



# 南京大學

## 本科畢業論文

院 系 商學院

專 業 金融工程

題 目 基於 CSAD 模型的中国股市  
羊群效应时变性研究

年 级 2018 学 号 181098110

学生姓名 季遇无限

指导教师 孙武军 职 称 副教授

提交日期 2022 年 5 月 6 日



# 南京大学本科毕业论文（设计） 诚信承诺书

本人郑重承诺：所呈交的毕业论文（设计）（题目：）是在指导教师的指导下严格按照学校和院系有关规定由本人独立完成的。本毕业论文（设计）中引用他人观点及参考资源的内容均已标注引用，如出现侵犯他人知识产权的行为，由本人承担相应法律责任。本人承诺不存在抄袭、伪造、篡改、代写、买卖毕业论文（设计）等违纪行为。

作者签名：李遇无限

学号：181098110

日期：2022 年 5 月 6 日

# 南京大学本科生毕业论文（设计、作品）中文摘要

**题目：**基于 CSAD 模型的中国股市羊群效应时变性研究

**院系：**商学院

**专业：**金融工程

**本科生姓名：**季遇无限

**指导教师（姓名、职称）：**孙武军 副教授

**摘要：**

在行为金融学中，羊群效应常指经济主体模仿他人行动的现象。目前国内对羊群效应的研究大多基于静态模型，为研究中国股市羊群效应的时变性，本文首先梳理了羊群效应的相关概念与理论模型，然后基于 CSAD 方法和马尔可夫区制转换模型，以 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日间的上证 180 指数和恒生指数以及各自成分股的日度收益率为研究对象，先是建立静态模型对 A 股市场和港股市场的羊群效应开展整体的存在性研究，再建立动态模型来检验各市场在各区制下羊群效应的显著性以及非对称性特征，最后通过解析市场的区制划分，来考察各市场羊群效应的时变性特征及其背后的历史性动因。

文章结论主要包括以下三点：第一，在样本期内，A 股市场在整体上具有显著的羊群效应，而港股市场在整体上羊群效应并不明显；第二，A 股市场的羊群效应具有明显的非对称性，其所在区制表现出明显的高波动和区制依赖性的特征；第三，A 股市场羊群效应强烈的时期均发生在历史上的牛熊转换期，具体而言，分别为 2015-2016 年，2018-2019 年以及 2020-2021 年这三个阶段，其共性为个股的收益率受市场整体资金进出的水平影响较大，投资者在市场风格切换迅速时易出现抱团行为。

本文贡献在于超越传统静态模型研究的视角，根据马尔可夫区制转换模型的基础模型定义，按照 Hamilton 滤波和 Kim 平滑算法分别独立推导出两类基础模型的参数估计公式，并成功分离出中国股市羊群效应强烈的代表性区制特征，丰富了关于中国股市羊群效应时变性特征的研究。此外，文章基于实证结果和结论分析，于文末分别为市场监管层和证券投资者提出了若干项实用性建议。

**关键词：**羊群效应；CSAD 模型；马尔可夫区制转换模型

# 南京大学本科生毕业论文（设计、作品）英文摘要

THESIS: Study on the Time-Varying Property of Herd Behavior in China's Stock Market based on CSAD Model

DEPARTMENT: Business School

SPECIALIZATION: Financial Engineering

UNDERGRADUATE: Ji Yuwuxian

MENTOR: Professor Sun Wujun

## ABSTRACT:

In behavioral finance, herd behavior often refers to the phenomenon that economic subjects imitate the actions of others. At present, most domestic researches on herd behavior are based on static models. In order to study the time-varying property of herd behavior in China's stock market, this paper first combs the relevant concepts and theoretical models of herd behavior, and then takes the Shanghai 180 Index and Hang Seng Index and the daily return of their constituent stocks from June 25, 2013 to December 31, 2021 as the research object. Based on CSAD method and Markov Switching model, the paper first establishes a static model to study the overall existence of herd behavior in the A-share market and Hong Kong stock market, then establishes a dynamic model to test the significance and asymmetric characteristics of herd behavior in each market under each regime, and finally examines the time-varying property of herd behavior in each market and its historical motivation by analyzing the regime of the market.

The conclusions of this paper mainly include the following three points: First, in the sample period, the A-share market has significant herd behavior as a whole, while the Hong Kong stock market has no obvious herd behavior as a whole; Second, the herd behavior of A-share market has obvious asymmetry, and its regime division shows obvious characteristics of high volatility and regime dependence; Third, the periods of strong herding behavior in the A-share market all occurred in the historical bull bear conversion period. Specifically, they are 2015-2016, 2018-2019 and 2020-2021

respectively. Their commonness is that the yield of individual stocks is greatly affected by the overall capital inflow and outflow level of the market, and investors are prone to herd behavior when the market style changes rapidly.

The contribution of this paper lies in going beyond the perspective of traditional static model research. According to the basic model definition of Markov Switching model, the parameter estimation formulas of the two basic models are derived independently according to Hamilton filter and Kim smoother, and the strong representative regime characteristics of herd behavior in China's stock market are successfully distinguished, which enriches the research on the time-varying characteristics of herd behavior in China's stock market. In addition, based on the research conclusions, this paper provides behavioral suggestions for investors and regulators at the end of the paper.

**KEYWORDS:** Herd Behavior; CSAD Model; Markov Switching Model

# 目录

第一章 导论.....	1
1.1 研究背景与意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.3 研究思路与基本框架.....	3
1.4 可能的创新点与不足.....	4
第二章 相关概念与模型概述 .....	6
2.1 羊群效应相关概念.....	6
2.2 羊群效应测度模型.....	7
2.3 马尔可夫区制转换模型.....	10
第三章 数据选取与处理 .....	13
3.1 数据的选取.....	13
3.2 数据的描述.....	13
3.3 平稳性检验.....	15
第四章 实证检验与结果分析 .....	16
4.1 静态模型估计.....	16
4.2 区制转换模型估计.....	18
4.3 羊群效应的时变性分析.....	22
第五章 本文结论与建议 .....	25
5.1 结论.....	25
5.2 建议.....	25
参考文献.....	27
致谢.....	30
附录.....	I
两区制一阶自回归马尔可夫区制转换模型.....	I

# 第一章 导论

## 1.1 研究背景与意义

长期以来，以理性人假说为前提的传统金融理论占据学术界核心位置。行为金融学建立起微观主体非理性的假设，立足于市场主体的行为特征和心理状态等主观因素，为传统金融学中难以解释的异象提供了新的研究视角。由于我国资本市场起步较晚以及投资者非理性程度较高，金融异象在我国市场也层出不穷，其中羊群效应在近几年表现极为明显，引起各类金融市场参与者广泛关注。

在股票市场，羊群效应的发生来源于市场中的信息不对称，其中没有获得充分股价信息的投资者会忽略其手握的私有信息和理性判断，反而会通过随大流来采取交易行为，从而形成传染性并加剧金融市场价格的不稳定性和脆弱性。

针对中国股市羊群效应在不同区制下的性质以及区制转移时变性的研究具有重要的理论和现实意义。

从理论角度看，长期以来国内外学者对资本市场羊群效应的研究仅停留在存在性研究，即假设羊群效应本身在某一市场中呈现单一的整体效应，且性质不随时间发生改变，本文采用实证分析方法，将静态模型向动态方向推广，更加贴合实际股市运行模式；同时，针对不同板块自身的特殊性，其羊群效应的时变性也会有显著不同，文章将通过马尔可夫区制转换模型<sup>1</sup>的两类基础模型来确定不同市场羊群效应适用的时变模型，从而在横向比较中确定差异，充实此方向的理论研究方法。

从现实角度来看，首先，研究微观主体的非理性行为特征有助于了解形态各异的羊群效应对股市作用的效果，比较不同市场的投资者情绪变化特征；其次，羊群效应的研究为监管者提供了政策辅助，通过制度调节来保护中小投资者合法权益和保障金融市场健康有序发展；最后，利用马尔可夫区制转换模型还可以直观了解各市场股价波动规律以及当前所在区制，从而有利于个体投资者站在当下节点做出科学的投资决策和防范系统性风险。

---

<sup>1</sup> 马尔可夫区制转换模型的介绍见本文 2.3，具体推导过程见附录

## 1.2 国内外研究现状

关于证券市场羊群效应的相关概念研究，国外开展较早，国内文献主要以中国市场为研究对象来作为对国外已有理论的补充。Keynes<sup>[1]</sup>最早揭示了羊群效应的现象，提出基本面的信息和数据在大部分时间下与市场不相关，绝大多数投资者是基于猜测和谣言而非理性思考来做出决策的。Scharfstein 和 Stein<sup>[2]</sup>首次从声誉视角讨论羊群效应的成因，认为投资经理出于保护声誉考虑，选择屏蔽自有信息以跟随其他人的投资行为是一种个体理性的行为。Lakonishok<sup>[3]</sup>引入关于信息不对称因素的讨论，发现羊群效应在小市值股票更为显著，由于市场上关于小市值股票的公开信息更少，会刺激参与者跟随市场共识。Maug<sup>[4]</sup>补充了报酬标准对羊群效应贡献的研究，认为风险厌恶的机构投资者会倾向于模仿他人行动以保证基准收益。Bikhchandani 和 Sharma<sup>[5]</sup>系统梳理了羊群效应的成因，并分析了不同金融市场间羊群效应强烈程度的差异。截至目前国外关于羊群效应的成因研究主要可概括为信息驱动<sup>[3][6]</sup>、声誉驱动<sup>[2][7]</sup>、报酬驱动<sup>[4]</sup>以及从众心理<sup>[1]</sup>，且均在国内外相关研究中得到了不同程度的进一步验证<sup>[9][10][11][12][13]</sup>。关于羊群效应影响的讨论，由于研究样本在所处市场和观测期上的差异，已有文献的结论分为积极影响和消极影响两大类，前者认为羊群效应能提高信息传递效率<sup>[14]</sup>以及平抑波动<sup>[15]</sup>，后者认为羊群效应会放大波动<sup>[16]</sup>并导致错误定价<sup>[17][18]</sup>，此类分歧主要来自于大部分研究缺乏对羊群效应作用区制的准确界定和对应特征捕捉。

关于羊群效应实证模型的研究，目前主流研究方法均为国外首创，国内学界主要根据已有模型来度量中国市场不同板块的羊群效应的存在性，在研究方法上较为单一。当下主流的羊群效应测度模型大体上分为两类，第一类是Lakonishok<sup>[3]</sup>等建立的基于共变行为的 LSV 模型，即通过市场参与者买卖行为的一致性来识别羊群效应；第二类是基于股票的收益率离散度来检验羊群效应，Christie 和 Huang<sup>[19]</sup>首先用横截面的个股收益标准差来测度美国市场的羊群效应，他们提出股市在发生震荡时，羊群效应的存在会使个股收益率更加接近市场收益率；Chang<sup>[20]</sup>在 CSSD 的基础上提出横截面收益绝对偏差方法 CSAD(又名 CCK)，基于 CAPM 模型<sup>[21]</sup>提出一个检测羊群效应的非线性模型，其克服了 CSSD 方法在股市波动不大时测不出羊群效应的缺陷。对于中国股市羊群效应的检测，董纪鹏和纪鹏飞<sup>[22]</sup>对创业板不同阶段羊群效应进行 CCK 方法检验，发现创业板整体



