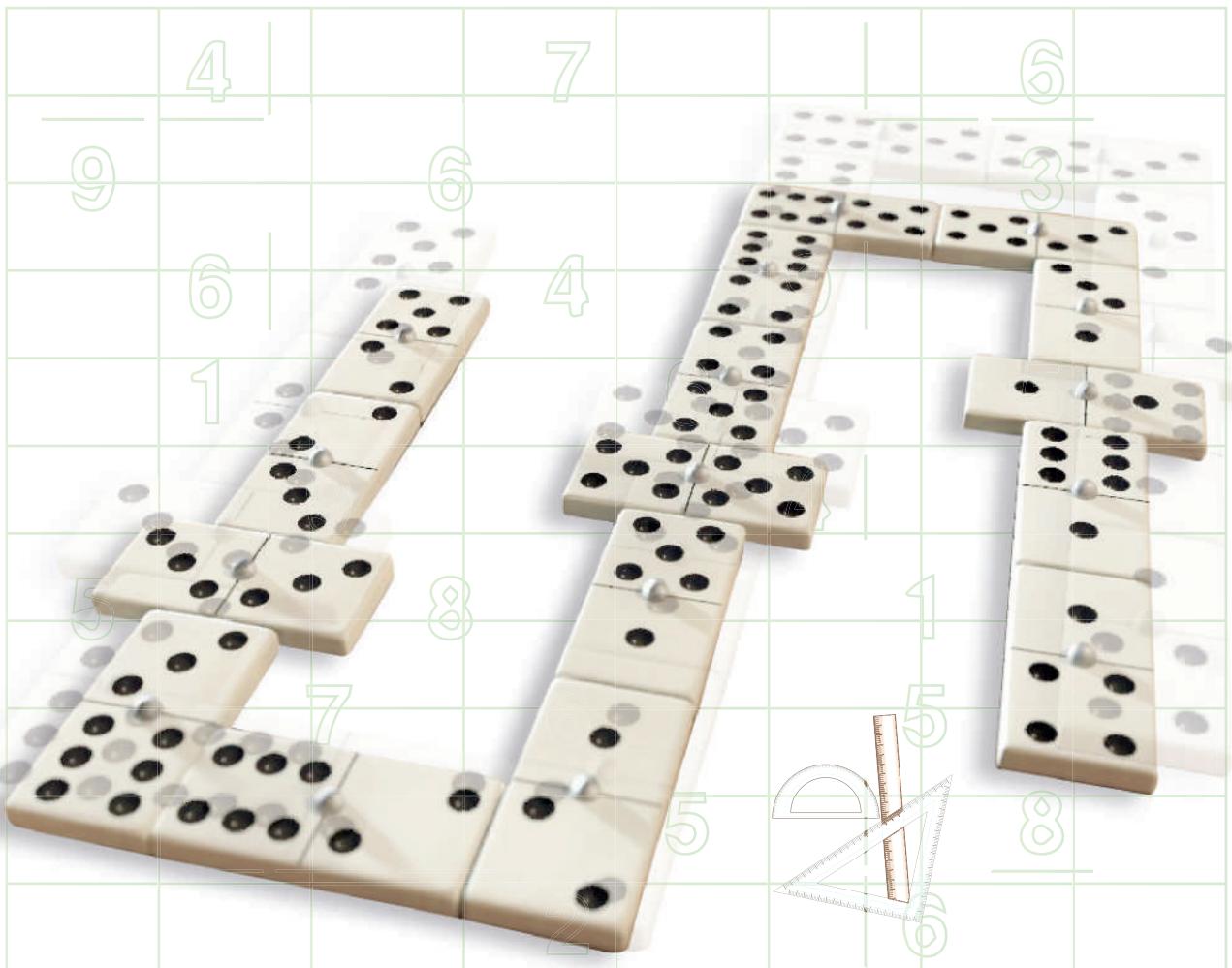




INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA
ADUNI SCHOOL



COMPENDIO ACADÉMICO DE:
**HABILIDAD
MATEMÁTICA**

6

PRIMARIA

ÍNDICE

HABILIDAD MATEMÁTICA **MATEMÁTICA**

01 { Psicotécnico (Página 5 - 11)}

02 { Operadores matemáticos (Página 12 - 16)}

03 { Operadores matemáticos con tablas (Página 17 - 21)}

04 { Criptograma numérico (Página 22 - 26)}

05 { Cuatro operaciones (Página 27 - 31)}

06 { Método de las operaciones inversas (Página 32 - 36)}

07 { Falsa suposición y regla conjunta (Página 37 - 41)}

08 { Ordenamiento lineal (Página 42 - 47)}

09 { Ordenamiento circular (Página 48 - 54)}

10 { Cuadro de decisiones (Página 55 - 60)}

11 { Distribuciones numéricas (Página 61 - 65)}

12 { Distribuciones gráficas (Página 66 - 70)}

13 { Analogías numéricas (Página 71 - 75)}

14 { Conteo de cubos (Página 76- 80)}

15 { Cuadrados mágicos aditivos (Página 81- 85)}

16 { Sucesiones alfanuméricas (Página 86 - 90)}

17 { Sucesiones aritméticas (Página 91 - 95)}

18 { Serie aritmética (Página 96 - 100)}

ÍNDICE

HABILIDAD MATEMÁTICA MATEMÁTICA

19 { Equivalencias y cambio monetario
(Página 101 - 105)

