

## 第八讲: 系泊系统的设计

数学模型和算法的应用与 MATLAB 实现

周吕文

中国科学院力学研究所

2017 年 7 月 15 日



微信公众号: 超级数学建模

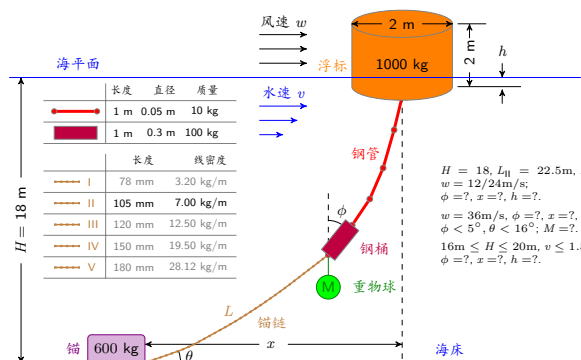
Notes

Notes

Notes

Notes

### 系泊系统的设计

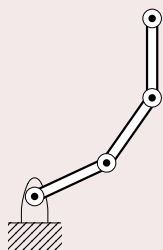


周吕文 中国科学院力学研究所

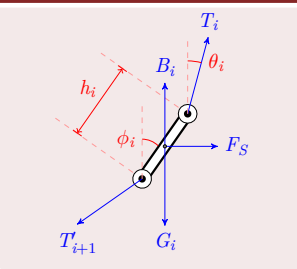
第八讲: 系泊系统的设计

### 问题分析

#### 简化为杆系结构



#### 单杆的受力分析

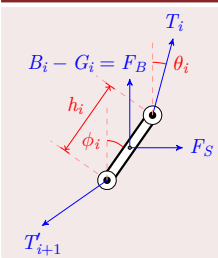


周吕文 中国科学院力学研究所

第八讲: 系泊系统的设计

### 单杆的平衡条件

#### 单杆的受力分析



受力平衡:  $F_x = 0$ ,  $F_y = 0$

$$F_x = F_S + T_i \sin \theta_i - T_{i+1} \sin \theta_{i+1}$$

$$F_y = F_B + T_i \cos \theta_i - T_{i+1} \cos \theta_{i+1}$$

力矩平衡:  $M_+ = M_-$

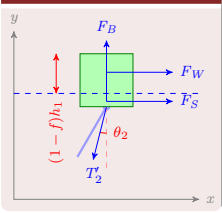
$$M_+ = (T_i \cos \theta_i + F_B/2) h_i \sin \phi_i$$

$$M_- = (T_i \sin \theta_i + F_S/2) h_i \cos \phi_i$$

递推关系:  $i > 1$

$$\mathbf{T}_{i+1} = (F_S + T_i \sin \theta_i, F_B + T_i \cos \theta_i), \tan \phi_i = \frac{T_i \sin \theta_i + F_S/2}{T_i \cos \theta_i + F_B/2}$$

受力分析图



受力平衡:  $F_x = 0, F_y = 0$

$$F_x = -T_2 \sin \theta_2 + F_W + F_D$$

$$F_y = -T_2 \cos \theta_2 + F_B$$

计算力

$$F_B = \rho_{sea} f \pi (d/2)^2 h g - mg$$

$$F_W = C_W (1 - f) h d v^2, F_S = C_S f h d v^2$$

递推首项:  $i = 1$

$$\mathbf{T}_2 = (F_W + F_S, F_B), \quad \tan \phi_1 = \frac{f/2 F_S + [f + (1 - f)/2] F_W}{f/2 F_B}$$

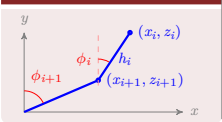
Notes

竞赛与分析  
模型  
总结

建立  
模型  
结果

各杆位置的确定

两杆的相对位置图



相对位置递推关系

$$x_{n+1} = 0, y_{n+1} = 0$$

$$x_i = x_{i+1} + h_i \sin \theta_i$$

$$y_i = y_{i+1} + h_i \cos \theta_i$$

二分法求解浮标吃水比例  $f$ :  $f_{\min} = 0, f_{\max} = 1$

$$f = (f_{\min} + f_{\max}) \implies \begin{cases} y_1 - (1 - f)h_1 > H & f \rightarrow f_{\max} \\ y_1 - (1 - f)h_1 < H & f \rightarrow f_{\min} \end{cases}$$

Notes

竞赛与分析  
模型  
总结

建立  
模型  
结果

计算流程

初始设置  $f_{\min} = 0, f_{\max} = 1$

- 1

由浮标吃水比例  $f = (f_{\min} + f_{\max})/2$  计算浮标所受.
- 2

由浮标浮力, 重力, 风力, 拉力四力平衡求得浮标对一号钢管 (第 2 节杆) 的拉力.
- 3

迭代递推出出各节杆所受拉力和倾角  $\phi$ .
- 4

根据  $\phi$  将各杆长度投影到竖直方向, 求得浮标吃水线距离海床的高度  $Z_w$ .
- 5

如果  $Z_w > 18$ , 则  $f_{\max} = f$ ; 否则  $f_{\min} = f$ .
- 6

如果  $f_{\max} - f_{\min} < E$ , 输出结果; 否则回到 1.

