

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

## FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

Modelování a simulace

### Vliv počasí na trajektorii balistických střel

9. Balistika ve vojenství

5. prosince 2022

Michal Trlica (xtrlic02)  
František Lukeš (xlukes07)

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>2</b>
1.1	Zdroje . . . . .	2
1.2	Ověření validity . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Koncepce modelu</b>	<b>3</b>
2.1	Výpočet trajektorie . . . . .	3
2.1.1	Činitel odporu . . . . .	4
2.1.2	Závislost tlaku vzduchu na nadmořské výšce . . . . .	4
2.2	Výpočet hustoty vzduchu . . . . .	4
2.3	Zjednodušení oproti reálnému světu . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Popis programu</b>	<b>5</b>
3.1	Spouštění programu . . . . .	5
3.2	Výstup programu . . . . .	5
<b>4</b>	<b>Experimenty</b>	<b>5</b>
4.1	Experiment č.1 . . . . .	5
4.1.1	Zkoumání závislosti dostřelu na teplotě vzduchu . . . . .	6
4.2	Experiment č.2 . . . . .	6
4.3	Experiment č.3 . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Závěr</b>	<b>8</b>

# 1 Úvod

Studie se zabývá tím, jakým způsobem a do jaké míry je neřízená střela ovlivněna fyzikálními faktory, teplotou a vlhkostí vzduchu, které ovlivňují hustotu vzduchu. Koncepce modelu počítá s konstantní teplotou i vlhkostí, tyto veličiny jsou zadány konstantně pro daný běh simulace a v průběhu simulace se nemění.

Pro experimenty byly použity hodnoty projektilu M107[[5], str. 494].

## 1.1 Zdroje

Mezi potřebné informace při vytváření projektu patří specifikace vybrané střely, např. její hmotnost, činitel odporu nebo obsah průměru [[2], str. 13], ale také hodnoty hustoty či teploty vzduchu především čerpaných ze zdroje Ventusky.

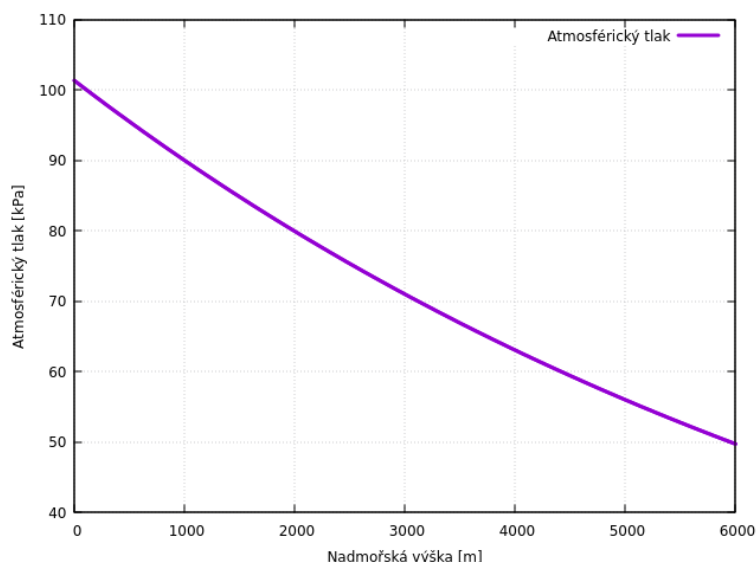
Pro výpočet hustoty vzduchu jsme použili výpočty z online kalkulačtorů Omnicalculator a Calctool.

