天文物理导论笔记

GasinAn

2021 年 12 月 15 日

Printed in China

目录

第一章　天球
The Celestial Sphere

会合周期 (synodic period) S.

$$1/S = \left|1/P - 1/P_{\oplus}\right|.$$

通过定义自己推推就推出来了嘛~

赤经 (right ascension) α, 赤纬 (declination) δ.

$$(\Delta\theta)^2 = (\Delta\alpha\cos\delta)^2 + (\Delta\delta)^2$$

记忆方法: 当成勾股定理. 懒得写了, 自己想.

北天极的高度角等于地理纬度, 由此自己推算在天体上中天时刻, 天体赤纬, 天体天顶距和地理纬度的关系[1].

[1] 这是本宝宝留给你们的作业题! 哼!

第二章　天体力学 Celestial Mechanics

看我 PPT.

圆锥曲线 (conic section) 统一方程

$$r = \frac{ed}{1 + e\cos\theta}.$$

椭圆 (ellipse), $ed = a(1 - e^2)$. 抛物线 (parabola), $ed = 2p$. 双曲线 (hyperbola), $ed = a(1 + e^2)$.

半长轴长 (semimajor axis) a, 半短轴长 (semimajor axis) b, 离心率 (eccentricity) e.

焦点 (focal point), 近 ?? 点 (perhelion), 远 ?? 点 (aphelion).

椭圆面积 $A = \pi ab$. 证明: 把单位圆横轴方向拉长 a 倍, 纵轴方向拉长 b 倍.

逃逸速度 (escape velocity) v_{esc}.

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/r}.$$

第二宇宙速度 11.2 km/s.

质心 (center of mass) $\boldsymbol{R}$.

$$\boldsymbol{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \boldsymbol{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$

折合质量 (reduced mass) μ.

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

二体问题, 把坐标系建在其中一个天体上, 将其质量强行定为 $M = m_1 + m_2$, 另一天体质量强行定为 μ, 把日地系统的 Kepler 三定律, 和日地系统中地球

的机械能和角动量的表达式中的 $M_\odot$ 都换成 M, $M_\oplus$ 都换成 μ, 就能得到二体问题的 Kepler 三定律和两天体的总机械能和角动量.

一些有用的表达式.

$$ed = \frac{1}{GM}\frac{L^2}{\mu^2}.$$

$$\mathrm{d}A = \frac{1}{2}\frac{L}{\mu}\mathrm{d}t$$

$$k = \frac{4\pi^2}{GM}.$$

完蛋了, 把 Kepler 三定律直接给出来了… 第一式推导: 计算 perhelion 处的 L, r 有了, v 用机械能的表达式算. 第二式推导: 三角形面积是两条边的叉乘的长度的二分之一. 第三式推导: 假装轨道是圆的.

(老师没讲但很重要!) 总机械能 E.

$$E = \begin{cases} -\frac{GM}{2a} & \text{椭圆}, \\ 0 & \text{抛物}, \\ \frac{GM}{2a} & \text{双曲}. \end{cases}$$

维里定理 (virial theorem): 系统, 平均总动能 $\langle T \rangle$, 平均总势能 $\langle V \rangle$, 平均总机械能 $\langle E \rangle$,

$$2\langle T \rangle + \langle V \rangle = 0,$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2}\langle V \rangle.$$

推论: 系统稳定, 平均总机械能必小于 0.

第三章 光的连续谱 The Continuous Spectrum of Light

视差 (parallax angle): 从天体上看, 地球和太阳的最大角距离.

$1\text{rad} \simeq 206265''$, $1\text{pc} \simeq 206265\text{AU} \simeq 3.26\text{ly}$.

视星等 (apparent magnitude) m. 辐射流量 (radiant flux) F: 仪器单位面积每秒接收到的能量. 光度 (luminosity) L: 天体每秒辐射的总能量.

$$m - m_0 = -2.5 \lg \frac{F}{F_0}, F = 100^{-(m-m_0)/5} F_0.$$

记忆法: 视星等五等, 亮度一百倍; 视星等越小越亮.

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}.$$

绝对星等 (absolute magnitude) M: 10pc 处视星等. 距离模数 (distance modulus) $m - M$. 作业: 推导距离模数公式.

Stefan–Boltzmann 律: $F = \sigma T^4$. $B(T) = \sigma T^4/\pi$: 黑体垂直于单位面元方向单位立体角内单位时间辐射的能量.

$$F = \int_{\theta \in [0,\pi]} B \cos\theta \, \mathrm{d}\Omega.$$

Wien 位移[1]律: $\lambda_{\max} T \simeq (500\text{nm})(6000\text{K})$.

Planck 函数:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3/c^2}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

[1] “位移” 的英文是 displacement.

$B_\nu(T)$ 单位: $\mathrm{J/(Hz \cdot s \cdot m^2 \cdot sr)}$. 作业: 推导 $B_\lambda(T)$.

Planck 函数的证明:

$$u_\nu(T) = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T).$$

$$[u_\nu(T)\mathrm{d}\nu]V = \bar{\epsilon}(\nu) g(\nu) \mathrm{d}\nu.$$

$$\bar{\epsilon}(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \sum_n (nh\nu) \frac{e^{-nh\nu/kT}}{\sum_n e^{-nh\nu/kT}}.$$

$$g(\nu)\mathrm{d}\nu = 2\left[4\pi \left(\frac{L\nu}{c}\right)^2 \mathrm{d}\left(\frac{L\nu}{c}\right)\right].$$

色指数 (color index) $X - Y$: 不同 “波段” 视星等的差, 等于不同 “波段” 绝对星等的差. 热星等 (bolometric magnitude) m_{bol} 和 M_{bol}: 全波段星等. 热改正 (bolometric correction) $BC = m_{\mathrm{bol}} - V = M_{\mathrm{bol}} - M_V$.

颜色-颜色图[2](color-color diagram): 横轴某色指数, 纵轴另一个. 黑体一条直线, 恒星线在黑体线下.

