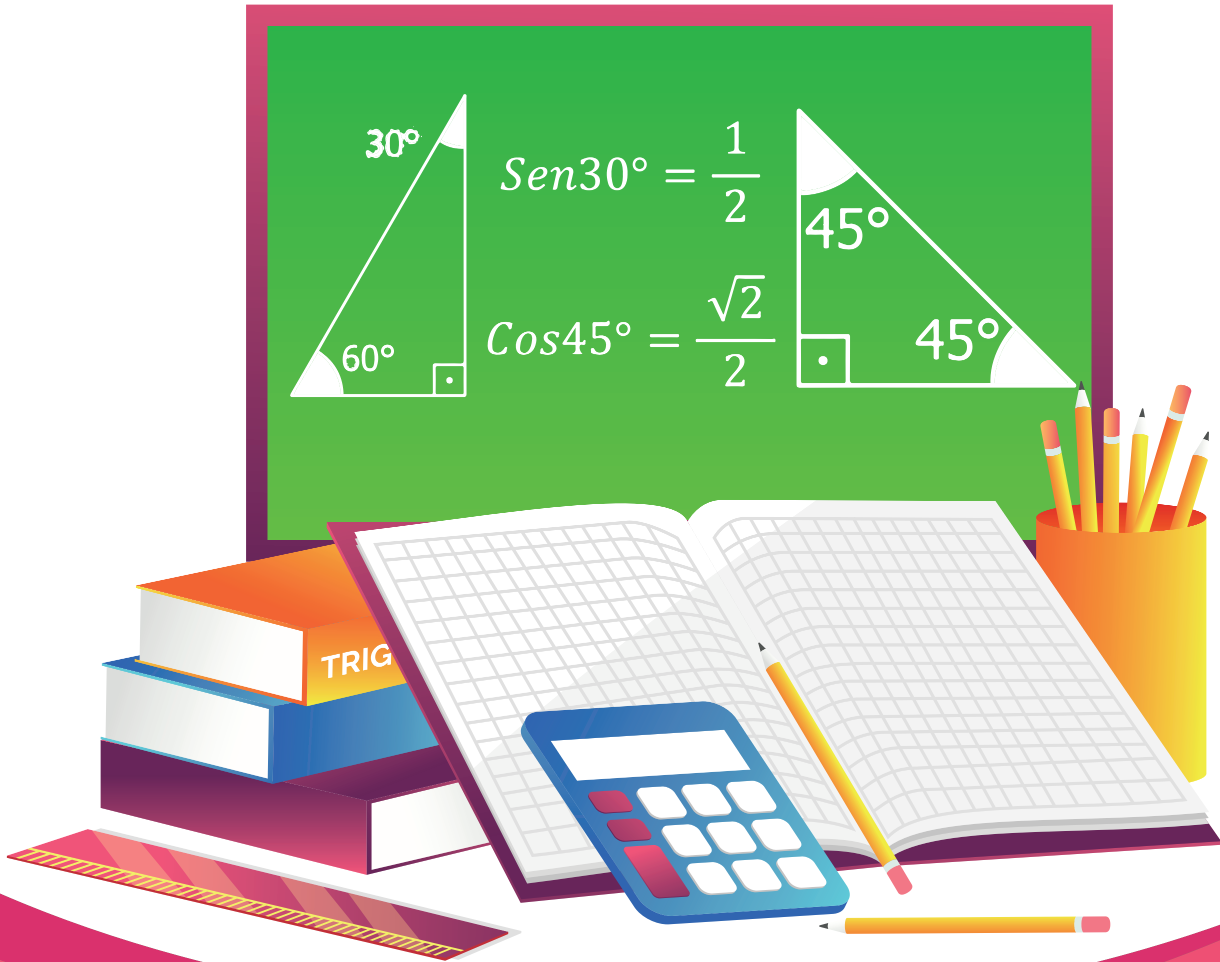
INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA

ADUNI SCHOOL



COMPENDIO ACADÉMICO DE:

TRIGONOMETRÍA

6

PRIMARIA

6
PRIMARIA

ÍNDICE | TRIGONOMETRÍA MATEMÁTICA

01 Ángulos trigonométricos Sistema de medidas (Página 3 - 8)

02 Conversión de sistemas de medición angular (Página 9 - 14)

03 Reconocimiento de la hipotenusa y de los catetos (Página 15 - 20)

04 Teorema de Pitágoras (Página 21 - 30)

05 Razones trigonométricas (seno-coseno) (Página 31 - 37)

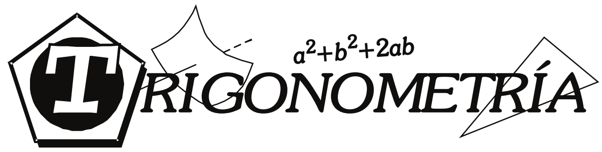
06 Razones trigonométricas (tangente-cotangente) (Página 38 - 45)

07 Razones trigonométricas (secante-cosecante) (Página 46 - 53)

08 Razones trigonométricas de ángulos agudos de 30° y 60° (Página 54 - 59)

09 Razones trigonométricas de ángulos agudos de 37° y 53° (Página 60 - 65)

10 Razones trigonométricas de ángulos agudos de 45° (Página 66 - 72)



TRIGONOMETRÍA

(Del gr. trigonometria) f. parte de las matemáticas que trata del cálculo de los elementos de los triángulos planos y esféricos.// Esférica. La que trata de los triángulos esféricos.// Plana. La que trata de los triángulos planos.

Historia de la Trigonometría

Se remonta a las matemáticas egipcias y babilónicas, siendo los egipcios los primeros en usar las medidas en grados, minutos y segundos para la medida de ángulos. Siendo Hiparco, un astrónomo de Nicea, creó una tabla trigonométrica para resolver triángulos. A continuación tenemos una biografía de Hiparco, considerado el padre de la Trigonometría.

Biografía de Hiparco

Nació en el año de 190 a. C. en Nicea Bithynia (ahora Turquía). Se conoce muy poco sobre su vida. Hiparco se considera como el primer astrónomo científico. Prácticamente toda la información que se conoce de Hiparco proviene de *Almagesto* de Claudio Ptolomeo

Sólo ha sobrevivido uno de sus trabajos llamado *Commentary on Aratus and Eudoxus* el cual no es precisamente de sus principales labores. Este fue escrito en tres libros: en el primero nombra y describe las constelaciones, en el segundo y tercero publica sus cálculos sobre la salida y entrada de las constelaciones, al final del tercer libro da una lista de estrellas brillantes. En ninguno de los tres libros Hiparco hace comentarios sobre matemáticas astronómicas. No utilizó un sólo sistema de coordenadas sino un sistema mezclado de varios tipos de ellas.

Realizó importantes contribuciones a la trigonometría tanto plana como esférica, publicó la tabla de cuerdas, temprano ejemplo de una tabla trigonométrica. El propósito de ésta era proporcionar un método para resolver triángulos. También introdujo en Grecia la división del círculo en 360 grados.

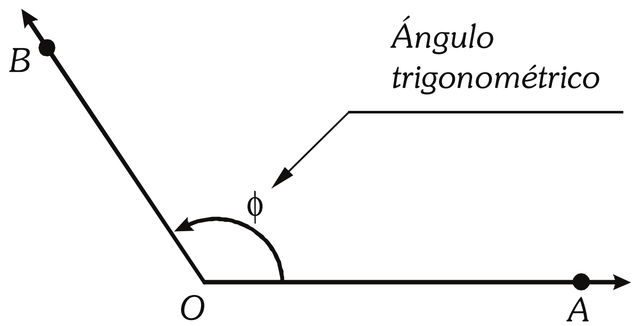
En astronomía descubrió la presesión de los equinoccios; describió el movimiento aparente de las estrellas fijas cuya medición fue de 46" muy aproximada al actual de 50,26". Calculó la duración del año con una precisión de 6,5 y minutos; calculó un periodo de eclipses de 126,007 días y una hora; calculó la distancia de la Luna basándose en la observación de una eclipse el 14 de marzo de 190 a. C., su cálculo fue entre 59 y 67 radios terrestres el cual está muy cerca del real (60 radios); desarrolló un módelo teórico del movimiento de la Luna basado en epiciclos. Elaboró el primer catálogo celeste que contenía aproximadamente 850 estrellas diferenciándolas por su brillo en seis categorías o magnitudes, probablemente este trabajo fue utilizado por Ptolomeo como base para su propio cátalogo celeste. Sobre este último tuvo gran influencia y al rechazar la teoría heliocéntrica de Aristarco de Samos fue el precursor de los trabajos geocéntricos de Ptolomeo.

TEMA 01

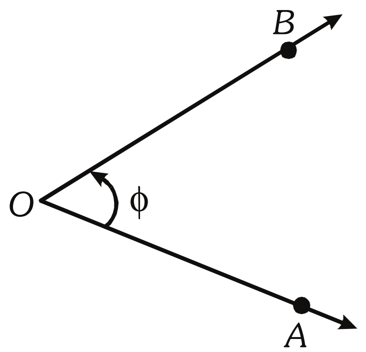
ÁNGULOS TRIGONOMÉTRICOS SISTEMA DE MEDIDAS

Definición

Es aquel que se genera por la rotación de un rayo, que gira al rededor de un punto O (vértice) desde una posición inicial $\left(\overrightarrow{OA}\right)$ hasta una posición final $\left(\overrightarrow{OB}\right)$.



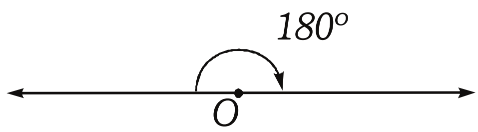
Elementos del ángulo trigonométrico:



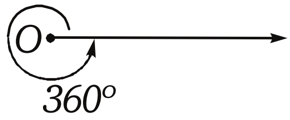
$\left(\overrightarrow{OA}\right)$	:	Lado inicial
$\left(\overrightarrow{OB}\right)$	:	Lado final
O	:	Vértice
ϕ	:	Ángulo trigonométrico

RECORDANDO:

Ángulo de media vuelta:



Ángulo de una vuelta:



Sistemas de medidas angulares

1. Sistema sexagesimal: Es aquel sistema que tiene como unidad el grado sexagesimal, el cual se define como la 360ava parte del ángulo de una vuelta.

El ángulo de una vuelta mide 360º.

Las subunidades del grado sexagesimal son:

*	El minuto sexagesimal	1'
*	El segundo sexagesimal	1"

Sus equivalencias son:

$\boxed{1^\circ = 60'}$ $\boxed{1' = 60''}$ $\boxed{1' = 3600''}$

Factor de Conversión: Es Aquella fracción cuyo numerador es igual al denominador y al multiplicarlo a una cierta unidad lo convierte en otra equivalente:

Ejemplos de factores de conversión:

I) $\dfrac{1^\circ}{60'}$ *II)* $\dfrac{60'}{1^\circ}$ *III)* $\dfrac{1'}{60''}$ *IV)* $\dfrac{3600''}{1^\circ}$

Ejemplos:

1. Convertir a minutos sexagesimales.

a) $2^\circ \to 2\cancel{^\circ}\left(\dfrac{60'}{1\cancel{^\circ}}\right) = 120'$

b) $14^\circ \to 14\cancel{^\circ}\left(\dfrac{60'}{1\cancel{^\circ}}\right) = 840'$

2. Convertir a grados sexagesimales.

a) $1200' \rightarrow \overset{20}{\cancel{1200'}}\left(\dfrac{1\cancel{°}}{\underset{1}{\cancel{60'}}}\right) = 20°$

b) $1800' \rightarrow \overset{30}{\cancel{1800'}}\left(\dfrac{1\cancel{°}}{\underset{1}{\cancel{60'}}}\right) = 30°$

3. Convertir a minutos sexagesimales.

a) $5°8' \rightarrow 5°8' = 5° + 8'$

Convertimos los grados a minutos:

$5°\left(\dfrac{60'}{1°}\right) = 300'$

Sumamos los minutos: $300' + 8' = 308'$ $\therefore$ $5°\,8' = 308'$

b) $19°12' \rightarrow 19°12' \rightarrow 19° + 12'$

Convertimos los grados a minutos:

$19°\left(\dfrac{60'}{1°}\right) = 1140'$

Sumamos los minutos: $1140' + 12' = 1152$ $\therefore$ $19°12' = 1140'$

4. Simplificar:

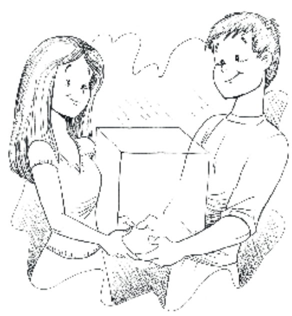
$$E = \frac{8°\,20'}{50'}$$

Convertimos los $8°$ a minutos para poder reducirlo:

$$8°\,20' = 8° + 20' \Rightarrow 8\cancel{°}\left(\frac{60'}{1\cancel{°}}\right) = 480'$$

$$W = \frac{\frac{\pi}{10}\, rad}{6°}$$

$$E = \frac{480' + 20'}{50'} = \frac{500'}{50'} = 10$$



PRACTIQUEMOS

1. Convertir a minutos sexagesimales.

a) $4°$ b) $12°$ c) $10°$

2. Convertir a segundos sexagesimales.

a) $20'$ b) $35'$ c) $10'$

3. Convertir a minutos sexagesimales.

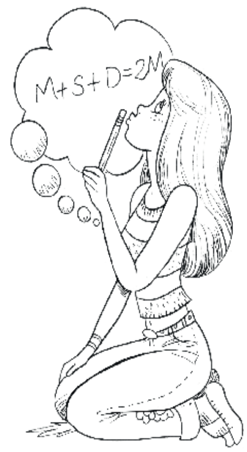
a) $1°\,20'$ b) $3°\,45'$ c) $12°\,10'$

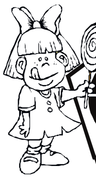
4. Convertir a grados sexagesimales.

a) $4800'$ b) $720'$ c) $900'$

5. Si $a=30'$, $b=1°$.
Calcular $a+b$ en minutos.

a) $60'$ b) $90'$ c) $31'$





PROBLEMAS
PROPUESTOS

1. Convertir a minutos sexagesimales:

$$5°$$

a) 300' b) 250' c) 240' d) 350' e) 500'

2. Convertir a grados sexagesimales:

$$1800'$$

a) 24° b) 30° c) 36° d) 35° e) 28°

3. Convertir a minutos sexagesimales:

$$6°\ 24'$$

a) 181' b) 180' c) 324' d) 284' e) 384'

4. Simplificar:

$$T = \frac{6°40'}{25'}$$

a) 20 b) 25 c) 18 d) 22 e) 16

5. Calcular el valor de M:

$$M = \frac{5°15' + 6°}{25'}$$

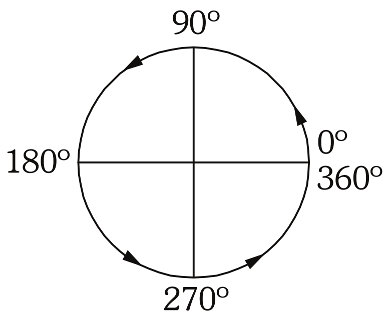
a) 28 b) 22 c) 25 d) 27 e) 20

TEMA 02

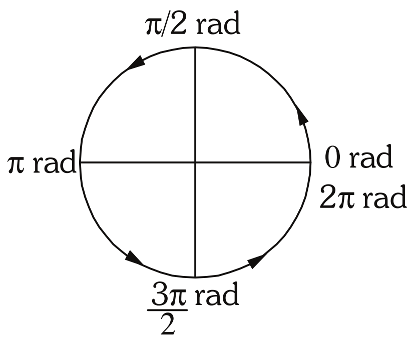
CONVERSIÓN DE SISTEMAS DE MEDICIÓN ANGULAR

Sistema radial: Es aquel sistema cuya unidad es el radian (rad). Cuyo ángulo de una vuelta mide 2π rad. Equivalencia entre los sistemas sexagesimal y radial.