20 { Problemas sobre ecuaciones I: Enunciados simples
(Página 106 - 110)

21 { Problemas sobre ecuaciones II: Números consecutivos
(Página 111 - 115)

22 { Fracciones
(Página 116 - 120)

23 { Porcentaje
(Página 121 - 125)

24 { Principio de adición y multiplicación
(Página 126 - 130)

25 { Probabilidad clásica
(Página 131 - 135)

26 { Gráfico lineal y de barras
(Página 136 - 140)

27 { Gráfico circular
(Página 141 - 145)

28 { Tablas: Medidas de tendencia central
(Página 146 - 150)

**TEMA
01**

PSICOTÉCNICO

Los test psicotécnicos nos permiten medir capacidades como memoria visual, atención, discriminación, entre otras. Los tipos de preguntas son muy diversos, esta vez nos centraremos en tres situaciones.

A. Figura que no corresponde

En este tipo de preguntas se muestran 4 o 5 figuras de las cuales una es diferente a las demás.

Ejemplo:

¿Cuál de las siguientes figuras no corresponde al grupo?



Resolución:

Mentalmente notamos las figuras de tal manera que el punto se encuentre en la parte superior. En esta posición se aprecia, fácilmente, que la patita más larga está ubicada hacia la izquierda en las figuras (a), (b), (c) y (e). Por ello, la figura que no guarda relación es la (d).

B. Test de dominó

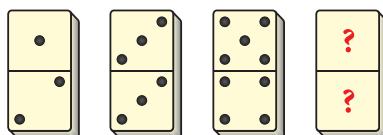


En este caso se debe tener en cuenta el orden de las fichas de dominó.



Ejemplo:

¿Qué ficha continúa?



Resolución:

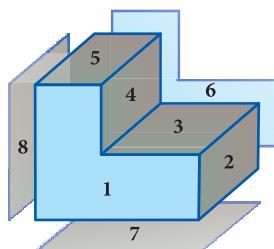
En las fichas se observa que en la parte superior los puntos avanzan de dos en dos, por lo tanto continuaría el número 7. Pero, como 7 no está representado en el dominó y este está después del 6, quien ocuparía el lugar 7 es la ficha cero.

C. Cantidad de caras de un sólido

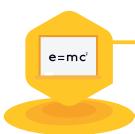
Para resolver este tipo de preguntas debemos tener en cuenta que los sólidos no solo tienen las caras que podemos ver, sino también, las caras «ocultas» que deben ser contadas.

Ejemplo:

Determina el número de caras del sólido:



Rpta.: El sólido tiene 8 caras.



Trabajando en clase

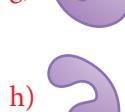
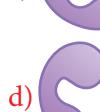
Nivel básico

1. Señala la figura que no guarda relación con las demás:



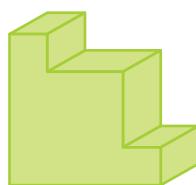
Resolución:

2. Señala las tres figuras que no guardan relación con las demás:



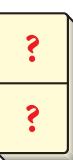
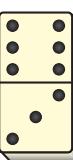
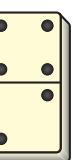
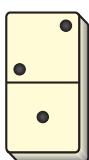
Resolución:

3. ¿Cuántas caras tiene el sólido?



Resolución:

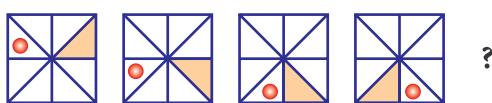
4. ¿Qué ficha continúa?



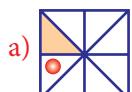
Resolución:

Nivel intermedio

5. ¿Qué figura continúa en la siguiente sucesión?



?



Resolución:

Nivel avanzado

7. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 9
- b) 11
- c) 10
- d) 8
- e) 12



Resolución:

6. ¿Qué figura no guarda relación con las demás?



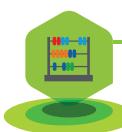
Resolución:

8. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 14
- b) 13
- c) 12
- d) 11
- e) 10



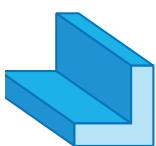
Resolución:



Práctica

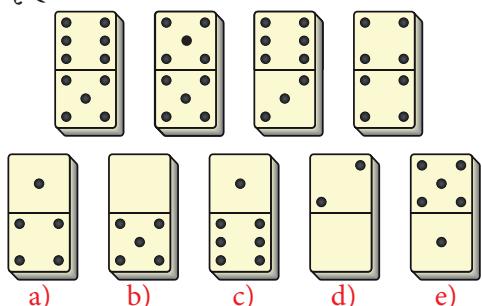
1. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 7
- b) 8
- c) 10
- d) 9
- e) 6



Resolución:

2. ¿Qué ficha continúa?