以及上涨行情中不存在羊群效应，下跌行情中羊群效应显著。马丽<sup>[23]</sup>以上证 180 成分股作为样本，发现在下跌市场中投资者的模仿行为更加明显，且该行为对下跌行情存在强化作用。郭白滢<sup>[24]</sup>等发现基金的持仓变化会受到信息交互的极大作用，此变化会受制于市场走势以及基金间的地理位置差异。朱菲菲<sup>[25]</sup>等基于 A 股日内高频交易数据发现羊群效应程度随观测频率上升而严格递增，短期羊群效应会伴随明显价格反转，且该反转效应在短期买入羊群效应更加明显。

关于羊群效应动态模型的研究，先前的模型<sup>[26]</sup>主要采用添加虚拟变量的方法来区分不同的市场状态，这类方法的主要问题在于虚拟变量断点的确定依赖于外生的专家意见，具有一定的武断性。Schimitt 和 Westerhoff 提出了一种阈值模型来描述市场参与者的行为，并推断出市场中存在两种区制，且区制间的转移可以由随机过程的状态变化来实现<sup>[27]</sup>。在区制转移模型的研究上，Hamilton<sup>[28]</sup>最早应用马尔可夫区制转换模型来分析美国的 GNP 数据以区分经济周期的区制，Kim<sup>[29]</sup>在此基础上补充了关于各状态平滑概率推断的迭代算法。Fang<sup>[30]</sup>首次利用马尔可夫区制转换模型研究美国权益基金管理者的动态羊群效应，发现不同种类的基金在衰退期均存在羊群效应，而在扩张期却有负向显著的羊群效应。Imran Yousaf 等<sup>[31]</sup>和 Abdollah Ah Mand 等<sup>[32]</sup>的研究则是区制转换模型的应用对象由发达国家市场拓展到发展中国家市场的代表，其分别以巴基斯坦和马来西亚的股票市场为样本，验证了不同程度的羊群效应不对称性。针对中国股票市场，郑挺国和葛厚逸<sup>[33]</sup>应用马尔可夫区制转换模型，发现沪深、香港和台湾股市的羊群效应区制特征也各不相同。然而，以上研究所运用到的马尔可夫区制转换模型在基础模型形式的选择上存在同质化和单一化，或是依赖已封装函数的默认项，缺乏对不同变体适用性本身进一步的区分。

### 1.3 研究思路与基本框架

文章主要运用定量与定性分析结合的手段，使用羊群效应测度模型中的 CSAD 法构建市场分离度指标，利用马尔可夫区制转换模型的两类基础模型，对 A 股市场和港股市场在不同区制下的羊群效应时变性特征进行实证研究，从多角度分析中国股市羊群效应出现的原因，并分别为监管者和投资者提出建议。概括而言主要运用如下研究方法：

1.文献综合研究法。通过回溯国内外关于羊群效应和马尔可夫区制转换模型的文献，梳理羊群效应的相关理论模型，总结羊群效应及其时变性研究的现状。

2.定量分析法。利用马尔可夫区制转换模型来确定市场的区制，并在此基础上评估计量模型参数。

3.实证分析法。基于股票收益率及其与之相关统计量，通过计算 CSAD 指标构建计量模型，并对不同市场的不同区制下的羊群效应显著性做评估。

文章的研究框架主要分为以下五个章节。

第一章为导论，包括羊群效应及其时变性的研究背景及意义，羊群效应的研究现状，文章的展开思路和框架，以及可能的创新点与不足。

第二章为相关概念与模型概述，包括羊群效应的定义、成因和对市场的影响，羊群效应测度模型和马尔可夫区制转换模型的介绍。

第三章为数据的选取与处理，包括数据获取与清洗、变量定义、描述性统计和平稳性检验结果。

第四章为实证检验与结果分析，包括静态模型的建立与评估，两类动态模型的建立与评估，以及区制划分后的中国股市的羊群效应时变性分析。

第五章为本文结论与建议，包括结论分析与对监管层和投资者的建议。

## 1.4 可能的创新点与不足

相比关于羊群效应研究的已有文献，本文可能的创新点如下：

1.角度新颖。目前有关羊群效应检验的方法，多以静态模型为主，假设羊群效应的区制不随时间改变。文章从更加新颖的视角出发，以马尔可夫区制转换模型为基础，建立动态模型对羊群效应的时变性展开研究，丰富了关于中国股市羊群效应动态变化的研究。

2.动态模型多样。相比于其他以动态模型研究羊群效应的研究，本文根据马尔可夫区制转换模型的两类基础模型定义，利用 Hamilton 滤波<sup>[28]</sup>和 Kim 平滑算法<sup>[29]</sup>，独立推导参数评估公式<sup>1</sup>，丰富了动态模型的可选项。

3.羊群效应时变性分析深入。文章根据独立推导的马尔可夫区制转换模型的

---

<sup>1</sup> 具体推导过程见附录

参数评估公式，解得不同市场在各时期的区制状态划分，分离出区制在市场中的显著特性，并结合行情序列来分析历史动因，提取的特征具有较强解释性，可以为市场参与者提供准确指导。

文章的不足与可改进之处主要有以下几点：

- 1.文章虽然能够检验各区制下羊群效应的显著性，但无法确定羊群效应的真伪性，需要在未来研究中予以完善。

- 2.羊群效应的检验方法本身还有一定改进空间，例如 CSAD 模型的进一步优化或者其他替代模型。

## 第二章 相关概念与模型概述

### 2.1 羊群效应相关概念

#### 2.1.1 羊群效应的定义

在行为金融学中，羊群效应指证券投资者在市场信息不对称时倾向于模仿他人决策的金融异象。在股市中，根据羊群效应的作用范围，可将其划分为针对特定股票的羊群效应与全市场的羊群效应。在针对特定股票的羊群效应中，投资者往往仅关注单一股票的价格走势而忽略与之具有相似类型的其他股票信息。在全市场的羊群效应中，投资者会跟随全市场的走势并做出与之相同趋势的投资行动。

根据投资者盲目程度，羊群效应可划分为真实羊群效应和伪羊群效应。在真实羊群效应中，投资者会由于无法充分利用所拥有的私人信息，而选择盲目模仿；而在伪羊群效应中，一些专业投资者会基于其他有效信息，在综合自身私人信息、信息获取成本、当前市场情绪等因素下，从理性角度做出与当前市场同质化的行为。

#### 2.1.2 羊群效应的成因

羊群效应具有一致性、非对称性、阶段性和不稳定性等特点。根据相关理论及模型，羊群效应成因具有以下几类：

1.信息驱动。Bikhchandani<sup>[6]</sup>等提出信息瀑流理论，发现给定一个由先前订单形成的股价序列，投资者会表现出强烈的路径依赖，同时做出不反映私人信息投资决策。李旭<sup>[8]</sup>等以一个博弈论模型，提出当机构投资者负责收集信息时，跟随机构投资者投资是个体投资者的最优选择。

2.声誉驱动。Graham<sup>[7]</sup>提出对于那些对自己选股能力不确定的机构投资者，出于对职业发展和声誉的考虑，会更加倾向于模仿其他职业投资人的行为，以使自己和主流的职业投资人处于同一方向，由此产生了羊群效应。罗真、张宗成<sup>[9]</sup>发现在资产规模大的基金公司，基金经理更容易为了防止声誉受损而表现出羊群效应，且这种现象在年轻的基金经理身上出现的可能性会更大。

3.报酬驱动。Maug<sup>[4]</sup>发现如果投资经理的报酬与其投资业绩强相关，甚至会随其业绩落后于同行的程度而递减时，对于风险厌恶者，其会在构建投资组合时观察并模仿同行的行动以努力达到基准业绩，从而引发羊群效应。宋剑波<sup>[10]</sup>通过

构造一个二元经理人的羊群行为模型并将其扩展到  $n$  人，证明了羊群效应显著性与经理人报酬结构保持显著的正相关关系。

4.从众心理。李新路<sup>[11]</sup>提出心理因素是引发金融市场羊群效应的根本原因，其中个体投资者相比机构投资者更容易倾向于选择模仿他人行动。钟哲<sup>[12]</sup>通过构建无标度网络和传染病模型，将投资者区分为“专家”群体和“普通”群体，发现在一个投资能力与学习能力强的个体占比更低的市场，表现出来的羊群效应会越明显。宋军和吴冲锋<sup>[13]</sup>发现羊群效应在中国股市要远比美国股市强烈，且在低迷市场更加明显。

### 2.1.3 羊群效应的影响

羊群效应的影响可分为积极影响和消极影响：

1.积极方面。Lakonishok<sup>[14]</sup>认为受正确市场信息驱动的羊群效应可以加快市场信息的传递，从而使非理性投资者也能做出正确判断，股价对信息反映更加充分。Ahmed Bensaida<sup>[15]</sup>借助 TGARCH 模型，发现羊群效应可以起到平抑特定板块波动率的作用。

2.消极方面。施东晖<sup>[16]</sup>指出中国的基金在投资行为上存在明显趋同，大大加剧了股价波动。许年行<sup>[17]</sup>等发现机构投资者的羊群效应与股价崩盘存在强正相关，且这一关系在卖出行为中表现得更加明显，同时这一行为也较好解释了上市公司股价同步性。顾荣宝<sup>[18]</sup>等发现 2005-2007 年羊群效应对深圳股票市场为正向非线性影响，而在 2007 年以后表现为负向非线性影响。

## 2.2 羊群效应测度模型

### 2.2.1 LSV 模型

LSV 方法于 1992 年由 Lakonishok、Shleifer 和 Vishny<sup>[3]</sup>共同提出，该模型旨在通过度量一定时期内股票的基金买卖家数的不平衡程度来测度羊群效应。其定义为：

$$H_{i,t} = |P_{i,t} - E(P_{i,t})| - AF_{i,t} \quad (2-1)$$

$$AF_{i,t} = E|P_{i,t} - E(P_{i,t})| \quad (2-2)$$

$$P_{i,t} = B_{i,t}/(B_{i,t} + S_{i,t}) \quad (2-3)$$

其中,  $B_{i,t}$ 和 $S_{i,t}$ 分别为  $t$  时刻增持和减持股票  $i$  的机构数目,  $P_{i,t}$ 为增持机构数占比,  $E(P_{i,t})$ 为  $t$  时刻的 $P_{i,t}$ 的均值,  $AF_{i,t}$ 为调整项。由此,  $H_{i,t}$ 作为对  $t$  时刻股票  $i$  的羊群效应的测度,  $t$  时刻板块整体的羊群效应测度 $H_t$ 为板块内所有股票在  $t$  时刻的 $H_{i,t}$ 的均值。若 $H_t$ 显著大于 0, 则说明  $t$  时刻板块中的买入力量具有羊群效应; 若 $H_t$ 显著小于 0, 这说明  $t$  时刻板块中的卖出力量具有羊群效应; 否则说明  $t$  时刻板块中不存在显著的羊群效应。

LSV 模型为羊群效应的测度提供了定量化的视角, 但其由于其未将成交量纳入考虑, 可能会忽视大单交易对羊群效应的冲击作用。此外, 由于基金持仓变化的数据披露一般以季度为单位, 使得 LSV 模型对羊群效应的测度本身存在滞后性, 且应用场景限制较大。