[2]不是色色图! 不是!

第四章　狭义相对论 The Theory of Special Relativity

太简单了, 没啥好记的.

第五章　光与物质的相互作用 The Interaction of Light and Matter

Kirchhoff 律:

1. 热致密气体或热固体产生连续谱, 无吸收线.
2. 热弥漫气体带发射线.
3. 冷弥漫气体在连续谱源前, 连续谱带吸收线.

补充内容:

刻线间距 d, 反射光与光栅法线夹角 θ, 光谱阶数 n, 波长 λ, $d\sin\theta = n\lambda$.

波长 λ, 可分辨的最小波长差 $\Delta\lambda$, 光谱阶数 n, 刻线总数 N, 分辨本领 (resolving power) $R = \lambda/\Delta\lambda = nN$.

Compton 效应: 高能光子打低能 (静止) 电子, 光子波长变长. 逆 Compton 效应: 低能光子打高能电子, 光子波长变短. $\Delta\lambda = 1 - \cos\theta$.

$E_n = E_1/n^2$, $r_n = n^2 r_1$. $E_1 \simeq -13.6\text{eV}$, $r_1 \simeq 0.05\text{nm}$.

HI 量子数 (n, l, m_l, m_s). 主量子数 $n \in \mathbb{N}_+$, 轨道量子数 $l = 0, \ldots, n-1$, 轨道磁量子数 $m_l = -l, \ldots, l$, 自旋磁量子数 $m_s = -1/2, 1/2$ $(s = 1/2)$. 磁场方向为 z 方向, 轨道角动量 $L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$, z 方向轨道角动量 $L_z = m_l\hbar$, 自旋角动量 $S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = (\sqrt{3}/2)\hbar$, z 方向自旋角动量 $S_z = m_s\hbar$.

选择定则: $\Delta l = \pm 1$, $\Delta m_l = 0$ 或 ± 1 ($0 \to 0$ 禁戒).

第六章　望远镜 Telescopes

焦比 (focal ratio) F: 焦距与口径之比.

Airy 斑[1], $\theta \simeq 1.22(\lambda/D)$.

主动光学 (active optics): 消除由于热效应和望远镜移动时反射镜上重力变化造成的镜面变形. 每秒一次至百秒一次.

自适应光学 (adaptive optics): 消除由于大气湍动造成的星像变形. 每秒数十次至每秒数百次.

补充内容:

Snell 律: $n_{1\lambda}\sin\theta_1 = n_{2\lambda}\sin\theta_2$, $n_\lambda := c/v_\lambda$.

透镜靠近光轴处, lensmaker's formula:

$$\frac{1}{f_\lambda} = (n_\lambda - 1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

f_λ 是凸透镜 (converging lens) 为正, 凹透镜 (diverging lens) 为负. R 是镜面向外凸为正, 向内凹为负.

球面反射镜靠近光轴处 $|f| = R/2$, 凹面镜 (converging mirror) 为正, 凸面镜 (diverging mirror) 为负.

近光轴, 底片比例尺 (plate scale) $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}y = 1/f$.

衍射极限 $\theta_{\min} \simeq 1.22(\lambda/D)$.

畸变 (aberration):

- 色差 (chromatic aberration): 折射镜, 折射率不同, 焦距不一, 色散.
- 球差 (spherical aberration): (球面镜) 光不沿光轴时, 汇聚到光轴不同位置. 用抛物面镜解决.

[1] "斑的英文是 disk."

- 彗差 (coma): 抛物面焦距依赖于角度.
- 散光 (astigmatism): 镜子不同部分焦点不同.
- 场曲 (curvature of field): 设计镜子修正散光后, 焦面不是平面.
- 场变 (distortion of field): 设计镜子修正散光后, 底片比例尺与光和光轴的距离相关, 图像变形.

照度 (illumination) J: 接收器单位面积单位时间接收到的能量.
$J \propto F^{-2}$.
焦点系统:

- 主焦点 (prime focus): 反射到中间.
- Newtonian: 加平面镜, 反射到旁边.
- Cassegrain: 主镜抛物面, 加凸面镜, 反射到主镜的洞里, 焦距增大.
- Ritchey–Chrétien: Cassegrain 主镜抛物面 $\to$ 双曲面.
- 折轴式 (coudé): Cassegrain 再加平面镜, 反射到旁边.

Schmidt: 球面 + 旋转四次曲面.
$1\,\mathrm{Jy} = 10^{-26}\,\mathrm{W/(m^2 \cdot Hz)}$. $1\,\mathrm{erg} = 10^{-7}\,\mathrm{J}$.

第七章　双星和恒星参量 Binary Systems and Stellar Parameters

分类:

- 光学双星 (optical double): 假的.
- 视双星 (visual binary): 都能看到, 可分辨开.
- 天体测量双星 (astrometric binary): 一个可见, 振荡运动.
- 食双星 (eclipsing binary): 有掩食.
- 光谱双星 (spectrum binary): 两个堆叠的, 独立的, 可识别的光谱.
- 分光双星 (spectroscopic binary): 谱线周期性运动.

质量函数 (mass function): 分光双星, $Pv_{\mathrm{ir,max}}^3/2\pi G$.

