

通过引力波测距限制哈勃常数的 方法 and 研究现状

天文系 安嘉辰 202121160001

2021 年 12 月 30 日

双中子星并合引力波事件 GW170817 及其多波段电磁对应的发现标志着多信使引力波天文学时代的来临. 通过引力波探测器对致密双星并合产生的引力波波型的观测可以独立测量波源的光度距离, 这预示着引力波源可以作为“标准汽笛”来研究宇宙的膨胀历史, 从而提供了一种研究宇宙学的新途径, 本文介绍利用引力波“标准汽笛”来限制哈勃常数的基本原理, 着重讨论各种确定波源距离和红移的方法, 并介绍研究现状.

1 绪论

1.1 哈勃危机和三种测距方法

1.1.1 哈勃危机

近几来自于高红移宇宙微波背景辐射和星系巡天的重子声学振荡给出的哈勃常数 ($H_0 = 67.4 \pm 0.5 \text{ (km/s)/Mpc}$), 与低红移的 Ia 型超新星给出的哈勃常数 ($H_0 = 74.0 \pm 1.4 \text{ (km/s)/Mpc}$), 显示出严重的不一致性 (大于 4 个标准偏差). 该问题被称为“哈勃危机” (Hubble Tention), 近年来引起了天文学界和物理学界的极大关注 [1].

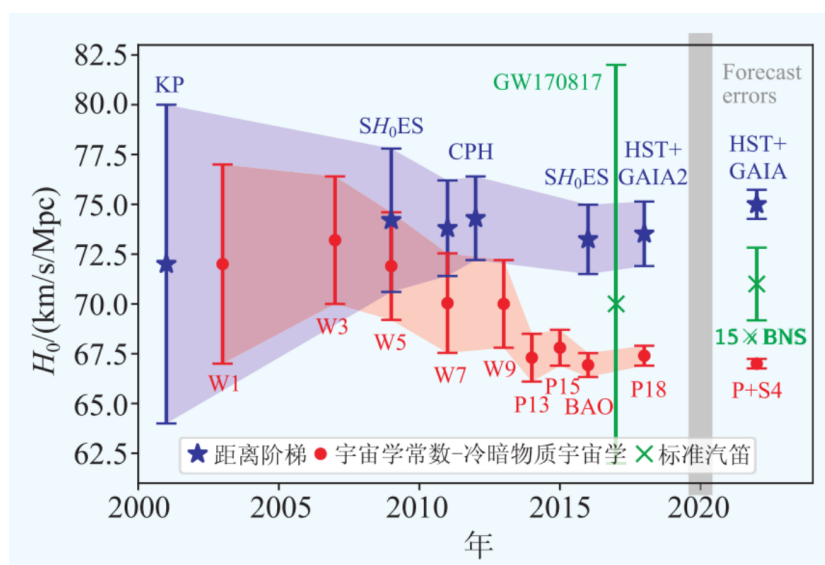


图 1: 哈勃危机: 主要是基于近邻宇宙观测和高红移宇宙微波背景辐射观测得到的哈勃常数不一致. 2019 年, 不一致性达到了相当显著的 4.4 个标准偏差, 是宇宙学界激烈争议的话题.

H_0 冲突可能来源于超新星, 造父变星等标准烛光的系统误差, 也可能来源于 Planck 结果的模型依赖, 甚至二者都存在问题. 因此, 解决这一问题, 独立测量 H_0 是关键.

1.1.2 三种测距方法

目前已有的测距方法主要可以分为三类 [1]:

- 标准烛光: 造父变星, Ia 型超新星等.
- 标准直尺: 三角视差, 重子声学振荡等.
- 标准汽笛: 通过“聆听”双星引力波, 测量宇宙距离.

其中引力波“标准汽笛”方法不需要任何距离阶梯, 也不依赖于任何宇宙学模型. 只要广义相对论成立, 只要引力波测量准确, 就能够准确测量宇宙距离.

1.2 双星并和的过程

双星并和的过程可分为三个阶段 [2]:

1. 旋进 (inspiral) 阶段: 当双星距离较远, 星体的运动速度未达到相对论速度, 双星的公转轨道由于引力波辐射造成的衰减比较慢. 此时后牛顿近似 (post-Newtonian approximation) 可以很好地描述其引力辐射.
2. 并合 (merger) 阶段: 在绕转阶段的晚期和并合时期, 引力场非常强, 这时后牛顿近似失效, 因此一般采用数值相对论的方法来求解.
3. 铃宕 (ringdown) 阶段: 在双星并合后, 需要通过引力辐射将多余的自由度辐射掉而变成一个稳态的天体, 其辐射的引力波可以用天体振荡的准正则模式 (quasinormal mode) 来解析描述.