Sistema sexagesimal



Sistema radial



De la figura: $\boxed{360° = 2\pi \text{ rad}}$ $\boxed{180° = \pi \text{ rad}}$

Factores de Conversión:

I) $\left(\dfrac{180°}{\pi rad}\right)$ *II)* $\left(\dfrac{\pi rad}{180°}\right)$

Ejemplos:

1. Convertir 45° a radianes.

   Resolución:

   Para convertir 45° grados radianes, tenemos que eliminar los grados, para ello usamos el segundo factor de conversión, porque tiene los grados en el denominador y se cancelarían.

   $$\overset{\overset{1}{\cancel{5}}}{\cancel{45°}}\times\left(\frac{\pi \text{ rad}}{\underset{\underset{4}{\cancel{20}}}{\cancel{180°}}}\right)=\frac{\pi}{4} \quad\Rightarrow\quad 45°=\frac{\pi}{4}\text{rad}$$

2. Convertir $\dfrac{\pi}{5}$ rad a grupos sexagesimales.

   Resolución:

   Ahora usaremos el primer factor de conversión para eliminar los radianes:

   $$\frac{\cancel{\pi rad}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\times\left(\frac{\overset{36°}{\cancel{180°}}}{\cancel{\pi rad}}\right)=36° \quad\Rightarrow\quad \frac{\pi}{5}\text{rad}=36°$$

2. Simplificar: $W = \dfrac{\frac{\pi}{10}\text{rad}}{6°}$

Solo convertimos una de ellas: $\dfrac{\cancel{\pi}}{10}\cancel{\text{rad}}\left(\dfrac{180°}{\cancel{\pi\text{rad}}}\right) = 18°$

Luego reemplazamos: $W = \dfrac{18\cancel{°}}{6\cancel{°}} = 3$

PRÁCTICA

1. Convertir a radianes.

a) 54°

b) 80°

2. Convertir a radianes.

a) 120°

b) 30°

3. Convertir a grados sexagesimales.

a) $\dfrac{\pi}{3}\text{rad}$

b) $\dfrac{\pi}{18}\text{rad}$

4. Simplificar:

$$E = \frac{\frac{\pi}{3}\text{rad}}{30°}$$

5. Calcular el valor de M.

$$M = \frac{\frac{\pi}{3}\text{rad} + 40°}{100°}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

Resolver en el cuaderno:

1. Convertir $\frac{\pi}{5}$rad al sistema sexagesimal.

a) 36°　　b) 35°　　c) 34°
d) 30°　　e) 15°

2. Convertir 72° a radianes.

a) $\frac{\pi}{5}$rad　　b) $\frac{\pi}{8}$rad　　c) $\frac{2\pi}{7}$rad
d) $\frac{5\pi}{9}$rad　　e) $\frac{2\pi}{5}$rad

3. Convertir a radianes α, si α = 27°+63°.

a) $\frac{7\pi}{5}$rad　　b) $\frac{\pi}{5}$rad　　c) $\frac{5\pi}{6}$rad
d) π rad　　e) $\frac{\pi}{2}$rad

4. Calcular el valor de M.

$$M = \frac{40^\circ}{\frac{\pi}{9}\text{rad}}$$

a) 2　　b) 3　　c) 5
d) 6　　e) 8

5. Convertir a grados sexagesimales:

$$\theta = \frac{\pi}{4}\text{rad} + \frac{\pi}{3}\text{rad} + \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

a) 190° b) 192° c) 195°
d) 200° e) 194°

6. Convertir a radianes:

$$140° + 40°$$

a) $\frac{7\pi}{9}$ rad b) $\frac{6\pi}{9}$ rad c) $\frac{2\pi}{9}$ rad
d) $\frac{8\pi}{9}$ rad e) π rad

PROBLEMAS PROPUESTOS

Convertir:

1. $\frac{3\pi}{5}$ rad a grados sexagesimales

2. $\frac{2\pi}{5}$ rad a grados sexagesimales

3. $\frac{\pi}{6}$ rad a grados sexagesimales

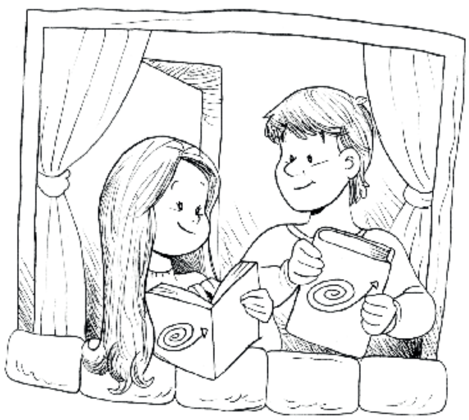
4. 49° a radianes

5. 74° a radianes

6. 60° a radianes

7. 120° a radianes

8. 96° a radianes



REPASO

1. Calcular el valor de T.

$$T = \frac{2^\circ 13' + 5^\circ + 47'}{1^\circ}$$

2. Si $a = 40'$; $b = 2^\circ$.
Calcular $a+b$ en minutos sexagesimales.

3. Simplificar:

$$M = \frac{8^\circ 30' + 4'}{2'}$$

4. Simplificar:

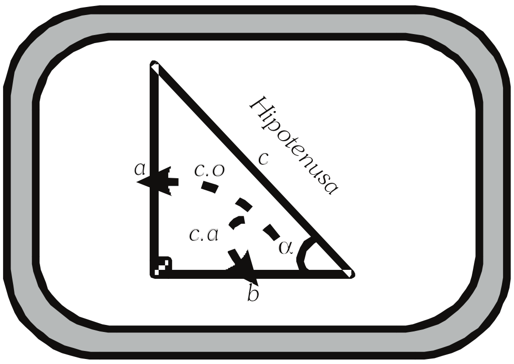
$$T = \frac{\frac{\pi}{6}\text{rad} + 60^\circ}{30^\circ}$$

TRIGONOMETRÍA

TARTAGLIA

De familia muy humilde, su genio y su fuerza de voluntad le llevaron a ser un gran matemático. Resolvió una importante ecuación de 3.er grado y guardó en secreto sus descubrimientos.

Niccoló Fontana fue conocido con el apodo de Tartaglia debido a su tartamudez, consecuencia de un golpe en la cabeza durante su infancia. Su apodo está ligado al del triángulo formado por los coeficientes de las sucesivas potencias de un binomio.

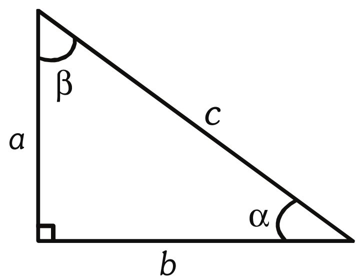


TEMA 03

RECONOCIMIENTO DE LA HIPOTENUSA Y DE LOS CATETOS

TRIÁNGULO RECTÁNGULO

Es aquel triángulo que tiene un ángulo recto y dos ángulos agudos: el lado mayor recibe el nombre de HIPOTENUSA y los dos menores son los CATETOS.



Para el ángulo α

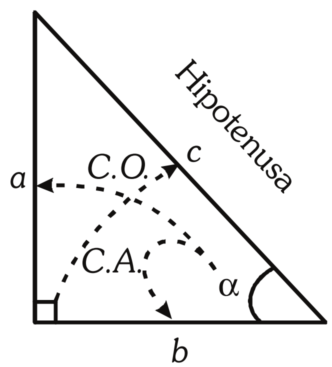
$a \rightarrow$ *Cateto opuesto* (C.O.)
$b \rightarrow$ *Cateto adyacente* (C.A.)
$c \rightarrow$ *Hipotenusa* (H)

Para el ángulo β

$a \rightarrow$ *Cateto adyacente* (C.A.)
$b \rightarrow$ *Cateto opuesto* (C.O.)
$c \rightarrow$ *Hipotenusa* (H)

Ejemplo:

Determinar el cateto opuesto, el cateto adyacente y la hipotenusa en el ⊿; para el ángulo α.

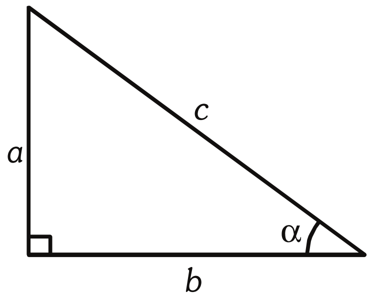


Resolución:

* El cateto *a* se opone el ángulo α, entonces es cateto opuesto: *a*.
* El cateto b es el adyacente del ángulo α, entonces es cateto adyacente: *b*.
* La hipotenusa siempre será el segmento que está opuesto al ángulo recto (diagonal).

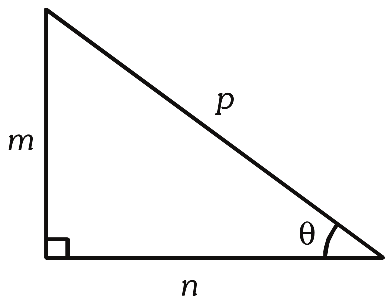
PRÁCTICA

1. En el triángulo determinar:



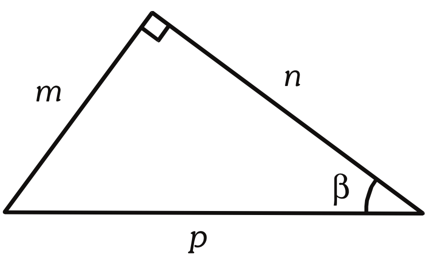
Para el ∡ α.
Cateto opuesto: _______________
Cateto adyacente: _______________
Hipotenusa: _______________

2. En el triángulo determinar:



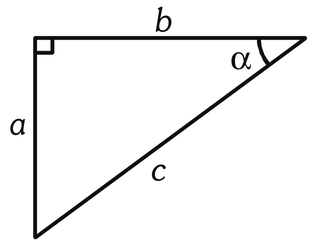
Para el ∡ θ.
Cateto opuesto: _______________
Cateto adyacente: _______________
Hipotenusa: _______________

3. En el triángulo determinar:



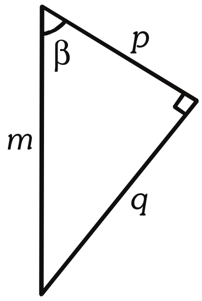
Para el ∡ β.
Cateto opuesto: _______________
Cateto adyacente: _______________
Hipotenusa: _______________

4. En el triángulo determinar:

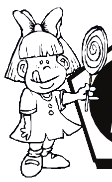


Para el ∡ α.
Cateto opuesto: ______________
Cateto adyacente: ______________
Hipotenusa: ______________

5. En el triángulo determinar:

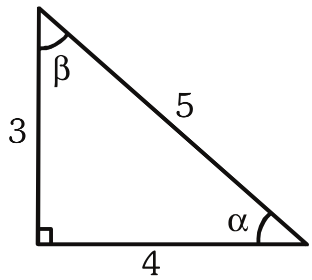


Para el ∡ β.
Cateto opuesto: ______________
Cateto adyacente: ______________
Hipotenusa: ______________



PROBLEMAS PROPUESTOS

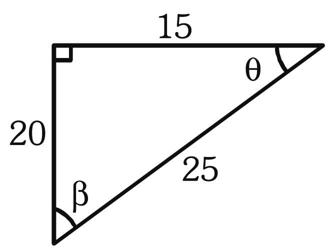
1. En el ⊿ determinar:



Para el ∡ α.
H = ________
C.O. = ________
C.A. = ________

Para el ∡ β.
H = ________
C.O. = ________
C.A. = ________

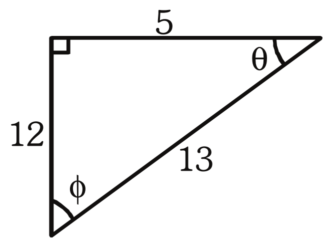
2. En el ⊿ determinar:



Para el ∡ θ.
H = ________
C.O. = ________
C.A. = ________

Para el ∡ β.
H = ________
C.O. = ________
C.A. = ________

3. En el ⊿ determinar:



Para el ∡ θ.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

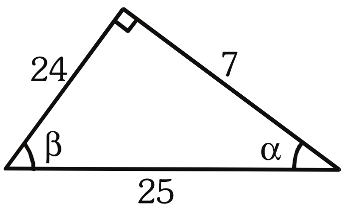
Para el ∡ ϕ.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

4. En el ⊿ determinar:



Para el ∡ α.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

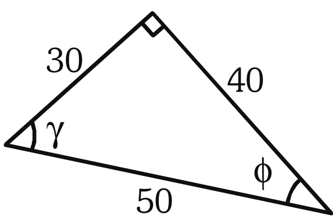
Para el ∡ β.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

5. En el ⊿ determinar:



Para el ∡ γ.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

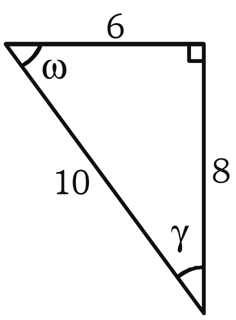
Para el ∡ ϕ.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

6. En el ⊿ determinar:



Para el ∡ ω.

