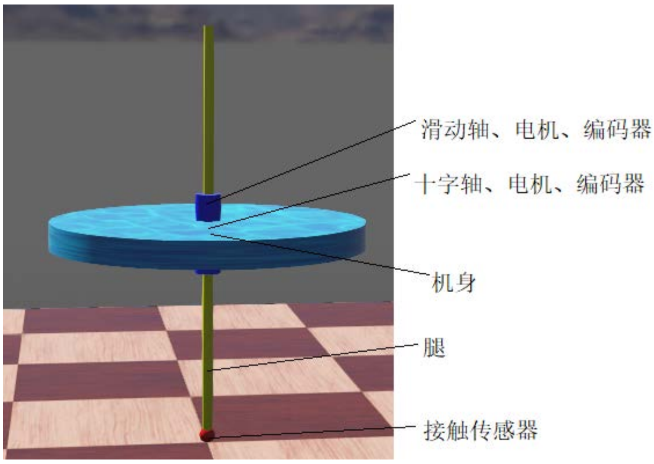
单腿跳跃机器人仿真设计

本文采用 webots2019b 进行仿真，算法主要参考 Marc Raibert 的“legged robots that balance”第二、三章。

1 模型



- 机身高 0.1m，直径 0.6m，重 15kg
- 腿最大长度 1.2m，初始长度 0.8m，直径 0.02m，质量 1kg
- 为模拟能量损耗，滑动轴有 0.2 的滑动摩擦系数和 10 的阻尼，webots 默认单位。

2 控制系统

控制目标为实现单腿跳跃机器人稳定跳跃运动，能跳台阶、越障以及在外力干扰下恢复稳定。单腿跳跃机器人控制系统将跳跃、前进速度和身体姿态作为三个独立的控制问题。

跳跃高度控制（Hopping Heigh）

弹簧倒立摆模型将腿部模拟成一个弹簧，本文采用阻抗控制的方法，通过检测虚拟弹簧的伸长量，来计算滑动关节上直线电机的力 F_s：

$$F_s = k_s\left(r_0 - r\right) \tag{1}$$

上式中，r_0、r 分别为弹簧原长和弹簧实际长度，k_s 是弹簧刚度，弹簧刚度决定了机器人弹跳的频率。

跳跃机器人有节奏的上下跳动，在弹簧腿的作用下，可以认为是机器人物理系统的势能和动能在能量层面的相互转换。在能量转换过程中，必然因阻尼、摩擦、碰撞等因素导致能量损失，结果系统总能量越来越少，弹跳高度越来越低，最终系统失稳。

因此，必须在弹簧腿的伸长阶段（THRUST 相），为机身额外提供一个推力 F_{thrust}，从而补充能量损失：

$$\mathrm{F}_s = k_s\left(r_0 - r\right) + F_{thrust} \tag{2}$$

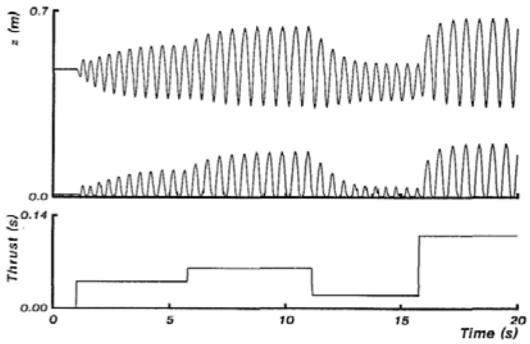
理论上，可以通过下式来计算推力：

推力=（达到所需跳跃高度所需的能量-当前系统总能量）/时间

或者下式：

推力=每个周期系统能量损耗/时间

但这里使用了一种更简单的方法。直观理解，**系统的能量损失应该是随着跳跃高度的增加而增加的，因此能量损失与跳跃高度是单调函数关系，所以对于每个固定的推力大小存在唯一的稳定跳跃高度，并且推力越大跳跃高度越大。**实际上，推力和跳跃高度之间的关系非常复杂，无法直接理论求解。Marc Raibert 采用了实验标定的方法，然后从中挑选一个比较稳定的推力大小。