补充内容:

视双星. i: 长轴与天球切面夹角. $\tilde{\alpha}_1$, $\tilde{\alpha}_2$: 星和自己轨道对称中心的最大角距离. d: 双星-地球距离. i 是可推定的.

$$\begin{cases} m_1\tilde{\alpha}_1 = m_2\tilde{\alpha}_2, \\ a\cos i = (\tilde{\alpha}_1 + \tilde{\alpha}_2)d. \end{cases}$$

分光双星, $e \simeq 0$. i: 长轴与天球切面夹角. $v_{\mathrm{1r,max}}$, $v_{\mathrm{2r,max}}$: 星视向速度最大值. P: 双星运动周期. $\langle \sin^3 i \rangle \simeq 2/3$.

$$\begin{cases} m_1 v_{\mathrm{1r,max}} = m_2 v_{\mathrm{2r,max}}, \\ 2\pi a = [(v_{\mathrm{1r,max}} + v_{\mathrm{2r,max}})/\sin i]P. \end{cases}$$

分光食双星, $i \simeq 90^\circ$, $e \simeq 0$, $a \gg R$. t_a: 亮度开始下降到主极小的时刻. t_b: 亮度下降到主极小的时刻. t_c: 亮度开始从主极小上升的时刻. v: 双星相对速度.

$$\begin{cases} 2R_{小} = v(t_\mathrm{b} - t_\mathrm{a}), \\ 2R_{大} = v(t_\mathrm{c} - t_\mathrm{a}). \end{cases}$$

食双星, $i \simeq 90^\circ$, 忽略临边昏暗. B_max: 亮度极大值. B_pmin: 亮度主极小值. B_smin: 亮度次极小值.

$$\begin{cases} B_\mathrm{max} \propto \pi R_{小}^2 \sigma T_{小}^4 + \pi R_{大}^2 \sigma T_{大}^4, \\ B_\mathrm{pmin} \propto \pi R_{大}^2 \sigma T_{大}^4 \\ B_\mathrm{smin} \propto \pi R_{小}^2 \sigma T_{小}^4 + (\pi R_{大}^2 - \pi R_{小}^2) \sigma T_{大}^4. \end{cases}$$

第八章　恒星光谱分类 The Classification of Stellar Spectra

Havard 光谱分类: OBAFGKM, LT.

Morgan–Keenan(MK) 光度级: Ia-O, Ia–Ib, II–V, VI(sd), D.

Boltzmann 方程:

$$P \propto g\, e^{-E/kT}.$$

Maxwell–Boltzmann 速度分布函数: 根据 Boltzmann 方程, 对于理想气体, $\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z$ 内的概率正比于 $e^{-m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)/2kT}$, 或者写成

$$p(v_x, v_y, v_z)\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z \propto e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z.$$

Gauss 积分, $e^{-\xi^2/2\sigma^2}$ 归一化系数是 $1/\sqrt{2\pi}\sigma$, 于是乎有

$$p(v_x, v_y, v_z)\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m(v_x^2+v_y^2+v_z^2)}{2kT}}\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z.$$

这是速度分布, 转化到速率分布, 只需把对小方块 $\mathrm{d}v_x\mathrm{d}v_y\mathrm{d}v_z$ 的积分变成对小球壳 $4\pi v^2\mathrm{d}v$ 的积分, 于是乎有

$$p(v)\mathrm{d}v = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}4\pi v^2\mathrm{d}v.$$

变成数密度分布, 只需乘上数密度, 于是乎有

$$n_v\mathrm{d}v = n\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}4\pi v^2\mathrm{d}v.$$

也就是说, $4\pi v^2\mathrm{d}v$ 是简并度 g.

最可几速度 (most probable speed): 求导.

方均根速度 (root-mean-square speed): 能量均分定理 $m\overline{v^2}/2 = 3(kT/2)$.

Saha 方程: 根据 Boltzmann 方程,

$$\frac{N_{i+1}N_{\mathrm{e}}}{N_i} = \frac{Z_{i+1}Z_{\mathrm{e}}}{Z_i}.$$

其中

$$Z_{i+1} = \sum_j g_{i+1,j}e^{-E_{i+1,j}/kT},$$

$$Z_i = \sum_j g_{i,j}e^{-E_{i,j}/kT},$$

$$Z_{\mathrm{e}} = \int g_{\mathrm{e}}e^{-[(p_x^2+p_y^2+p_z^2)/2m_{\mathrm{e}}]/kT}\frac{\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z\mathrm{d}p_x\mathrm{d}p_y\mathrm{d}p_z}{h^3}.$$

上面三式都以束缚-自由临界状态能量为能量零点, 其中第三式运用了结论 "一个微观状态等价于 $xp_xyp_yzp_z$ 空间中体积为 h^3 的小区域". 下面计算 Z_e. $g_{\mathrm{e}} = 2$, 因此

$$Z_{\mathrm{e}} = \frac{2\int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z}{h^3}\int e^{-(p_x^2+p_y^2+p_z^2)/2m_{\mathrm{e}}kT}\mathrm{d}p_x\mathrm{d}p_y\mathrm{d}p_z,$$

显然 $V = \int \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, 后面是 Gauss 积分很好算, 结果就是

$$Z_{\mathrm{e}} = \frac{2V}{h^3}(\sqrt{2\pi}\sqrt{m_{\mathrm{e}}kT})^3 = 2V\left(\frac{2\pi m_{\mathrm{e}}kT}{h^2}\right)^{3/2} = 2V\left(\frac{h}{\sqrt{2\pi m_{\mathrm{e}}kT}}\right)^{-3}.$$

令

$$\widetilde{Z}_{i+1} = \sum_j g_{i+1,j}e^{-(E_{i+1,j}-E_{i+1,1})/kT},$$

$$\widetilde{Z}_i = \sum_j g_{i,j}e^{-(E_{i,j}-E_{i,1})/kT},$$

$$z_{\mathrm{e}} = 2\left(\frac{2\pi m_{\mathrm{e}}kT}{h^2}\right)^{3/2},$$

则由 $\chi = E_{i+1,1} - E_{i,1}$ 和 $n_{\mathrm{e}} = N_{\mathrm{e}}/V$ 可得

$$\frac{N_{i+1}n_{\mathrm{e}}}{N_i} = \frac{\widetilde{Z}_{i+1}z_{\mathrm{e}}}{\widetilde{Z}_i}e^{-\chi/kT}.$$

HII 只有一种状态, $S = 0$, 根据 S 和 Z 的关系可得 $Z_{\mathrm{HII}} = 1$.

分光视差 (spectroscopic parallax) $d = 100^{(m-M)/5}$, m 当然可测, M 通过看光谱比对 H-R 图可测, 和视差没有半毛关系!