### 2.2.2 CSSD 模型

CSSD 模型由 Christie 和 Huang<sup>[19]</sup>建立, 其主要用截面的个股收益标准差来测度羊群效应, CSSD 指标的计算公式为:

$$CSSD_t = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (R_{i,t} - R_{m,t})^2} \quad (2-4)$$

其中,  $R_{i,t}$ 为  $t$  时刻股票  $i$  的收益率,  $R_{m,t}$ 为  $t$  时刻的市场收益率。市场中的羊群效应越明显, 个股收益率与市场组合收益率的离散程度会越小, 横截面收益标准差 CSSD 会越接近 0, 反之 CSSD 会越大。

以 CSSD 指标为基础的回归方程如下:

$$CSSD_t = \alpha + \beta_L D_t^L + \beta_U D_t^U + \varepsilon_t \quad (2-5)$$

$D_t^L$ 和 $D_t^U$ 为虚拟变量, 分别在  $t$  时刻股票收益率处于收益分布的下  $x$  分位和上  $x$  分位时取 1, 其余时刻取 0, 其中  $x$  一般取 1%或 5%。 $\alpha$ 为截距项, 代表  $t$  时刻市场未处于极端下尾或极端上尾时的 CSSD 均值。

根据回归结果, 若 $\beta_L$ 或 $\beta_U$ 显著小于 0, 则说明所检验股票在市场组合下跌或上涨时存在明显的羊群效应。特别的, 通过比较绝对数值的大小, 若 $\beta_L < \beta_U < 0$ , 则说明市场组合在下跌时具有更加明显的羊群效应; 反之, 若 $\beta_U < \beta_L < 0$ , 则说明市场组合在上涨时具有更加明显的羊群效应。若 $\beta_L$ 和 $\beta_U$ 均显著大于 0, 则说明结果满足资产定价模型的理性人假设。

相比较 LSV 方法, CSSD 方法在数据可得性上具有明显优势, 股票基于收益率的量价数据的公开可得以及简单的计算方法, 使得 CSSD 法在具有更加广阔的应用范围。然而, 由于 CSSD 法仅在市场波动较大的情境下才能检测出羊群效应, 其作为一种测度方法具有天然低估的倾向, 容易在股价波动不大时无法发现羊群效应。此外, CSSD 也无法区分真羊群效应和伪羊群效应。

### 2.2.3 CSAD 模型

CSAD 模型<sup>[20]</sup>是 CSSD 模型的改良, 旨在用横截面下的个股收益绝对偏差来测度羊群效应。CSAD 指标的计算公式为:

$$CSAD_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |R_{i,t} - R_{m,t}| \quad (2-6)$$

其中,  $R_{i,t}$  为  $t$  时刻股票  $i$  的收益率,  $R_{m,t}$  为  $t$  时刻的市场收益率。市场中的羊群效应越明显, 个股收益率与市场组合收益率的离散程度会越小, 横截面收益绝对偏差 CSAD 会越接近 0, 反之 CSAD 会越大。

以 CSAD 指标为基础的回归方程如下:

$$CSAD_t = \gamma_0 + \gamma_1 |R_{m,t}| + \gamma_2 R_{m,t}^2 + \varepsilon_t \quad (2-7)$$

由资本资产定价模型可知, 股票  $i$  在  $t$  时刻的期望收益率  $E_t(R_i)$  与市场组合在  $t$  时刻的期望收益率  $E_t(R_m)$  有如下关系:

$$E_t(R_i) - E_t(R_m) = (\beta_i - 1)[E_t(R_m) - R_f] \quad (2-8)$$

其中,  $R_f$  为无风险利率,  $E_t(R_m) - R_f$  为市场风险溢价,  $\beta_i$  为股票  $i$  对市场组合收益率的风险暴露。结合 CSAD 模型可得:

$$E_t(CSAD) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\beta_i - 1| [E_t(R_m) - R_f] \quad (2-9)$$

依次计算  $E_t(CSAD)$  的一阶导与二阶导, 结果如下:

$$\frac{\partial E_t(CSAD)}{\partial E_t(R_m)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\beta_i - 1| > 0 \quad (2-10)$$

$$\frac{\partial^2 E_t(CSAD)}{\partial E_t(R_m)^2} = 0 \quad (2-11)$$

由求导结果可发现, 在满足 CAPM 假设的前提下, CSAD 指标与市场收益率呈完全正相关的线性关系, 若市场因投资者非理性而发生羊群效应, 则该线性关系将会被破坏, CSAD 模型中的二次项系数  $\gamma_2$  即是用于捕捉此特征。当  $\gamma_2$  显著为负时, 说明所检验板块存在羊群效应。

相比于 CSSD 方法，CSAD 方法保留了其便于收集数据和计算结果的优势，同时在一程度规避了 CSSD 方法容易低估羊群效应的缺点。但同样地，CSAD 模型也无法实现真假羊群效应的区分。

## 2.3 马尔可夫区制转换模型

### 2.3.1 两区制马尔可夫区制转换模型

马尔可夫区制转换模型方法由 Hamilton<sup>[28]</sup>在 1989 年提出，其假设隐状态的变化服从马尔可夫过程且当前状态可通过内生的可观测变量来推断。为了防止模型因为过于复杂而带来过拟合问题，本文选用两区制一阶自回归的马尔可夫区制转换模型作为模型基础，其定义如下：

$$y_t - \mu_{s_t} = \beta_{s_t} + \alpha_{s_t}(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t}) \quad (2-12)$$

$$Q = \begin{bmatrix} P(s_t = 0) \\ P(s_t = 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{00} & 1 - p_{11} \\ 1 - p_{00} & p_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(s_{t-1} = 0) \\ P(s_{t-1} = 1) \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

$$\tau = \begin{bmatrix} P(s_0 = 0) \\ P(s_0 = 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 1 - \tau \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

其中，观测变量  $\mathbf{Y}_t = [y_t, y_{t-1}, \dots, y_1, y_0]$ ，不可观测的状态变量  $s_t \in \{0, 1\}$ ，服从有限状态的一阶马尔可夫过程。待估计参数为各区制的均值  $\mu_{s_t}$ ，各区制的截距  $\beta_{s_t}$ ，各区制的自回归系数  $\alpha_{s_t}$ ，各区制的残差标准差  $\sigma_{s_t}$ ，初始概率分布  $\tau$ ，转移系数  $p_{00}$  和  $p_{11}$ 。

关于各个状态下的参数估计，文章将使用 Hamilton 提出的滤波法<sup>[28]</sup>和 kim 的平滑算法<sup>[29]</sup>对  $s_t$  进行概率推断，并凭借极大似然法来估计参数<sup>1</sup>。其中转移系数的估计不受基础模型形式影响，其计算公式为：

$$p_{00} = \frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t)(1-s_{t-1})}{\sum_{t=1}^T (1-s_{t-1})} \quad (2-15)$$

$$p_{11} = \frac{\sum_{t=1}^T s_t s_{t-1}}{\sum_{t=1}^T s_{t-1}} \quad (2-16)$$

### 2.3.2 MSMH(2)-AR(0)模型与 MSH(2)-AR(1)模型

为防止公式推导过于复杂，以及结合羊群市场的时变性和不同区制间的异质性，文章将选用 MSMH(2)-AR(0)模型与 MSH(2)-AR(1)模型来进行所选样本各时

---

<sup>1</sup> 具体推导过程见附录



点的区制概率推断。

关于模型的名称，AR (n) 代表模型为 n 阶自回归模型，MS 指马尔可夫区制转换 (Markov Switching)，连字符之前的括号中的数字代表所要求解的参数类型的个数，余下的字母代表所要求解的参数类型，M 为各区制的均值  $\mu_{s_t}$ ，I 为各区制的截距  $\beta_{s_t}$ ，A 为各区制的自回归系数  $\alpha_{s_t}$ ，H 为各区制的残差标准差  $\sigma_{s_t}$ 。

对于 MSMH(2)-AR(0)模型， $\alpha_{s_t} = 0$ ， $\beta_{s_t} = 0$ ， $\mu_{s_t}$  和  $\sigma_{s_t}$  因区制而异，其模型形式与参数评估公式如下<sup>1</sup>：

$$y_t - \mu_{s_t} = \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t}) \quad (2-17)$$

$$\mu_0 = \frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t) y_t}{\sum_{t=1}^T (1-s_t)} \quad (2-18)$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{t=1}^T s_t y_t}{\sum_{t=1}^T s_t} \quad (2-19)$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t) (y_t - \mu_0)^2}{\sum_{t=1}^T (1-s_t)}} \quad (2-20)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \mu_1)^2}{\sum_{t=1}^T s_t}} \quad (2-21)$$

对于 MSH(2)-AR(1)模型， $\mu_{s_t} = 0$ ， $\beta_{s_t} = 0$ ， $\alpha_{s_t}$  为常数， $\sigma_{s_t}$  因区制而异，其模型形式如下：

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t}) \quad (2-22)$$

MSH(2)-AR(1)模型的参数评估公式如下<sup>1</sup>：

$$\frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t) \sum_{t=1}^T (1-s_t) y_{t-1} (y_t - \alpha y_{t-1})}{\sum_{t=1}^T (1-s_t) (y_t - \alpha y_{t-1})^2} + \frac{\sum_{t=1}^T s_t \sum_{t=1}^T s_t y_{t-1} (y_t - \alpha y_{t-1})}{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \alpha y_{t-1})^2} = 0 \quad (2-23)$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t) (y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T (1-s_t)}} \quad (2-24)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T s_t}} \quad (2-25)$$

式 2-23 通过变形可化为一元三次方程，取实数解  $\alpha$ ，进一步可得  $\sigma_0$  和  $\sigma_1$ 。

### 2.3.3 动态 CSAD 模型

事实上，马尔可夫区制转换模型同时包含了阈值模型和虚拟变量模型的内核。

---

<sup>1</sup> 具体推导过程见附录

在确认各个观测点所在区制后，动态的 CSAD 模型如下：

$$CSAD_t = \gamma_{0,s_t} + \gamma_{1,s_t}|R_{m,t}| + \gamma_{2,s_t}R_{m,t}^2 + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim iid(0, \sigma_{s_t}^2) \quad (2-26)$$

若 $\gamma_{2,s_t}$ 显著小于 0，或 $\gamma_{1,s_t}$ 显著小于 0 且 $\gamma_{2,s_t} = 0$ ，则说明在 $s_t$ 区制状态下市场中存在明显的羊群效应。

## 第三章 数据选取与处理

### 3.1 数据的选取

文章所使用的数据均来自 Wind 数据库。具体的，对于 A 股的研究，本文使用具有代表性的上证 180 指数成分股作为股票池，以其日度收盘价作为个股数据来源。结合上证 180 指数的历史行情和羊群效应的发生条件，本文选取 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日为观测区间，该观测区间内包含了 A 股的三轮大周期，共计 2079 个交易日。由于指数成分股有更迭记录，在剔除掉在观测区间内出现在成分股中过少的样本以及非正常运作的股票（连续停盘 20 天以上或被列为 ST 类型）后，选取符合要求的 79 只股票作为最终的保留样本。

对于港股的研究，文章使用恒生指数作为股票池，同样以其日度收盘价作为个股数据来源，以及选取 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日为观测区间，共计 2021 个交易日。在剔除掉在观测区间内出现在成分股中过少的样本以及非正常运作的股票（连续停盘 20 天以上或被列为 ST 类型）后，最终保留 52 只代表性股票作为研究样本。