## 1.2 Ověření validity

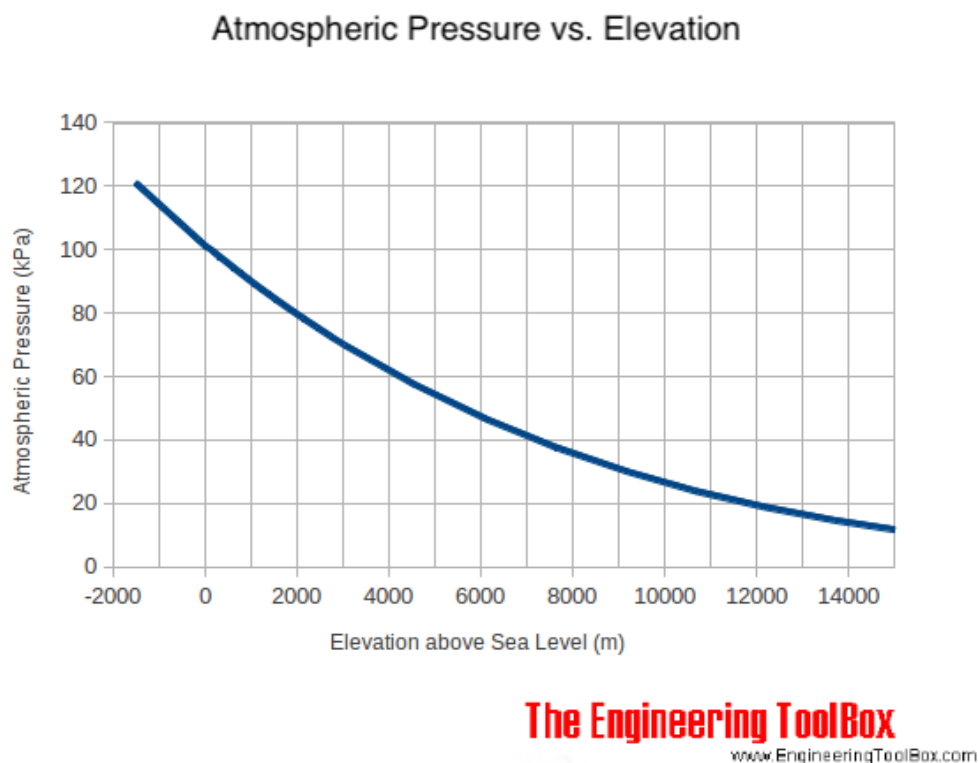
Ověřování validity modelu probíhalo zejména porovnáváním výsledků s existujícími modely. Vzhledem ke zvolenému tématu je téměř nemožné porovnávat výsledky s reálnými daty (získanými v terénu). Proto jsme výsledky simulace porovnávali s existujícími simulátory, které jsou dostupné na internetu. Naše výsledky byly dostatečně přesné a proto jsme model prohlásili za dostatečně validní.

Validitu jsme ověřovali především na jednoduchém simulátoru dostupném na <http://www.physics.smu.edu/fattarus/ballistic.html>.

Při ověřování výpočtu tlaku vzduchu v různých nadmořských výškách jsme porovnávali graf závislosti výšky na tlaku s referenčním grafem. Námi zjištěné výsledky jsou dostatečně podobné těm referenčním, a tím jsme ověřili validitu výpočtu tlaku vzduchu.



Obrázek 1: Porovnání závislosti nadmořské výšky s atmosférickým tlakem. Data z naší simulace.



Obrázek 2: Referenční graf[3] závislosti nadmořské výšky a atmosférického tlaku. Zdroj: Engineering ToolBox

## 2 Koncepce modelu

Model představuje trajektorii projektilu ovlivněnou odporem prostředí, tedy zejména hustotou vzduchu. U projektilu se modeluje pouze tzv. vnější balistika. U té se počítá s plochou průřezu, hmotností, rychlostí a činitelem odporu daného projektilu. Vítr v modelu neuvažujeme, protože to není veličina kterou chceme sledovat.

### 2.1 Výpočet trajektorie

Při modelování trajektorie bereme v úvahu odpor prostředí tzv. drag. V rámci výpočtu odporu prostředí započítáváme pouze hustotu vzduchu, plochu průřezu střely a činitel odporu (drag coefficient).

Pro výpočet síly odporu prostředí používáme vzorec:

$$\vec{F}_d = 1/2 * C_d * \rho * \vec{v}^2 * A$$

kde  $C_d$  je činitel odporu,

$\rho$  je hustota vzduchu,

$A$  je plocha průřezu,

$v$  je rychlost.

Dále započítáváme gravitační sílu působící na projektil, která působí směrem dolů (tedy k zemi):

$$F_g = m * \vec{g}$$

kde  $m$  je hmotnost a

$|g|$  je gravitační zrychlení ( $9,80665 \text{ m/s}$ ).