第九章　恒星大气
Stellar Atmospheres

- 有效温度 (effective temperature): Stefan–Boltzmann 律
- 激发温度 (excitation temperature): Boltzmann 方程.
- 电离温度 (ionization temperature): Saha 方程.
- 运动温度 (kinetic temperature): Maxwell–Boltzmann 分布.
- 色温度 (color temperature): Planck 律.

不透明度 (opacity) κ_λ, $\mathrm{d}I_\lambda = -I_\lambda \kappa_\lambda \rho \, \mathrm{d}s$, 单位 m^2/kg.
光深 (optical depth) τ_λ, $\mathrm{d}\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho \, \mathrm{d}s$, 无量纲.
辐射转移方程:

$$-\frac{1}{\kappa_\lambda \rho} \frac{\mathrm{d}I_\lambda}{\mathrm{d}s} = I_\lambda - S_\lambda.$$

等值宽度 (equivalent width) W,

$$W := \int \frac{F_\mathrm{c} - F(\lambda)}{F_\mathrm{c}} \, \mathrm{d}\lambda.$$

- 自然致宽: 不确定性原理, 激发态有寿命 $\Delta t \Rightarrow$ 激发态能量弥散 ΔE $\Rightarrow$ 光子能量弥散 $\Rightarrow$ 光子波长弥散, 似乎通常可以无视 (Doppler 致宽千分之一, 广义压强致宽同量级或低一量级).
- Doppler 致宽: Maxwell–Boltzmann 分布, 产生瘦高 Doppler 轮廓.
- 碰撞致宽: 原子和其他原子碰撞, 轨道改变而致宽.

- 压强致宽: 原子深入离子电场, 轨道改变而致宽, 广义包括碰撞致宽, 正比于数密度, 一同产生矮胖阻尼轮廓 (又称 Lorentz 轮廓, 自然致宽也是这个轮廓).

补充内容:

比强度 (specific density) I_λ: 垂直于单位面积方向的单位立体角内单位时间通过的单位波长的能量. 对于黑体, $I_\lambda = B_\lambda$.

$\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}\phi(\sin\theta\,\mathrm{d}\theta)$.

平均强度 (mean density) $\langle I_\lambda \rangle$: 比强度对立体角求平均.

$$\langle I_\lambda \rangle = \frac{\int I_\lambda\,\mathrm{d}\Omega}{\int\,\mathrm{d}\Omega} = \frac{\int I_\lambda\,\mathrm{d}\Omega}{4\pi}.$$

对于黑体, $\langle I_\lambda \rangle = I_\lambda = B_\lambda$.

比能量密度 (specific energy density) u_λ: 首先假设只有一个方向的辐射强度, 取个垂直于这个方向的小面 ΔA, 在 Δt 时间内通过能量 $I_\lambda \Delta A \Delta t$, 这些能量充斥了 $\Delta A(c\Delta t)$ 的体积, 所以有 $I_\lambda \Delta A \Delta t = u_\lambda \Delta A(c\Delta t)$, $u_\lambda = I_\lambda/c$. 可以证明任何小体元 V 内都有 $\int_V u_\lambda = \int_V I_\lambda/c$. 现在辐射强度在任意方向都有, 所以要对立体角求和, 故有

$$u_\lambda = \int I_\lambda/c\,\mathrm{d}\Omega = 4\pi\,\langle I_\lambda \rangle\,/c.$$

对于黑体, $u = (4\sigma/c)\,T^4 := aT^4$.

比辐射流量 (specific radiative flux) F_λ: 把垂直于面元的辐射分量 $I_\lambda\cos\theta$ 对立体角求和, 得到垂直于单位面积方向单位时间通过的单位波长的总能量, 即

$$F_\lambda = \int I_\lambda \cos\theta\,\mathrm{d}\Omega.$$

对于黑体, 只计算 $\theta \le \pi/2$ 的部分, 可得 $F = \sigma T^4 = \pi\,\langle I_\lambda \rangle$.

辐射压强 (radiation pressure) P_λ: 反射情形下, P_λ 要用辐射到板上的动量的法向分量的 2 倍来算. 首先, 由能量得到动量, 要除以 c. 其次, θ 方向的辐射不垂直于板, ΔA 的实际有效面积只有 $\Delta A\cos\theta$, 所以要乘以 $\cos\theta$. 最后, 动量只取法向分量, 要再乘以 $\cos\theta$. 只 $\theta \le \pi/2$ 的部分有贡献, 所以有

$$P_\lambda = 2\int_{\theta \le \pi/2} I_\lambda \cos^2\theta/c\,\mathrm{d}\Omega.$$

对于透射情形, P_λ 是面元 $\theta < \pi/2$ 部分单位时间的动量改变量[1]. 首先 $\theta < \pi/2$ 部分无论是吃光子还是吐光子, 动量改变都是一份, 所以不需要 2 倍的因子. 其次既要考虑进入 $\theta < \pi/2$ 部分的光子 (运动方向 $\theta < \pi/2$) 的动量也要考虑离开 $\theta < \pi/2$ 部分的光子 (运动方向 $\theta > \pi/2$) 的动量. 所以有

$$P_\lambda = \int I_\lambda \cos^2\theta / c \, \mathrm{d}\Omega.$$

对于黑体, $P = (1/3)\, u$.

对面源, 测得的是 I_λ, 不随距离变化.

对点源, 测得的是 F_λ, 和距离呈平方反比.

热动平衡 (thermodynamics equilibrium): 所有正逆反应速率相同.

局部热动平衡 (local thermodynamics equilibrium): 温度显著变化的距离大于粒子和光子的平均自由程, 粒子和光子不能逃出某范围, 在这范围内可以定义一个 “这范围内的温度”.

平均自由程 (mean free path) ℓ, 碰撞截面 (collision cross section) σ. $1/n = \sigma\ell$. $\sigma_{\mathrm{HI}} = \pi(2a_{\mathrm{Bohr}})^2$.

吸收系数 (absorption coefficient)/不透明度[2](opacity) κ_λ.