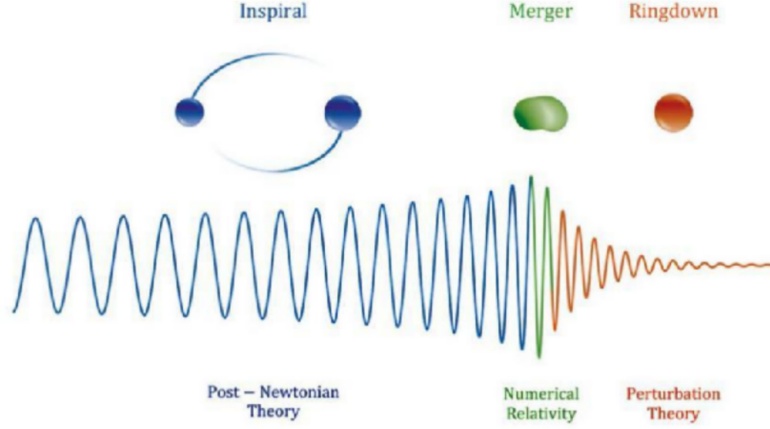


图 2: 双星系统演化的三个阶段.

2 引力波测距

早在 1986 年, Schutz 就发现: 通过观测致密双星并合的引力波波形可以独立测量该引力波波源的光度距离 [3].

2.1 基本原理

引力波振幅依赖于波源的啁啾质量 (chirp mass) 和光度距离. 但同时, 质量又可以被引力波信号的相位测量精确确定, 因而只要同时测量到波源的振幅和相位信息就可以得到波源的光度距离 [2].

数学上, 引力波通常用张量 h_{ab} 来描述. 在广义相对论中, 考虑横向无迹规范, 引力波包含两个独立的极化分量 h_+ 和 h_\times . 对于一个引力波探测器, 其可观测量是两个极化分量的线性组合, 即

$$h(t) = F_+(\theta, \phi, \psi)h_+(t) + F_\times(\theta, \phi, \psi)h_\times(t).$$

其中 F_+ 和 F_\times 是探测器的响应函数, 依赖于引力波的极化角 ψ 和波源在天球上的方位角 (θ, ϕ) . 对于由多个探测器组成的探测器网络, 它们还依赖于

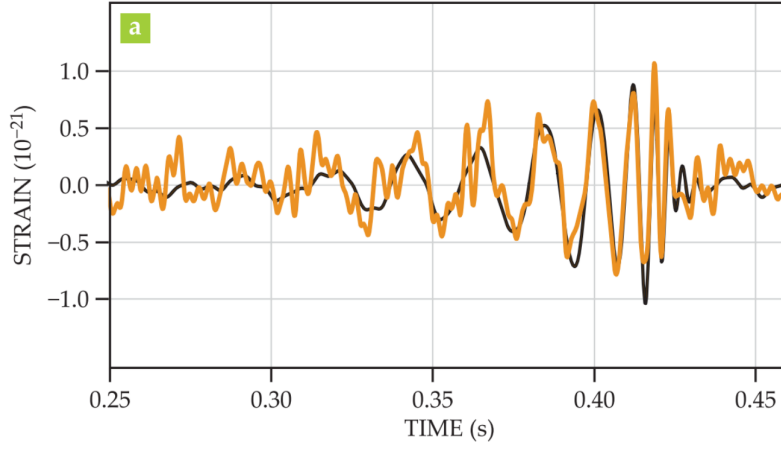


图 3: GW150914, 第一个被探测到的引力波事件的观测结果. 这里显示的是 Hanford 干涉仪的观测结果结果 (橙色), 黑色曲线是理论拟合结果.

每个探测器在地球上的位置, 指向, 两臂之间的张角, 以及事件爆发时刻以及持续时间等, 因此一般来说, 响应函数还是时间的函数.