H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

Para el ∡ γ.

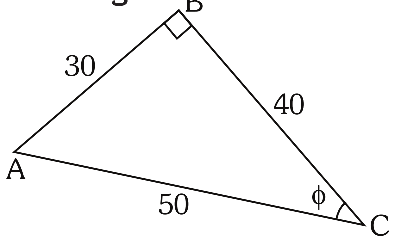
H = ________

C.O. = ________

C.A. = ________

REPASO

1. En el triángulo determinar:

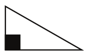


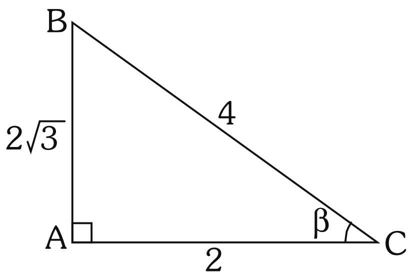
Para el ∡ ϕ.

Hipotenusa =

Cateto opuesto =

Cateto adyacente =

2. En el  determinar:



Para el ∡ β.

Cateto opuesto =

Cateto adyacente =

Hipotenusa =

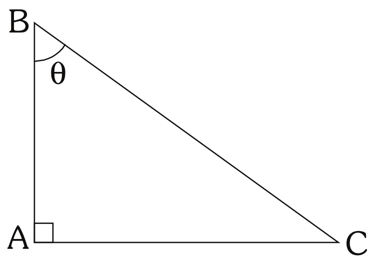
3. Completar los lados del triángulo.

Para el ∡ θ.

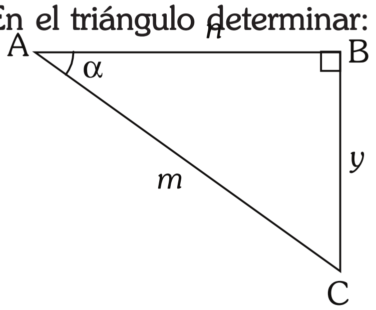
Cateto opuesto = y

Cateto adyacente = m

Hipotenusa = n



4. En el triángulo determinar:



Para el ∡ α.

Cateto opuesto =

Cateto adyacente =

Hipotenusa =

TRIGONOMETRÍA

EL GENIAL PITÁGORAS

Contado entre los siete sabios de Grecia, el genial Pitágoras, filosófo y matemático, nació en la isla de Samos. La fecha está considerada entre 592 y 569 a.C.

Se dice que descendía de una familia acomodada, que le procuró una amplia educación, llegando a ser discípulo más ilustre de la Escuela Jónica.

Contó entre sus maestros a Ferécides y Anaximandro, que le inculcaron una sabia cultura, ampliándola él con los viajes que realizaba por Egipto y pueblos del Asia Menor, estudiando sus conocimientos religiosos, científicos, políticos y matemáticas.

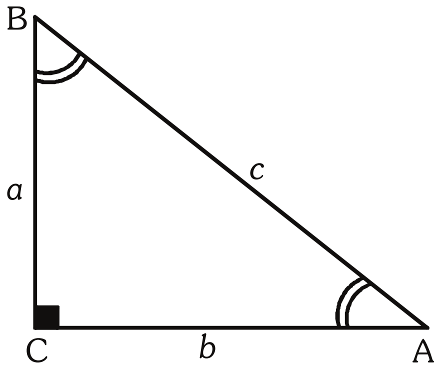
El lema de los pitagóricos era: "Los números rigen al mundo" o "el saber por el saber mismo...".

También es muy conocido Pitágoras por su famoso teorema que se refiere al triángulo rectángulo, el cual se enuncia: "El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre sus catetos".

TEMA 04

TEOREMA DE PITÁGORAS

Inicialmente se mencionará los lados del triángulo rectángulo.



a y b : catetos

c : hipotenusa

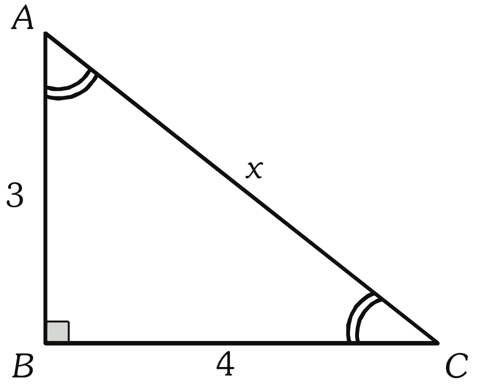
Entonces el teorema se define como:

"El cuadrado de la longitud de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los catetos".

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

Ejemplos:

1. Calcular la hipotenusa del ⊿ ABC.



Resolución:

Aplicando el T.P.

$x^2 = 3^2 + 4^2$

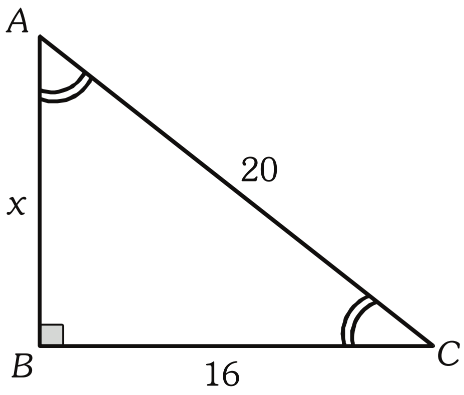
$x^2 = 9 + 16$

$x^2 = 25$

$x = \sqrt{25}$

$\boxed{x = 5}$

2. Calcular el cateto del ⊿ *ABC*.



Resolución:

Aplicando el T.P.

$202 = x^2 + 16$

$400 = x^2 + 256$

$400 - 256 = x^2$

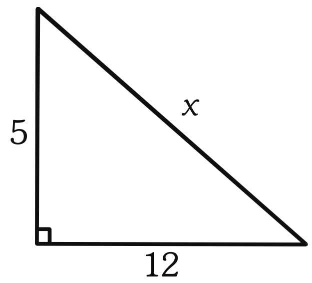
$144 = x^2$

$\sqrt{144} = x$

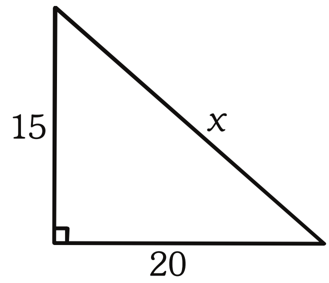
$12 = x$

PRÁCTICA

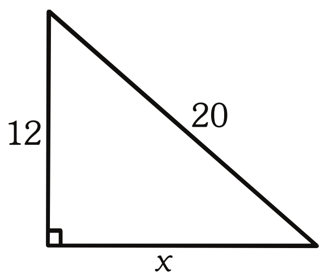
1. Calcular x.



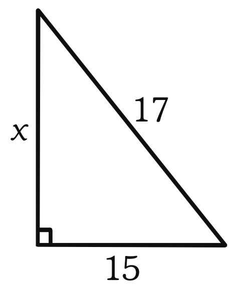
2. Calcular x.



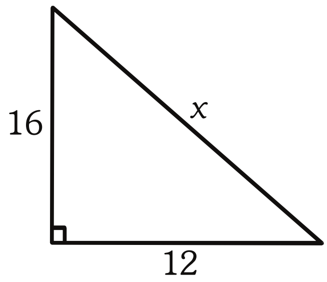
3. Calcular x.



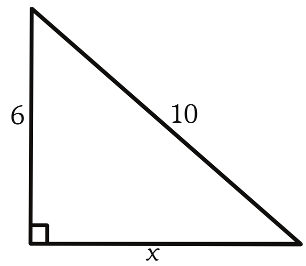
4. Calcular x.



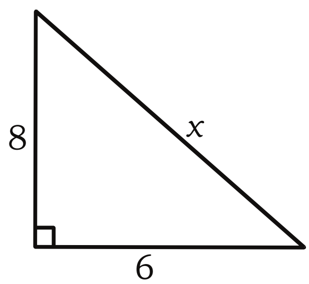
5. Calcular x.



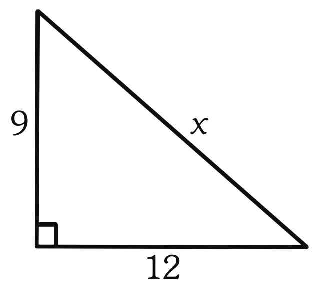
6. Calcular el valor de x.



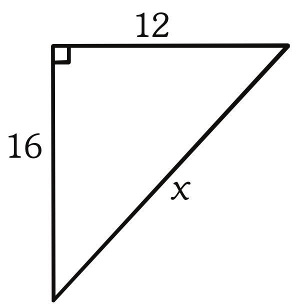
7. Calcular x.



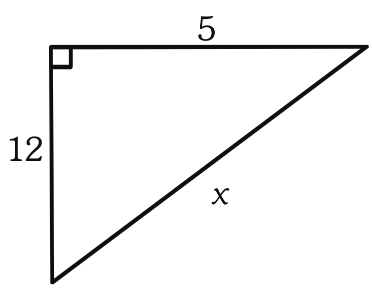
8. Calcular x.

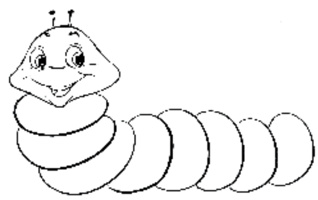


9. Calcular x.



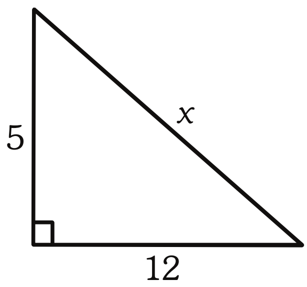
10. Calcular x.



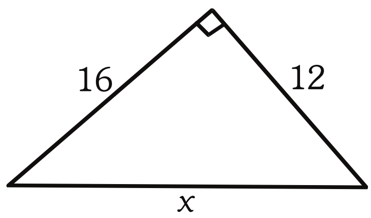


PROBLEMAS
PROPUESTOS

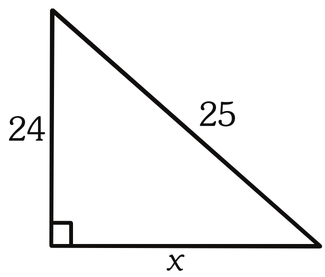
1. Calcular x.



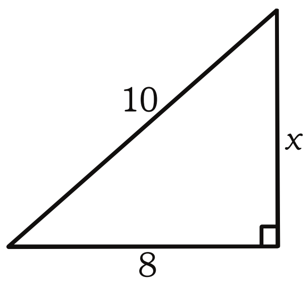
2. Calcular x.



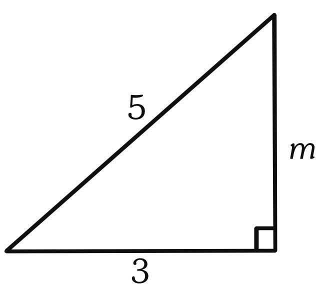
3. Calcular x.



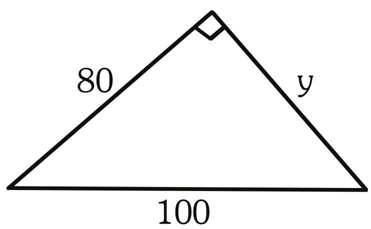
4. Calcular x.



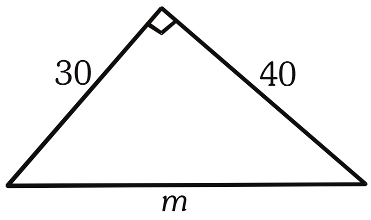
5. Calcular m.



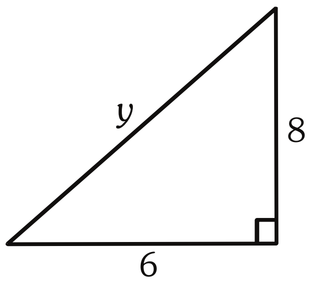
6. Calcular y.



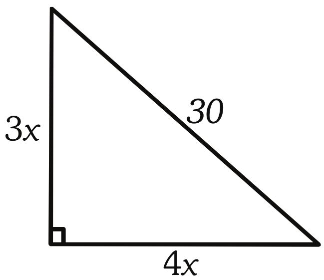
7. Calcular m.



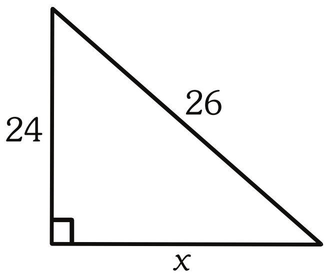
8. Calcular y.