如上图，图中 thrust 为推力，z 为高度。最上面曲线是质心高度，中间是足底高度，最下面曲线是推力大小。每隔 5s 改变一次推力的大小，可见机身高度与推力成正相关关系。

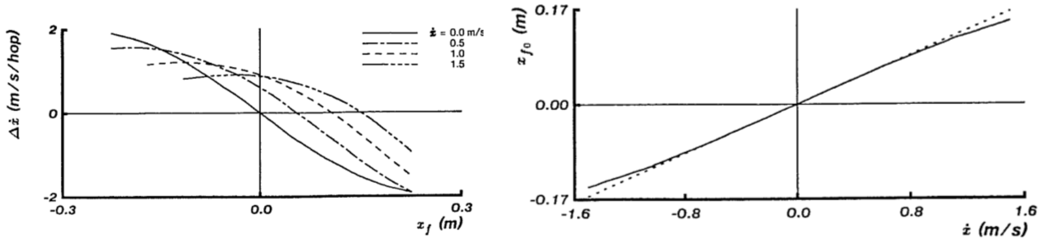
水平速度控制（Control Forward Speed）

核心思想：足底在飞行相结束时第一次接触地面时的位置（落地点）决定了随后支撑相的加速度。作者提出了三个概念：

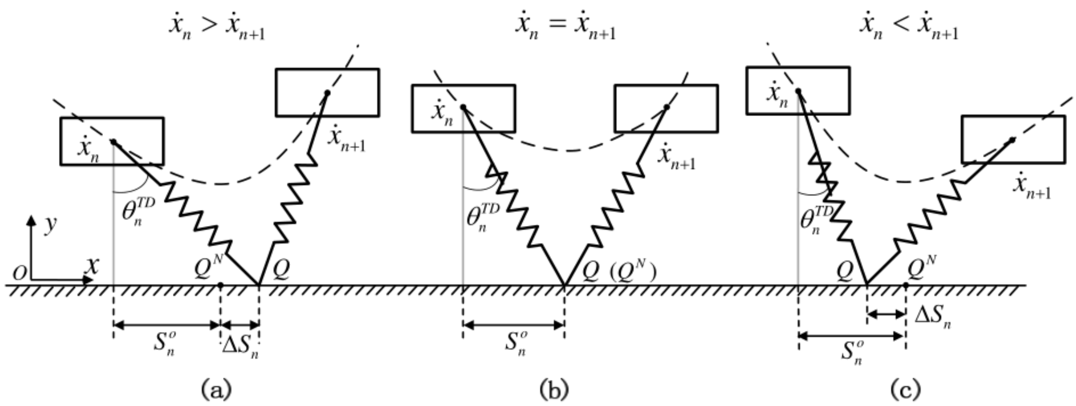
水平速度（Forward Speed）：机身水平方向的前进速度。

净加速度（net forward acceleration）：支撑相开始到支撑相结束这段时间机身水平速度增量。注意：在飞行相，忽略空气阻力，仅受重力时，机身水平速度不会改变。

中性点（neutral point）：对于每个水平速度，都有一个唯一的落地点，在此落地点上净加速度为 0。



图中 x_f 为落地点，$\dot{x}$ 为水平速度，$\Delta\dot{x}$ 为净加速度。图左：对于不同的水平速度，总有一个落地点，使得净加速度为0，这一点称为中性点。图右：水平速度与中性点之间的关系，水平速度小于1m/s 时，几乎是条直线。



如上图，S_n^o 表示中性点位置。

a：当落地点在落在比中性点远的位置时，一部分动能转化为势能，系统在支撑相阶段减速，净加速度<0。

b: 当落地点在落在中性点时，一部分动能转化为势能，净加速度=0。

c: 当落地点在落在比中性点近的位置时，一部分势能转化为动能，系统在支撑相阶段加速，净加速度>0。

因此，落地点决定了支撑相的净加速度，通过净加速度可以调整水平速度。

计算落地点

落足点的计算包含两个因素：一个是通过估计水平速度，来估计中性点的位置；第二个是水平速度的误差用于计算净加速度，从而计算为了实现这个净加速度，落足点相对于中性点的偏移量。两者直接相加，得到落足点。