Resolución:

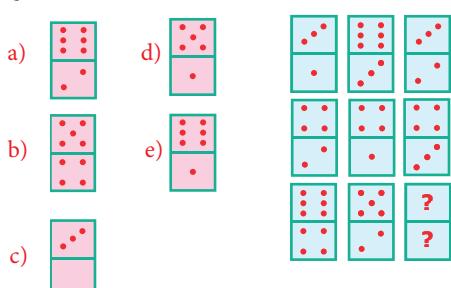
3. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 10
- b) 11
- c) 12
- d) 9
- e) 8



Resolución:

4. ¿Qué ficha continúa?



Resolución:

5. ¿Qué ficha continúa?

- | | |
|----|----|
| a) | d) |
| b) | e) |
| c) | |

Resolución:



Autoevaluación

1. ¿Qué figura no guarda relación con las demás?

- a)
- c)
- e)
- b)
- d)

Resolución:

2. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 8
- b) 10
- c) 9
- d) 11
- e) 7



Resolución:

3. Señala la figura que no guarda relación con las demás:

- a)
- c)
- e)
- b)
- d)

Resolución:

4. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 18
- b) 12
- c) 10
- d) 14
- e) 16



Resolución:

5. ¿Qué figura sigue?

- a)
 - b)
 - c)
 - d)
 - e)
-

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. ¿Qué figura no guarda relación con las demás?

- a)
- c)
- e)
- b)
- d)

Resolución:

Resolución:

2. ¿Qué ficha continua?

- | | |
|----|----|
| a) | d) |
| b) | e) |
| c) | |
- | | | |
|--|--|---|
| | | |
| | | |
| | | ? |

Resolución:

Nivel intermedio

4. ¿Qué figura no corresponde?

- a)
- b)
- c)
- d)
- e)

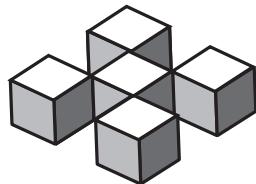
Resolución:

Nivel avanzado

5. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

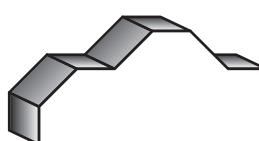
3. ¿Cuántas caras tiene el sólido?

- a) 20
- b) 25
- c) 28
- d) 30
- e) 23



Resolución:

- a) 8
- b) 11
- c) 12
- d) 9
- e) 13





OPERADORES MATEMÁTICOS

Una operación matemática es una relación entre números mediante un operador, que al aplicar una regla de definición originan otro número llamado resultado.

Un operador matemático es el símbolo que representa una operación.

OPERADORES UNIVERSALES

Son los símbolos de las operaciones conocidas de forma universal.

Ejemplo:

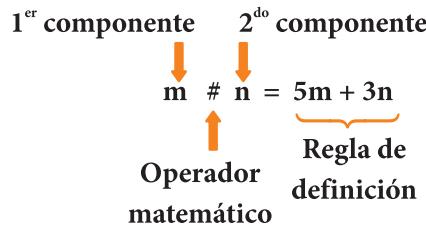
$+ ; - ; \times ; \div ; \dots$

OPERADORES ARBITRARIOS

Son cualquier otro símbolo que nos permite «inventar» otras operaciones utilizando en su regla de formación los operadores universales.

Ejemplo:

$* ; \Delta ; \odot ; @ ; \# ; \diamond ; \dots$



Ejemplo:

Si $a \blacktriangledown b = 3a + b$, calcula el valor de $7 \blacktriangledown 2$.

Resolución:

Observamos que en el enunciado el primer componente es « a » y en la pregunta es « 7 »; entonces, reemplazamos « a » por « 7 ». En consecuencia, se debe reemplazar « b » por « 2 ».

Entonces:

$$a \blacktriangledown b = 3a + b$$

$$7 \blacktriangledown 2 = 3 \times 7 + 2 = 21 + 2 = 23$$



Trabajando en clase

Nivel básico

- Si $p \blacktriangle q = 5p - q$, calcula el valor de $6 \blacktriangle 12$.

Resolución:

Primer componente en el enunciado: p $\rightarrow p=6$
Primer componente en la pregunta: $6 \blacktriangle p=12$

Segundo componente en el enunciado: q
Segundo componente en la pregunta: $12 \blacktriangle p=12$
Entonces, reemplazamos:

$$\begin{aligned} 6 \blacktriangle 12 &= 5 \times 6 - 12 \\ 6 \blacktriangle 12 &= 30 - 12 \\ 6 \blacktriangle 12 &= 18 \end{aligned}$$



2. Si $R \# S = 7R + S$, calcula el valor de $4 \# 9$.

Resolución:

3. Calcula el valor de $(7 \odot 5) \odot 4$ si se sabe que $m \odot n = \frac{m+n}{2}$

Resolución:

6. Si $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = 2a - b$, calcula el valor de $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 6 \\ 10 \end{pmatrix}$.

Resolución:

Nivel avanzado

7. Calcula el valor $(7 * 2) + (9 * 15)$

Se sabe que:

$$r * s = \begin{cases} 2r + s; & \text{si } r \geq 1 \\ s - r; & \text{si } r < 1 \end{cases}$$

Resolución:

Trabajamos por partes, teniendo en cuenta la condición que se cumple en cada caso.