Notes

主函数

```
moor
01 function [tilt,elev,xbuoy,f] = moor(Lc,chain,vw,vs,M,depth)
02 g = 9.81; rho = 1.025e3; rhoFe = 7.9e3; cdwin = 0.625;
03 [lc, mc, dc] = chainpara(chain); nc = round(Lc/lc);
04 m = [1000, 10*ones(1,4), 100, mc*ones(1,nc)];
05 h = [ 2, ones(1,4), 1, lc*ones(1,nc)];
06 d = [ 2, 5e-2*ones(1,4), 0.3, dc*ones(1,nc)];
07 Fb = pi*(d/2).^2.*h.*rho*g - m*g;
08 phi = zeros(1,length(h)); fmin = 0; fmax = 1;
09 while fmax-fmin>1e-10
10     f = (fmax+fmin)/2;
11     Fb(1) = rho * f*pi*(d(1)/2).^2.*h(1) * g - m(1)*g;
12     Fw = cdwin * (1-f)*h(1).*d(1) * vw.^2;
13     Fs = waterload(vs, h, d, phi, depth, f);
14     phi = solvequileq(Fb, Fw, Fs, M, f);
15     x = h.*sin(phi); z = h.*cos(phi);
16     if sum(z(2:end))+h(1)*f>depth; fmax=f; else; fmin=f; end
17 end
18 x = cumsum([0 fliplr(x)]); z = cumsum([0 fliplr(z)]);
19 tilt = phi(6)*180/pi; elev = 90- phi(end)*180/pi;
20 xsbed = max(x(z<1e-10)); xbuoy = x(end-1);
```

Notes

chainpara

```
01 function [lc, mc, dc] = chainpara(typeid)
02 rhoFe = 7.9e3; % kg/m^3
03 rho = [3.2 7.0 12.5 19.5 28.12]; % kg/m
04 lc = [ 78 105 120 150 180]*1e-3; % m
05 mc = rho.*lc; % kg
06 lc = lc(typeid); mc = mc(typeid);
07 dc = 2*sqrt(rho(typeid)/rhoFe/pi);
```

waterload

```
08 function Fs = waterload(vs, h, d, phi, depth, f)
09 cd = 374;
10 z = h.*cos(phi);
11 zi = fliplr(cumsum(fliplr(z))) - z/2;
12 zi(1) = depth - f*h(1)/2;
13 vsi = vs./sqrt(depth)*sqrt(zi);
14 Fs = cd * h.*d.*cos(phi) .* vsi.^2;
15 Fs(1) = Fs(1)*f;
```

解平衡方程求倾斜角度

solvequileq

```
01 function phi = solvequileq(Fb, Fw, Fs, M, f)
02 g = 9.81; N = length(Fb);
03 rho = 1.025e3; rhoFe = 7.9e3
04 [theta, phi, Ft] = deal(zeros(1,N));
05 for i = 1:N-1
06     fx = Ft(i)*sin(theta(i)) + Fs(i);
07     if i==1; fx = fx + Fw; end
08     fz = Fb(i) + Ft(i)*cos(theta(i));
09     if i==6; fz = fz -M*g + rho*(M/rhoFe)*g; end
10     Ft(i+1) = sqrt(fx^2+fz^2);
11     theta(i+1) = acos(fz/Ft(i+1));
12     if theta(i+1)>pi/2; theta(i+1) = pi/2; end
13 end
14 phi =atan2( Ft.*sin(theta)+Fs/2, Ft.*cos(theta)+Fb/2);
15 phi(phi>pi/2) = pi/2;
16 phi(1) = atan2( Fs(1)*f/2+Fw(1)*(f+(1-f)/2), Fb(1)*f/2 );
```

主程序

问题一

```
01 Lc = 22.05;chain = 2; M = 1200; depth = 18; vs = 0;
02 [tilt,elev,xbuoy,f] = moor(Lc, chain, 12, vs, M, depth);
03 [tilt,elev,xbuoy,f] = moor(Lc, chain, 24, vs, M, depth);
```