9. Calcular x.

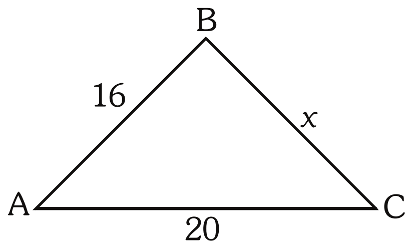


10. Calcular x.

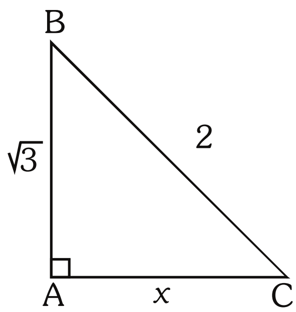


REPASO

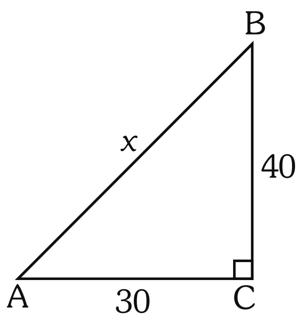
1. Calcular x en:

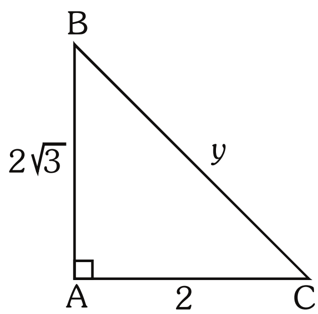


2. Calcular x en:

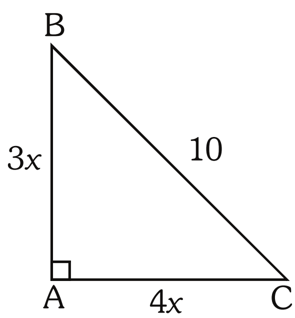


3. Calcular $x+y$ en:





4. Calcular x en:



REPASO

1. Si: M = 10 800 ÷ 900

   N = 34 200 ÷ 600

   Hallar $\frac{M+N}{3}$.

   A) 69 B) 20 C) 23 D) 57 E) 24

2. Si $P=\{x \in \sqcup \ / \ 3 \leq x < 11\}$.

   Hallar la suma de los elementos del conjunto P .

   A) 52 B) 25 C) 50 D) 51 E) 54

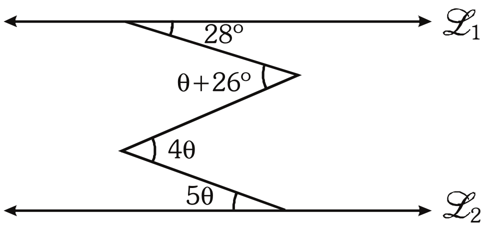
3. De la figura, calcular $x + y$.

   A) 35 B) 8 C) 13 D) 15 E) 53

4. Calcular $x + y$.

   A) 30 B) 35 C) 43 D) 36 E) 34

5. Si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$. Calcular el valor de θ en la siguiente figura.



A) 1 B) 2 C) 5 D) 3 E) 4

6. Efectuar:

$$P=\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$$

$$Q=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}}$$

Calcular P + Q.

A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

7. Efectuar:

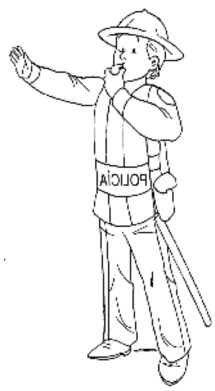
$$M=\frac{2^8\times2^5\times3^4\times3^7}{2^6\times3^2\times2^5\times3^8}$$

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

8. Simplificar:

$$T=\frac{\frac{\pi}{6}\text{rad}+90^\circ}{\frac{\pi}{3}\text{rad}}$$

A) 2 B) 3 C) 4 D) 7 E) 5



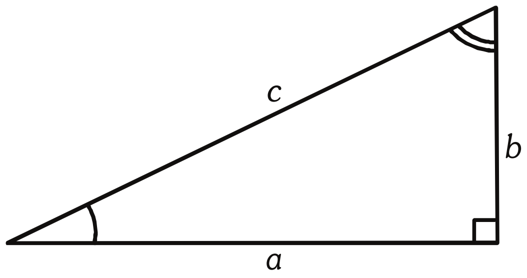
TRIGONOMETRÍA

CURIOSIDAD MATEMÁTICA

Los números pitagóricos
(Triadas pitagóricas)

De tres números naturales se dice que son pitagóricos, cuando la suma de los cuadrados de los dos menores es igual al cuadrado del mayor. Los 18 tríos más usuales son:

$a^2 + b^2 = c^2$



$3^2 + 4^2 = 5^2$

$5^2 + 12^2 = 13^2$

$7^2 + 24^2 = 25^2$

$8^2 + 15^2 = 17^2$

$9^2 + 40^2 = 41^2$

$11^2 + 60^2 = 61^2$

$12^2 + 35^2 = 37^2$

$13^2 + 84^2 = 85^2$

$16^2 + 63^2 = 65^2$

$20^2 + 21^2 = 29^2$

$21^2 + 28^2 = 35^2$

$28^2 + 45^2 = 53^2$

$33^2 + 56^2 = 65^2$

$36^2 + 77^2 = 85^2$

$39^2 + 80^2 = 89^2$

$48^2 + 55^2 = 73^2$

$65^2 + 72^2 = 97^2$

$24^2 + 45^2 = 51^2$

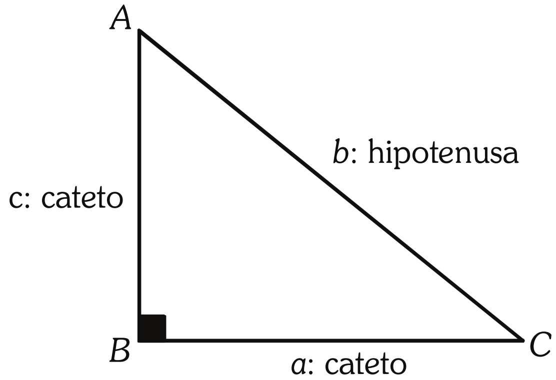
TEMA 05

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS(SENO-COSENO)

¿Qué es una razón trigonométrica?

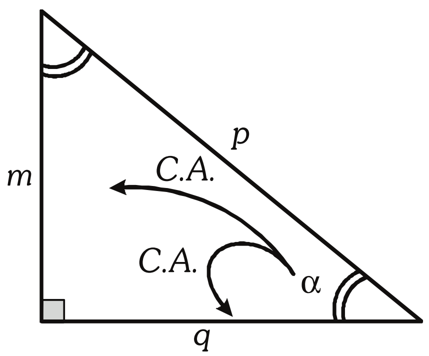
Se define como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo respecto a un ángulo agudo, también podemos afirmar que es la comparación de dos lados del triángulo rectángulo.

Elementos del ⊿ para la determinación de las razones trigonométricas



En esta primera parte del capítulo definiremos únicamente las razones **seno y coseno: para mejor aprendizaje del alumno.**

Segun la fig. 1:



$$\text{Seno de } \alpha = \text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto al } \angle\ \alpha}{\text{Hipotenusa}}$$

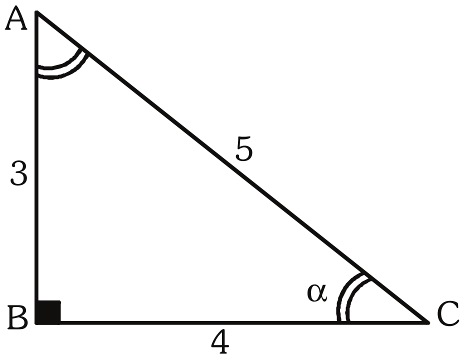
$$\text{Coseno de } \alpha = \cos \alpha = \frac{\text{Cateto adyacente al } \angle\ \alpha}{\text{Hipotenusa}}$$

Entonces:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{m}{p} \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{q}{p}$$

Ejemplo:

1. Calcular el sen α si:



Resolución:

Se sabe que:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto del} \sqcup \alpha}{\text{Hipotenusa}}$$

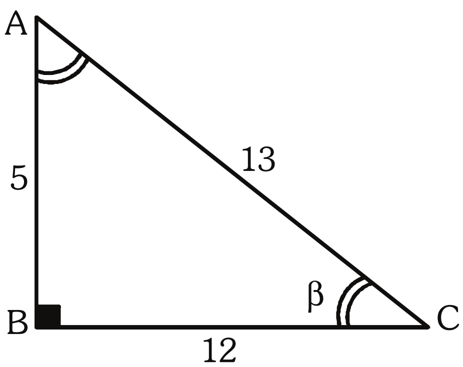
Ahora:

* Cateto opuesto = 3
* Hipotenusa = 5

Por lo tanto:

$$\boxed{\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}}$$

2. Calcular el cos β si:



Resolución:

Se sabe que:

$$\cos\beta = \frac{\text{Cateto adyacente al} \sqcup \beta}{\text{Hipotenusa}}$$

Ahora:

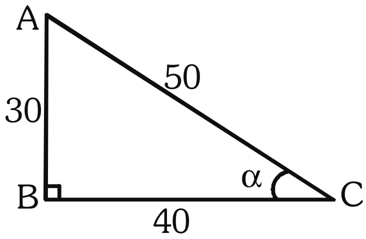
* Cateto adyacente = 12
* Hipotenusa = 13

Por lo tanto:

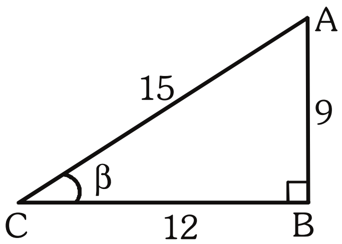
$$\boxed{\cos\beta = \frac{12}{13}}$$

PRÁCTICA

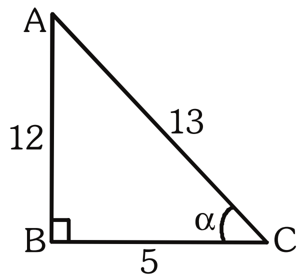
1. Calcular el sen α.



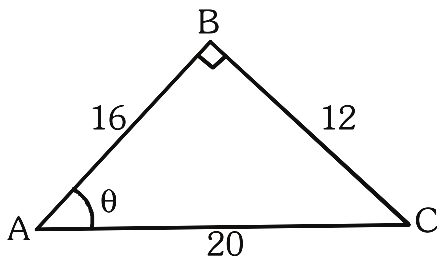
2. Calcular el cos β.



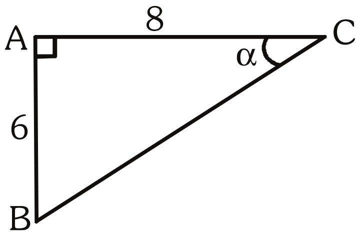
3. Calcular el cos α.



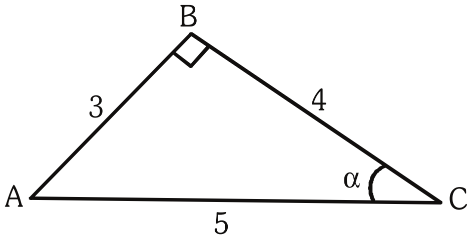
4. Calcular el sen θ.



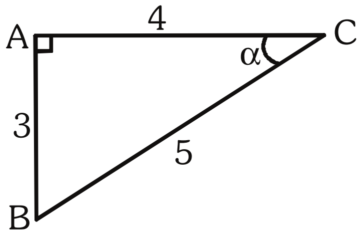
5. Calcular $E = \text{sen}\,\alpha + \cos\alpha$.



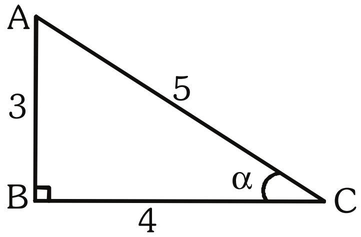
6. Calcular el $\cos\alpha \cdot \text{sen}\,\alpha$.



7. Calcular $P = \text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$.

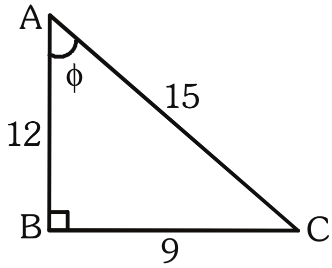


8. Calcular el $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha$.

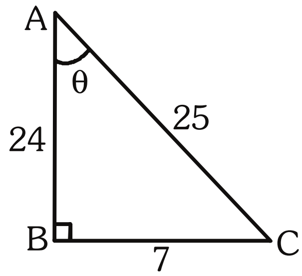


PROBLEMAS PROPUESTOS

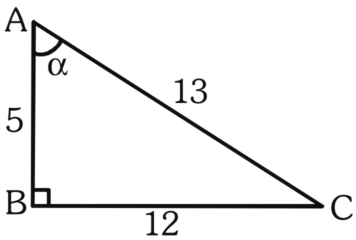
1. Calcular el sen ϕ.



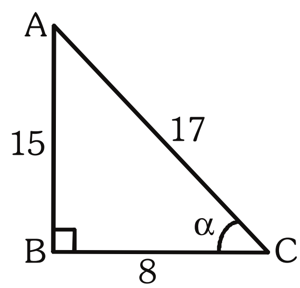
3. Calcular el cos θ.



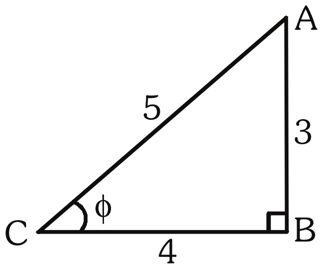
2. Calcular el sen α.



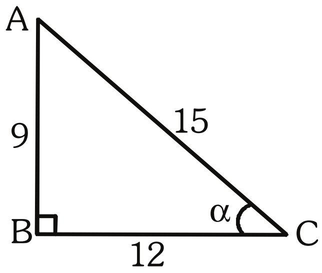
4. Calcular $E=\text{sen}\ \alpha + \cos\alpha$.



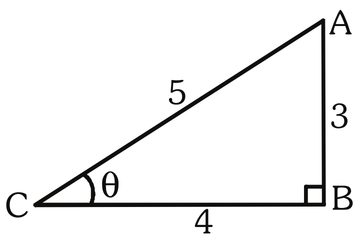
5. Calcular $K=\dfrac{\operatorname{sen}\phi}{\cos\phi}$.