❖ Para $7 * 2$ se cumple que $7 \geq 2$; entonces, aplicamos la regla de la primera condición.

$$7 * 2 = 2 \times 7 + 2 = 16$$

❖ Para $9 * 15$ se cumple que $9 < 15$; entonces, aplicamos la regla de la segunda condición.

$$9 * 15 = 15 - 9 = 6$$

Nos piden: $(7 * 2) + (9 * 15) = 16 + 6 = 22$

8. Calcula el valor de $(30 \blacktriangle 6) - (18 \blacktriangle 16)$

Se cumple que:

$$a \blacktriangle b = \begin{cases} \frac{a+b}{2}; & a > b \\ 2b-a; & a \leq b \end{cases}$$

Resolución:

Nivel intermedio

4. Si $(\textcircled{x}) = x^2 + 1$, calcula el valor de $(\textcircled{x}) + (\textcircled{2})$.

Resolución:

Trabajamos por partes:

$$\text{Como } (\textcircled{x}) = x^2 + 1$$

$$\text{Entonces: } (\textcircled{5}) = 5^2 + 1 = 26$$

$$(\textcircled{2}) = 2^2 + 1 = 5$$

$$\text{Nos piden: } (\textcircled{5}) + (\textcircled{2}) = 26 + 5 = 31$$

5. Si $\boxed{x} = 3x + 1$, calcula el valor de $\boxed{4} + \boxed{2} - \boxed{3}$

Resolución:



Práctica

1. Calcula el valor de $(4 \# 2) \# (5 \# 3)$ si se sabe que $f \# g = 2f + 4g$.

- a) 120
- b) 130
- c) 110
- d) 150
- e) 100

Resolución:

2. Si $l * p = 6l - 2p$, calcula el valor de $(5 * 4) + (6 * 7)$

- a) 50
- b) 44
- c) 40
- d) 38
- e) 52

Resolución:

3. Si $\triangle_a = 5a + 3$, calcula el valor de



- a) 20
- b) 25
- c) 23
- d) 18
- e) 27

Resolución:

4. Calcula el valor de $16 \# 10$ si $P^2 \# \frac{q}{2} = q + 2p$

- a) 16
- b) 18
- c) 30
- d) 22
- e) 28

Resolución:

5. Si $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$
Calcula el valor de $\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{cases} 2(m+n); m \geq n \\ 3(m-n); m < n \end{cases}$

- a) 56
- b) 48
- c) 50
- d) 38
- e) 54

Resolución:



Autoevaluación

1. Si $t \blacksquare m = 5m + t$, calcula el valor de $(3 \blacksquare 2) \blacksquare 2$.

- a) 20
- b) 15
- c) 21
- d) 23
- e) 18

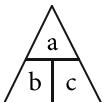
Resolución:

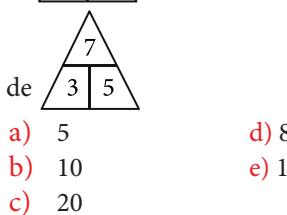
2. Calcula el valor de $(9 \blacktriangledown 12) \blacktriangledown 5$ si se sabe que

$$a \blacktriangledown b = \frac{a+b}{3}$$

- a) 4
- b) 8
- c) 2
- d) 1
- e) 7

Resolución:

3. Si  $= 2^a + b - c$, calcula el valor



Resolución:

4. Si $3a \blacktriangle 2b = a + b$, calcula el valor de $21 \blacktriangle 4$.

- a) 13
- b) 8
- c) 12
- d) 5
- e) 9

Resolución:

5. Calcula el valor de $12 @ 20 - (8 @ 5)$

Se cumple que: $\begin{cases} 2p + q; & \text{si } p \geq q \\ 3q + p; & \text{si } p < q \end{cases}$
Si $4p @ 5q =$

- a) 13
- b) 10
- c) 12
- d) 5
- e) 9

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Calcula el valor de $(7 \heartsuit 5) + (6 \heartsuit 8)$ si se sabe que $a \heartsuit b = 3a - b$.

- a) 32 d) 28
b) 30 e) 26
c) 23

Resolución:

2. Calcula el valor de $(3 \# 7) \# 1$ si se sabe que $p \# q = p \# q - 1$.

- a) 18 d) 5
b) 16 e) 20
c) 19

Resolución:

Nivel intermedio

3. Si $\triangle_m = 8m - 2$, calcula el valor de

$$\triangle_3 + \triangle_5 - \triangle_2$$

- a) 48 d) 46
b) 38 e) 42
c) 36

Resolución:

4. Si $[r \ s \ t] = r \cdot s - t$, calcula el valor de

$$[5 \ 2 \ 3] + [6 \ 4 \ 8]$$

- a) 28 d) 21
b) 23 e) 19
c) 35

Resolución:

Nivel avanzado

5. Calcula el valor de $25 \blacksquare 2$

Se cumple que:

$$5n \blacksquare m = \begin{cases} m + n; & m > n \\ m - n; & m < n \end{cases}$$

- a) 3 d) -2
b) -7 e) 5
c) -1

Resolución:

TEMA 03



OPERADORES MATEMÁTICOS CON TABLAS

Una operación matemática con tablas está compuesta por una tabla de doble entrada donde las «cabezas» de columna y fila se relacionan mediante un operador. El cuerpo de la tabla está compuesto por los resultados de la operación. Observa:

		2 ^{do} componente			
		a	b	c	d
Operador	1 ^{er} componente	a	b	c	a
		b	c	d	b
		c	d	a	c
		d	a	b	d

Cuerpo de la tabla (resultados)

Para identificar el resultado de una operación en la tabla se ubica primero el valor del 1er componente (fila) y luego el del 2do componente (columna). La intersección entre ambos determina la respuesta.