Z předešlých rovnic následně můžeme sestavit výsledné rovnice použité v modelu:

$$D = 1/2 * C_d * A * \rho$$

$$\frac{d^2 y_x}{dt^2} = (-D * |\vec{v}| * v_x) / m$$

$$\frac{d^2 y_z}{dt^2} = (-D * |\vec{v}| * v_z) / m$$

$$\frac{d^2 y_y}{dt^2} = (-D * |\vec{v}| * v_y) / m - g$$

### 2.1.1 Činitel odporu

V praxi je velice obtížné vypočítat činitel odporu a často se určuje experimentálně[1], proto je obtížné nalézt spolehlivé hodnoty pro daný projektil.

Z důvodu zjednodušení a taky obtížnosti nalézt spolehlivé hodnoty byl pro náš model použit statický činitel odporu. Ten byl odvozen z balistického matematického modelu G7, který je podobný pro námi zvolený projektil M107 a proto se pro výpočet jeho trajektorie používá[7].

### 2.1.2 Závislost tlaku vzduchu na nadmořské výšce

Tlak vzduchu je závislý na nadmořské výšce. Tento vztah je v modelu vypočítaný pomocí rovnice:

$$P = P_0 * e^{\frac{-g * M * h}{R * T}}$$

kde  $P_0$  je tlak v nadmořské výšce ( $101,325 \text{ KPa}$ ),

$M$  je molární hmotnost vzduchu ( $0,0289644 \text{ kg/mol}$ ),

$h$  je nadmořská výška,

$R$  je univerzální plynová konstanta ( $8,31423 \text{ m}^3 * \text{Pa} * \text{K}^{-1} * \text{mol}^{-1}$ ),

$T$  je teplota vzduchu.

## 2.2 Výpočet hustoty vzduchu

Pro výpočet hustoty vzduchu je potřeba znát tlak 2.1.2, teplotu, vlhkost vzduchu a konstanty týkající se výpočtu.

Použité rovnice pro výpočet hustoty vzduchu jsou[6]:

$$\rho = \frac{P_d}{R_d * T} + \frac{P_v}{R_v * T}$$

$$P_d = P - P_v$$

kde  $P_d$  je parciální tlak suchého vzduchu 2.1.2,

$R_d$  je plynová konstanta suchého vzduchu ( $287,05 \text{ J/(kg * K)}$ ),

$P_v$  je parciální tlak vodní páry<sup>1</sup>,

$R_v$  je plynová konstanta vodní páry ( $461,495 \text{ J/(kg * K)}$ ),

$T$  je teplota.

Pro výpočet parciálního tlaku vodní páry ( $P_v$ ) byl použit polynom převzatý ze zdroje <https://www.calctool.org/atmospheric-thermodynamics/air-density>.

---

<sup>1</sup>Překlad z anglického "water vapor pressure"

## 2.3 Zjednodušení oproti reálnému světu

V našem modelu neuvažujeme Coriolisovu sílu (uvažujeme trajektorii ve směru rotace Země) ani zakřivení Země, které nemá velký vliv při experimentování s malým doletem projektilu (zakřivení země na 10km vzdálenosti je přibližně 8m). Dále používáme pouze statickou hodnotu činitele odporu 2.1.1.

Dalším zjednodušením je, že v našem modelu uvažujeme bezvětří a konstantní teplotu i vlhkost vzduchu ve všech výškách.

## 3 Popis programu

Program je napsán v jazyce c++ s použitím knihovny SIMLIB<sup>2</sup>.

### 3.1 Spouštění programu

Program lze přeložit příkazem `make`. Přeložený program je třeba spouštět s několika argumenty:

- a - úhel svíraný hlavní houfnice se zemí, tzn. úhel vystřeleného projektilu [°],
- c - činitel odporu,
- m - hmotnost projektilu [kg],
- o - nepovinný argument, kterým lze zadat vlastní název výstupního souboru,
- s - obsah plochy průřezu projektilu [m<sup>2</sup>],
- t - teplota [°C],
- v - výchozí rychlost projektilu [m/s]

Všechny argumenty kromě argumentu -o přijímají celá či desetinná čísla. Argument -o je také jako jediný nepovinný.

### 3.2 Výstup programu

Výstupem je soubor `trajectory.dat` (v případě spuštění s parametrem -o je soubor pojmenován dle názvu zvoleného uživatelem) obsahující hodnoty trajektorie dané střely.