考虑一个致密双星系统, 其光度距离为 d_L , 质量分别为 m_1, m_2 , 记总质量为 $M = m_1 + m_2$, 质量比 $\eta := m_1 m_2 / M^2$, 啁啾质量为 $\mathcal{M}_c := M \eta^{3/5}$. 实测的频率含有宇宙学红移, 这会导致双星物理啁啾质量和观测得到的会有区别, 关系为 $\mathcal{M}_{c, \text{obs}} = \mathcal{M}_{c, \text{phy}}(1 + z)$. 考虑最低阶后牛顿近似, 在旋进阶段, 引力波的两个极化分量可以写为

$$h_+(t) = 2\mathcal{M}_c^{5/3} d_L^{-1} (1 + \cos^2 \iota) \omega^{2/3} (t - t_0) \cos[2\Phi(t_0 - t; M, \eta) + \Phi_0],$$

$$h_\times(t) = 4\mathcal{M}_c^{5/3} d_L^{-1} (\cos \iota) \omega^{2/3} (t - t_0) \sin[2\Phi(t_0 - t; M, \eta) + \Phi_0].$$

其中 ι 是双星轨道平面相对视线方向倾角, ω 是等效单体系统绕系统质心运动的角速度, $\Phi(t - t_0; M, \eta)$ 是相应的轨道相位, 常数 t_0 和 Φ_0 是双星并合的时间和并合时的相位角. 这里未考虑双星自旋的影响, 并假设公转轨道是近圆轨道. 其中相位角 Φ 可以用后牛顿方法来计算, 目前已经计算到了 3.5 阶后牛顿项.

在旋进阶段, 双星公转周期的变换率是可以忽略的, 因此一般采用稳相近似 (stationary phase approximation) 对引力波波形进行傅里叶展开, 其傅里叶分量为

$$H(f) = Af^{-7/6} \exp[i(2\pi ft_0 - \pi/4 + 2\psi(f/2) - \varphi_{(2,0)})],$$

其中振幅 A 为

$$A = \frac{1}{d_c} \sqrt{F_+^2(1 + \cos^2 \iota)^2 + F_\times^2 \cos^2 \iota} \sqrt{\frac{5\pi}{96}} \pi^{7/6} \mathcal{M}_c^{5/6},$$

函数 ψ 和 $\varphi_{(2,0)}$ 分别为

$$\psi(f) = \frac{3}{256\eta} \sum_{i=0}^7 \psi_i (2\pi Mf)^{(i-5)/3} - \psi_0,$$

$$\varphi_{(2,0)} = \tan^{-1} \left(-\frac{2 \cos \iota F_\times}{(1 + \cos^2 \iota) F_+} \right).$$

从公式可以看出, 引力波波形 $H(f)$ 依赖于九个独立参数 $\mathcal{M}_c, \eta, d_L, \theta, \phi, \psi, \iota, t_0$ 和 ψ_0 , 因此使用 Fisher 矩阵方法或者 Monte Carlo 方法等参数限制方法, 可以得到对这九个模型参数的限制, 通过边缘化的其他参数可以得到对光度距离 d_L 的限制, 这是引力波源可以作为标准汽笛的根本原因.

这里需要指出的是, 这九个模型参数之间存在简并, 特别是距离参数 d_L 和倾角参数 ι 之间的简并比较强. 因此如果有别的途径能够预先确定波源的倾角, 将大大提升对距离参数 d_L 的限制能力.

3 通过引力波测距限制哈勃常数

3.1 有明确电磁对应物的情形

一般情况下, 引力波波源的红移需要通过对其电磁对应体的观测得到. 例如对于双中子星并合或者中子星-黑洞并合事件, 在引力波产生的同时或者之后会同时伴随大量电磁辐射. 如果能够通过对应的电磁手段测量到其中 (如 γ 射线余辉中) 的原子谱线, 就可以确定其红移.

例如引力波事件 GW170817 就是通过光学认证, 找到其宿主星系 NGC 4993, 从而测出红移 (或等效的退行速度). 此次事件几乎在全波段都有电磁辐射 [2].

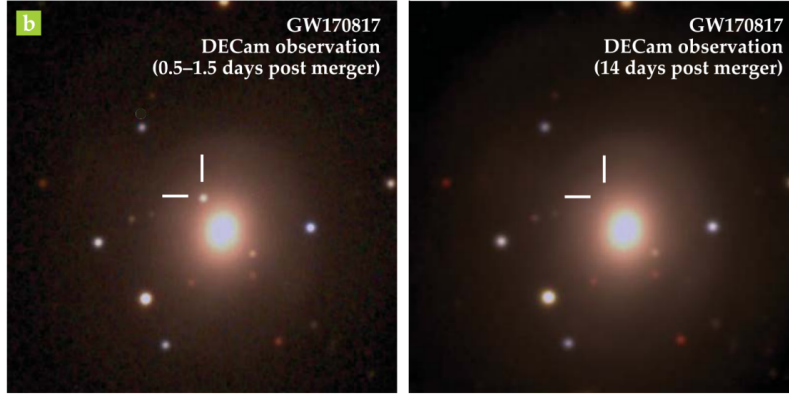


图 4: GW170817, 是双中子星合并产生引力波事件. DECam 是在中子星合并后不久看到 GW170817 光学对应物的几台设备之一. 在合并两周后, 光学对应物消失了.

