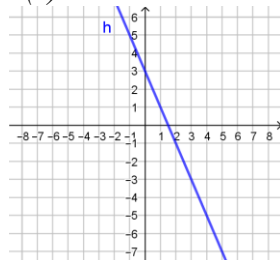
d) $-2x - y + 6 = 0$

e) $\frac{3y-6x}{12} = 1$

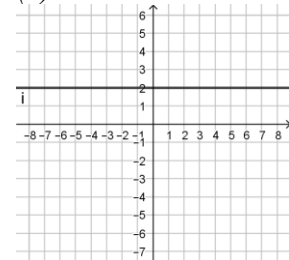
- Clasificarlas.
- Indicar las características notables de cada una.
- ¿Qué conclusiones puede extraer en cuanto a dominio e imagen, de este tipo de funciones?
- Representar gráficamente cada una de ellas.
- ¿Existe alguna relación entre la pendiente y los intervalos de crecimiento/decrecimiento? De ser así, indicar cuál es.

9) Para cada una de las siguientes gráficas:

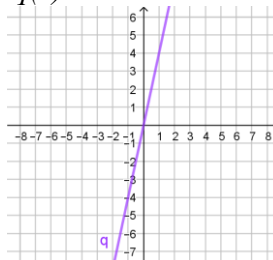
$h(x)$



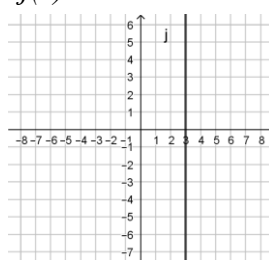
$i(x)$



$q(x)$



$j(x)$



a) Escribir la fórmula que corresponde a cada una.

- b) Determinar en cada caso, si la relación entre las variables corresponde o no a una función. Justificar la respuesta.

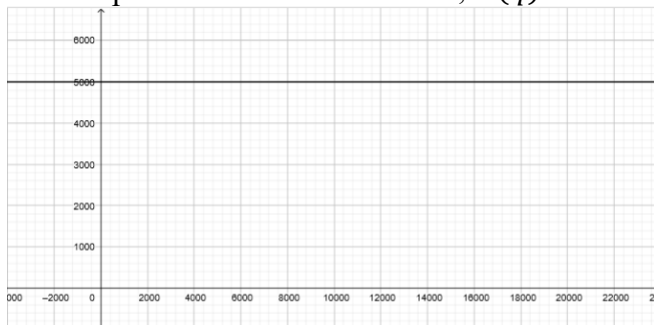
10) Escribir en cada caso la ecuación explícita de la recta sabiendo que:

- es paralela a la recta que tiene por ecuación a $y = -2x - 5$ y pasa por el punto $P = (-1; 1)$.
- pasa por el punto $P = (-2, 3)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $y + \frac{1}{2}x - 7 = 0$.
- es horizontal y pasa por $\left(\frac{7}{5}; -3\right)$.
- es perpendicular a la recta que tiene por ecuación a $y = -3$ y pasa por el punto $(-2; 7)$.
- tiene a -5 como raíz y $f(-1) = 3$.
- corta al eje x en -2 y al eje y en 8 .

11) La función de costo de la empresa A, al producir cierta cantidad de artículos, está dada por:

$$A(q) = 700q + 3500.$$

- Indicar cuál es el costo fijo y el costo variable.
- Interpretar, en el contexto del problema, qué significa la pendiente de esta función.
- ¿Qué cantidad de dinero cuesta producir 120 artículos?
- Dar la expresión de la función costo, $B(q)$ de la empresa B, cuyo gráfico es el siguiente:



- ¿Cuál de las dos fábricas tiene mayor costo fijo?
 - ¿Cuál de las fábricas tiene mayor costo al producir un artículo?
- 12) Una empresa tiene como función de costo $C(q) = 3q + 24$ y función de ingreso $I(q) = 5q$, en función del número de artículos producidos y vendidos.
- ¿Cuál es la función ganancia $G(q)$?
 - Graficar las tres funciones en el mismo sistema de ejes cartesianos.
 - Interpretar el gráfico de las tres funciones y responder:
 - ¿Existe alguna cantidad de artículos que a la empresa no le convenga producir y vender? ¿Cuál?
 - ¿Qué cantidad de artículos debe producir y vender para que sea rentable?
 - ¿Cuál es el número de artículos donde la empresa no tendrá ganancia ni pérdida? Resolver analítica y gráficamente.
 - ¿Con qué concepto matemático puede relacionar la pregunta del ítem anterior?
- 13) Admitiendo un modelo de costo lineal, determinar en cada caso, el costo total $y(x)$, siendo x la cantidad de artículos producidos:
- El costo variable de fabricar una mesa es de \$700 y los costos fijos son de \$5500 al día.
 - El costo de fabricar, a la semana, 100 unidades del artículo es de \$6000 y el de 120, es de \$8000. ¿Cuál es el costo total de producir 145 artículos?
 - Los costos fijos por fabricar el artículo, a la semana, son de \$3000 y los costos totales por fabricar 20 unidades son de \$4100.