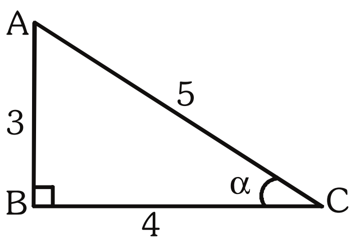
7. Calcular M=10senα.



6. Calcular P=5senθ.

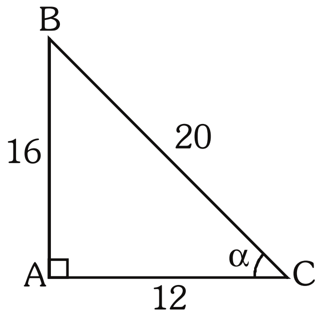


8. Calcular $2\operatorname{sen}^2\alpha + 2\cos^2\alpha$.

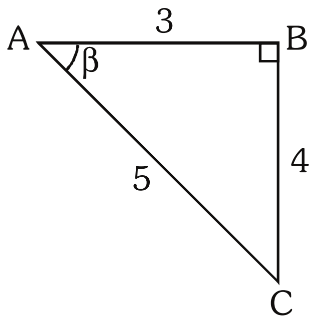


REPASO

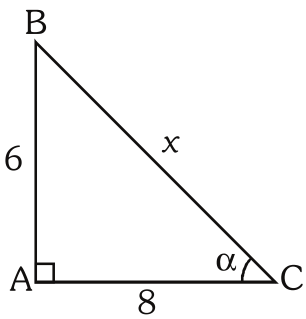
1. Calcular $8\,\text{sen}\,\alpha$.



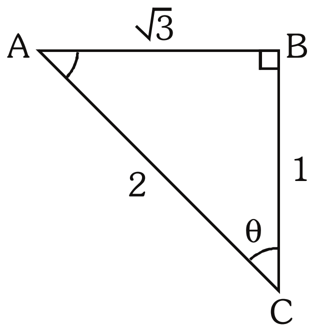
2. Calcular $T = 5\,\text{sen}\,\beta + \cos\beta$.



3. Calcular el $\text{sen}\,\alpha$.



4. Calcular $R = \text{sen}^2\theta + \cos^2\theta$.



TRIGONOMETRÍA

NAPIER, JOHN
_1550 - 1617_

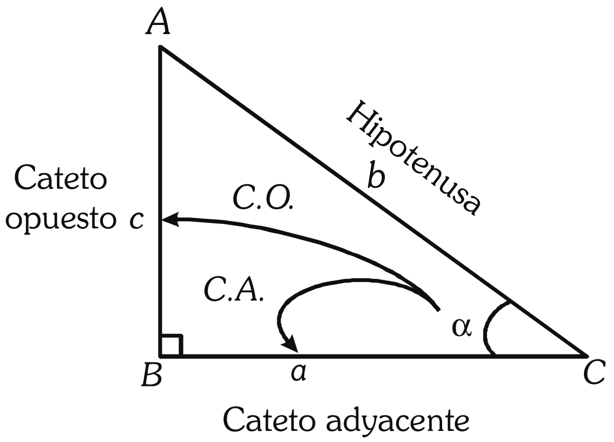
El escocés Napier estudió matemática sólo como un hobby. En el año 1614 publicó una descripción de cómo multiplicar y dividir con la ayuda de los logaritmos. También fue él quien asignó la palabra logaritmo. Independientemente de Napier, pero algo después, el suizo Burgi trabajó con una tabla para la multiplicación de logaritmos.

Ni Napier ni Burgi tuvieron una base especial para sus sistemas de logaritmos. Fue el inglés Henry Briggs, un amigo de Napier, quien comenzó a usar los logaritmos en base 10. Es por eso que llamamos logaritmos de base 10 a los logaritmos.

TEMA 06

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS(TANGENTE-COTANGENTE)

Tenemos que recordar que:



Tenemos que recordar:

Entonces:

. . . . α:

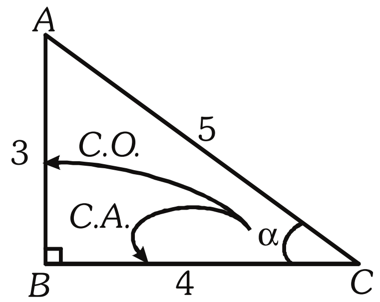
$$tg\alpha = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto adyacente}}$$

* Cotangente de α:

$$ctg\alpha = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}}$$

Ejemplos:

1. Calcular tgα si:



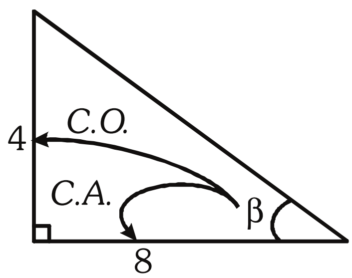
Resolución:

Sabemos que:

* Cateto opuesto = 3
* Cateto adyacente = 4

$$tg\,\alpha = \frac{3}{4}$$

2. Calcular la ctg β.



Resolución:

Sabemos que

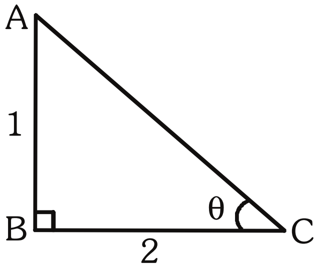
$$ctg\,\beta = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}}$$

$$ctg\,\beta = \frac{8}{4} \quad \Leftarrow \text{Simplificando}$$

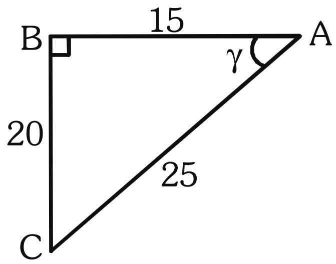
$$ctg\,\beta = 2$$

PRÁCTICA

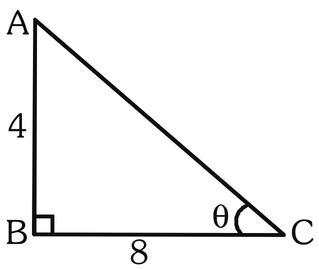
1. Calcular $tg\theta$.



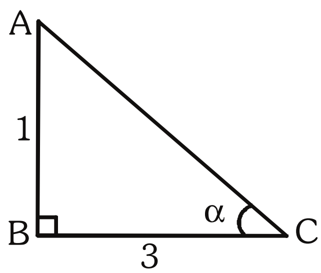
3. Calcular $4tg\gamma$.



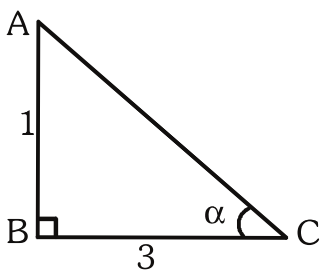
2. Calcular $tg\theta$.



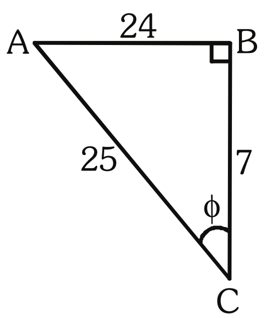
4. Calcular $ctg\alpha$.



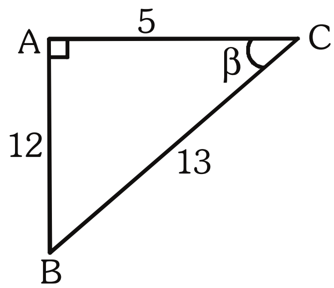
5. Calcular ctgα.



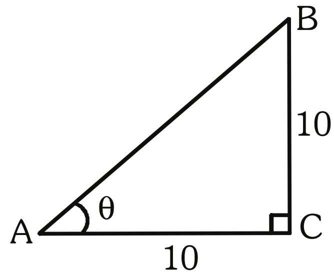
6. Calcular 10ctgϕ.



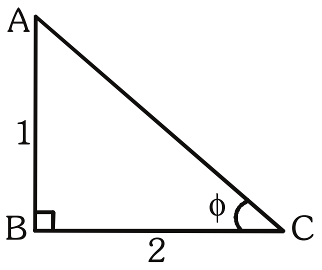
7. Calcular P=2ctgβ.



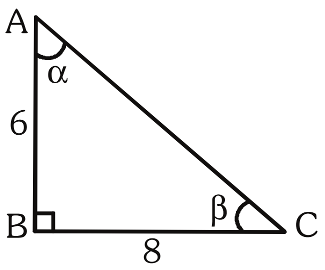
8. Calcular N=tgθ + ctgθ.



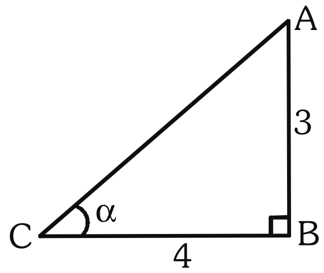
9. Calcular $4tg^2\phi$.



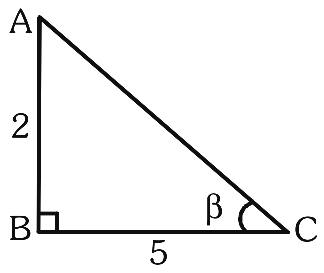
10. Calcular $M=tg\alpha \cdot ctg\beta$.

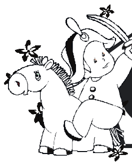


11. Calcular $E=tg^2\alpha$.



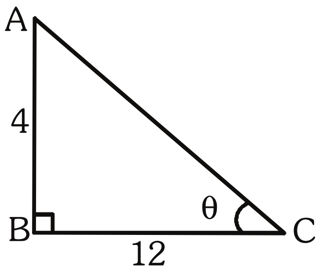
12. Calcular $5tg\beta + 10\ ctg\beta$.



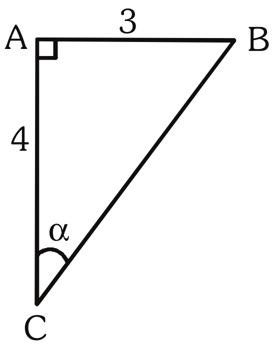


PROBLEMAS PROPUESTOS

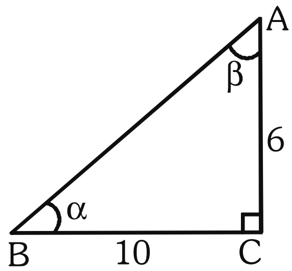
1. Calcular $tg\theta$ si:



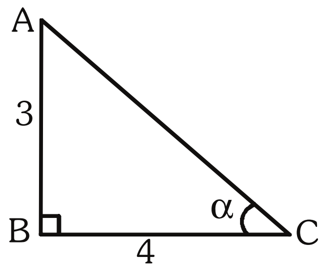
2. Calcular $E = tg\alpha + ctg\alpha$.



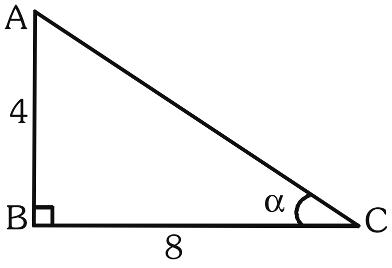
3. Calcular $M = tg\alpha \cdot ctg\beta$.



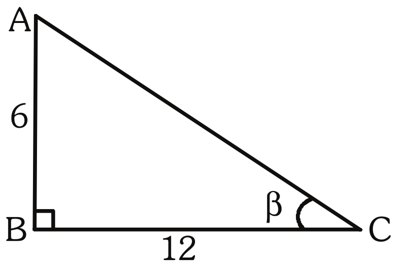
4. Calcular $tg^2\alpha + \frac{7}{16}$.



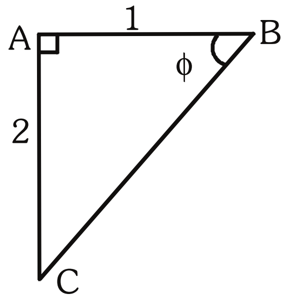
5. Calcular $ctg\alpha$.



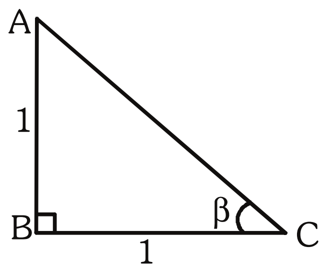
6. Calcular $P=2ctg\beta$.

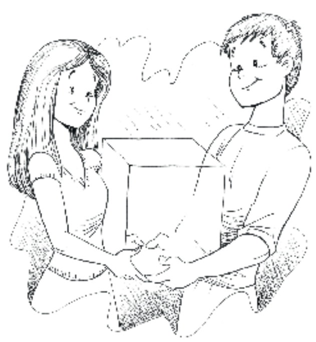


7. Calcular $N=tg\phi + ctg\phi$.



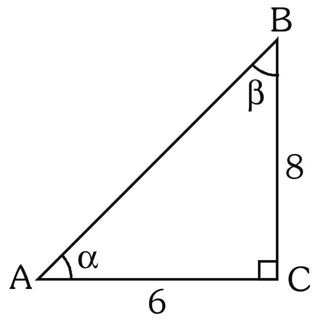
8. Calcular $K=(tg\beta)^{(ctg\beta)}$.



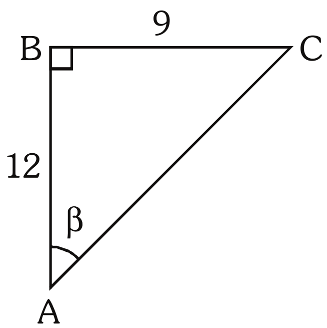


REPASO

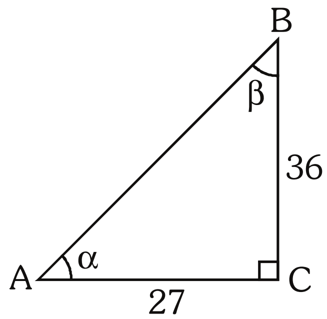
1. Calcular $M = \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta$.



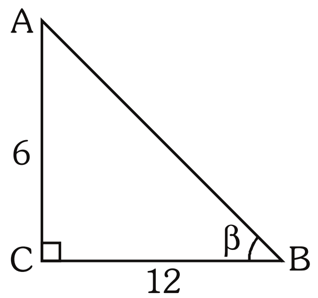
2. Calcular $\operatorname{tg}^2\beta + \frac{8}{144}$.