Formátem výstupního souboru jsou 3 hodnoty na řádek - souřadnice X, Y a Z projektilu ve vzorkovaném čase. Formát je přizpůsobený tak, aby se daly jednoduše vykreslovat grafy pomocí programu `gnuplot`<sup>3</sup>.

Lze generovat 2D grafy příkazem `make plot`, či 3D grafy `make plot3d`. Grafy jsou generovány z výstupních hodnot posledního spuštění programu.

## 4 Experimenty

Pro experimenty byly použity parametry střely M107[5] (Váha 43.2 kg, odhadnutý činitel odporu 2.1.1 0,3, plocha průřezu projektilu 0.0765 m<sup>2</sup>) a úsťová rychlost houfnice M777 howitzer[8] (827 m/s), která tento náboj používá.

### 4.1 Experiment č.1

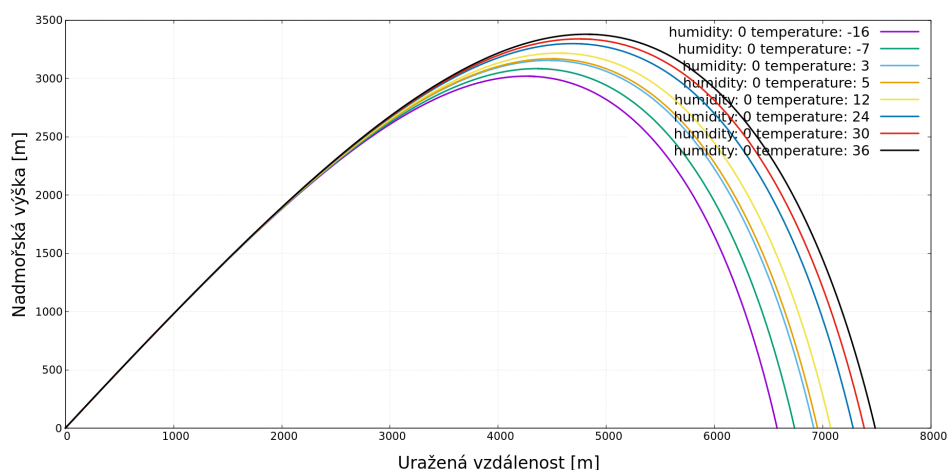
První experiment zkoumá, jak je dráha střely ovlivněna teplotou vzduchu.

Vstupní hodnoty jsou (kromě zkoumané teploty) stejné.

---

<sup>2</sup>knihovna dostupná z: <https://www.fit.vutbr.cz/~peringer/SIMLIB/>

<sup>3</sup><http://www.gnuplot.info/>

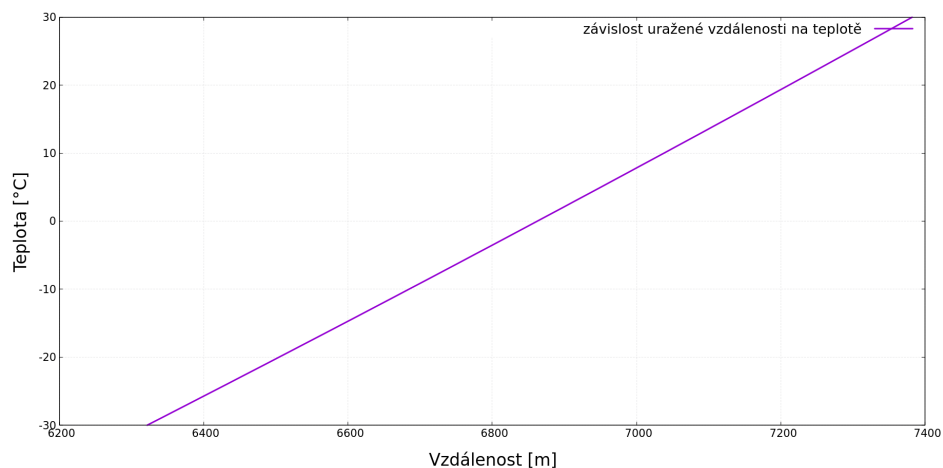


Obrázek 3: Dolet projektilů vzhledem k měnící se teplotě

Z výsledného grafu lze vyčíst, že při stoupající teplotě vzduchu projektil urazí delší dráhu.

