

离散数学

离散数学

- 1 自反、对称、传递 ※※
- 2 等价关系和等价类 ※※※
- 3 偏序关系、全序关系、良序 ※※
- 4 命题逻辑和谓词逻辑 ※
- 5 哈密顿图、欧拉图 ※※※
- 6 幂集、笛卡尔积 ※※
- 7 二元关系 ※※
- 8 单射、满射、双射 ※※
- 9 集合的划分、基数 ※※
- 10 树 ※※
- 11 图 ※※

1 自反、对称、传递 ※※

对于集合 A 上的关系 R （例如大于、小于）

- 自反：如果 a 是 A 的元素，那么 $\langle a, a \rangle$ 是 R 的元素
- 对称：如果 $\langle a, b \rangle$ 是 R 的元素，那么 $\langle b, a \rangle$ 是 R 的元素
- 传递：如果 $\langle a, b \rangle, \langle b, c \rangle$ 是 R 的元素，那么 $\langle a, c \rangle$ 是 R 的元素

2 等价关系和等价类 ※※※

等价关系：非空集合 A 上的一个关系 R ，同时满足**自反性**、**对称性**和**传递性**，则 R 为集合 A 上的等价关系

等价类：集合 A 中所有与元素 a 等价的元素构成的集合，叫 a 的等价类

3 偏序关系、全序关系、良序 ※※

偏序关系：满足**自反性**、**反对称性**和**传递性**（例： \leq ，被整除）

- 其中的**反对称性**是指：如果 aRb (a 与 b 有关系 R) 且 bRa ，则必须有 $a=b$

全序关系：满足偏序关系，并且任意两个元素都是可比较的（例： $\langle I, \leq \rangle$ 是全序，而 $\langle \{1,2\}, \text{包含关系} \rangle$ 不是）

良序：关系的每个非空子集都有最小元（ $\langle I, \leq \rangle$ 、 $\langle N, \geq \rangle$ 不是良序，但 $\langle N, \leq \rangle$ 是良序）

4 命题逻辑和谓词逻辑 ※

命题逻辑：关注命题，即可判断为真假的陈述句。**谓词逻辑**：引入谓词概念。谓词是带参数的函数

非、合取、析取、异或、蕴含、等价是命题逻辑的连接词

5 哈密顿图、欧拉图 ※※※

哈密顿图：存在一个哈密顿路径（经过图中每个顶点恰好一次的路径）。若路径起点和终点相连，则**哈密顿环**，若非闭合则**哈密顿通路**

欧拉图：经过图中每条边恰好一次。若路径起点和终点相同，形成一闭合回路，则欧拉回路

- 无向图存在欧拉回路的充要条件：连通图，且图所有顶点**度数为偶数**

- **有向图**存在欧拉回路的充要条件：连通图，且所有顶点**入度=出度**

6 幂集、笛卡尔积 ※※

幂集：集合的**全体子集**构成的集合（包含空集）

笛卡尔积：集合A的元素为第一个分量，B的元素为第二个分量，所有可能有序对的集合

7 二元关系 ※※

二元关系是定义在两个集合上的关系，是有序对的集合（A和B**笛卡尔积的子集**）

8 单射、满射、双射 ※※

- **单射**：集合A中的每个元素映射到B的唯一元素
- **满射**：集合B的每个元素都有至少一个A的元素映射到它
- **双射**：集合A和B之间存在一一对应的关系

9 集合的划分、基数 ※※

集合的划分：把集合分成若干子集，使得各子集互不相交，且所有子集并集为全集

基数：集合的元素个数

10 树 ※※

树是一个 **无环 无向 连通图**，任意两个顶点之间存在唯一的简单路径。**顶点数=边数+1**

11 图 ※※

$G(V, E)$ ：顶点集合+边集合

- **简单图**：没有自环和多重边
- **完全图**：每对顶点之间都有一条边
- **度**（无向图）：一个顶点边的数量。**入度**（有向图）：指向该点的边数，**出度**：指向其他顶点的边数