14) Para cada una de las siguientes funciones:

a) $4 - x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y = 0$

c) $y = -\frac{1}{4}(x - 2)^2 + 1$

b) $y = -1 \cdot (x - 1) \cdot (x - 7)$

d) $0 = x^2 - 4y$

Se pide:

I. Clasificarlas.

II. Indicar las características notables de cada función.

III. Representar gráficamente cada una de ellas. E indicar que nombre reciben estos gráficos.

15) Dar la fórmula de la función cuadrática f que posee como raíz doble a 2, y el punto $(0, -1)$ pertenezca al gráfico de f .

16) Encontrar la expresión de una función cuadrática g , cuyo coeficiente principal es 3 y los puntos $P = (-2; 0)$ y $Q = (4; 0)$ pertenecen al gráfico de g .

17) El beneficio $B(x)$ obtenido por fabricar y vender x unidades de cierto producto está dado por:
 $B(x) = -45x^2 + 1350x - 8750$.

a) Determinar el número de unidades que deben producirse y venderse con el objetivo de maximizar el beneficio.

b) ¿Cuál es el beneficio máximo?

18) Una empresa que produce cereal para desayunos determinó que el costo de operación, en dólares es $C(x) = 40x + 150$ y la función ingreso, en dólares, está dada por $R(x) = 65x - x^2$. ¿Qué cantidad de cereal debería producir y vender la empresa, para que se igualen los costos y los ingresos?

19) En las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{2x+4}$

b) $f(x) = 5 + \frac{10}{x}$

c) $x = 2^{\frac{3-y}{y+3}}$

d) $xy + x = -1 - 2y$

i. Clasificar y representar gráficamente. ¿Qué nombre recibe la gráfica de estas funciones?

ii. Indicar las características notables de cada una de ellas.

20) Una entidad crediticia ha entrado en crisis, predice la utilidad futura mediante la función:

$$B(t) = \frac{5t}{t+3} - 2 \text{ en millones de pesos, donde } t \text{ es la cantidad de años.}$$

Responder los siguientes cuestionamientos:

a) Clasificar la función utilidad.

b) ¿Qué beneficio se obtendrá en el año 1? y ¿y en el año 3?

c) Representar gráficamente con GeoGebra la función y extraer conclusiones respecto al máximo beneficio.

d) ¿Es posible obtener un beneficio de 3 millones de pesos? ¿Por qué?

21) Clasificar y hallar los valores para los cuales están definidas las siguientes funciones.

a) $y = \sqrt[3]{\frac{2}{x-4}}$

b) $y = \sqrt[4]{\frac{x-1}{3-x}}$

c) $y = -2 + (x-3)^{\frac{1}{2}}$

d) $y = \sqrt{(x-5)(x+5)}$

- 22) Para cada una de las siguientes funciones se pide: clasificar, graficar e indicar sus características notables.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = 3^x & \text{b) } y = \left(\frac{1}{4}\right)^x & \text{c) } y = \log_{\frac{1}{3}} x \end{array}$$

- 23) Las ventas de un producto nuevo crecen a menudo muy rápidamente al principio y luego nivelan por un tiempo. Suponga que las ventas $S(x)$, en alguna unidad apropiada, de un nuevo modelo de calculadora están aproximadas por $S(x) = -800 \cdot e^{-x} + 1000$, donde x representa el número de años que la calculadora ha estado en el mercado. Calcular e interpretar $S(0)$, $S(2)$ y $S(3)$ (con la ayuda de un graficador, puede representarla gráficamente).

- 24) Para cada una de las funciones definidas por tramos, se pide:

- i. Representarlas gráficamente.
- ii. Indicar las características notables de cada una de ellas.
- iii. Hallar si existen $f(-3)$, $f(-2)$, $f(0)$, $f(3)$ y $f(8)$.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} 2x + 7 & \text{si } x < -3 \\ 1 - x & \text{si } x = -3 \\ x + 4 & \text{si } -3 < x \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 4 & \text{si } 3 < x < 7 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \leq -2 \\ 1 & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ 1 - 2x & \text{si } 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \text{si } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Actividad optativa: Para reducir el inventario, un negocio cobra tres precios. Si un cliente compra hasta 5 pares de medias, el precio es de \$350 por par; si compra de 6 a 10 pares, el precio es de \$300 por par y, si compra más de 10 pares, el precio es de \$275 por par. Escribir la función que represente el costo de compra de x pares de medias.