Abbott et al. (2017b)[4] 是第一次实际的尝试, 基于 GW170817 和宿主星系 NGC 4993, 利用贝叶斯统计得到 $H_0 = 70^{+12}_{-8}$ (km/s)/Mpc.

Di Valentino & Melchiorri (2018)[5] 将 GW170817 观测数据和 Planck 数据结合, 得到 $H_0 = 55^{+7}_{-20}$ (km/s)/Mpc.

Fishbach et al. (2019)[6] 不利用 GW170817 的宿主星系为 NGC 4993 这一信息, 而认为引力波波源定位区域内的所有星系都是可能的宿主星系, 得到 $H_0 = 77^{+37}_{-18}$ (km/s)/Mpc.

Guidorzi et al. (2017)[7] 利用 GW170817 发生后 40 天内射电与 X 射线观测, 得到 $H_0 = 75.5^{+11.6}_{-9.6}$ (km/s)/Mpc.

Hotokezaka et al. (2019)[8] 利用 GRB170817A 喷流视超光速现象的射电观测, 得到 $H_0 = 70.3^{+5.3}_{-5.0}$ (km/s)/Mpc.

这些 GW170817 的 H_0 测量恰逢其时, 证实了标准汽笛的可行性, 精度达到了可观的 15%. 如果有 N 个类似的引力波事例, H_0 测量精度将达到

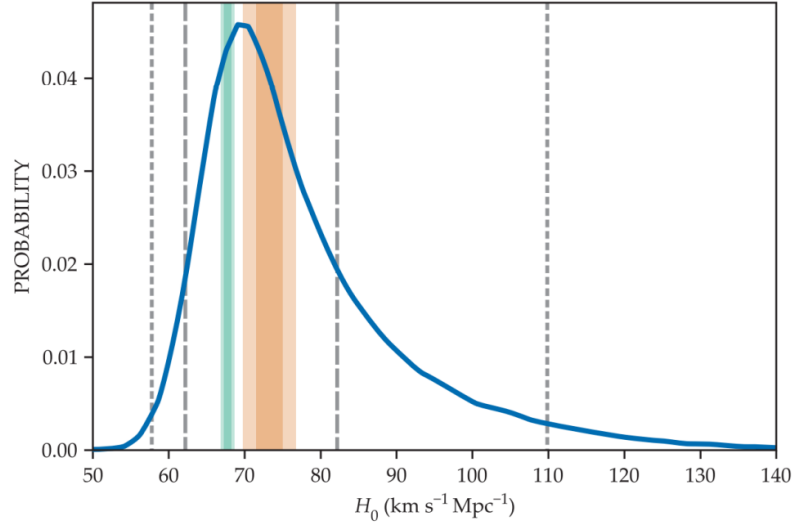


图 5: Abbott et al. (2017b) 测量结果. 橙色代表利用 Ia 超新星观测得到的哈勃常数限制, 绿色代表利用 Planck 卫星数据得到的哈勃常数限制, 蓝线代表利用 GW170817 观测数据得到的哈勃常数限制.

$15\%/\sqrt{N}$. 目前近邻宇宙 H_0 的测量精度约 2%, 宇宙微波背景辐射测量精度为 0.7%, 所以几十个事例就足以以为 H_0 危机提供统计上显著的独立数据, 60 个事例就能超过近邻宇宙的测量精度, 500 个事例就能够超过宇宙微波背景辐射的测量精度. 而预期到 2026 年, LIGO, VIRGO 以及日本和印度的引力波干涉仪将能够探测到几十到几百个事例, 而且单个事例的 H_0 测量精度有望好于 15%. 所以, 通过标准汽笛方法, 有望在五六年的时间里, 提供解决 H_0 危机的独立精确数据 [1].

3.2 无明确电磁对应物的情形

对于不能直接探测到电磁对应体或无法定位宿主星系的引力波事件, 人们提出了确定红移的多种方法. 如利用宿主星系或宿主星系团的红移分布, 利用致密双星的红移分布函数, 利用潮汐效应对引力波相位的修正, 利用中子星质量分布函数, 以及利用宇宙演化导致的引力波相位修正等 [2].