$\mathrm{d}I_\lambda = -I_\lambda \kappa_\lambda \rho \, \mathrm{d}s$. $\ell = 1/\kappa_\lambda \rho$.

光深 (optical depth) τ_λ. $\mathrm{d}\tau_\lambda = -\kappa_\lambda \rho \, \mathrm{d}s$, $\mathrm{d}s = -\ell \, \mathrm{d}\tau_\lambda$, 无量纲.

- Thomson 散射: 自由电子.
- Compton 散射: 高轨束缚电子, 光子动量远大于粒子动量, 光子能量远小于电子静能时 $\to$ Thomson 散射.
- Rayleigh 散射: 高轨束缚电子, 光子动量远小于粒子动量, 粒子尺度远小于波长[3], $\sigma \propto \lambda^{-4}$.

Kramers 不透明度律: $\bar\kappa = \kappa_0 \rho / T^{3.5}$.

κ_0 近似常量, ρ 单位 $\mathrm{kg/m^3}$, T 单位 K.

电子散射, $\bar\kappa = 0.02\,(1+X)\,\mathrm{m^2/kg}$.

随机行走 (random walk), $d^2 = N\ell^2$, $d = \ell\tau_\lambda$, $N = \tau_\lambda^2$, $\tau_\lambda \approx 2/3$ 原则.

发射系数 (emission coefficient) j_λ.

[1] 单位时间的动量改变量不就是力么, 面元上的力不就是压强么...

[2] 这里的不透明度是 “质量不透明度”, 单位是 $\mathrm{m^2/kg}$, 乘上 ρ 是 “体积不透明度”, 单位是 $\mathrm{m^2/m^3}$.

[3] 粒子尺度与波长相当时是 Mie 散射.

$\mathrm{d}I_\lambda = j_\lambda \rho \, \mathrm{d}s$.

源函数 (source function) $S_\lambda = j_\lambda / \kappa_\lambda$. 对于黑体, $S_\lambda = B_\lambda$.

平面平行层大气 (plane-parallel atmosphere), 垂直光深 (vertical optical depth) $\tau_{\lambda,\mathrm{v}}$, 注意到 κ_λ, j_λ, S_λ 无方向性,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau_{\lambda,\mathrm{v}}} I_\lambda \cos\theta = I_\lambda - S_\lambda.$$

灰大气 (gray atmosphere), $\kappa_\lambda = \bar{\kappa}$. 对波长积分,

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau_{\mathrm{v}}} I \cos\theta = I - S.$$

上式对立体角积分和左右乘以 $\cos\theta/c$ 后对立体角积分, 得

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau_{\mathrm{v}}} F = 4\pi \langle I \rangle - 4\pi S, \\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau_{\mathrm{v}}} P = F/c - 0. \end{cases}$$

$F = \sigma T_{\mathrm{e}}^4$ 不随 τ_{v} 变化, 所以

$$\begin{cases} \langle I \rangle = S, \\ P - P_0 = (F/c)\tau_{\mathrm{v}}. \end{cases}$$

Eddington 近似: 向外 I_{out} 相同, 向内 I_{in} 相同, 则

$$\begin{cases} F = (\pi)(I_{\mathrm{out}} - I_{\mathrm{in}}), \\ P = (2\pi/3c)(I_{\mathrm{out}} + I_{\mathrm{in}}). \end{cases}$$

τ_{v} 时 $I_{\mathrm{in}} = 0$, 可得 $P_0 = (2\pi/3c) I_{\mathrm{out}} = 2F/3c$, 所以

$$P = (F/c)(\tau_{\mathrm{v}} + 2/3).$$

恰好有 $P = (4\pi/3c) \langle I \rangle$, LTE, $\langle I \rangle = S = B = (\sigma/\pi) T^4$, 所以

$$T^4 = \frac{3}{4}(\tau_{\mathrm{v}} + \frac{2}{3}) T_{\mathrm{e}}^4.$$

等值宽度 (equivalent width) W,

$$W := \int \frac{F_{\mathrm{c}} - F(\lambda)}{F_{\mathrm{c}}} \, \mathrm{d}\lambda.$$

是令连续谱 ($F(\lambda) = F_{\mathrm{c}}$) 等于 1 后求等值宽度.

- 自然致宽: 不确定性原理, 激发态有寿命 $\Delta t \Rightarrow$ 激发态能量弥散 $\Delta E \Rightarrow$ 光子能量弥散 $\Rightarrow$ 光子波长弥散, 似乎通常可以无视 (Doppler 致宽千分之一, 广义压强致宽同量级或低一量级).
- Doppler 致宽: Maxwell–Boltzmann 分布, 产生瘦高 Doppler 轮廓.
- 碰撞致宽: 原子和其他原子碰撞, 轨道改变而致宽.
- 压强致宽: 原子深入离子电场, 轨道改变而致宽, 广义包括碰撞致宽, 正比于数密度, 一同产生矮胖阻尼轮廓 (又称 Lorentz 轮廓, 自然致宽也是这个轮廓).

佛脱轮廓 (Voigt profile): Doppler 轮廓和阻尼 (damping) 轮廓的叠加. Doppler 轮廓瘦高, 阻尼轮廓矮胖.

Schuster-Schwarzschild 模型: 恒星光球是黑体辐射源; 光球外的原子产生吸收线.

柱密度 (column density): 光球单位面积外面的原子数.

f 值 (f-value)/振子强度 (oscillator strength): 从相同初态跃迁到不同终态的相对概率.

生长曲线: 自变量为能发生某跃迁的原子的柱密度 (对数), 因变量为此跃迁产生的谱线的等值宽度 (对数).

第十章　恒星内部

The Interiors of Stars

流体静力学平衡: 流体微元所受合力处处为零.

Kelvin–Helmholtz 时标: 太阳总机械能和太阳光度之比,

$$t_{\mathrm{KH}} = \frac{\frac{3}{10}\frac{GM_\odot^2}{R_\odot}}{L_\odot}.$$

Vogt–Russell 定理: 质量和化学组成唯一决定.