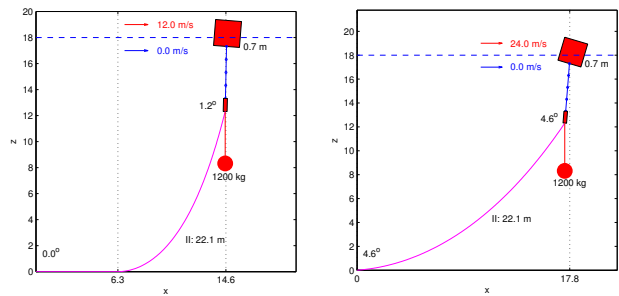
问题二

```
04 Mi = 1200:10:4000; tilti = []; elevi = [];
05 for mi = Mi
06     [tilt,elev,xbuoy,f] = moor(Lc,chain,36,0,mi,depth);
07     tilti = [tilti,tilt]; elevi = [elevi,elev];
08 end
09 plot(Mi, tilti,'r', Mi, elevi, 'b');
```

问题三: 一个符合条件的算例

```
10 Lc = 20.88;chain = 5; M = 4000; depth = 20; vw = 36;vs = 1.5;
11 [tilt,elev,xbuoy,f] = moor(Lc,chain,vw,vs,M,depth);
```

问题一

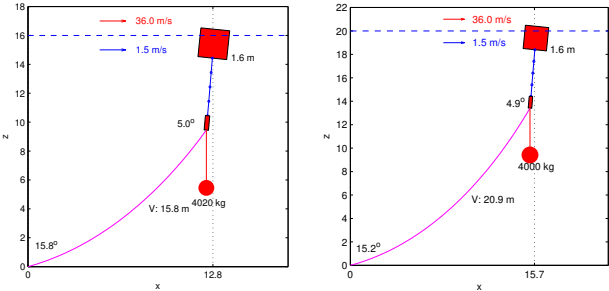
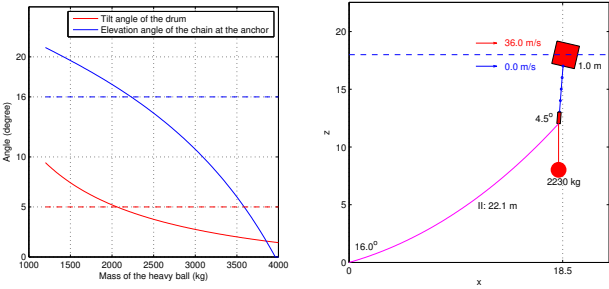


Notes

Notes

Notes

Notes



本问题要求学生分析浮标、钢管、钢桶、重物球和锚链的受力情况，建立计算锚链形状、钢桶和钢管的倾斜角度，浮标的吃水深度和游动区域的数学模型。

在此基础上，确定锚链的型号、长度和重物球的质量，给出不同情况下锚链形状，锚链与海床的夹角，钢桶和钢管的倾斜角度，浮标的吃水深度和游动区域的表达式和具体数值。

评阅应该以模型为主，数值结果为辅。

问题 1

要求学生给定的锚链型号、长度和重物球的质量，分别计算出当海面风力为 12m/s 和 24m/s 的情况时锚链的形状，在锚点锚链与海床的夹角，钢桶和钢管的倾斜角度，浮标的吃水深度和游动区域。

当海面风力为 12m/s 时，有 6.2m 左右的锚链拖地，钢桶的倾斜角度 1.2 度左右，浮标的吃水深度 0.7m 左右，游动区域的半径 14.7m 左右；

在海面风力为 24m/s 时，锚链与海床在锚点的夹角 4.5 度左右，钢桶的倾斜角度 4.6 度左右，浮标的吃水深度 0.7m 左右，游动区域的半径 17.8m 左右

Notes

Notes

Notes

Notes

问题 2

对题目中给定的锚链型号，长度和重物球的质量，当海面风力为 36m/s 时，钢桶的倾斜角度，锚链在锚点与海床的夹角都不满足要求。

需要对重物球的质量进行调整，论文中要给出调整后重物球的质量，在这个质量下锚链与海床的夹角，钢桶的倾斜角度。

满足要求的重物球的质量不会小于 2160kg。

问题 3

要求学生根据模型在最大风速可达 36m/s，海水最大速度可达 1.5m/s，海水深度在 16m 到 20m 之间变化的情况下给出锚链的型号，长度，重物球的质量，使得在不同情况下锚链与海床的夹角不大于 16 度，钢桶的倾斜角度不超过 5 度，且浮标的吃水深度和游动区域较小。