Ejemplo:

Observa la tabla y calcula el valor de $(1 * 2) * (3 * 4)$

*	1	2	3	4
4	2	3	4	1
3	3	4	1	2
2	4	1	2	3
1	1	2	3	4

Resolución

Trabajamos por partes: $1 * 2 = 2$

$$3 * 4 = 2$$

$$\text{Entonces: } (1 * 2) * (3 * 4) = 2 * 2 \\ = 1$$



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Observa la tabla y calcula el valor de $3@2$.

@	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

Resolución:

Como piden calcular $3@2$, buscamos el número 3 en la zona de las primeras componentes y al número 2 en la de las segundas componentes.

@	1	2	3	4
1	2	3	4	1
2	3	4	1	2
3	4	1	2	3
4	1	2	3	4

Desde 3 trazamos una línea horizontal y desde 2 una línea vertical.

El casillero donde se cruzaron ambas líneas contiene la respuesta, entonces:

$$3@2 = 1$$

2. Calcula el valor de $4\blacktriangle 1$ si se cumple que:

\blacktriangle	1	2	3	4
1	4	3	2	1
2	3	2	1	4
3	2	1	4	3
4	1	4	3	2

Resolución:

Nivel intermedio

5. Observa la siguiente tabla para calcular el valor de «x» en la expresión: $(1 * 3) * x = 3 * 5$

Resolución:

Utilizando la tabla resolvemos la ecuación:

*	1	2	3	4	5
5	3	4	5	1	2
4	4	5	1	2	3
3	5	1	2	3	4
2	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	1

$$(1 * 3) * x = 3 * 5$$

$$4 * x = 4$$

Ahora nos preguntamos, ¿4 con qué número da como respuesta 4?

Según la tabla $4 * 1 = 4$, por lo tanto: $x = 1$

6. Utilizando la tabla anterior, calcula el valor de «m» en la siguiente expresión:

$$(4 * 3) * 5 = m * 2$$

Resolución:

3. Calcula el valor de $(b \# c) \# a$ si se cumple que:

#	d	c	b	a
a	a	b	c	d
b	b	c	d	a
c	c	d	a	b
d	d	a	b	c

Resolución:

4. Considerando la tabla anterior, calcula el valor de $(d \# a) \# (b \# c)$.

Resolución:

Nivel avanzado

7. Observa las siguientes tablas y calcula el valor de $[(2\square 4) \blacktriangledown (3\blacktriangledown 1)]\blacksquare 2$.

\blacksquare	1	2	3	4
1	4	1	2	3
2	3	4	1	4
3	2	3	4	1
4	1	2	3	2

\blacktriangledown	1	2	3	4
4	4	3	2	1
3	3	2	1	4
2	2	1	4	3
1	1	4	3	2

Resolución:



Práctica

1. Calcula el valor de $(c \odot a) \odot (b \odot d)$ utilizando la siguiente tabla.

	\odot	d	c	b	a
a)	a	a	b	c	d
b)	c	b	c	d	a
c)	b	b	c	d	a
d)	d	c	d	a	b
e)	a y b	d	a	b	c

Resolución:

2. Calcula el valor de $(5 \heartsuit 2) \heartsuit (3 \heartsuit 1)$ utilizando la siguiente tabla.

	\heartsuit	1	2	3	4	5
a)	1	3	5	1	4	2
b)	2	4	1	2	3	5
c)	5	2	4	1	3	
d)	1	3	5	2	4	
e)	4	1	3	5	2	
	5	2	4	3	5	1

Resolución:

3. Calcula el valor de «x» en la expresión $(7 \blacktriangledown 5) \blacktriangledown x = x \blacktriangledown 9$ si se cumple que:

	\blacktriangledown	5	6	7	8	9
a)	5	7	8	9	5	6
b)	9	6	7	8	9	5
c)	6	5	6	7	8	9
d)	7	9	5	6	7	8
e)	8	8	9	5	6	7
	9	8	9	5	6	7

Resolución:

4. Utiliza la tabla anterior, para calcular el valor de «x» en la siguiente expresión:

$$(6 \blacktriangledown 9) \blacktriangledown x = 8 \blacktriangledown 7$$

	\blacktriangledown	5	6	7	8	9
a)	5	7	8	9	5	6
b)	9	6	7	8	9	5
c)	8	7	5	6	7	9
d)	7	8	9	5	6	7
e)	5	9	8	9	5	6
	9	8	9	5	6	7

Resolución:

5. Observa las siguientes tablas y calcula el valor de «x» en la ecuación:

$$(2 \heartsuit 1) \blacktriangle x = x \heartsuit (2 \blacktriangle 3)$$

	\heartsuit	1	2	3		\blacktriangle	1	2	3
a)	1	2	3	2		2	2	1	3
b)	2	1	1	3		3	3	3	2
c)	3	3	2	1		1	1	2	1
d)	1 o 2								
e)	3 o 1								

Resolución:



Autoevaluación

1. Calcula el valor de $(3 \heartsuit 4) + (2 \heartsuit 3) - (1 \heartsuit 3)$ utilizando la siguiente tabla.

- a) 1
- b) 4
- c) 3
- d) 2
- e) 5

\heartsuit	1	2	3	4	5
1	3	5	1	4	2
2	4	1	2	3	5
3	5	2	4	1	3
4	1	3	5	2	4
5	2	4	3	5	1

Resolución:

2. Observa la siguiente tabla y calcula el valor de $\frac{(B * C) + (D * A)}{A * D}$

- a) 2
- b) A
- c) 1
- d) 2A
- e) 3

*	A	B	C	D
A	D	C	B	A
B	C	B	A	D
C	B	A	D	C
D	A	D	C	B

Resolución:

3. Calcula el valor de «x» en $(x \# 2) \# 3 = 6 \# 5$ si se cumple que:

- a) 2
- b) 4
- c) 5
- d) 3
- e) 1

#	1	2	3	4	5	6
1	1	6	5	4	3	2
2	6	5	4	3	2	1
3	5	4	3	2	1	6
4	4	3	2	1	6	5
5	3	2	1	6	5	4
6	2	1	6	5	4	3

Resolución:

4. Utilizando la tabla anterior, calcula el valor de «x» en la expresión:

$$(4 \# 5) \# x = 2 \# (3 \# 2)$$

- a) 1
- b) 3
- c) 4
- d) 2
- e) 6

Resolución:

5. Utilizando las tablas anteriores, calcula el valor de la siguiente expresión: $\left[\frac{(3 \blacktriangle 1) \heartsuit (2 \heartsuit 2)}{1 + (1 \blacktriangle 2)} \right] \blacktriangle 2$

- a) 2
- b) 3
- c) 5
- d) 1
- e) 4

\heartsuit	1	2	3
1	2	3	2
2	1	1	3
3	3	2	1

\blacktriangle	1	2	3
2	2	1	3
3	3	3	2
1	1	2	1

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Observa la tabla y calcula el valor de $3 \blacktriangle 2$.

- a) 3
b) 4
c) 2
d) 5
e) 1

\blacktriangle	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	3	4	1
3	3	4	1	2
4	4	1	2	3

Resolución:

Resolución:

2. Calcula el valor de $(6 \blacklozenge 8) \blacklozenge (7 \blacklozenge 9)$ si se cumple que:

- a) 7
b) 8
c) 9
d) 6
e) 5

\blacklozenge	6	7	8	9
6	9	6	7	8
7	8	9	6	7
8	7	8	9	6
9	6	7	8	9

Resolución:

4. Determina el valor de «x» en la expresión: $(b @ x) = d @ e$.

- a) b
b) e
c) d
d) c
e) a

@	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	c	d	e	a
c	c	d	e	a	b
d	d	e	a	b	c
e	e	a	b	c	d

Resolución:

Nivel intermedio

3. Utilizando la tabla anterior, calcula el valor de la siguiente expresión:

- a) 2
b) 8
c) 4
d) 3
e) 6

$$(8 \blacklozenge 7) + (7 \blacklozenge 6)$$

Nivel avanzado

5. Observa las siguientes tablas y calcula el valor de $[(1 \blacktriangle 3) \bullet (2 \blacksquare 1)] \blacktriangle (3 \bullet 2)$.

- a) 2
d) 5
b) 1
e) 4
c) 3

\blacktriangle	1	2	3	\blacksquare	1	2	3
1	1	2	3	1	3	1	2
2	2	3	1	2	1	2	3
3	3	1	2	3	2	3	1

\bullet	1	2	3
1	1	3	2
2	2	1	3
3	3	2	1

Resolución:



CRPTOGRAMA NUMÉRICO

Un criptograma numérico es una forma de escritura con la que se emplea símbolos (incluso letras) o recuadros vacíos para ocultar dígitos que forman un número o una operación.

Cuando resolvemos un criptograma numérico buscamos determinar los valores ocultos, para ello debemos usar las propiedades que conocemos sobre las 4 operaciones básicas.

$$\begin{array}{r} \boxed{a} \ \boxed{b} \ \boxed{c} \\ + \\ \boxed{n} \ \boxed{n} \ \boxed{p} \\ \hline \boxed{x} \ \boxed{y} \ \boxed{z} \ \boxed{r} \\ \boxed{x} = 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} a &\neq 0 \\ m &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \boxed{a} \ \boxed{b} \\ + \\ \boxed{c} \ \boxed{d} \\ \hline \boxed{p} \ \boxed{q} \\ \boxed{x} \ \boxed{y} \ \boxed{q} \end{array}$$

$$\begin{aligned} b + d &= 10 \\ a \neq 0; \ c \neq 0; \ p \neq 0 \end{aligned}$$

Ten en cuenta que:
 \overline{abc} : numeral de 3 cifras
 \overline{abcd} : numeral de 4 cifras



Ejemplo:

Resuelve el siguiente criptograma y calcula el valor de $A + B$.

$$\begin{array}{r} \boxed{A} \ \boxed{B} \ 7 \\ + \\ 3 \ \boxed{B} \ \boxed{A} \\ \hline 9 \ 3 \ 2 \end{array}$$