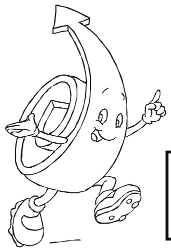


3. Calcular $E = \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta$.



4. Calcular $P = 3\operatorname{ctg}\beta$.

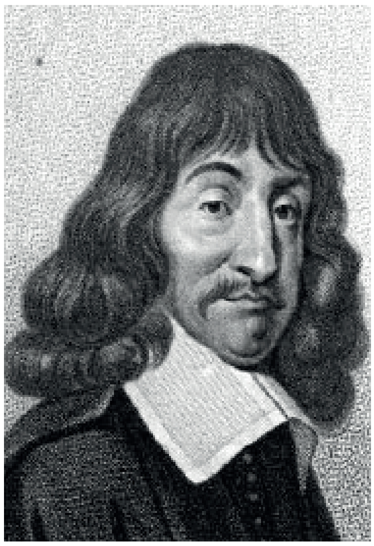




RESEÑA HISTÓRICA

René Descartes

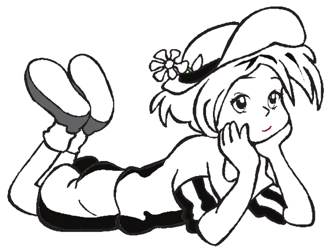
Considerado el primer filósofo moderno, René Descartes utilizó la ciencia y las matemáticas para explicar y pronosticar acontecimientos en el mundo físico. Su famosa frase "Cogito, ergo sum" ("Pienso, luego existo") fue el punto de partida que le llevó a investigar las bases del conocimiento. Descartes desarrolló el sistema de coordenadas cartesianas para ecuaciones gráficas y figuras geométricas. Los mapas modernos utilizan todavía un sistema de cuadrícula que puede ser trazado a las técnicas gráficas cartesianas.

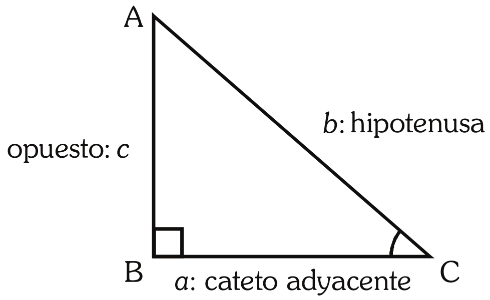


TEMA 07

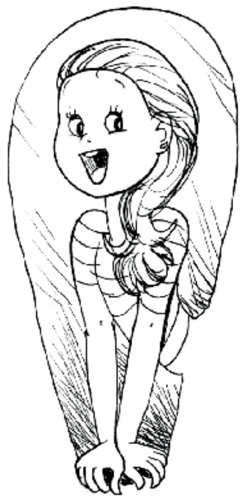
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS(SECANTE-COSECANTE)

Tenemos que:





Entonces:

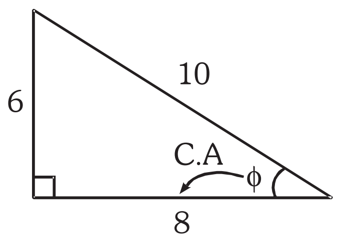


- Secante de α: $\sec\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$

- Cosecante de α: $\csc\alpha = \dfrac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$

Ejemplos:

1. Calcule la $\sec\phi$.



Resolución

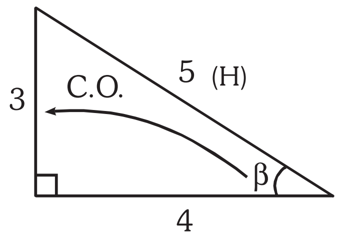
Sabemos que:

$$\sec\phi = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\sec\phi = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}}{\underset{4}{\cancel{8}}}$$

$$\sec\phi = \frac{5}{4}$$

2. Calcule la csc β:



Resolución:

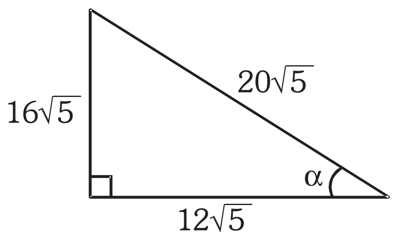
Sabemos que:

$$\csc\beta = \frac{\textit{hipotenusa}}{\textit{cateto opuesto}}$$

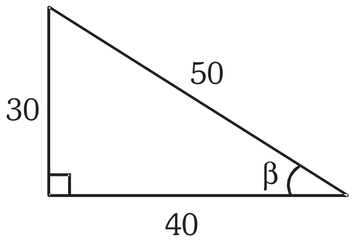
$$\csc\ \beta = \frac{5}{3}$$

PRÁCTICA

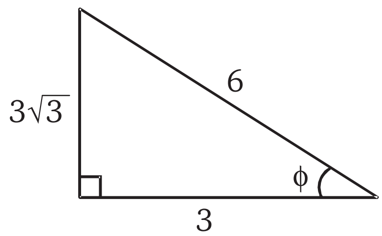
1. Calcule la sec α .



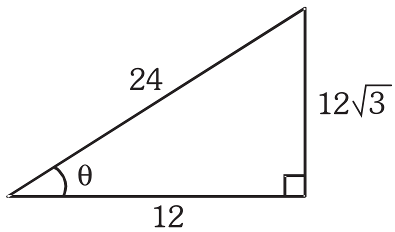
2. Calcule la csc β.



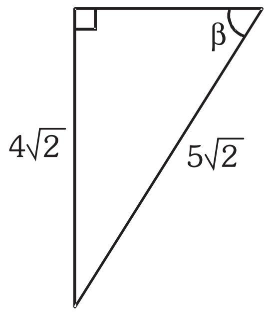
3. Calcule la sec ϕ.



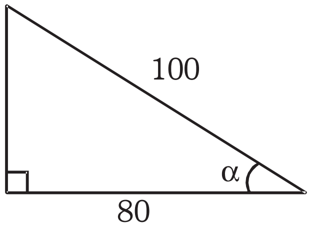
4. Calcule la sec θ.



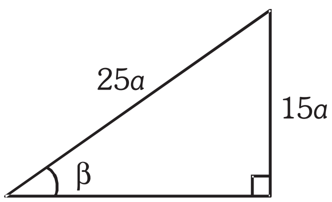
5. Calcule la csc β.



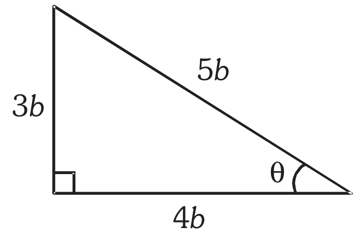
6. Calcule la csc α.



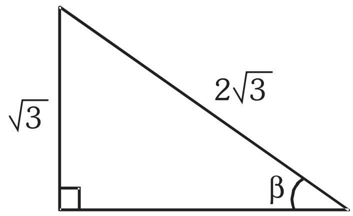
7. Calcule 4csc β.



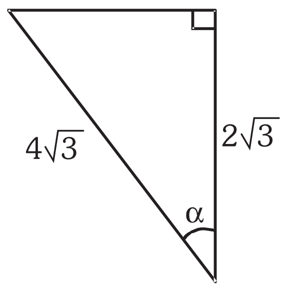
8. Calcule M=sec θ + csc θ.



9. Calcule 50 csc β.

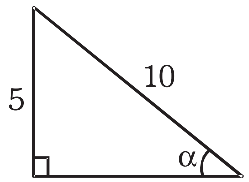


10. Calcul sec α · csc α.

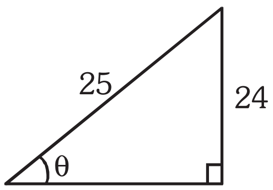


PROBLEMAS PROPUESTOS

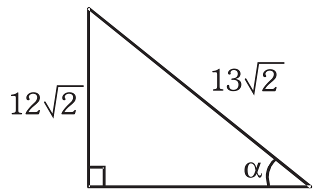
1. Calcule sec α.



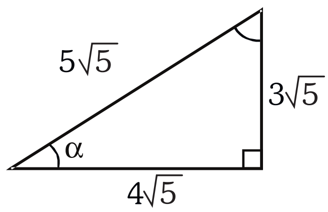
2. Calcul. csc θ.



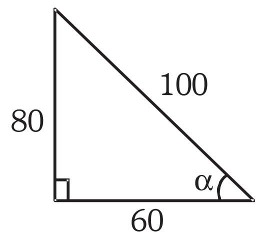
3. Calcule csc α .



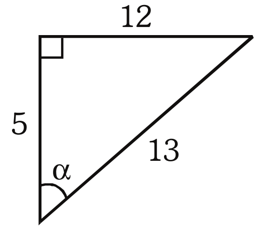
4. Calcule sec α · csc α.



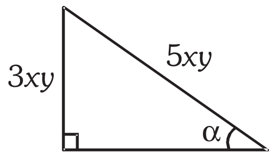
5. Calcule A=csc α + sec α en:



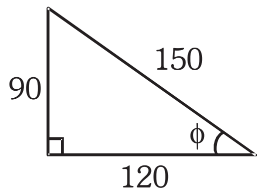
6. Calcule csc α – sec α.



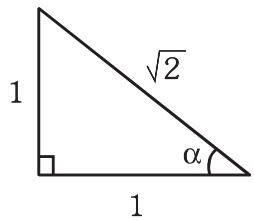
7. Calcule $E = \dfrac{\csc\alpha}{\sec\alpha}$.



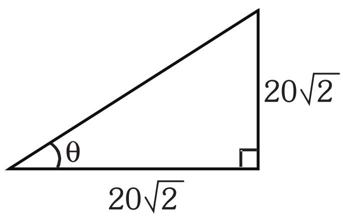
8. Calcule $P = \csc\phi \cdot \sec\phi$.



9. Calcule $\sqrt{2}\,\csc\alpha$.

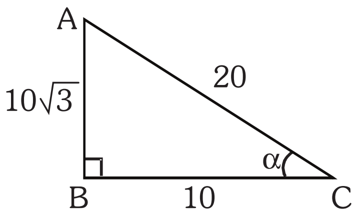


10. Calcule P= secθ · cscθ.

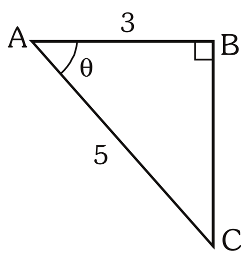


REPASO

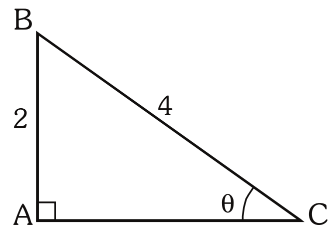
1. Calcule la sec α.



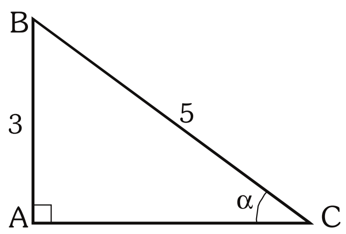
2. Calcule $\text{sen}\theta \cdot \cos\theta$.



3. Calcule $M = \cos\theta + \text{tg}\,\theta$.



4. Calcule $P = \dfrac{\csc\alpha}{\text{sen}\,\alpha}$.



SIMULACRO

1. Calcule $E=(+15)-(-20)+(40)\div(-2)$.

A) +55 B) –35 C) +15 D) +40 E) –10

2. Halle el MCM de 10 - 20 - 15.

A) 30 B) 60 C) 36 D) 20 E) 45

3. Divide $E=\dfrac{x^2+2xy+y^2}{x+y}$.

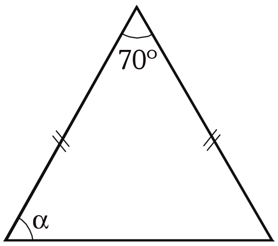
A) $x+y$ B) x^2+y^2 C) x^2-y D) x^2+2x E) $2x+y^2$

4. Reduzca $A=(a+b)^2-(a-b)^2$.

A) $4ab$ B) $2ab$ C) a^2-b^2 D) ab E) a^2+b^2

5. Halle α.

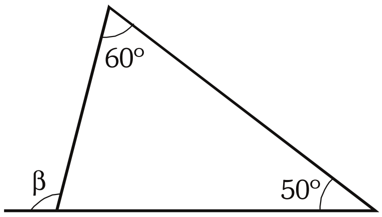
A) 110°
B) 70°
C) 55°
D) 50°
E) 120°



6. Halle β.

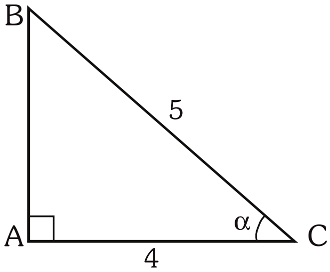
A) 120°

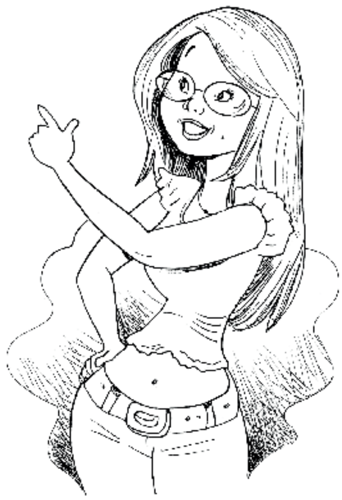
B) 100°
C) 110°
D) 140°
E) 150°



7. Halle senα.

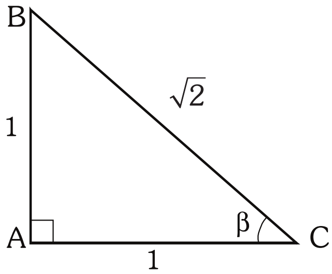
A) 3/5
B) 4/5
C) 3/4
D) 4/3
E) 5/4

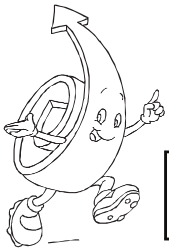




8. Halle $P=\sqrt{2}\,\text{sen}\,\beta$.

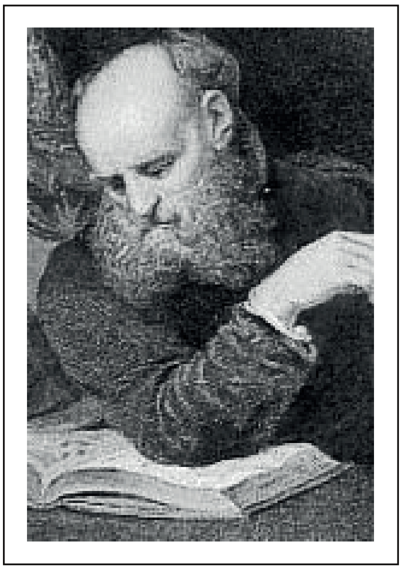
A) 1
B) $2\sqrt{2}$
C) $\sqrt{2}$
D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
E) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$





RESEÑA HISTÓRICA

GALILEO



Galileo nació en Pisa en el año 1564 y fue hijo de un músico. Aunque había ido a la universidad para estudiar medicina, decidió inclinarse hacia las matemáticas. A sus veinticinco años fue nombrado profesor de Matemática en la Universidad de Pisa, donde comenzó a investigar sobre mecánica y sobre el movimiento de los cuerpos.