并基于该设计，给出一些典型情况下钢管的倾角，钢桶的倾角，在锚点锚链与海床的夹角，浮标的吃水深度和游动区域。

圆形桌面，桌腿随铰链可摊成平板。桌腿由两组木条组成，每组由一根钢筋连接，钢筋两端固定于最外侧的两根木条上，沿木条有空槽以保证可滑动。

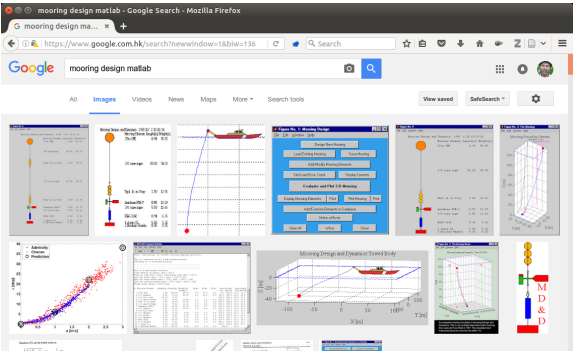
给定平板 120cm×50cm×3cm，木条宽 2.5cm，钢筋固定在最外侧木条中心，折叠后桌高 53cm。描述折叠过程，给出设计加工参数。

对于给定桌高和桌面直径，讨论矩形板材料和折叠桌的最优（稳固，方便加工，用材最少）设计加工参数。

根据指定桌高度，桌面边缘线的形状大小和桌脚边缘线的大致形状，给出平板形状尺寸和最优加工参数。



参考解题程序: <https://github.com/CUMCM/2014-B>



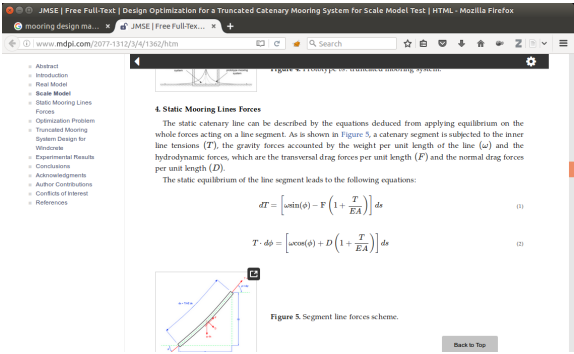
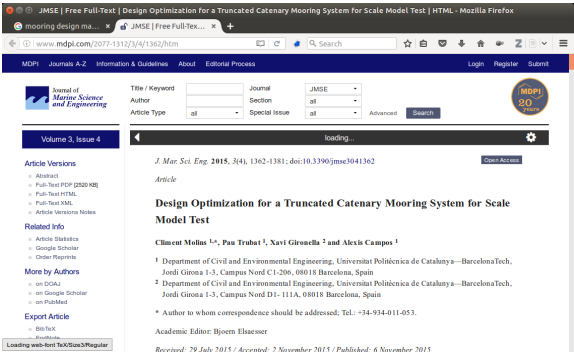
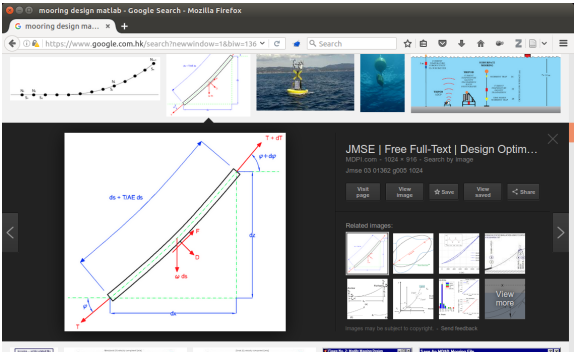
Notes

Notes

Notes

Notes





应对策略

特点

前几问为封闭性问题，后几问为开放性的优化问题。  
问题所要求解的是多个刚体间的空间位置关系。

策略

将问题转化为由多个类似元件构成的空间几何运动问题。  
根据运动分析和力学分析，找出各元件之间的相互关系。  
从某个或某几个元件入手，找出求解所依赖的初始条件。

结果

给出一套解决问题的通用方法。输入参数就能给出结果。  
根据给定参数，给出封闭性问题的准确答案。  
通过调整输入参数，对开放性的问题进行优化。

Notes

Notes

Notes

Notes

Thank You!!!

Notes

---

---

---

---

---

---

---

Notes

---

---

---

---

---

---

---

Notes

---

---

---

---

---

---

---

Notes

---

---

---

---

---

---

---