Eddington 光度极限: 辐射光度最大值, 超过必有质量损失.

补充内容:

流体静力学平衡方程 (hydrostatic equilibrium equation):

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} = -G\frac{M_r\rho}{r^2},$$

即 $-GM_r(\rho\,\mathrm{d}A\mathrm{d}r)/r^2 = \Delta P\mathrm{d}A$.

质量守恒方程 (mass conservation equation):

$$\frac{\mathrm{d}M_r}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2\rho,$$

即 $\mathrm{d}M_r = \rho(4\pi r^2\mathrm{d}r)$.

理想气体的压强积分 (pressure integral):

$$P = \frac{1}{3}n(\overline{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{v}}).$$

平均是数量平均. 记忆法: 压强只需考虑一个朝向固定的板, 由各向同性, 对任意方向 i,

$$P = n\bar{p}_i\bar{v}_i.$$

而 $P\Delta S = \Delta p_i/\Delta t$, $P\Delta S\Delta t = \Delta p_i$, $P\Delta S(\bar{v}_i\Delta t) = P\Delta V$, $\Delta p_i\bar{v}_i = \Delta N\bar{p}_i\bar{v}_i$, $P = (\Delta P/\Delta V)\bar{p}_i\bar{v}_i = n\bar{p}_i\bar{v}_i$. 另一种记忆法是量纲法: 因为是状态量, 所以 P 与 n, $\bar{p}_i$, $\bar{v}_i$ 有关, 已知 $P = nkT$, 由能量均分定理知 kT 与 $\bar{p}_i\bar{v}_i$ 同量纲 (非相对论情形下甚至相同), 所以蒙 $P = n\bar{p}_i\bar{v}_i$.

平均分子量 (mean modular weight) $\mu := \bar{m}/m_{\mathrm{H}} := (\rho/n)/m_{\mathrm{H}}$.

完全中性气体, $A_j := m_j/m_{\mathrm{H}}$(相当于原子核内重子数),

$$\mu_{\mathrm{n}} = \frac{\sum_j N_j A_j}{\sum_j N_j}.$$

完全电离气体, 原子 j 的电子数 z_j,

$$\mu_{\mathrm{i}} \simeq \frac{\sum_j N_j A_j}{\sum_j N_j(1+z_j)}.$$

也就是说电子质量不管了.

强行假设恒星密度均匀, 蒙

$$E \sim -\frac{3}{10}\frac{GM^2}{R^2}.$$

Kelvin–Helmholtz 时标.

核时标.

反应截面 (cross section) $\sigma(E)$. 理解 1: 入射粒子有特定能量时, 单位时间单个目标粒子的反应数, 比上单位时间目标粒子附近单位面积通过的入射粒子数. 理解 2: 入射粒子有特定能量时, 目标粒子附近的一块面积, 当且仅当通过这块面积的入射粒子和目标粒子反应.

反应率 (reaction rate) r_{ix}: 单位时间单位体积的反应数.

Gamow 峰: 使得 $\mathrm{d}r_{ix}/\mathrm{d}E$ 最大的能量. 严格说来不含缓变函数 $S(E)$ 的影响.

电子屏蔽 (electron screening): 自由电子包在原子核周围, 使之有效电荷减小, 势阱降低, 反应更容易发生.

产能率 (energy generation rate) ϵ_{ix}: 单位时间单位质量物体反应释放的能量.

光度梯度方程 (luminosity gradient equation)/能量守恒方程 (energy conservation equation)[1]:

$$\frac{\mathrm{d}L_r}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2\rho\epsilon,$$

[1] 前面书上的名称, 后面老师视频里的名称.

即 $\mathrm{d}L_r = \epsilon\,\mathrm{d}M_r = \epsilon[\rho(4\pi r^2 \mathrm{d}r)]$.

电荷守恒, 核子守恒, 轻子守恒 (正轻子记 $+1$, 反轻子记 -1).

T_n: 以 10^nK 为单位. 乱七八糟的量都约为 1.

辐射温度梯度:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\tau} = \frac{F}{c}, \\ \mathrm{d}\tau = -\bar{\kappa}\rho\,\mathrm{d}r, \\ P = \frac{aT^4}{3}, \\ F = \frac{L_r}{4\pi r^2}. \end{cases}$$

压强标高 (pressure scale height) H_P: $P = P_0 e^{-r/H_P}$.

理想气体, $C_P - C_V$ "=" 1, C_V "=" (自由度)/2. $\gamma = C_P/C_V$. 有电离, 不论定什么过程, 能量都大部分用于电离, 所以 C_P 和 C_V 巨大, γ 约等于 1.

理想气体, 绝热过程, $PV^\gamma = \text{const}$.

声速 $\sqrt{\partial P/\partial \rho}$ (振动, P 和 ρ 是力学强度量, 量纲), $P\rho^{-\gamma} = \text{const}$.

绝热温度梯度:

$$\begin{cases} P \propto \rho T, \\ P\rho^{-\gamma} \propto 1. \end{cases}$$

超绝热 (superadiabatic): 实际温度梯度大于绝热温度梯度. 超绝热等价于对流. 对流时, 超绝热但接近绝热, 绝热温度梯度公式适用.

温度梯度大的不容易发生. 大恒星中心, 产能率高, 光度大, 对流. 小恒星边缘, 不透明度大, 且正电离, γ 约等于 1, 对流.

混合长理论 (mixed-length theory): 假设泡泡能运动和压强标高 H_P 相当的距离 ℓ, 令 $\ell = \alpha H_P$; $\delta(\mathrm{d}T/\mathrm{d}r)$ 是实际温度梯度 (大小) 减绝热温度梯度 (大小); f 是单位体积泡泡所受合力, 即浮力减重力; 假设泡泡平均速度 $\bar{v}$ 满足 $\rho\bar{v}^2/2 = \beta\langle f\rangle\ell$, 其中 $0 < \beta < 1$; 最后得出对流流量 $F = L_r/4\pi r^2$ 的表达式.