Sus descubrimientos astronómicos fueron importantes, siendo él, el primero en hacer del telescopio, recién inventado, un instrumento útil para la observación astronómica.

Pero su contribución más interesante fue la de establecer el lazo a partir de entonces, nunca roto, entre Física, en particular la mecánica, y las matemáticas, que hasta entonces se habían considerado como ciencias separadas.

Galileo murió en 1642, el mismo año del nacimiento de Newton, a quien dejó el camino abierto para la consolidación de la mecánica.

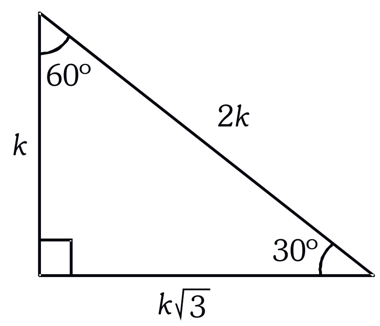
TEMA 08

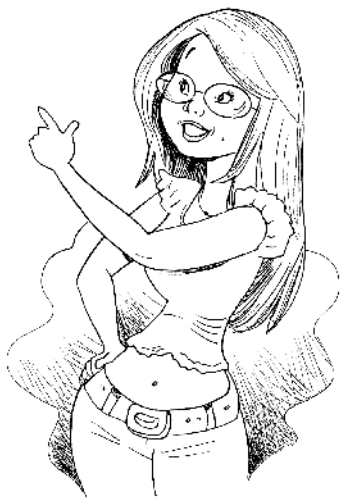
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS DE 30° Y 60°

Razones trigonométricas de ángulos agudos de 30° y 60°

PRINCIPIOS TEÓRICOS

Para definir las R.T. de 30° y 60° utilizaremos el triángulo.





Entonces:

$$\operatorname{sen}30^\circ=\frac{\text{C.O.}}{\text{H}}\Rightarrow \operatorname{sen}30^\circ=\frac{\cancel{k}}{2\cancel{k}}\Rightarrow \operatorname{sen}30^\circ=\frac{1}{2}$$

$$\cos30^\circ=\frac{\text{C.A.}}{\text{H}}\Rightarrow \cos30^\circ=\frac{\cancel{k}\sqrt{3}}{2\cancel{k}}\Rightarrow \cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg}30^\circ=\frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}}\Rightarrow \operatorname{tg}30^\circ=\frac{\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{3}}\Rightarrow \operatorname{tg}30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\ (\textit{Por racionalización})$$

$$\operatorname{ctg}30^\circ=\frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}}\Rightarrow \operatorname{ctg}30^\circ=\frac{\cancel{k}\sqrt{3}}{\cancel{k}}\Rightarrow \operatorname{ctg}30^\circ=\sqrt{3}$$

$$\sec30^\circ=\frac{\text{H}}{\text{C.A.}}\Rightarrow \sec30^\circ=\frac{2\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{3}}\Rightarrow \sec30^\circ=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\ (\textit{Por racionalización})$$

$$\csc30^\circ=\frac{\text{H}}{\text{C.O.}}\Rightarrow \csc30^\circ=\frac{2\cancel{k}}{\cancel{k}}\Rightarrow \csc30^\circ=2$$

Así también:

$$\text{sen}60^\circ=\frac{\text{C.O.}}{\text{H}}=\frac{\cancel{k}\sqrt{3}}{2\cancel{k}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ=\frac{\text{C.A.}}{\text{H}}=\frac{\cancel{k}}{2\cancel{k}}=\frac{1}{2}$$

$$\text{tg}60^\circ=\frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}}=\frac{\cancel{k}\sqrt{3}}{\cancel{k}}=\sqrt{3}$$

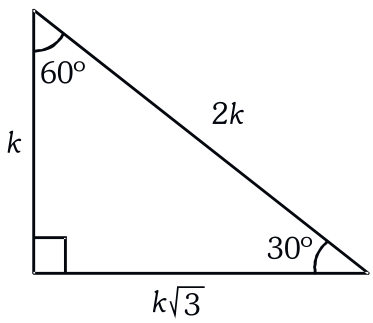
$$\text{ctg}60^\circ=\frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}}=\frac{\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}(\textit{Por racionalización})$$

$$\sec 60^\circ=\frac{\text{H}}{\text{C.A.}}=\frac{2\cancel{k}}{\cancel{k}}=2$$

$$\csc 60^\circ=\frac{\text{H}}{\text{C.O.}}=\frac{2\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\textit{Por racionalización})$$

Ejemplos:

1. Calcule la tg 30°.



Resolución:

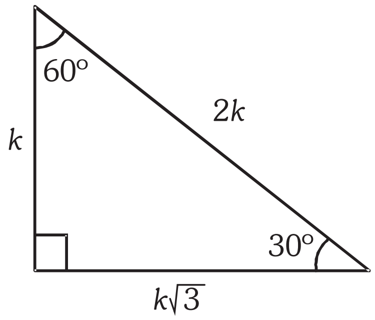
Sabemos que:

$$\text{tg}30^\circ=\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$$

$$\text{tg}30^\circ=\frac{\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{3}}\Rightarrow \text{tg}30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\text{tg}30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

2. Calcule la csc 60°.



Resolución:

Sabemos que:

$$\csc 60° = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$$

$$\csc 60° = \frac{2k}{k\sqrt{3}} \rightarrow \csc 60° = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\csc 60° = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

COMPLETA

∡	sen	cos	tg	ctg	sec	csc
30°						
60°						

PRACTIQUEMOS

Efectúe en tu cuaderno:

1. Calcule el valor de:
   $M = \csc 30° + \text{sen}\,30°$

2. Calcule el valor de P.
   $P = \text{sen}^2 30° \cdot \cos^2 60°$

3. Calcule:
   $P = 20\cos^2 60°$

4. Calcule el valor de:
   $$Q = \frac{5\,\text{sen}\,30°}{10\,\text{tg}\,30°}$$

5. Calcule el valor de:
   $$M = \csc^2 60° + \text{sen}^2 30°$$

6. Calcule $M = \dfrac{\text{tg}^2 60°}{\text{ctg}^2 60°}$.

7. Calcule $P = \dfrac{\csc 30°}{\text{sen}\,30°}$.

8. Calcule $P = \dfrac{\csc 30°}{\sec 60°}$.

9. Calcule $Q = \dfrac{10\,\text{tg}\,30°}{5\,\text{ctg}\,60°}$.

10. Calcule $M = \dfrac{\text{ctg}\,60°}{\text{sen}\,30°}$.

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcule $ctg^2 30^\circ \cdot tg^2 60^\circ$.

2. Calcule $P = sen^2 30^\circ - \frac{1}{4}$.

3. Calcular $(sen^2 30^\circ + cos^2 60^\circ)^2$.

4. Calcule x si:

   $csc\, 60^\circ = \sqrt{3}x$

5. Calcule x si:

   $16cos\, 30^\circ = \sqrt{3}x$

6. Calcule el valor de x si:

   $4(sen^2 30^\circ \cdot cos^2 30^\circ) = x$

7. Calcule $P = \frac{4}{sen^2 30^\circ}$.

8. Calcular el valor de M.

   $M = tg 60^\circ \cdot \sqrt{3} + 4sen^2 30^\circ$

9. Calcule el valor de M.

   $M = \left(2sen30^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ\right)^2$

10. Calcule el valor de H.

    $H = \frac{4sen^2 30 + \sqrt{3}ctg30}{4}$

REPASO

1. Calcule:

$$(\operatorname{sen} 60^\circ)^2 + (\cos 30^\circ)^2 =$$

2. Calcule x.

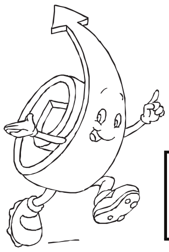
$$(\operatorname{sen} 30^\circ)^2 + \operatorname{sen} 30^\circ = 2x$$

3. Calcule el valor de M.

$$M = \operatorname{tg} 30^\circ \cdot \sqrt{3} + 8 \operatorname{sen} 30^\circ$$

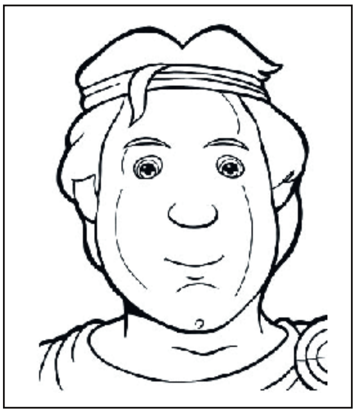
4. Calcule el valor de H.

$$H = \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \sqrt{3} + \operatorname{ctg} 60^\circ \sqrt{3} + 8 \cos 60^\circ$$



RESEÑA HISTÓRICA

CLAUDIO TOLOMEO



Claudio siglo II antes de C. Astrónomo, matemático, físico y geógrafo egipcio nacido en Ptolemais Hermii, ciudad griega de la Tebaida (Egipto); vivió en Alejandría. Su *Sintaxis matemática* (más conocida con el nombre árabe de *Almagesto*) sintetiza y ordena los conocimientos astronómicos de los griegos y, sobre todo, los de Hiparco. Tolomeo sabe que le Tierra es redonda y que la gravedad apunta hacia el centro de la Tierra; da dos métodos para determinar la oblicuidad de la eclíptica; calcula la altura del polo del mundo y la duración del día en diversos lugares del globo; da tablas de los ángulos y arcos que forman la intersección de la eclíptica con el meridiano y el horizonte. Explica las irregularidades del movimiento aparente del Sol, mediante la hipótesis del movimiento a lo largo de una circunferencia excéntrica. Completa la teoría de la Luna, de Hiparco, y descubre la variación anual de la excentricidad de su órbita; para explicar el movimiento aparente de la Luna, usa la hipótesis del epiciclo. Tolomeo describe el astrolabio; expone el método del paralaje para hallar la distancia a la Luna; describe el método de Hiparco para calcular eclipses y completa el catálogo de su precursor, dando un total de 1022 estrellas.

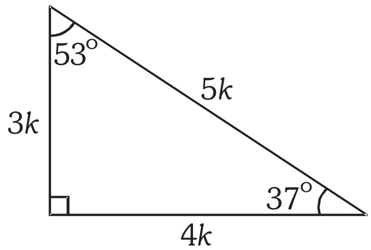
Su contribución más original es la teoría del movimiento planetario. Advierte que los planetas (o vagabundos celestes) están situados entre la Luna y las estrellas fijas; trata de explicar su complicado movimiento aparente en forma parecida a como lo había hecho en el caso de la Luna; pero, en lugar de atribuir al centro del epiciclo un movimiento uniforme sobre el deferente excéntrico, introduce el llamado ecuante, círculo aún menor desde el cual el movimiento del planeta parece uniforme. Con el *Almagesto* culmina y termina la astronomía antigua, que, salvo detalles, fue conservada tal cual hasta fines del Renacimiento.

TEMA 09

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS DE 37° Y 53°

PRINCIPIOS TEÓRICOS

Para determinar las razones trigonométricas de 37° y 53° utilizaremos el triángulo rectángulo cuyos lados son proporcionales a 3; 4 y 5.



