

# 离散数学

## 1 自反、对称、传递 ※※

对于集合  $A$  上的关系  $R$  (例如大于、小于)

- 自反: 如果  $a$  是  $A$  的元素, 那么  $\langle a, a \rangle$  是  $R$  的元素
- 对称: 如果  $\langle a, b \rangle$  是  $R$  的元素, 那么  $\langle b, a \rangle$  是  $R$  的元素
- 传递: 如果  $\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle$  是  $R$  的元素, 那么  $\langle a, c \rangle$  是  $R$  的元素

## 2 等价关系和等价类 ※※※

**等价关系**: 非空集合  $A$  上的一个关系  $R$ , 同时满足**自反性**、**对称性**和**传递性**, 则  $R$  为集合  $A$  上的等价关系

**等价类**: 集合  $A$  中所有与元素  $a$  等价的元素构成的集合, 叫  $a$  的等价类

## 3 偏序关系、全序关系 ※※

**偏序关系**: 满足自反性、反对称性和传递性 (例:  $\leq$ , 被整除)

- **反对称性**: 如果  $aRb$  且  $bRa$ , 则必须有  $a=b$

**全序关系**: 满足偏序关系, 并且任意两个元素都是可比较的 (例:  $\leq$ )

## 4 命题逻辑和谓词逻辑 ※

**命题逻辑**: 关注命题, 即可判断为真假的陈述句。**谓词逻辑**: 引入谓词概念。谓词是带参数的函数

非、合取、析取、异或、蕴含、等价是命题逻辑的连接词

## 5 哈密顿图、欧拉图 ※※※

**哈密顿图**: 存在一个哈密顿路径 (经过图中每个顶点恰好一次的路径)。若路径起点和终点相连, 则哈密顿环

**欧拉图**: 经过图中每条边恰好一次。若路径起点和终点相同, 形成一闭合回路, 则欧拉回路

- **无向图**存在欧拉回路的充要条件: 连通图, 且图所有顶点**度数为偶数**
- **有向图**存在欧拉回路的充要条件: 连通图, 且所有顶点**入度=出度**

## 6 幂集、笛卡尔积 ※※

**幂集**: 集合的**全体子集**构成的集合 (包含空集)

**笛卡尔积**: 集合  $A$  的元素为第一个分量,  $B$  的元素为第二个分量, 所有可能有序对的集合

## 7 二元关系 ※※

二元关系是定义在两个集合上的关系, 是有序对的集合 ( $A$ 和 $B$ **笛卡尔积的子集**)

## 8 单射、满射、双射 ※※

- **单射**: 集合  $A$  中的每个元素映射到  $B$  的唯一元素
- **满射**: 集合  $B$  的每个元素都有至少一个  $A$  的元素映射到它

- **双射**：集合A和B之间存在一一对应的关系

## 9 集合的划分、基数 ※※

---

**集合的划分**：把集合分成若干子集，使得各子集互不相交，且所有子集并集为全集

**基数**：集合的元素个数

## 10 树 ※※

---

树是一个 **无环 无向 连通图**，任意两个顶点之间存在唯一的简单路径。**顶点数=边数+1**

## 11 图 ※※

---

$G(V, E)$ ：顶点集合+边集合

- **简单图**：没有自环和多重边
- **完全图**：每对顶点之间都有一条边
- **度**（无向图）：一个顶点边的数量。**入度**（有向图）：指向该点的边数，**出度**：指向其他顶点的边数