Vogt–Russell 定理: 质量和化学组成唯一决定.

多方模型 (polytropic model), $\gamma := (n+1)/n$, $\rho := \rho|_{r=0}(D_n)^n$, $r := \lambda_n \xi$, Lane–Emden 方程. $P|_{r=R} = 0$, $(\mathrm{d}P/\mathrm{d}r)|_{r=0} = 0$. $0 \le n \le 5$[2]. 假设各处气体压和辐射压比例相同, 可得 Eddington 标准模型 $n = 3$.

Eddington 极限: $\mathrm{d}P/\mathrm{d}r = \mathrm{d}P_{\text{rad}}/\mathrm{d}r$. 对大质量恒星, $\bar{\kappa}$ 主要由电子屏蔽导致, 可用上一章的公式.

[2] $n = 5$ 时半径无限, 但质量有限. $n > 5$ 时质量无限.

第十一章　太阳
The Sun

MSW 效应[1]: 中微子转变

光球 (photosphere): 500nm 光深 1 处往下 100km, 上到温度最小处. 产生吸收线. 线心波长处, 物质不透明度大 (不透明度随波长变化), 光深等则深度小.

米粒组织 (granulation): 光球底, 亮上浮暗下沉, 对流的结果.

色球 (chromosphere): 光球上到过渡区. 产生发射线.

闪谱 (flash spectrum): 日全食时看到的色球谱.

超米粒组织 (supergranulation): 比米粒组织大得多.

针状体 (spicule): 丝状.

过渡区 (transition region): 温度激增区. 紫外观测.

日冕 (corona): 禁戒线, 射电发射 (韧致辐射 (自由—自由发射), 同步辐射[2]), X 射线发射 (高电离原子的发射). 非 LTE, 温度无统一定义.

- K 日冕: 光球辐射被自由电子散射, 产生连续白光谱. F 日冕内.
- F 日冕: 光球辐射被尘埃散射. K 日冕内.
- E 日冕: 高度电离原子产生发射线. 与 K 日冕和 F 日冕能重合.

冕洞 (coronal hole): 暗的, 冷的区域. X 射线暗区.

太阳风 (solar wind):

- 快速太阳风: 电子和粒子流.

[1] 英文: effect

[2] 相对论性电子被磁场加速.

- 慢速太阳风: 速度快速风一半, 从封闭磁场出来.

彗尾:

- 离子尾: 太阳风.

- 尘埃尾: 辐射压. 弯曲原因: 轨道速度不同.

北极光 (aurora borealis) 和南极光 (aurora australis): 粒子被地磁场捕获.

Van Allen 辐射带: 被地球捕获的太阳粒子在地磁南北两极间来回运动.

X 射线亮区 (X-ray bright region): 磁力线闭合.

Parker 风模型: 等离子体 (plasma), 等温, 流体静力学平衡, 理想气体, 计算得到的无穷远处数密度和压强过大. 修正, 不流体静力学平衡, $\mathrm{d}v/\mathrm{d}t = (\mathrm{d}v/\mathrm{d}r)(\mathrm{d}r/\mathrm{d}t) = v(\mathrm{d}v/\mathrm{d}r)$,

$$\begin{cases} P = 2\frac{\rho}{m_{\text{质子}}}kT, \\ \rho v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r} = -\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}r} - G\frac{M_r\rho}{r^2}, \\ \frac{\mathrm{d}M_r}{\mathrm{d}r} = 4\pi r^2\rho, \\ \frac{\mathrm{d}(4\pi r^2\rho v)}{\mathrm{d}r} = 0. \end{cases}$$

$F = (1/2)\rho v_{\text{粒子}}^2 v_{\text{声}}$. 若 $4\pi r^2 F$ 不变, $v_{\text{声}}$ 不变, 则 $v_{\text{粒子}}$ 大增, 迅速超声速 (supersonic), 产生激波 (shock wave).

Alfvén 波: $u = P = B^2/2\mu_0$, $v = B/\sqrt{\mu_0\rho}$.

黑子 (sunspot): 光球, 本影 (umbra) 和半影 (penumbra).

? 光斑 (facula): 光球, 延伸到色球成谱斑.

? 谱斑 (plage/flocculus[?]): 色球, 黑子旁边, Hα 辐射, 比周围密度高, 磁场产物.

? 耀斑 (flare): 色球, 磁重联 (magnetic reconnection), 核反应: 分裂反应 (spallation reaction), 重核子变成轻核子.

日珥 (solar prominence): 色球,

- 宁静日珥 (quiescent prominence): 持续周到月.

- 暴发/活跃日珥 (eruptive/active prominence): 持续数小时, 可能由宁静日珥转化来.

- 宁静日冕 (quiet corona): 太阳活动弱的时候, 更集中在赤道区域.

- 活跃日冕 (active corona): 太阳活动强的时候, 形状更复杂.

磁发电机理论 (magnetic dynamo theory), 看老师视频去.
耀星 (flare star): M 型随机快速亮度起伏星.

第十二章　星际介质和恒星形成 The Interstellar Medium and Star Formation

$$m_\lambda = M_\lambda + 5\log_{10} d - 5 + A_\lambda.$$

$I_\lambda / I_{\lambda,0} = e^{-\tau_\lambda} \Rightarrow A_\lambda = m_\lambda - m_{\lambda,0} = -2.5\log_{10}(I_\lambda/I_{\lambda,0}) = -2.5\log_{10}(e)\,\tau_\lambda$.

柱密度 (column density) N_d：数密度对路程积分, 单位截面的粒子数. 由第九章各种定义, $\tau_\lambda = \sigma_\lambda N_d$.

色余 (color excess) $E(B-V) = (B-V)_{\text{observed}} - (B-V)_{\text{intrinsic}} = A_B - A_V$[1].

21cm 谱: 自旋—自旋耦合[2](超精细结构).

示踪体 (tracer): 假设比例相同.

ISM 分类: 看书和视频去.