首先计算中性点：

$$\mathbf{x}_{f0} = \frac{\dot{\mathbf{x}} T_s}{2} \tag{3}$$

上式中，$\dot{\mathbf{x}}$ 为水平速度的状态估计，其算法在后续小节中详细介绍。T_s 为上一个支撑相的持续时间，即足底传感器触地到足底传感器离地的时间。

为了使机器变速，控制系统引入了不对称性。需要加速来稳定水平速度，以防止误差和外部干扰，并从一个水平速度改变到另一个水平速度。为了主动地给机器人变速，控制系统主动在落地点和中性点之间增加一个偏移量，使用水平速度误差的线性函数来确定该偏移量：

$$\mathbf{x}_{f\Delta} = \mathbf{k}_{\dot{x}} (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) \tag{4}$$

其中，$\dot{\mathbf{x}}$ 是水平速度的状态估计，$\mathbf{k}_{\dot{x}}$ 是可调的反馈增益，$\dot{\mathbf{x}}_d$ 是期望速度。本文中，含有下标 d 的符号，不加说明时都是指期望值（desire）。

结合（1）（2）可得：

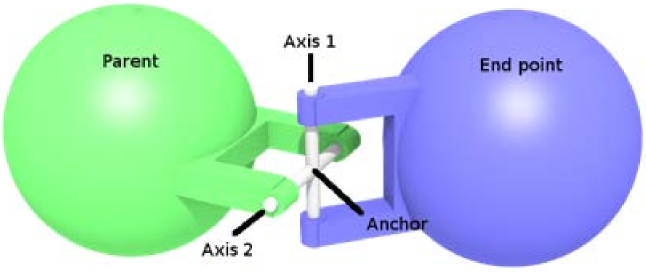
$$\mathbf{x}_f = \frac{\dot{\mathbf{x}} T_s}{2} + \mathbf{k}_{\dot{x}} (\dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_d) \tag{5}$$

注意，上式中落足点为{**H**}坐标系下落足点，具体定义见下一节。

控制落足点

定义三个坐标系{W}、{H}和{B}。坐标系{W}是在实验室固定的世界坐标系。坐标系{H}的原点随髋部移动，但其方向与{W}的方向保持平行。对于{W}和{H}，y 与重力矢量对齐并向上为正。{B}固定在机身上，原点与{H}相同。参考 webots 惯性单元，可得旋转变换：

$$\begin{cases} {}_{H}^{B}\mathbf{R} = RotY(yaw)RotZ(pitch)RotX(roll) \\ {}_{B}^{H}\mathbf{R} = {}_{H}^{B}\mathbf{R}^{T} \\ {}^{H}\mathbf{p} = {}_{H}^{B}\mathbf{R}\,{}^{B}\mathbf{p} \\ {}^{B}\mathbf{p} = {}_{B}^{H}\mathbf{R}\,{}^{H}\mathbf{p} \end{cases} \tag{6}$$



Hinge 2 joint

X 轴电机和 Z 轴电机虽然在同一空间位置上，但其转动顺序对运动学解有影响。参考上图 webots 的 hinge2jiont 模型，可见 Axis2（对应 Z 轴电机）在 Parent 节点上，Axis1（对应 X 轴电机）在 End point 节点上，因此逆运动学为：

$$\begin{cases} \gamma_{xd} = atan\left(\dfrac{-z}{-y}\right) \\ r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \gamma_{zd} = asin\left(\dfrac{x}{r}\right) \end{cases} \tag{7}$$

其中，r 为杆长，可直接由距离传感器测得。${}^{B}p = \begin{bmatrix} x & y & z & 1 \end{bmatrix}^{T}$ 为{B}坐标系下足底坐标。