文章将使用对数收益率来计算得到个股以及指数的日度收益率，即  $R_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1}$  和  $R_{m,t} = \ln P_{m,t} - \ln P_{m,t-1}$ ，其中  $P_{i,t}$  代表股票  $i$  在  $t$  时刻的收盘价。各变量定义表如下：

表3-1 各变量定义表

符号	定义
$CSAD\_SH_t$	A 股市场分离度，79 只代表性个股在 $t$ 时刻横截面收益绝对偏差
$CSAD\_HI_t$	港股市场分离度，52 只代表性个股在 $t$ 时刻横截面收益绝对偏差
$R\_SH_{m,t}$	上证 180 指数在 $t$ 时刻的对数收益率
$R\_HI_{m,t}$	恒生指数在 $t$ 时刻的对数收益率

### 3.2 数据的描述

根据式 2-6，计算得到 A 股和港股的 CSAD 指标序列，其日度的时序图和搭配市场收益率的散点图分别如下：

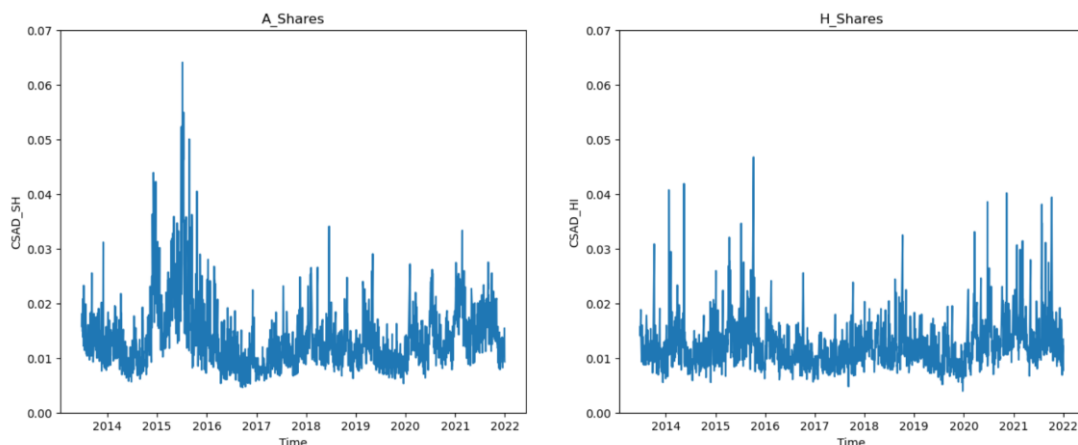


图 3-1 A 股市场（左）和港股市场（右）的 CSAD 指标时序图

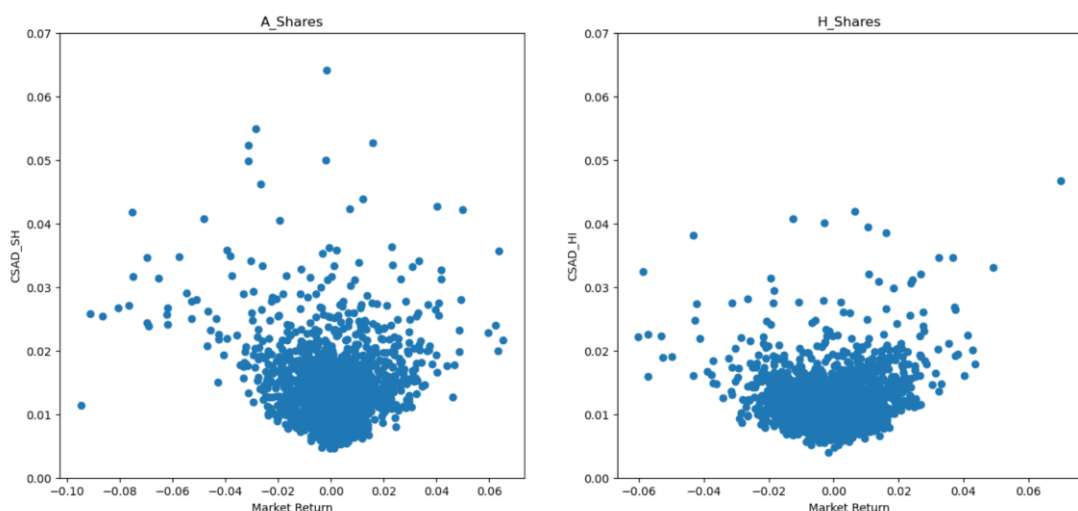


图 3-2 A 股市场（左）和港股市场（右）的市场收益率与 CSAD 散点图

观察 A 股和港股的从 2013 年到 2021 年的 CSAD 时序图，发现相较于港股的 CSAD 大多集中于 0.0075-0.015，A 股的 CSAD 指标分布更为分散，且极值更加突出，表现为数值大于 0.02 的 CSAD 频数要远高于港股；此外，二者存在一定的联动性，均呈现出周期性和时变性的特征，其中 A 股周期波动更加明显。

从 A 股和港股的 CSAD 指标与市场收益率散点图来看，A 股的 CSAD 与市场收益率表现出部分的非线性关系，当市场收益率绝对值较大时，CSAD 分布会更加分散；另外，A 股的市场收益率在超出一定阈值后，CSAD 会略小于线性关系预测值，此为羊群效应发生的信号。而港股的 CSAD 和市场收益率相对而言线性关系更为明显，说明发生羊群效应的可能性更加小。

进一步的，表 3-2 展现了各变量描述性统计结果：

表3-2 描述性统计结果

	CSAD_SH	CSAD_HI	R_SH	R_HI
数目	2078	2020	2078	2020
均值	0.0135	0.0121	0.0004	0.0001
标准差	0.0059	0.0042	0.0142	0.0117
最小值	0.0046	0.0039	-0.0946	-0.0602
下四分位数	0.0097	0.0094	-0.0055	-0.0061
中位数	0.0122	0.0114	0.0004	0.0006
上四分位数	0.0157	0.0136	0.0067	0.0064
最大值	0.0641	0.0467	0.0652	0.0699

根据样本统计结果，在二者市场收益率统计量相差不大的前提下，A 股样本的 CSAD 指标在均值，标准差，最小值，下四分位数，中位数，上四分位数以及最大值上均高于港股样本，此说明 A 股的股票收益率与市场收益率的离散程度要普遍高于港股。

### 3.3 平稳性检验

为了避免时序数据本身自带趋势引发的伪回归影响，文章采用 ADF 方法进行单位根检验：

表3-3 单位根检验结果

	CSAD_SH	CSAD_HI	R_SH	R_HI
t-statistic	-5.2152***	-7.8524***	-8.3498***	-45.1382***
p-value	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著

根据表 3-3，本文定义的所有变量均在 1%的显著性水平上不存在单位根，说明将作为模型输入的时间序列数据在观测期均通过了平稳性检验。由于所取的市场收益率和个股收益率均为对数收益率，CSAD 也是对数收益率的衍生指标，此对数变换对保证数据的平稳性起到了关键作用。

## 第四章 实证检验与结果分析

### 4.1 静态模型估计

根据式 2-7，对 A 股市场和港股市场分别建立如下静态 CSAD 模型：

$$CSAD\_SH_t = \gamma_0 + \gamma_1 |R\_SH_{m,t}| + \gamma_2 R\_SH_{m,t}^2 + \varepsilon_t \quad (4-1)$$

$$CSAD\_HI_t = \gamma_0 + \gamma_1 |R\_HI_{m,t}| + \gamma_2 R\_HI_{m,t}^2 + \varepsilon_t \quad (4-2)$$

根据变量定义表 3-1，其中 $CSAD\_SH_t$ 与 $CSAD\_HI_t$ 分别代表各自市场的收益分离度； $R\_SH_{m,t}$ 和 $R\_HI_{m,t}$ 分别为 A 股市场和港股市场的 t 时刻大盘收益率。分别对样本期间的两市场的时序数据进行回归实证，结果如下：

表4-1 A股市场和港股市场的静态模型回归结果

	A股市场	港股市场
$\gamma_0$	0.0107*** (0.0002)	0.0106*** (0.0002)
$\gamma_1$	0.3243*** (0.0227)	0.1237*** (0.0224)
$\gamma_2$	-1.1431*** (0.4054)	3.2201*** (0.5852)
$N$	2078	2020
$Adj. R^2$	0.2362	0.2103
DW	0.9753	1.3535

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著，括号内为对应检验的标准差。

观察表 4-1 的二次项系数，对于 A 股市场，CSAD 模型的 $\gamma_2$ 显著为负，意味着随着 A 股市场收益率绝对值的走宽，其个股收益率与市场收益率的绝对偏差会发生收窄，意味着以上证 180 指数成分股为代表的 A 股市场在 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日的观测区间中存在着显著的羊群效应。对于港股市场，由于模型并不存在二次项系数显著为负的情况，所以不能接受港股市场在观测区间内存在羊群效应的假设。

另外，注意到 A 股市场和港股市场静态模型的回归结果中，DW 值偏离 2 的程度较大；考察两个市场的 CSAD 模型的残差序列相关图 4-1，发现均存在 ACF 拖尾以及 PACF 在 3 阶截尾的现象，判断原模型均出现 3 阶的序列相关。

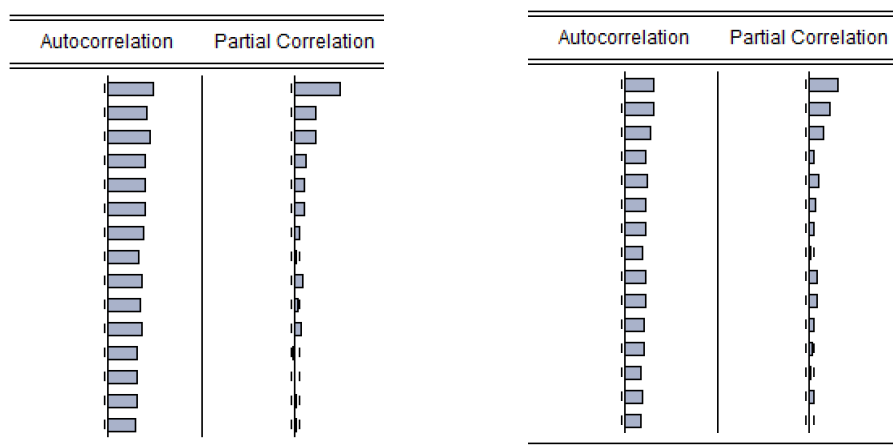


图 4-1 A 股市场（左）与港股市场（右）CSAD 模型残差序列相关图

为了解决扰动项序列相关的问题，文章采用广义差分法，将具有 3 阶自相关性质的残差项用 AR(3)模型来修正，得到类似如下的表达式：

$$\begin{aligned}
 CSAD_t = & \gamma_0 + \gamma_1 |R_{m,t}| + \gamma_2 R_{m,t}^2 \\
 & + \theta_1 (CSAD_{t-1} - \gamma_0 - \gamma_1 |R_{m,t-1}| - \gamma_2 R_{m,t-1}^2) \\
 & + \theta_2 (CSAD_{t-2} - \gamma_0 - \gamma_1 |R_{m,t-2}| - \gamma_2 R_{m,t-2}^2) \\
 & + \theta_3 (CSAD_{t-3} - \gamma_0 - \gamma_1 |R_{m,t-3}| - \gamma_2 R_{m,t-3}^2) + \varepsilon_t \quad (4-3)
 \end{aligned}$$