3.2.1 利用宿主星系或宿主星系团的红移分布

对于大量无法通过光学认证来确定红移的引力波源 (如太阳质量双黑洞并合, 高红移的太阳质量致密双星并合, 大质量双黑洞并合等), 也可以仅仅通过引力波观测确定其空间方位. 在该方位角内可能存在几个, 甚至数百个星系或者星系团, 每一个星系的红移都可以通过光学观测得到, 因此分析这些星系的红移可以得到一个红移分布函数, 作为引力波源红移的概率分布. 考虑该红移分布, 以及引力波观测得到的关于波源距离的限制, 该引力波源也可以作为标准汽笛来限制宇宙学. 在 MacLeod et al. (2008) 和 Petiteau et al. (2011) 中, 作者发现考虑 LISA 的观测以及宿主星系或宿主星系团的红移分布, 可以将哈勃常数限制到 1% 的精度, 或者将暗能量的状态参数限制到 4%–8% 的精度. 在 Del Pozzo (2014) 中, 作者类似地考虑第二代引力波探测器网络, 发现若 50 个引力波事件被探测到, 也能很好地限制哈勃常数.

3.2.2 利用致密双星的红移分布函数

在该方法中, 对宇宙学参数的估算只需要考虑引力波源的距离测量及其误差. 而波源的红移信息, 则利用由利用星族合成模型计算得到的致密双星在不同红移处的并合率得到的关于引力波源红移的分布函数确定. 这样, 对于第三代引力波探测器, 如爱因斯坦望远镜, 即使无法进行波源的定位, 也可以对宇宙学参数进行限制. 同时, 该方法可以适用于任何类型的引力波源, 而不仅仅局限于双中子星并合. 因此, 每年的事件率在第三代引力波探测器时代可以达到 10^3 – 10^7 , 而事件红移范围可以达到 $z \sim 17$.

3.2.3 利用潮汐效应对引力波相位的修正

引力波波形测量不能得到红移信息的关键在于, 无论在振幅还是相位中, 红移和波源质量总是以观测质量的形式出现, 因此红移与质量是完全简并的. 但是对于某一致密双星并合事件, 如果其中有一个天体不是黑洞 (即它是中子星, 白矮星, 甚至主序星), 则在双星距离很近时, 潮汐撕裂效应会变得非常明显, 因此该天体会发生形变, 从而带来新的四极矩. 该潮汐效应会改变引力波波形的相位. 该修正依赖于星体的物理质量而非观测质量, 因此, 如果能够观测到该相位修正项, 则可以打破红移与物理质量之间的简并, 从而得到波源的红移信息. 该方法的缺点在于, 相位的潮汐修正依赖于中子星的物态方程, 而该方程目前还不是非常清楚.

4 通过引力波测距限制哈勃常数的前景

LIGO, Virgo, KAGRA 等第二代地面探测器正在不断提高灵敏度, 预计对双黑洞的探测范围可以达到几百个 Mpc. 第三代地面探测器尚在规划之中, 一旦建成, 预计每年可以探测到约 10^5 个事件. 空间引力波探测器如太极计划, 天琴计划, eLISA 等第一代空间引力波探测器预计在未来 10–20 年内建设完成, 第二代空间引力波探测器也已提上日程, 它们将具有很高的角分辨率, 距离测量精度和事件探测率. 因此未来将观测到越来越多伴有电磁

对应体的引力波事件, 能极好地进行引力波测距, 有望很好地对哈勃常数进行限制 [2].

参考文献

- [1] 张鹏杰. GW170817 与标准汽笛宇宙学. *物理*, 48(09):588–592, 2019.
- [2] 赵文. 引力波标准汽笛与宇宙学. *中国科学: 物理学力学天文学*, 48(07):69–85, 2018.
- [3] Bernard F. Schutz. Determining the hubble constant from gravitational wave observations. *Nature*, 323(6086):310–311, 1986.
- [4] B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, et al. GW170817: Observation of gravitational waves from a binary neutron star inspiral. *Phys. Rev. Lett.*, 119:161101, 2017.
- [5] Eleonora Di Valentino and Alessandro Melchiorri. First cosmological constraints combining Planck with the recent gravitational-wave standard siren measurement of the Hubble constant. *Phys. Rev. D*, 97:041301, 2018.
- [6] M. Fishbach, R. Gray, I. Magaña Hernandez, et al. A standard siren measurement of the Hubble constant from GW170817 without the electromagnetic counterpart. *The Astrophysical Journal*, 871(1):L13, 2019.
- [7] C. Guidorzi, R. Margutti, D. Brout, et al. Improved constraints on H_0 from a combined analysis of gravitational-wave and electromagnetic emission from GW170817. *The Astrophysical Journal*, 851(2):L36, 2017.
- [8] Kenta Hotokezaka, Ehud Nakar, Ore Gottlieb, et al. A Hubble constant measurement from superluminal motion of the jet in GW170817. 3:940–944, 2019.