采用一个简单的线性伺服系统控制关节角度：

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{k}_{p}(\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{\gamma}_{d}) - \mathbf{k}_{v}\dot{\boldsymbol{\gamma}} \tag{8}$$

上式中，$\boldsymbol{\tau}$ 是关节电机的扭矩，$\boldsymbol{\gamma}$、$\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ 是传感器测得的关节位置和速度，$\boldsymbol{\gamma}_{\mathbf{d}}$ 是期望关节角。$\mathbf{k}_{\mathbf{p}}\mathbf{k}_{\mathbf{v}}$ 分别是伺服系统的弹簧和阻尼。

水平速度的状态估计

在飞行阶段，不考虑空气阻力，仅受垂直方向的重力，水平速度不变。因此水平速度

的状态估计是在支撑相实现的，正运动 if 学：

$$
{}^{B}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} r \bullet sin\gamma_z \\ -r \bullet cos\gamma_z cos\gamma_x \\ -r \bullet cos\gamma_z sin\gamma_x \\ 1 \end{bmatrix} \tag{9}
$$

转换到{**H**}坐标系下：

$$
{}^{H}\mathbf{p} = {}^{B}_{H}\mathbf{T}\,{}^{B}\mathbf{p} \tag{10}
$$

假设足底不打滑，即足底点与世界坐标系刚性连接，则足底在{**H**}下的运动与{**H**}在{**W**}下的运动大小相等，方向相反。即：

$$
\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -{}^{H}\dot{\mathbf{p}}.x \\ -{}^{H}\dot{\mathbf{p}}.\mathrm{z} \end{bmatrix} \tag{11}
$$

姿态控制（Control Body Attitude）

控制系统通过在支撑相对臀部关节施加扭矩来保持身体姿态。由于角动量在飞行过程中是守恒的，所以只有支撑相才能改变系统的角动量。在支撑相，脚和地面之间的摩擦允许向身体施加扭矩，而不会引起腿部较大的加速度。控制系统通过一个线性伺服来实现：

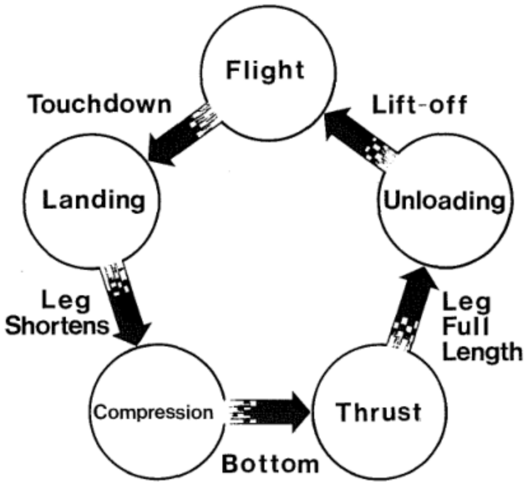
$$
\boldsymbol{\tau} = -\left(-\mathbf{k}_p\left(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_d\right) - \mathbf{k}_v\dot{\boldsymbol{\theta}}\right) \tag{12}
$$

其中，$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} pitch \\ roll \end{bmatrix}$,注意，尽管陀螺仪的正方向和关节电机传感器的正方向相同，但是关节电机的扭矩作用在腿部和作用在身体上的方向是相反的，因此式 12 和式 8 差了一个负号。

状态机

跳跃机器人根据自身的运行阶段，分为五种状态，这五种状态名称、触发条件、以及在该状态下机器人执行的命令见下表：

状态	触发事件	行为
LOADING	足底传感器触地	臀部扭矩为 0 腿模拟弹簧
COMPRESSION	腿长小于阈值	臀部调整机身姿态 腿模拟弹簧
THRUST	腿长导数为正	臀部调整机身姿态 腿模拟弹簧+推力（thrust）
UNLOADING	腿长大于阈值	臀部扭矩为 0 腿模拟弹簧
FLIGHT	足底传感器离地	控制足底移动到落足点 腿部保持最大伸长量



讨论群:

legged robot that balance

扫一扫二维码，加入该群。