修正后静态模型的回归结果如下：

表4-2 A股市场和港股市场的修正后静态模型回归结果

	A股市场	港股市场
$\gamma_0$	0.0120***(0.0004)	0.0110***(0.0002)
$\gamma_1$	0.1856***(0.0158)	0.0786***(0.0193)
$\gamma_2$	-1.4952***(0.2817)	3.0330***(0.5074)
$\theta_1$	0.4214***(0.0213)	0.2299***(0.0220)
$\theta_2$	0.1344***(0.0231)	0.1946***(0.0222)
$\theta_3$	0.2474***(0.0213)	0.1631***(0.0220)
$N$	2078	2020
$Adj. R^2$	0.5709	0.3557
DW	2.0623	2.0190

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著，括号内为对应检验的标准差。

由表 4-2 结果可以发现，修正后的静态模型 DW 统计量均位于 2 附近，说明此时已无明显的序列相关。对于 A 股市场和港股市场，修正模型的二次项系数符号与显著性均与原模型相同，因此前文的结论仍成立，即在 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日的观测时间之内，A 股市场存在明显的羊群效应，港股市场则无充分证据证明其存在羊群效应。

## 4.2 区制转换模型估计

在利用 MSMH(2)-AR(0)和 MSH(2)-AR(1)完成对各时点的所处区制概率估计后，根据式 2-26，表 4-3 为 A 股市场和港股市场的动态 CSAD 模型的估计结果：

表4-3 A股市场和港股市场的CSAD动态模型估计结果

	A股市场		港股市场	
	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)
$\gamma_{0,0}$	0.0117*** (0.0003)	0.0114*** (0.0003)	0.0109*** (0.0002)	0.0107*** (0.0002)
$\gamma_{0,1}$	0.0095*** (0.0002)	0.0109*** (0.0011)	0.0104*** (0.0002)	0.0107*** (0.0016)
$\gamma_{1,0}$	0.3161*** (0.0314)	0.1608** (0.0728)	0.1033*** (0.0344)	0.0907 (0.0687)
$\gamma_{1,1}$	0.3282*** (0.0310)	0.3868*** (0.0670)	0.1342*** (0.0298)	0.1345 (0.1094)
$\gamma_{2,0}$	-0.9255* (0.5441)	0.4162 (3.9838)	3.9689*** (0.9670)	4.5485 (4.3452)
$\gamma_{2,1}$	-1.4618** (0.5789)	-2.2237*** (0.7974)	2.8476*** (0.7415)	2.9061* (1.6183)
$\sigma_0$	1099.8652	204.7896	1487.6381	445.0054
$\sigma_1$	991.7329	56.6763	1640.2318	199.2115
$p_{0,0}$	0.9818	0.4200	0.9877	0.3233
$p_{1,1}$	0.9860	0.7863	0.9859	0.7098
$\tau_0$	55.0785	1.7241	81.0417	1.4777
$\tau_1$	71.1855	4.6804	70.9885	3.4455
logL	-17429.5608	-12462.2511	-17766.3173	-14266.7945
N	2078	2078	2020	2020
Adj. R <sup>2</sup>	0.2708	0.2498	0.2103	0.2088
DW	1.0198	0.9944	1.3555	1.3556

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著，括号内为对应检验的标准差。



其中,  $\tau_i = \frac{1}{1-p_{ii}}$ , 代表市场处于区制  $i$  的期望持续时间;  $\log L$  为马尔可夫区制转换模型的对数似然值。观察表 4-2 结果, 通过比对各模型在两类市场状态下的各参数的差异性, 可以发现中国股市的羊群效应在不同区制状态下呈现出明显的异质性, 且存在较强的非对称性。同时, 市场还存在一定的区制依赖性, 即状态转移概率受到市场已处在当前状态时间长度的影响。

从 CSAD 模型的二次项系数显著性来看, 对于 A 股市场, 当 A 股市场处于区制 1 时, 其二次项系数在 MSMH(2)-AR(0) 和 MSH(2)-AR(1) 中均显著为负, 而当 A 股市场处于区制 0 时, 其二次项系数仅在 MSMH(2)-AR(0) 的 10% 水平上显著为负且绝对值要小于区制 1 水平, 由此可以判断 A 股市场至少在区制 1 上存在显著的羊群效应, 其体现的非对称性补充完善了前文中静态模型的发现。对于港股市场, 发现无论是处于区制 0 还是区制 1, 港股市场的二次项系数在 MSMH(2)-AR(0) 和 MSH(2)-AR(1) 中均没有显著为负, 佐证了港股市场在区制 1 和区制 2 中均不存在羊群效应。

根据马尔可夫模型各区制的参数估计结果, 注意到无论是 MSMH(2)-AR(0) 还是 MSH(2)-AR(1) 模型, 区制 0 的波动率均大于区制 1, 其中对于 A 股市场, 其处于区制 0 的平均持续期要均小于在区制 1 的平均持续期, 说明 A 股市场在大部分时间羊群效应比较强烈, 而港股市场则无明显特征。

观察拟合优度和 DW 统计量, 发现 DW 值偏离 2 的程度较大, 进一步观察残差序列相关图 4-2 与 4-3, 发现滞后项存在三期以内的偏相关系数显著大于 0 的情况, 说明原回归方程均存在 3 阶的序列相关。

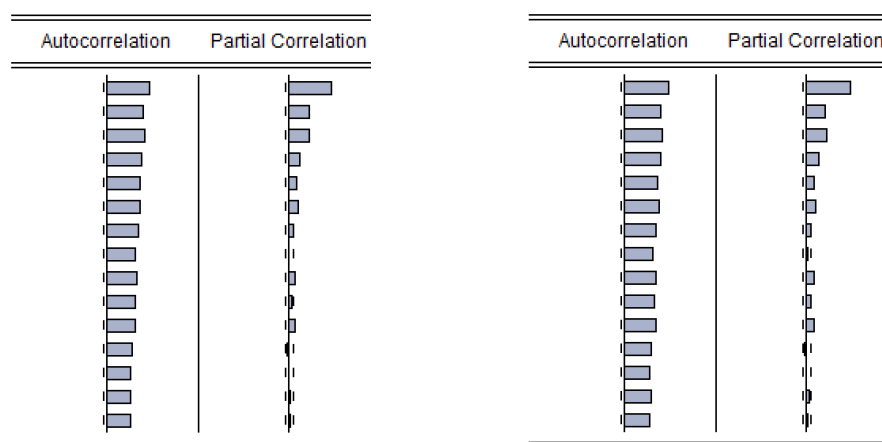


图 4-2 A 股市场 MSMH(2)-AR(0) 模型 (左) 和 MSH(2)-AR(1) 模型 (右) 残差序列相关图

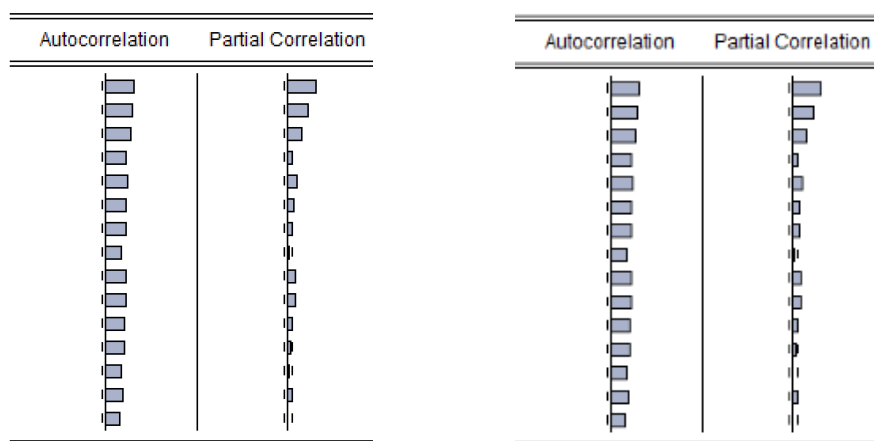


图 4-3 港股市场 MSMH(2)-AR(0)模型（左）和 MSH(2)-AR(1)模型（右）残差序列相关图

同样采用广义差分法，将具有 3 阶自相关性质的残差项用 AR(3)模型来修正并将扰动项的表达式代回到原方程中，修正后的动态 CSAD 模型的参数估计结果如下：

表4-4 A股市场和港股市场的修正后CSAD动态模型估计结果

	A股市场		港股市场	
	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)
$\gamma_{0,0}$	0.0130*** (0.0005)	0.0124*** (0.0005)	0.0112*** (0.0003)	0.0111*** (0.0003)
$\gamma_{0,1}$	0.0109*** (0.0006)	0.0106*** (0.0009)	0.0110*** (0.0003)	0.0119*** (0.0014)
$\gamma_{1,0}$	0.1783*** (0.0209)	0.0884* (0.0494)	0.0527* (0.0294)	0.0551 (0.0590)
$\gamma_{1,1}$	0.1928*** (0.0243)	0.2781*** (0.0456)	0.0913*** (0.0259)	0.0226 (0.0943)
$\gamma_{2,0}$	-1.4618*** (0.3565)	2.8239 (2.7321)	4.1449*** (0.8314)	4.7768 (3.7686)
$\gamma_{2,1}$	-1.3956*** (0.4726)	-2.5648*** (0.5419)	2.4341*** (0.6442)	3.7952*** (1.3802)
$\theta_1$	0.4153*** (0.0214)	0.4253*** (0.0214)	0.2308*** (0.0221)	0.2300*** (0.0221)
$\theta_2$	0.1302*** (0.0232)	0.1304*** (0.0233)	0.1934*** (0.0222)	0.1951*** (0.0222)
$\theta_3$	0.2449*** (0.0214)	0.2467*** (0.0214)	0.1639*** (0.0221)	0.1630*** (0.0221)
$\sigma_0$	1099.8652	204.7896	1487.6381	445.0054
$\sigma_1$	991.7329	56.6763	1640.2318	199.2115
$p_{0,0}$	0.9818	0.4200	0.9877	0.3233
$p_{1,1}$	0.9860	0.7863	0.9859	0.7098
$\tau_0$	55.0785	1.7241	81.0417	1.4777

	A股市场		港股市场	
	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)
$\tau_1$	71.1855	4.6804	70.9885	3.4455
$\log L$	-17429.5608	-12462.2511	-17766.3173	-14266.7945
$N$	2078	2078	2020	2020
$Adj. R^2$	0.5721	0.5720	0.3559	0.3550
DW	2.0585	2.0645	2.0187	2.0189

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著，括号内为对应检验的标准差。

表 4-4 结果可以发现，修正后的动态 CSAD 模型 DW 值均位于 2 附近，说明此时已无明显的序列相关。对于 A 股市场和港股市场，修正模型的二次项系数符号与显著性均与原模型相同，因此前文的结论仍成立，即在 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日的观测时间之内，A 股市场在区制 1 存在明显的羊群效应，港股市场则是无论在区制 1 还是区制 0 都无充足证据证明其存在羊群效应。