Z hodnot v grafu 3 lze odhadovat, že rozdíl dostřelu mezi jednotlivými trajektoriemi by mohl být lineární.

#### 4.1.1 Zkoumání závislosti dostřelu na teplotě vzduchu



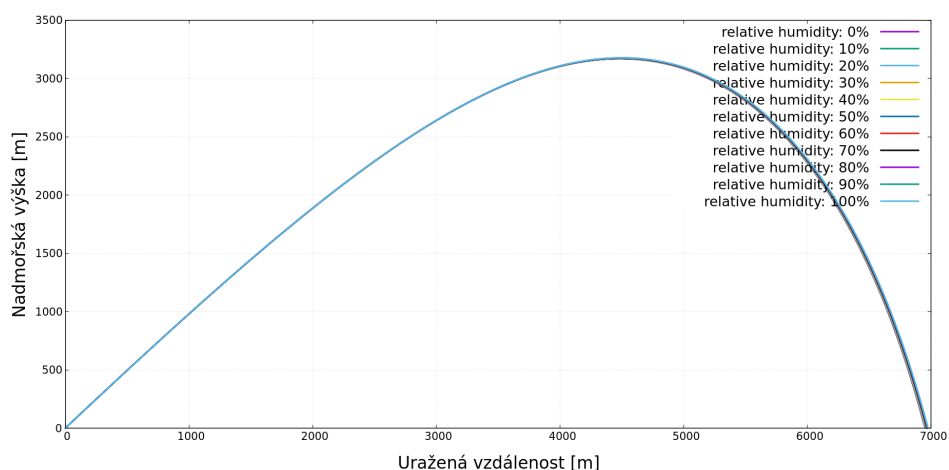
Obrázek 4: Závislost vzdálenosti dostřelu na teplotě

V grafu 4 lze vidět, že dostřel je téměř lineárně závislý na teplotě vzduchu., čímž se může zjednodušit odhad trajektorie střely při korekcích.

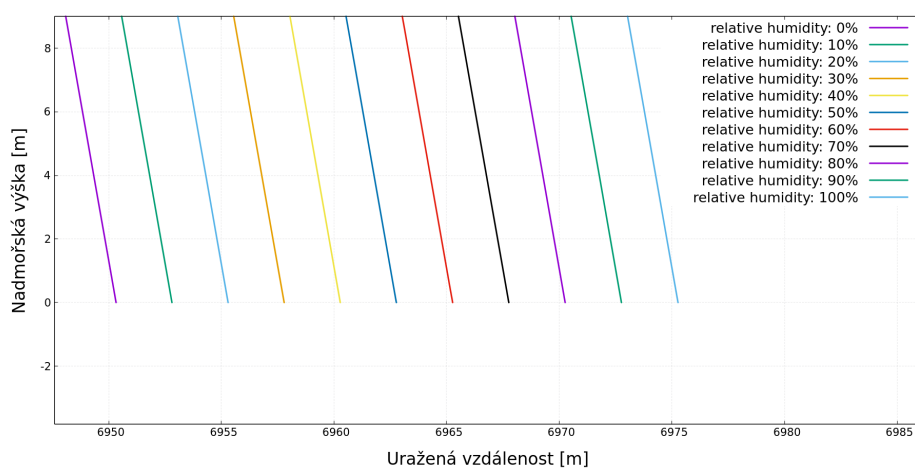
## 4.2 Experiment č.2

Druhý experiment se zabývá vlivem vlhkosti vzduchu na dráhu střely.

Vstupem jsou data balistických křivek projektilů s desetiprocentními přírůstky hodnot vlhkosti vzduchu.