ISM 加热: 宇宙线 (带电粒子), 紫外光电离碳原子等各种原因 (其他原因老师没讲), SN 或星风的激波.

ISM 冷却: 红外光子发射.

尘埃来源: 冷恒星包层, SN 爆炸和星风, 尘埃生长 (coagulation) 和吸积 (accretion)

Jeans 判据 (criterion): 维里定理, 动能理想气体动能, 势能第十章 $-3/5$ 倍公式, 假设密度均匀, 得 Jeans 质量和 Jeans 长度.

Bonner-Ebert 质量: 看书, 懒得写.

[1] 书上的定义和老师是反过来的呜呜呜...

[2] 什么是耦合？Hamilton 算符中同时出现质子自旋算符和电子自旋算符就是耦合.

自相似塌缩 (homologous collapse): 云自由落体, 无压强外推, 等温, 可得自由落体塌缩时间.

自内向外塌缩 (inside-out collapse): 密度高的中心密度增加更快.

碎裂 (fragmentation): 不等温, 因为云不透明, 辐射加热云. 具体看书.

其他过程, 一大堆, 懒得写, 看书去.

双极扩散 (ambipolar diffusion): 当中性粒子试图穿越磁力线时, 它们与 "冻结" 的离子发生碰撞, 中性粒子的运动受到抑制. 然而, 如果由于重力的作用, 中性粒子的运动有一个明确的净方向, 它们仍然倾向于在这个方向上缓慢地移动. 这种缓慢的迁移过程被称为双极扩散.

原恒星演化 (protostellar evolution)($1M_\odot$):

1. 自由落体阶段, 透明 $\Longrightarrow$ 等温.
2. 不透明度增加 $\Longrightarrow$ 绝热坍缩 $\Longrightarrow T \nearrow$, 接近流体静力平衡, 原恒星 (protostar).
3. $T \sim 1000$K, 尘埃蒸发, 不透明度下降, $T \nearrow$.
4. $T \sim 2000$K, 分子瓦解, 吸收能量 $\Longrightarrow$ 核再次坍塌 $\Longrightarrow T \nearrow$, 氘点燃.

覆盖在核外的材料不断落在核上, 形成激波并加热核.

林忠四郎[3]线 (Hayashi track): 完全对流时流体静力学平衡的条件. 要在左边, 不能在右边.

主序前演化 (Pre-main-sequence evolution):

- $1M_\odot$
  1. 第一百万年, 完全对流, D 燃烧.
  2. $T \nearrow$, 电离, 辐射核.
  3. 核反应 (pp 和 CNO) 开始.
  4. CNO 产能率高 $\Longrightarrow$ 高温度梯度 $\Longrightarrow$ 对流, 核心膨胀, $T \searrow$, $L \searrow$.
  5. 核反应产能远大于引力势能产能, 恒星稳定.
- $< 0.5M_\odot$, C 不燃烧.
- $< 0.072M_\odot$, 无 H 燃烧, 不可持续, 失败.

[3]姓林, 名忠四郎.

褐矮星 (brown dwarf): $> 0.06M_\odot$, Li 燃烧; $> 0.013M_\odot$, D 燃烧. 光谱型 L 和 T.

大质量恒星, 温度高, CNO, 离开林忠四郎线横向演化, 到主序仍然有对流核.

破坏标准模型成立的因素, 一大堆, 知道我要让你们干什么.

零龄主序 (zero-age main sequence, ZAMS): 刚到主序, 开始稳定 H 燃烧.

初始质量函数 (initial mass function): 横轴质量, 纵轴单位质量单位体积 (或单位面积) 恒星产生数.

电离氢区 (H II region), 外面是中性氢区 (H I region), Strömgren 半径: 单位体积单位时间复合数 $\alpha n_\mathrm{e} n_\mathrm{H}$, $n_\mathrm{e} \simeq n_\mathrm{H}$, 恒星每秒辐射的能电离氢的光子数 N.

大质量恒星, 星风, 辐射, 吹散云, 阻止其他恒星形成 (大质量恒星形成时间短).

OB 星协 (association): 一堆 OB 星 (不如星团多) 一起诞生, 不能引力束缚.

T Tauri 星: 小质量主序前恒星, 光度以数日为尺度大快速不规律动, 光谱特殊, 有 P Cygni 轮廓: 中心波长处大发射线, 但小于中心波长处小吸收, 原因是有壳膨胀, 但也有 T Tauri 星有反 P Cygni 轮廓, 甚至来回切换.

FU Orionis 星: 一种 T Tauri 星, 质量吸积率大增, 内盘比恒星亮, 强星风.

Herbig Ae/Be 星: A/B 星, 强发射线 (所以叫 Ae/Be).

Herbig-Haro 天体[4]: 两端极长狭窄喷流.

原行星盘 (proplyds): 可能形成行星的盘.

[4]英文: object.

第十三章　主序和主序后恒星演化 Main Sequence and Post-Main-Sequence Stellar Evolution

MS 宽度: 观测误差, 化学组成, 演化状态不同.

小质量, $0.3M_\odot < M_{\mathrm{ZAMS}} < 1.2M_\odot$, pp 链, 辐射核 (极低质量是对流核, 对流层太大, 占满中心), $L \nearrow$, $R \nearrow$, $T \nearrow$, 核塌缩. 对流超射 (convective overshooting): 对流泡泡跑到对流层边界后因惯性继续运动.

Schönberg-Chandrasekhar 极限[1]: 等温核最大质量比, 正比于壳核平均分子量比的平方. 可能超过, 因为电子简并 (degenerate).

完全简并: 电子完全非热运动, 物态方程与温度无关. 部分简并: 物态方程与温度有点关.

大质量, 对流核, 化学组成均匀, 氢即将无时核塌缩.

小质量, 氦核不烧, 氢壳烧, 壳膨胀 (即 $R \nearrow$), $T \searrow$(因膨胀), $L \nearrow$.

大质量, 整星收缩, $R \searrow$, $T \nearrow$, $L \nearrow$.

[1] 英文: limit.