由于模型是非线性的，文章主要采用 Wald 检验来评估修正后动态模型的参数稳定性：

表4-5 A股市场和港股市场的修正后动态模型的Wald检验结果

	A股市场		港股市场	
	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)	MSMH(2)-AR(0)	MSH(2)-AR(1)
$\gamma_{0,0} = \gamma_{0,1}$	8.8338***	4.6128**	0.8470	0.5568
$\gamma_{1,0} = \gamma_{1,1}$	0.2040	7.8651***	1.1461	1.0016
$\gamma_{2,0} = \gamma_{2,1}$	0.0125	3.7236*	0.7981	0.5310

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著。

观察 Wald 检验结果，发现对于 A 股，用 MSH(2)-AR(1)估计出的不同区制间的参数具有显著差异，因而对于 A 股的羊群效应评估更倾向采用该模型的结果，即在区制 0 下无充分证据证明存在羊群效应，在区制 1 下羊群效应显著且平均存续时间要比无羊群效应的时间更长；对于港股，两类马尔可夫区制转换模型估计出的参数在统计上均没有显著不同，由于前文的静态模型和动态模型中的双区制均显示无证据证明港股市场存在羊群效应，因而之前的港股市场不存在羊群效应

的结论依然成立。

### 4.3 羊群效应的时变性分析

根据前文参数稳定性的检验结果，本文以 MSH(2)-AR(1)为基础，市场收益率为观测变量，根据 Hamilton 滤波以及 Kim 平滑算法计算了 A 股市场和港股市场处于各区制的概率，下图为各市场处于区制 0 的平滑概率日度时序图：

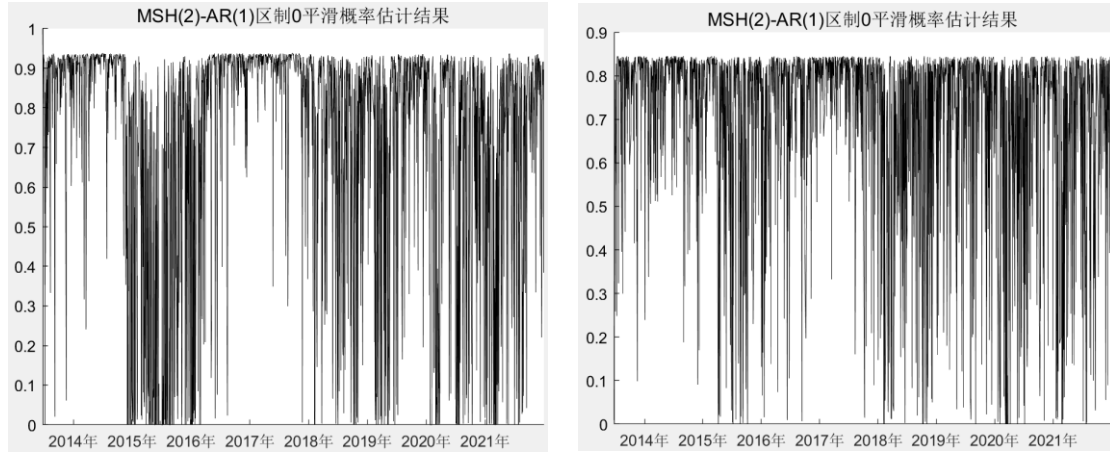


图 4-4 A 股市场（左）和港股市场（右）平滑概率估计结果与区制划分

我们将区制 0 平滑概率大于 0.5 的交易日视为区制 0 市场，由图 4-4 可以发现，A 股市场与港股市场的平滑概率曲线图具有一定的相似性，说明二者的区制划分存在一定的共性，即二者的市场收益率变动存在部分的联动性，由于港股市场中的大部分上市公司主营业务在内地，所以二者市场收益率所受的宏观冲击影响存在较大重叠部分。

然而，相较于港股市场的区制频繁切换，A 股市场的区制依赖性更为明显，如 2015 至 2016 年时期曾长时间处于羊群效应强烈的区制 1 阶段，结合羊群效应的成因，此现象较大可能源于 A 股市场的投资者群体相较港股市场参与者更加容易产生路径依赖，注意到在 2018 年以后 A 股市场的区制切换也更加频繁，体现为市场风格和羊群效应相互作用的机制更加复杂。

为了进一步刻画市场的动态特征，文章将市场各时期所处区制与对应市场指数、市场收益率以及市场波动率结合，以更加系统地分析区制切换和行情变化趋势。其中，市场日波动率以市场日极差波动率表示，其定义为  $\sigma_t^2 = \frac{(\ln H_t - \ln L_t)^2}{4 \ln 2}$ ，其中  $H_t$  为市场指数在 t 日的最高价， $L_t$  为市场指数在 t 日的最低价。A 股市场与港股市场各区制的比较结果呈现如下：

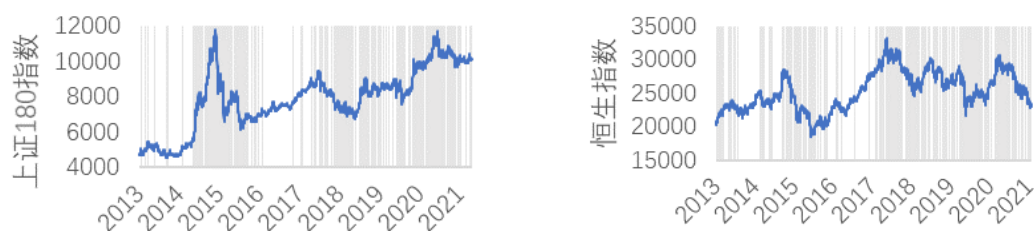


图 4-5 A 股市场（左）和港股市场（右）的大盘指数与区制划分

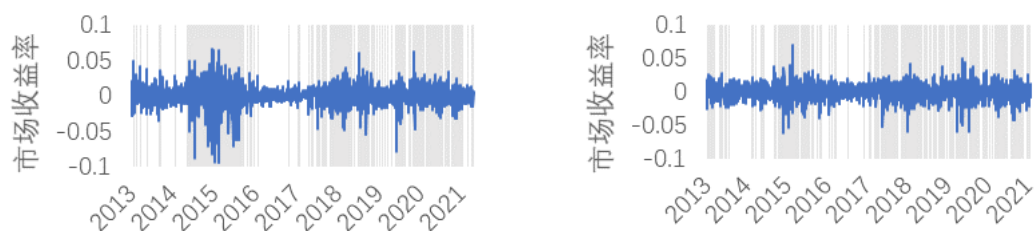


图 4-6 A 股市场（左）和港股市场（右）的市场收益率与区制划分

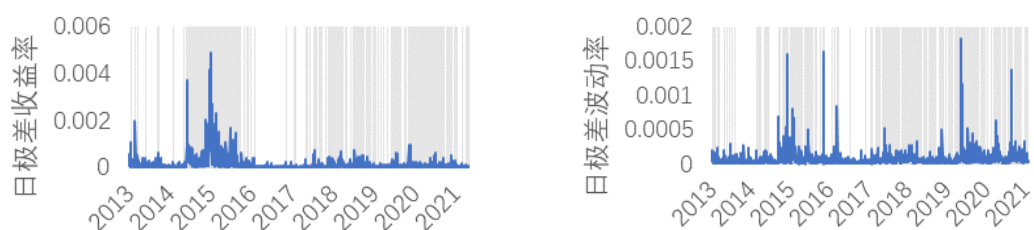


图 4-7 A 股市场（左）和港股市场（右）的市场波动率与区制划分

其中阴影区域说明当前市场处于区制 1 的状态。对于 A 股市场，如图 4-5 所示，A 股市场的区制 1 往往发生在牛熊转换期，说明 A 股市场的投资者倾向于在市场风格切换时采取抱团行为，结合图 4-6 与图 4-7，此一时期往往伴随市场的日度收益率出现更多极端值且日间数据波动强烈，以及日内价格存在较大极差，此时代表性个股的收益率与市场收益率间的绝对偏差会发生收窄现象。

区制 1 所代表的 A 股市场三段牛熊转换期分别为 2015-2016 年，2018-2019 年以及 2020-2021 年。在 2015-2016 年这一阶段，A 股市场经历了由“快牛”向“股灾”的快速切换，宏观经济下行下的“改革牛”表现为投资者开始更关注市场风格而非公司本身业绩，而“杠杆牛”则为大规模杠杆资金进出引发的全市场狂热与崩盘提供了理论支撑；在 2018-2019 年，A 股市场由初期的不断走高转向了全行业普跌，贸易战与去杠杆的事件对经济面和信用面造成多重冲击，风险厌恶的投资者在羊群效应驱动下表现得更加趋同；在 2020-2021 年，A 股市场从初期的下修

迅速转向历史性的牛市，先是由新冠疫情引发的股市崩盘，随后的政策刺激，信心提振以及全行业复苏进一步强化了个股收益率随大盘波动的趋势，同时此一时期也迎来了 A 股市场的机构化时代。

对于港股市场，其在双区制下均未存在明显羊群效应，结合图 4-6 与图 4-7，可以发现区制 1 同样捕捉了港股市场日间收益率变化和日内价格波动的极端时刻。然而不同于 A 股市场，港股市场的高波动区制并不代表羊群效应的显著性，此主要原因为港股市场的开放度更高，且主力军为国际机构投资者，其对概念炒作更加谨慎，即使是在大盘剧烈波动时期，跟风式投资行为也要相对稀有，体现了港股市场更高的成熟度。

下表给出了 A 股市场和港股市场区制统计量的 Mann-Whitney U 差异性检验结果：

**表4-6 A股市场和港股市场区制统计量的差异性检验**

统计量	区制0		区制1		Mann-Whitney
	均值	中位数	均值	中位数	U检验
A 股市场收益率	0.0410%	0.0289%	0.0180%	1.2575%	303567*
A 股市场波动率	0.8103e-04	0.4797e-04	4.2540e-04	2.3485e-04	74040***
港股市场收益率	0.0501%	0.0760%	-0.2492%	-1.5277%	224352***
港股市场波动率	0.5414e-04	0.3667e-04	1.6204e-04	1.0244e-04	102515***

注：\*\*\*、\*\*、\*分别代表在 1%、5%、10%水平上显著。

由表 4-6 可知，所有的区制统计量两两比较均显著不同，说明区制 0 和区制 1 有效地区分了市场的不同状态。相比区制 0，区制 1 对应的市场收益率具有更极端的中位数，并且其对应的波动率均值和中位数均要远大于区制 0 的水平。由此，我们可以将市场波动大小视为两种区制划分的标准。对于 A 股市场，当其处于高波动区制时，其会展现出明显的羊群效应，且该羊群效应存在一定的持续性，当其处于低波动区制时，羊群效应并不明显；对于港股市场，其在高波动区制和低波动区制下均不表现出强烈的羊群效应。

## 第五章 本文结论与建议

### 5.1 结论

传统的羊群效应研究往往局限于静态模型，本文从羊群效应的概念切入，结合前人对羊群效应的成因、影响以及测度模型的研究，基于 CSAD 方法和马尔可夫区制转换模型，以上证 180 指数和恒生指数的大盘收益率以及各自成分股收益率为研究对象，对中国股市中的 A 股市场和港股市场的羊群效应展开了深入探讨，通过对市场进行区制划分来考察其时变性，并得到如下结论：