Entonces:

$$\text{sen}\,37° = \frac{\text{C.O.}}{\text{H}} \Rightarrow \frac{3\cancel{k}}{5\cancel{k}} \Rightarrow \text{sen}\,37° = \frac{3}{5}$$

$$\cos 37° = \frac{\text{C.A.}}{\text{H}} \Rightarrow \frac{4\cancel{k}}{5\cancel{k}} \Rightarrow \cos 37° = \frac{4}{5}$$

$$\text{tg}\,37° = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} \Rightarrow \frac{3\cancel{k}}{4\cancel{k}} \Rightarrow \text{tg}\,37° = \frac{3}{4}$$

$$\text{ctg}\,37° = \frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}} \Rightarrow \frac{4\cancel{k}}{3\cancel{k}} \Rightarrow \text{ctg}\,37° = \frac{4}{3}$$

$$\sec 37° = \frac{\text{H}}{\text{C.A.}} \Rightarrow \frac{5\cancel{k}}{4\cancel{k}} \Rightarrow \sec 37° = \frac{5}{4}$$

$$\csc 37° = \frac{\text{H}}{\text{C.O.}} \Rightarrow \frac{5\cancel{k}}{3\cancel{k}} \Rightarrow \csc 37° = \frac{5}{3}$$

Así también:

$\text{sen}\,53° = \dfrac{4\cancel{k}}{5\cancel{k}} \Rightarrow \text{sen}\,53° = \dfrac{4}{5}$

$\cos 53° = \dfrac{3\cancel{k}}{5\cancel{k}} \Rightarrow \cos 53° = \dfrac{3}{5}$

$\text{tg}\,53° = \dfrac{4\cancel{k}}{3\cancel{k}} \Rightarrow \text{tg}\,53° = \dfrac{4}{3}$

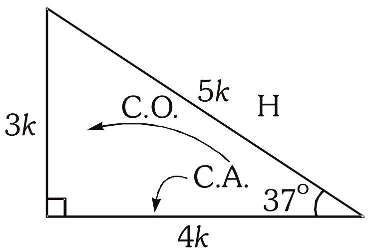
$\text{ctg}\,53° = \dfrac{3\cancel{k}}{4\cancel{k}} \Rightarrow \text{ctg}\,53° = \dfrac{3}{4}$

$\sec 53° = \dfrac{5\cancel{k}}{3\cancel{k}} \Rightarrow \sec 53° = \dfrac{5}{3}$

$\csc 53° = \dfrac{5\cancel{k}}{4\cancel{k}} \Rightarrow \csc 53° = \dfrac{5}{4}$

Ejemplos:

1. Calcule la $\text{tg}\,37°$, $\text{ctg}\,37°$.



Resolución
Sabemos que:

* $\text{tg}\,37° = \dfrac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}}$

$\text{tg}\,37° = \dfrac{3\cancel{k}}{4\cancel{k}}$

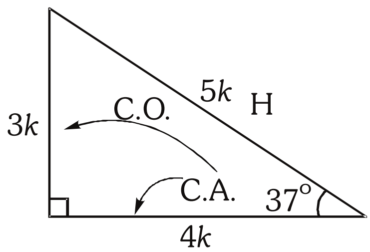
$\boxed{\text{tg}\,37° = \dfrac{3}{4}}$

* $\text{ctg}\,37° = \dfrac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}}$

$\text{ctg}\,37° = \dfrac{4\cancel{k}}{3\cancel{k}}$

$\boxed{\text{ctg}\,37° = \dfrac{4}{3}}$

2. Calcule la $\sec 37°$, $\csc 37°$.



Resolución
Sabemos que:

* $\sec 37° = \dfrac{\text{H}}{\text{C.A.}}$

$\sec 37° = \dfrac{5\cancel{k}}{4\cancel{k}}$

$\boxed{\sec 37° = \dfrac{5}{4}}$

* $\csc 37° = \dfrac{\text{H}}{\text{C.O.}}$

$\csc 37° = \dfrac{5\cancel{k}}{3\cancel{k}}$

$\boxed{\csc 37° = \dfrac{5}{3}}$

COMPLETA:

∡	sen	cos	tg	ctg	sec	csc
37°						
53°						

PRACTIQUEMOS

1. Calcule:

$$K = (4\,\mathrm{tg}\,37° + 5\cos 37°)^2$$

2. Calcule las variables.
Hallar $x + y$.

$$x \cdot \mathrm{tg}\,53° = 12$$

$$y \cdot \mathrm{sen}\,37° = 9$$

3. Calcule el valor de:

$$P = \sqrt{3\sec 53° + 3\,\mathrm{tg}\,53°}$$

4. Calcule el valor de M.

$$M = \frac{\cos^2 53° + \mathrm{sen}^2\,37°}{5}$$

5. Calcule el valor de P.

$$P = \left(\frac{\mathrm{sen}^2\,37°}{25}\right) \cdot 625$$

6. Calcule el valor de T.

$$T = \sqrt{\frac{\mathrm{tg}37°}{3}} + \mathrm{sen}\,37°$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcule el valor de M.

$$M=\frac{\csc 37^\circ}{\operatorname{tg} 53^\circ}$$

2. Calcule el valor de P.

$$P=(4\operatorname{tg} 37^\circ+5\cos 37^\circ)^2$$

3. Calcule el valor de R.

$$R=\left(\frac{\cos 37^\circ}{3}\right)^2$$

4. Calcule el valor de y.
$y\cdot \sec^2 53^\circ = 25$

5. Calcular el valor de M.

$$M=\sqrt{\frac{\operatorname{sen} 53^\circ}{5}}$$

6. Calcule el valor de P.

$$P=(25\cos 37^\circ-25\cos 53^\circ)^2$$

7. Calcule R.

$$R=\frac{\operatorname{ctg}^2 53^\circ}{\operatorname{tg}^2 37^\circ}$$

8. Calcule x.

$$x-\sec 37^\circ = \operatorname{tg} 37^\circ$$

9. Calcule y.

$$y-\csc 37^\circ=\sec 53^\circ$$

10. Calcular el valor de M.

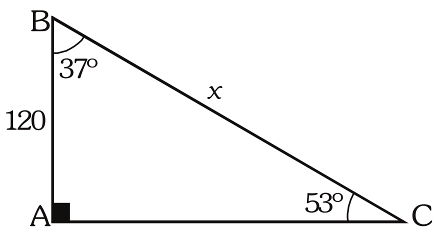
$$M=\sqrt{\operatorname{sen} 37^\circ\cdot \sec 53^\circ}$$

REPASO

1. Calcule:

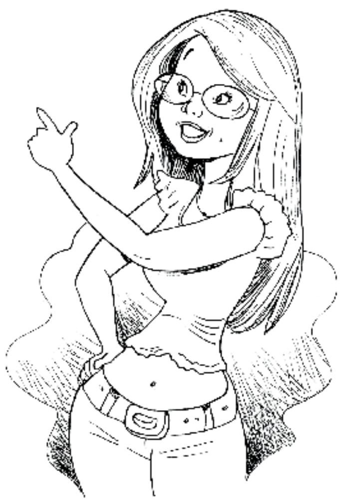
$$K = 30\ \text{tg}\ 53° + 55\ \cos 37°$$

2. Calcule x.

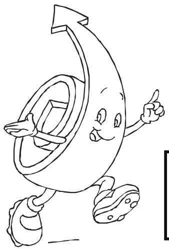


3. Calcule el valor de M.

$$M = \sqrt{\text{sen}\ 53° \cdot \sec 37°}$$



4. Calcule $M = \text{sen}\ 37° + 5$.



RESEÑA HISTÓRICA

HIPATIA (370 - 415)

Fue la última directora de la Biblioteca de Alejandría. Su padre, Teón, la inició en el mundo de la Matemática. Recordada por sus comentarios sobre la obra de Arquímedes, sustituyó a su padre en la cátedra.

Los habitantes de Alejandría estaban poco acostumbrados a que una mujer tuviera tanta influencia en los medios científicos y políticos, y la veían más bien como una hechicera.

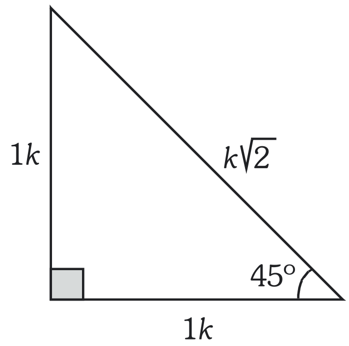
Más tarde fue acusada por los ciudadanos de influir sobre el gobernador de la ciudad, para que éste estuviera en contra de la cristiandad, así pues en el año 415 fue martirizada y asesinada por una muchedumbre excitada por unos monjes fanáticos hostigados por Cirilo, el obispo católico de la ciudad. Con Hipatia terminó las matemáticas en Alejandría.

TEMA 10

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS DE 45°

PRINCIPIOS TEÓRICOS

Para definir la razones trigonométricas de 45° utilizaremos el triángulo rectángulo cuyos lados son proporcionales a:



Entonces:

* $\operatorname{sen} 45° = \dfrac{\text{C.O.}}{\text{H}} \Rightarrow \operatorname{sen} 45° = \dfrac{\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

* $\cos 45° = \dfrac{\text{C.A.}}{\text{H}} \Rightarrow \cos 45° = \dfrac{\cancel{k}}{\cancel{k}\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

* $\operatorname{tg} 45° = \dfrac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}} \Rightarrow \operatorname{tg} 45° = \dfrac{\cancel{k}}{\cancel{k}} = 1$

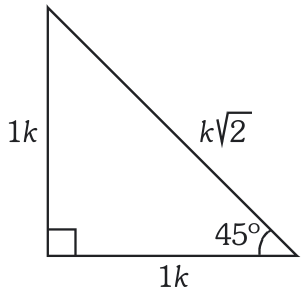
* $\operatorname{ctg} 45° = \dfrac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}} \Rightarrow \operatorname{ctg} 45° = \dfrac{\cancel{k}}{\cancel{k}} = 1$

* $\sec 45° = \dfrac{\text{H}}{\text{C.A.}} \Rightarrow \sec 45° = \dfrac{\cancel{k}\sqrt{2}}{\cancel{k}} = \sqrt{2}$

* $\csc 45° = \dfrac{\text{H}}{\text{C.O.}} \Rightarrow \csc 45° = \dfrac{\cancel{k}\sqrt{2}}{\cancel{k}} = \sqrt{2}$

Ejemplos:

1. Calcular la tg 45°, ctg 45°.



Resolución:

Sabemos que:

$$\text{tg } 45° = \frac{\text{C.O.}}{\text{C.A.}}$$

$$\text{tg } 45° = \frac{k}{k}$$

$$\boxed{\text{tg } 45° = 1}$$

Además:

$$\text{ctg } 45° = \frac{\text{C.A.}}{\text{C.O.}}$$

$$\text{ctg } 45° = \frac{k}{k}$$

$$\boxed{\text{ctg } 45° = 1}$$

PRACTIQUEMOS

1. Calcular P.

$$P = \sqrt{2}\,\text{sen } 45° + 5\,\text{sen } 37°$$

2. Calcular M.

$$M = \left(\sqrt{2}\,\sec 45° + 25\,\text{sen } 53°\right)^2$$

3. Calcular x.

$$x\,\text{sen } 37° = \text{sen}^2 45° + \cos^2 45°$$

4. Calcular K.

$$K = \frac{\left(\text{sen}^2 45°\right)}{\cos 37°}$$

5. Calcular A.

$$A = \left(\sqrt{2}\,\text{sen } 45° + \text{tg } 45°\right)^2$$

6. Calcular M.

$$M = \frac{\text{sen } 37°}{\cos^2 45}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcule N.

$N = 16\,\text{ctg}^3 53°$

2. Calcule el valor de M.

$M = 2\,\text{tg}^{20} 45°$

3. Calcule x.

$x\,\text{sen}\,45° = 20\sqrt{2}$

4. Calcule x.

$x\,\text{tg}\,37° = \text{sen}^2 45°$

5. Calcule T.

$T = \sqrt{\text{tg}^2 45° + \text{ctg}^2 45°}$

6. Calcule P.

$P = \dfrac{25\,\text{sen}\,37° + 30\cos 53°}{\text{tg}\,45°}$

7. Calcule S.

$S = \dfrac{\text{sen}\,30° \cdot \text{tg}\,45°}{\csc 60° \cdot \text{sen}\,37°}$

8. Calcule el valor de P.

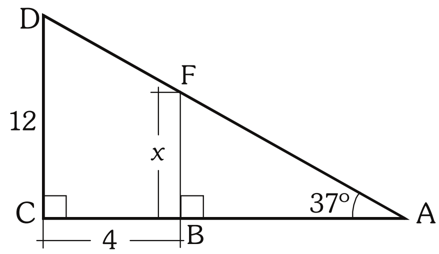
$P = \dfrac{\text{sen}^2 45° + \text{sen}\,30°}{\text{tg}^2 60°}$

REPASO

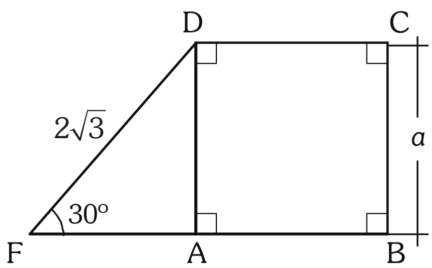
1. Calcule:

$$N = 5\,\text{sen}^2 37° + 10\cos^2 53° + \text{sen}^2 30$$

2. Calcule x.



3. Calcule a; siendo ABCD un cuadrado.



4. Calcule:

$$M = (\text{sen}\,60°)^2 \cdot (\text{sen}\,30)^2 + (\text{sen}\,37°)^2 (\csc 53°)^2$$

REPASO

1. Reduzca $A = 3\frac{1}{4} + \frac{7}{4}$.

A) 5 B) 17/4 C) 15/4 D) $2\frac{1}{4}$ E) 26/4

2. La generatriz de $0,\widehat{9}$ *es*:

A) 9/10 B) 19/10 C) 9 D) 18/10 E) 1

3. Halle x; en $\frac{7x-1}{4} = 12$.

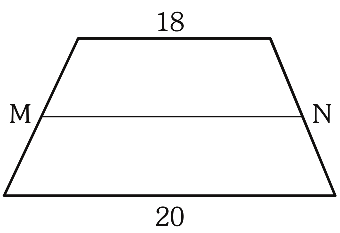
A) 7 B) 10 C) 8 D) 9 E) 6

4. Factorize $a^4b^6 - 100$.

A) $(a^2b^3 + 10)(a^2b^3 - 10)$ B) $(a^2b^3 + 20)(a^2b^3 - 10)$ C) $a^2b^3 - 5$

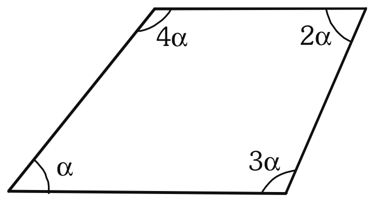
D) $(a+b)(a-b)$ E) $(a+3)(a-5)$

5. Halle la mediana MN.



A) 15 B) 20 C) 19 D) 16 D) 17

6. Halle α.



A) $36°$ B) $20°$ C) $15°$ D) $40°$ D) $50°$

7. Halle $E = 6\,\text{sen}\,30° + \sqrt{3}\,\text{tg}\,60°$.

A) 3 B) 4 C) 5 D) $2\sqrt{3}$ E) 6

8. Halle $J = 10\,\text{sen}\,37° + 20\cos 53°$.

A) 17/5 B) 18 C) 4/5 D) 20 E) 12