Obrázek 5: Dráha projektilů vzhledem k měnící se vlhkosti vzduchu



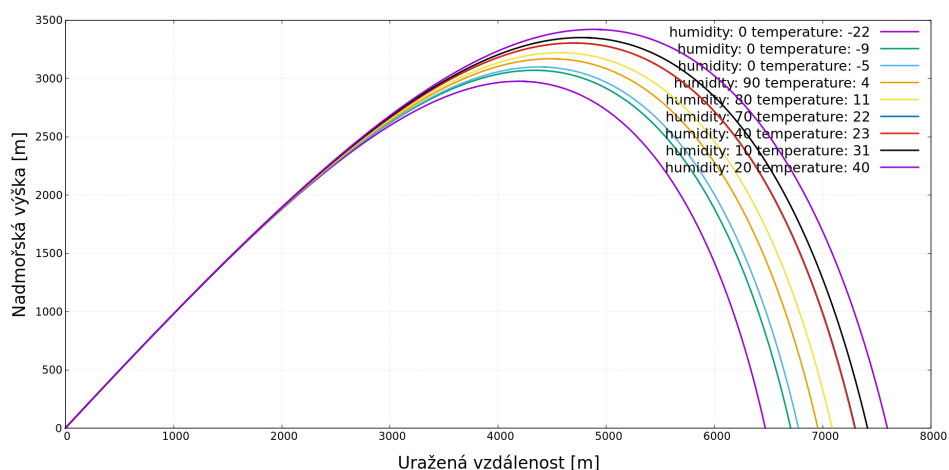
Obrázek 6: Detail rozdílů

Graf ukazuje, že rozdíl dráh projektilů je v podstatě zanedbatelný. Z grafu je vidět, že mezi 0 % a 100 % vlhkosti je rozdíl v dostřelu zhruba 25m. To v tomto experimentu znamená 0.36 % chybu.

### 4.3 Experiment č.3

Ve třetím experimentu bylo pozorováno chování balistické křivky při různých kombinacích teploty a relativní vlhkosti vzduchu. Data pro tento experiment byla převzata z reálných naměřených teplot a vlhkostí z internetové stránky Ventusky.





Obrázek 7: Dráha projektilů

## 5 Závěr

Cílem 3. experimentu bylo zjistit zda kombinace faktoru teploty a relativní vlhkosti vzduchu budou odlišné od 1.4.1 a 2.4.2 experimentu. V grafu můžeme vidět že ani kombinace těchto faktorů neprodukuje výrazně odlišné výsledky než v 1. experimentu, tedy že vlhkost vzduchu ani v tomto případě nemá velký vliv na trajektorii.

Z výstupů experimentů tedy lze vypožorovat, že teplota vzduchu má velký dopad na trajektorii a tudíž ji nelze zanedbat. Ovšem vlhkost, hlavně u neřízených střel s krátkým doletem, lze zanedbat, aniž by to výrazně ovlivnilo přesnost výpočtu trajektorie.

## Reference

- [1] Benson, T.: The Drag Equation. [online], 13. květen 2021, [cit. 3. 12. 2022].  
URL <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/rocket/drageq.html>
- [2] Christopher Kenyon, T. D.: Study of the Bistatic Radar Cross Section of a 155-mm Artillery Round. [online], červen 2017, [cit. 1. 12. 2022].  
URL <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/AD1035373.pdf>
- [3] Engineering ToolBox, .: Atmospheric Pressure vs. Elevation above Sea Level. [online], [cit. 4. 12. 2022].  
URL [https://www.engineeringtoolbox.com/air-altitude-pressure-d\\_462.html](https://www.engineeringtoolbox.com/air-altitude-pressure-d_462.html)
- [4] Fattaruso, J.: Ballistic JavaScript Simulator. [online], [cit. 3. 12. 2022].  
URL <http://www.physics.smu.edu/fattarus/ballistic.html>
- [5] Gander, T. J.: Jane's Ammunition Handbook 2002-2003. [online], 2002.  
URL [https://archive.org/details/Janes\\_Ammunition\\_Handbook/page/n2163/mode/2up](https://archive.org/details/Janes_Ammunition_Handbook/page/n2163/mode/2up)
- [6] Hoyos, L.: Air Density Calculator. [online], [cit. 4. 12. 2022].  
URL <https://www.calctool.org/atmospheric-thermodynamics/air-density>
- [7] Magier, M.; Tomasz, M.: The Estimation of the Drag Shape for Supersonic Mortar Projectiles. *Fluid Dynamics Research*, leden 2017: s. 45–49.
- [8] Verdict Media Limited: M777 155mm Ultralightweight Field Howitzer. [online], 3. únor 2020, [cit. 30.11.2022].  
URL <https://www.army-technology.com/projects/ufh/>
- [9] Wooding, S.: Air Pressure at Altitude Calculator. [online], [cit. 4. 12. 2022].  
URL <https://www.omnicalculator.com/physics/air-pressure-at-altitude>