1. 在 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日的观测区间内，A 股市场在整体上具有显著的羊群效应，而港股市场在整体上羊群效应并不明显。CSAD 作为个股收益率与市场收益率偏离度的度量，在 CAPM 假设中具有与市场收益率绝对值保持线性关系的特征，对于 A 股市场，其 CSAD 指标在市场收益率绝对值增加时偏离线性关系程度较大，说明 A 股市场整体上存在一定的投资行为趋同现象；港股市场的 CSAD 指标与市场收益率绝对值线性关系较为稳定，说明港股市场的投资者相对而言更加倾向于独立决策。

2. A 股市场的羊群效应具有明显的非对称性。在 2013 年 6 月 25 日至 2021 年 12 月 31 日的观测区间内，A 股市场在高波动区制下展现出强烈的羊群效应，且该区制具有更长的平均持续期，在低波动区制下羊群效应并不明显，而港股市场在两类区制下羊群效应均不显著。虽然 A 股市场和港股市场由于所受宏观冲击的相似而在大盘表现和区制划分上具有一定的相似性，但由于二者的投资者结构和交易规则等差异，使得二者在相似的区制中展现出不同强度的羊群效应。

3. 进一步的，发现 A 股市场羊群效应强烈的时期均发生在历史上的牛熊转换期。具体而言，主要的三个阶段分别为 2015-2016 年，2018-2019 年以及 2020-2021 年，此三阶段的共性为个股的收益率受市场整体资金进出的水平影响较大，投资者在市场风格切换迅速时易出现抱团行为。

### 5.2 建议

基于前文对羊群效应成因和影响的梳理以及关于羊群效应时变性的实证结果，本文给出如下建议：

1.监管层应审慎对证券市场实施大规模直接干预。由前文分析可知，2013 年以来 A 股市场的三轮牛熊转换期均有政策信号的大力推波助澜，当投资者仅根据市场情绪快进快出而脱离个股基本面研究时，易放大市场波动并引发全市场长时期的羊群效应，从而不利于金融市场的稳定发展。

2.完善信息披露制度，以提高证券市场的信息披露质量。羊群效应的一大成因来源于信息不对称，为减少上市公司股价的异常波动，A 股市场监管层应学习港股市场的先进经验，完善信息披露标准的界定，加大对虚假披露和误导性陈述的惩罚力度，使上市公司对公开信息的真实性、完整性和及时性尽责，保护投资人的核心权益。

3.投资者应丰富信息收集和分析能力，加强对市场中真伪羊群效应的识别。合理识别并利用羊群效应来发现错误定价，不断拓宽信息获取渠道，夯实对政策信号和基本面研究的分析能力，增强对市场风格切换的敏感度。信息劣势方既要利用羊群效应来作为定价信号的补充，提前发现市场机遇并布局左侧，亦或是提前识别风险并关闭敞口，也要提高心理素质，不使认知过分受市场情绪影响。

4.机构投资者应坚持树立长期投资理念。在深化对基金管理者考核标准改革的同时，要更加注重利用信息禀赋和研究能力优势，坚持长线投资风格以穿越牛熊和建立持续性竞争优势，合理利用规模效应和控制风险资金头寸以分散系统性风险，承担起维护金融市场稳定的责任。



## 参考文献

- [1] Keynes J M. The general theory of employment[J]. The quarterly journal of economics, 1937, 51(2): 209-223.
- [2] Scharfstein D S, Stein J C. Herd behavior and investment[J]. The American economic review, 1990: 465-479.
- [3] Lakonishok J, Shleifer A, Vishny R W. The impact of institutional trading on stock prices[J]. Journal of financial economics, 1992, 32(1): 23-43.
- [4] Maug E, Naik N. Herding and delegated portfolio management[J]. London Business School Mimeo, 1996.
- [5] Bikhchandani S, Sharma S. Herd behavior in financial markets[J]. IMF Staff papers, 2000, 47(3): 279-310.
- [6] Bikhchandani S, Hirshleifer D, Welch I. A theory of fads, fashion, custom, and cultural change as informational cascades[J]. Journal of political Economy, 1992, 100(5): 992-1026.
- [7] Graham J R. Herding among investment newsletters: Theory and evidence[J]. The Journal of Finance, 1999, 54(1): 237-268.
- [8] 李旭, 周德群, 邓云. 个体投资者羊群效应之成因[J]. 统计与决策, 2006 (6): 115-116.
- [9] 罗真, 张宗成. 职业忧虑影响基金经理投资行为的经验分析[J]. 世界经济, 2004, 27(4): 63-71.
- [10] 申明浩, 宋剑波. 基于报酬合约的经理人羊群行为研究[J]. 经济学 (季刊), 2008, 7(3): 1013-1028.
- [11] 李新路. 中国股市个体投资者投资策略的实证分析[J]. 山东经济, 2007, 23(2): 69-72.
- [12] 钟哲. 异质个体条件下股票市场的羊群效应研究[D]. 广东工业大学, 2018.
- [13] 宋军, 吴冲锋. 基于分散度的金融市场的羊群行为研究[J]. 经济研究, 2001, 11(11): 21-27.
- [14] Lakonishok J, Shleifer A, Thaler R H, et al. Window dressing by pension fund

- managers[J]. American Economic Review, 1991, 81(2): 227-231.
- [15] Slim S, Koubaa Y, BenSaida A. Value-at-Risk under Lévy GARCH models: Evidence from global stock markets[J]. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 2017, 46: 30-53.
- [16] 施东晖. 证券投资基金的交易行为及其市场影响[J]. 世界经济, 2001 (10): 26-31.
- [17] 许年行,于上尧,伊志宏.机构投资者羊群行为与股价崩盘风险[J].管理世界,2013(07):31-43.
- [18] 顾荣宝, 刘海飞, 李心丹, 等. 股票市场的羊群行为与波动: 关联及其演化——来自深圳股票市场的证据[J]. 管理科学学报, 2015, 18(11): 82-94.
- [19] Christie W G, Huang R D. Following the pied piper: Do individual returns herd around the market?[J]. Financial Analysts Journal, 1995, 51(4): 31-37.
- [20] Chang E C, Cheng J W, Khorana A. An examination of herd behavior in equity markets: An international perspective[J]. Journal of Banking & Finance, 2000, 24(10): 1651-1679.
- [21] Black F. Capital market equilibrium with restricted borrowing[J]. The Journal of business, 1972, 45(3): 444-455.
- [22] 董纪昌, 纪鹏飞, 董志, 等. 基于 CCK 模型的我国创业板羊群效应研究[J]. 现代管理科学, 2011 (10): 61-63.
- [23] 马丽. 中国股票市场羊群效应实证分析[J]. 南开经济研究, 2016 (1): 144-152.
- [24] 郭白滢, 周任远. 信息互动, 投资决策与股票价格——基于机构投资者信息网络的分析[J]. 金融研究, 2019, 472(10): 188-206.
- [25] 朱菲菲, 李惠璇, 徐建国, 等. 短期羊群行为的影响因素与价格效应——基于高频数据的实证检验[J]. 金融研究, 2019, 469(7): 191-206.
- [26] Chiang T C, Zheng D. An empirical analysis of herd behavior in global stock markets[J]. Journal of Banking & Finance, 2010, 34(8): 1911-1921.
- [27] Schmitt N, Westerhoff F. Herding behaviour and volatility clustering in financial markets[J]. Quantitative Finance, 2017, 17(8): 1187-1203.
- [28] Hamilton J D. A new approach to the economic analysis of nonstationary time

- series and the business cycle[J]. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 1989: 357-384.
- [29] Kim C J. Dynamic linear models with Markov-switching[J]. *Journal of Econometrics*, 1994, 60(1-2): 1-22.
- [30] Fang H, Shen C H, Lee Y H. The dynamic and asymmetric herding behavior of US equity fund managers in the stock market[J]. *International Review of Economics & Finance*, 2017, 49: 353-369.
- [31] Yousaf I, Ali S, Shah S Z A. Herding behavior in Ramadan and financial crises: the case of the Pakistani stock market[J]. *Financial Innovation*, 2018, 4(1): 1-14.
- [32] Mand A A, Sifat I. Static and regime-dependent herding behavior: An emerging market case study[J]. *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, 2021, 29: 100466.
- [33] 郑挺国, 葛厚逸. 中国股市羊群效应的区制转移时变性研究[J]. *金融研究*, 2021, 489(3): 170-187.

## 致谢

时光荏苒，在南京大学 4 年的青葱岁月一晃而过，行文至此，意味着我的本科生涯即将告一段落。在南京大学治学的四年间，“诚朴雄伟，励学敦行”和“嚼得菜根，做得大事”的校训令人如沐春风，四年前稚气未脱的那个少年已然洗尽铅华。在此分别之际，要向一路上不断给予我支持的亲友师长报以最诚挚的感恩：

首先要感谢我的导师孙武军老师。孙老师治学严谨，高度敬业，在本次论文设计过程中，孙老师从选题的指导到总体的把控，都提供了细致的帮助；生活中的孙老师亦师亦友，为人乐观幽默，其处世之道是我学习的榜样。

其次感谢南京大学商学院以及所有教授过我的老师们。商院的老师们授课深入浅出，在我对金融的认知尚浅之际，极大地启发了我对这门学科的兴趣和强化了我对专业知识的吸收，名师们的谆谆教诲为我的生涯规划提供了有益的指导，商院自由宽松的学习氛围则满足了我对多元化发展的一切需求。

此外，还要感谢家人在我论文编写之际提供的无微不至的关怀，以及感谢陪我共同成长和共度时艰的朋友们，是你们的热情和包容让我在这段单调的时日感到不再孤单，得以顺利完成此文。

最后向在百忙之中抽出时间对拙作进行评阅以及参加论文答辩的各位老师致以由衷的感谢。

## 附录

### 两区制一阶自回归马尔可夫区制转换模型

#### 模型定义

$$y_t - \mu_{s_t} = \beta_{s_t} + \alpha_{s_t}(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t})$$

$$Q = \begin{bmatrix} P(s_t = 0) \\ P(s_t = 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{00} & 1 - p_{11} \\ 1 - p_{00} & p_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(s_{t-1} = 0) \\ P(s_{t-1} = 1) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} P(s_0 = 0) \\ P(s_0 = 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 1 - \tau \end{bmatrix}$$

观测变量  $\mathbf{Y}_t = [y_t, y_{t-1}, \dots, y_1, y_0]$ , 状态变量  $s_t \in \{0, 1\}$ 。

待估计参数: 各区制的均值  $\mu_{s_t}$ , 各区制的截距  $\beta_{s_t}$ , 各区制的自回归系数  $\alpha_{s_t}$ ,

各区制的残差标准差  $\sigma_{s_t}$ ; 初始概率分布  $\boldsymbol{\tau}$ , 转移系数  $p_{00}$  和  $p_{11}$ 。

#### Hamilton 滤波算法

滤波:  $\gamma_{t|t} = \begin{bmatrix} P(s_t = 0|Y_t) \\ P(s_t = 1|Y_t) \end{bmatrix}$ , 不带未来信息做推断。

预测:  $\gamma_{t+1|t} = \begin{bmatrix} P(s_{t+1} = 0|Y_t) \\ P(s_{t+1} = 1|Y_t) \end{bmatrix}$ , 跟滤波配合, 给出未来观点。

$$\begin{aligned} \gamma_{t|t} &= \begin{bmatrix} P(s_t = 0|Y_t) \\ P(s_t = 1|Y_t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1})P(s_t = 1|Y_{t-1})}{P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1})P(s_t = 0|Y_{t-1}) + P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1})P(s_t = 1|Y_{t-1})} \\ \frac{P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1})P(s_t = 0|Y_{t-1})}{P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1})P(s_t = 0|Y_{t-1}) + P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1})P(s_t = 1|Y_{t-1})} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1})}{[P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1}), P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1})]\gamma_{t|t-1}} \\ \frac{P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1})}{[P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1}), P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1})]\gamma_{t|t-1}} \end{bmatrix} \odot \gamma_{t|t-1} \\ \gamma_{t+1|t} &= \begin{bmatrix} P(s_{t+1} = 0|Y_t) \\ P(s_{t+1} = 1|Y_t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P(s_{t+1} = 0|s_t = 0)P(s_t = 0|Y_t) + P(s_{t+1} = 0|s_t = 1)P(s_t = 1|Y_t) \\ P(s_{t+1} = 1|s_t = 0)P(s_t = 0|Y_t) + P(s_{t+1} = 1|s_t = 1)P(s_t = 1|Y_t) \end{bmatrix} \\ &= Q\gamma_{t|t} \end{aligned}$$

其中记  $P(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{Y}_{t-1}) = f(y_t|s_t, s_{t-1}, y_{t-1})$

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}, y_{t-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{s_t}} \exp \left[ -\frac{\left( y_t - \mu_{s_t} - \beta_{s_t} - \alpha_{s_t}(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) \right)^2}{2\sigma_{s_t}^2} \right]$$

如果我们再给定初始值  $\gamma_{0|0} = \tau$ ，那么滤波和预测就可以相互迭代了。

### Kim 平滑算法

平滑:  $\gamma_{t|T} = \begin{bmatrix} P(s_t = 0|Y_T, t < T) \\ P(s_t = 1|Y_T, t < T) \end{bmatrix}$ ，利用全局信息做推断，用于模型训练

$$\begin{aligned} P(s_t = 0|Y_T, t < T) \\ &= P(s_{t+1} = 0|Y_T)P(s_t = 0|s_{t+1} = 0, Y_t) + P(s_{t+1} = 1|Y_T)P(s_t = 0|s_{t+1} = 1, Y_t) \\ &= \frac{P(s_{t+1} = 0|Y_T)P(s_t = 0|Y_t)P(s_{t+1} = 0|s_t = 0)}{P(s_{t+1} = 0|Y_t)} \\ &\quad + \frac{P(s_{t+1} = 1|Y_T)P(s_t = 0|Y_t)P(s_{t+1} = 1|s_t = 0)}{P(s_{t+1} = 1|Y_t)} \\ &= \begin{bmatrix} p_{00} \\ 1 - p_{00} \end{bmatrix}' \times (\gamma_{t+1|T} \oplus \gamma_{t+1|t}) \times P(s_t = 0|Y_t) \end{aligned}$$

所以有:

$$\gamma_{t|T} = Q'(\gamma_{t+1|T} \oplus \gamma_{t+1|t}) \odot \gamma_{t|t}$$

由于  $\gamma_{T|T}$  是已知的滤波概率，所以以  $\gamma_{T|T}$  为起点，通过倒推可以求得  $\gamma_{t|T}$ 。

### 马尔可夫区制转换模型的极大似然估计

训练是推断的前一步，用于估计未知参数  $\theta = \{\mu_{s_t}, \beta_{s_t}, \alpha_{s_t}, \sigma_{s_t}, \tau, p_{00}, p_{11}\}$ 。对

数似然函数如下:

$$\begin{aligned} l(Y_T; \theta) &= \sum_{t=1}^T \log P(y_t|Y_{t-1}) = \sum_{t=1}^T \log \left\{ \begin{bmatrix} P(y_t|s_t = 0, Y_{t-1}) \\ P(y_t|s_t = 1, Y_{t-1}) \end{bmatrix}' \times \gamma_{t|t-1} \right\} \\ &= \sum_{t=1}^T \log \left\{ \begin{bmatrix} [f(y_t|0,0,y_{t-1}), f(y_t|0,1,y_{t-1})] \times \gamma_{t-1|t-1} \\ [f(y_t|1,0,y_{t-1}), f(y_t|1,1,y_{t-1})] \times \gamma_{t-1|t-1} \end{bmatrix}' \times \gamma_{t|t-1} \right\} \end{aligned}$$

### EM 算法

由于有状态变量  $s_t$  的存在，直接对  $\theta$  求导无法求得解析解，主要用于评估模型的收敛性。未知参数需采用 EM 算法求解。任何 EM 算法最终都要回到求解以下优化问题:

$$\theta^{(k)} = \arg \max_{\theta} E(l(Y_t, S_t; \theta) | Y_t; \theta^{(k-1)})$$

E 步:  $E(s_t|Y_T; \theta) = P(s_t = 1|Y_T; \theta)$

M 步:

记  $S_t = [s_t, s_{t-1}, \dots, s_1, s_0]$ , 则有:

$$\begin{aligned} \log[P(y_t, s_t|Y_{t-1}, S_{t-1}; \theta)] \\ = (1 - s_t)(1 - s_{t-1})\log[f(y_t|0,0, y_{t-1}; \theta)p_{00}] \\ + (1 - s_t)s_{t-1}\log[f(y_t|0,1, y_{t-1}; \theta)(1 - p_{11})] \\ + s_t(1 - s_{t-1})\log[f(y_t|1,0, y_{t-1}; \theta)(1 - p_{00})] \\ + s_ts_{t-1}\log[f(y_t|1,1, y_{t-1}; \theta)p_{11}] \end{aligned}$$

式中  $s_t$  用 E 步得到的期望值代入, 对  $\theta$  求导时视为常数:

$$\begin{aligned} l(Y_t, S_t; \theta) &= \sum_{t=1}^T \log[P(y_t, s_t|Y_{t-1}, S_{t-1}; \theta)] \\ &= \sum_{t=1}^T \{(1 - s_t)(1 - s_{t-1})\log[f(y_t|s_t = 0, s_{t-1} = 0, y_{t-1}; \theta)] \\ &\quad + (1 - s_t)s_{t-1}\log[f(y_t|s_t = 0, s_{t-1} = 1, y_{t-1}; \theta)] \\ &\quad + s_t(1 - s_{t-1})\log[f(y_t|s_t = 1, s_{t-1} = 0, y_{t-1}; \theta)] \\ &\quad + s_ts_{t-1}\log[f(y_t|s_t = 1, s_{t-1} = 1, y_{t-1}; \theta)] \\ &\quad + (1 - s_t)(1 - s_{t-1})\log p_{00} + (1 - s_t)s_{t-1}\log(1 - p_{11}) \\ &\quad + s_t(1 - s_{t-1})\log(1 - p_{00}) + s_ts_{t-1}\log p_{11}\} \end{aligned}$$

$Q$  的计算和模型形式无关:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(Y_t, S_t; \theta)}{\partial p_{00}} &= \sum_{t=1}^T \left[ \frac{(1 - s_t)(1 - s_{t-1})}{p_{00}} - \frac{s_t(1 - s_{t-1})}{1 - p_{00}} \right] = 0 \\ p_{00} &= \frac{\sum_{t=1}^T (1 - s_t)(1 - s_{t-1})}{\sum_{t=1}^T (1 - s_{t-1})} \\ p_{11} &= \frac{\sum_{t=1}^T s_ts_{t-1}}{\sum_{t=1}^T s_{t-1}} \end{aligned}$$

此外, 用  $\gamma_{0|T}$  作为每轮迭代  $\tau$  的估计值。其他参数的求解取决于模型形式。

EM 算法需要有一个迭代的起点, 通常根据真实序列对  $s_t$  赋值。例如: 如果预测的对象是上行或下行状态, 那么可以使用真实序列环比变化来赋值——连续两期环比上行,  $s_t = 1$ ; 连续两期环比下行,  $s_t = 0$ ; 其他情况,  $s_t = 0.5$ 。再如:

如果预测的对象是高波动或低波动状态，那么可以根据历史波动率的分位数序列来赋值——高波动分位数阈值以上， $s_t = 1$ ；低波动分位数阈值以下， $s_t = 0$ ；两者之间， $s_t = 0.5$ 。

### MSMH(2)-AR(0)参数估计

$\alpha_{s_t} = 0$ ， $\beta_{s_t} = 0$ ， $\mu_{s_t}$ 和 $\sigma_{s_t}$ 因区制而异。

$$y_t - \mu_{s_t} = \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t})$$

$$\frac{\partial l(Y_t, S_t; \theta)}{\partial \mu_0} = \sum_{t=1}^T (1 - s_t) \frac{y_t - \mu_0}{\sigma_0^2} = 0$$

$$\mu_0 = \frac{\sum_{t=1}^T (1 - s_t) y_t}{\sum_{t=1}^T (1 - s_t)}$$

$$\mu_1 = \frac{\sum_{t=1}^T s_t y_t}{\sum_{t=1}^T s_t}$$

$$\frac{\partial l(Y_t, S_t; \theta)}{\partial \sigma_0} = \sum_{t=1}^T (1 - s_t) \left[ \frac{(y_t - \mu_0)^2}{\sigma_0^3} - \frac{1}{\sigma_0} \right] = 0$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (1 - s_t) (y_t - \mu_0)^2}{\sum_{t=1}^T (1 - s_t)}}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \mu_1)^2}{\sum_{t=1}^T s_t}}$$

### MSH(2)-AR(1)参数估计

$\mu_{s_t} = 0$ ， $\beta_{s_t} = 0$ ， $\alpha_{s_t} = \alpha$ ， $\sigma_{s_t}$ 因区制而异。

$$y_t = \alpha_{s_t} y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{s_t})$$

$$\frac{\partial l(Y_t, S_t; \theta)}{\partial \sigma_0} = \sum_{t=1}^T (1 - s_t) \left[ \frac{(y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sigma_0^3} - \frac{1}{\sigma_0} \right] = 0$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (1 - s_t) (y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T (1 - s_t)}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T s_t}$$



$$\frac{\partial l(Y_t, S_t; \theta)}{\partial \alpha} = \sum_{t=1}^T (1-s_t)y_{t-1} \frac{y_t - \alpha y_{t-1}}{\sigma_0^2} + \sum_{t=1}^T s_t y_{t-1} \frac{y_t - \alpha y_{t-1}}{\sigma_1^2}$$

代入  $\sigma_0^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t)(y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T (1-s_t)}$  和  $\sigma_1^2 = \frac{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \alpha y_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T s_t}$ , 有

$$\begin{aligned} \frac{\partial l(Y_t, S_t; \theta)}{\partial \alpha} &= \frac{\sum_{t=1}^T (1-s_t) \sum_{t=1}^T (1-s_t) y_{t-1} (y_t - \alpha y_{t-1})}{\sum_{t=1}^T (1-s_t) (y_t - \alpha y_{t-1})^2} \\ &\quad + \frac{\sum_{t=1}^T s_t \sum_{t=1}^T s_t y_{t-1} (y_t - \alpha y_{t-1})}{\sum_{t=1}^T s_t (y_t - \alpha y_{t-1})^2} = 0 \end{aligned}$$

上式通过变形可化为一元三次方程，取实数解  $\alpha$ ，进一步可得  $\sigma_0^2$  和  $\sigma_1^2$ 。