Resolución:

$$\begin{array}{r} \boxed{} \ \boxed{} \ 7 \\ + \\ 3 \ \boxed{} \ \boxed{} \\ \hline 9 \ 3 \ 2 \end{array}$$

De la columna de las unidades:
 $7 + \boxed{5} = \underline{\hspace{2cm}} 2$
 $\rightarrow A = 5$

Completamos las casillas que contienen la letra A.

$$\begin{array}{r} \boxed{5} \ \boxed{} \ 7 \\ + \\ 3 \ \boxed{} \ \boxed{5} \\ \hline 9 \ 3 \ 2 \end{array}$$

Observamos la columna de las centenas:
 $5 + 3 \neq 9$, entonces se llevaba 1.

$$\begin{array}{r} \boxed{5} \ \boxed{1} \ 7 \\ + \\ 3 \ \boxed{} \ \boxed{5} \\ \hline 9 \ 3 \ 2 \end{array}$$

En la columna de las decenas se observa que:
 $B + B + 1 = 13$
 $\rightarrow B = 6$

Nos piden: $A + B = 5 + 6 = 11$



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Si $\overline{A86A} + \overline{5B1} = \overline{5B95}$, calcula el valor de $2B + A$.

Resolución:

Escribimos la adición de forma vertical y completamos la operación:

$$\begin{array}{r} \boxed{A} \ 8 \ 6 \ \boxed{A} \\ + \\ 5 \ \boxed{B} \ 1 \\ \hline 5 \ \boxed{B} \ 9 \ 5 \end{array}$$

En la columna de las unidades: $A + 1 = 5$, entonces
 $A = 4$

En la columna de las decenas: $6 + B = 9$, entonces
 $B = 3$

Entonces, la operación es:

$$\begin{array}{r} \boxed{4} \ 8 \ 6 \ \boxed{4} \\ + \\ 5 \ \boxed{3} \ 1 \\ \hline 5 \ \boxed{3} \ 9 \ 5 \end{array}$$

Piden $2A + B = 2 \cdot 4 + 3 = 11$

2. Si $\overline{3ab} \times 2 = \overline{ab0}$; calcula el valor de a . b.

Resolución:

Nivel intermedio

3. Calcula el valor de $\overline{bca} + \overline{cab} + \overline{abc}$ si $a + b + c = 15$.

Resolución:

Escribimos la operación de forma vertical:

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ \overline{b \ c \ a} + \\ \overline{c \ a \ b} \\ \hline \overline{a \ b \ c} \end{array} \rightarrow \text{Por dato} \quad a + b + c = 15$$

4. Calcula el valor de $\overline{bcda} + \overline{dabc} + \overline{abcd} + \overline{cdab}$ si $a + b + c + d = 14$.

Resolución:

5. Completa los espacios en blanco y calcula la suma de todos los números que escribiste:

$$\begin{array}{r} 9 \square \ 9 \square - \\ \square \ 9 \ \square \ 9 \\ \hline 5 \ 3 \ 8 \ 3 \end{array}$$

Resolución:

Nivel avanzado

6. Si $\overline{2abc} \times 3 = \overline{abc1}$, calcula el valor de a + b + c.

Resolución:

Escribimos la operación de forma vertical:

$$\begin{array}{r} 2 \ \boxed{a} \ \boxed{b} \ \boxed{c} \times \\ \quad \quad \quad 3 \\ \hline \boxed{a} \ \boxed{b} \ \boxed{c} \ 1 \\ \quad \quad \quad c = 7 \\ \hline 3 \times \boxed{c} = \underline{\quad} 1 \rightarrow 3 \times \boxed{7} = \underline{(2)} 1 \\ \quad \quad \quad \text{llevó} \\ 3 \times \boxed{b} + 2 = \underline{\quad} 7 \rightarrow 3 \times \boxed{5} + 2 = \underline{1} \ 7 \\ \quad \quad \quad b = 5 \quad \quad \quad \text{llevó} \\ \hline a = 8 \\ 3 \times \boxed{a} + 1 = \underline{\quad} 5 \rightarrow 3 \times \boxed{8} + 1 = \underline{(2)} 5 \\ \quad \quad \quad \text{llevó} \end{array}$$

$3 \times 2 + 2 = 8$ ¡sí cumple!

$$\begin{aligned} \text{Entonces } a + b + c &= 8 + 5 + 7 \\ &= 20 \end{aligned}$$

7. Completa la operación y da como respuesta la cifra mayor:

$$\begin{array}{r} \boxed{\quad} \ \boxed{\quad} \\ \boxed{\quad} \ \boxed{\quad} \\ \hline 1 \ \boxed{\quad} \\ \hline \boxed{\quad} \ 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

Resolución:



Práctica

1. Calcula el valor de $a + b$:

- a) 12
- b) 18
- c) 20
- d) 15
- e) 23

$$\begin{array}{r} a \ b \ 9 \times \\ \hline 1 \ 5 \ a \ b \end{array}$$

Resolución:

2. Si se cumple que $\overline{61A} + \overline{B75} = \overline{15B3}$, calcula el valor de A + B.

- a) 16
- b) 12
- c) 15
- d) 20
- e) 17

Resolución:

3. Completa los espacios en blanco y da como respuesta la suma de los números que escribiste:

- a) 10
- b) 16
- c) 20
- d) 18
- e) 14

$$\begin{array}{r} 2 \ \square \ 7 \ \square - \\ 1 \ 3 \ \square \ 7 \\ \hline \square \ 1 \ 8 \ 7 \end{array}$$

Resolución:

4. Si $\overline{CB9D} - \overline{BAD9} = \overline{1AB3}$, calcula el valor de: C - B + D

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 2
- e) 5

Resolución:

5. Si $\overline{a0b} \times b = \overline{2a3b}$, calcula el valor de a + b.

- a) 8
- b) 12
- c) 10
- d) 15
- e) 7

Resolución:



Autoevaluación

1. Si $\overline{4m8} - \overline{n53} = \overline{12p}$, calcula el valor de $m + n + p$.

- a) 10
- b) 15
- c) 16
- d) 12
- e) 8

Resolución:

2. Completa la operación y da como respuesta la suma de los números que escribiste:

- a) 12
- b) 15
- c) 16
- d) 18
- e) 13

$$\begin{array}{r}
 2\ 5\ \square\ 9\ +
 \\ \square\ 4\ 8\ 7
 \\ \hline
 2\ \square\ 3\ 5
 \\ \hline
 9\ 7\ 9\ \square
 \end{array}$$

Resolución:

3. Calcula el valor de C + D:

- a) 2
- b) 7
- c) 9
- d) 12
- e) 5

$$\begin{array}{r}
 C\ 3\ 1\ \times
 \\ \quad\quad\quad D
 \\ \hline
 2\ 1\ D\ D
 \end{array}$$

Resolución:

4. Si $\overline{AAB} + \overline{BAA} = 1352$, calcula el valor de $A \times B$.

- a) 35
- b) 42
- c) 50
- d) 30
- e) 36

Resolución:

5. Si $\overline{C9BA} \times 6 = \overline{BC65A}$, calcula el valor de $A + B + C$.

- a) 12
- b) 9
- c) 15
- d) 8
- e) 13

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Si $\overline{7AA} + \overline{A2B} = 1724$, calcula el valor de $A \times B$.

- a) 30 d) 40
b) 45 e) 50
c) 35

Resolución:

2. Si $\overline{ab7} \times 8 = \overline{29ab}$, calcula el valor de $a - b$.

- a) -1 d) 4
b) 2 e) -3
c) 0

Resolución:

3. Completa la siguiente operación y da como respuesta el mayor número escrito:

a) 9 d) 6 $\square \ 6 \ 7 \ \square -$
b) 5 e) 4 $\begin{array}{r} 1 \ 4 \ \square \ 2 \\ \hline \square \ 2 \ 7 \end{array}$
c) 8

Resolución:

Nivel intermedio

4. Si $a + b + c + d = 21$, calcula el valor de $\overline{abcd} + \overline{babc} + \overline{cdab} + \overline{dcba}$

- a) 22 331 d) 23 221
b) 21 321 e) 21 223
c) 23 331

Resolución:

5. Si $\overline{B040} - \overline{BCA} = \overline{A42}$, calcula el valor de $A + B - C$.

- a) 3 d) 0
b) 1 e) 2
c) 4

Resolución:

Nivel avanzado

6. Calcula el valor de $P + Q$ si se sabe que $\overline{P0Q} \times Q = \overline{4QP4}$

- a) 10 d) 16
b) 14 e) 15
c) 12

Resolución:



TEMA 05



CUATRO OPERACIONES

Las cuatro operaciones básicas son adición, sustracción, multiplicación y división.

Para resolver estos problemas debemos leer con cuidado el enunciado, de manera que se pueda identificar la operación que se va a realizar.

Estas son algunas situaciones que involucran cada una de las operaciones.

ADICIÓN	SUSTRACCIÓN
<ul style="list-style-type: none"> ► La cantidad de dinero que tienen tres personas juntas. ► La cantidad total de animales que hay en una granja. 	<ul style="list-style-type: none"> ► La diferencia entre las edades de dos personas. ► Identificar el dinero luego de realizar unas compras.
MULTIPLICACIÓN	DIVISIÓN
<ul style="list-style-type: none"> ► La cantidad de dinero que juntaré durante una semana si cada día gano lo mismo. ► El monto a pagar por la compra de un grupo de objetos iguales. 	<ul style="list-style-type: none"> ► Tengo una bolsa de caramelos que repartiré entre mis amigos. ► El costo de una camisa que compre por docena.

Ejemplo:

Carla tiene ahorrado S/.320 y Romina tiene el triple de ella. Si Laura tiene tanto como Carla y Romina juntas, ¿cuánto dinero tienen entre las tres?

Resolución:

Calculamos lo que tiene cada una:

Carla: S/.320

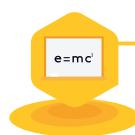
Romina: $3 \times S/.320 = S/.960$

Laura: $S/.320 + S/.960 = S/.1280$

Para calcular lo que tienen entre las tres debemos sumar.

$$\begin{array}{r}
 320 + \\
 960 \\
 \hline
 1280 \\
 \hline
 2560
 \end{array}$$

Rpta.: Entre las tres tienen S/.2560.



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Si al vender un auto en S/.4300 pierdo S/.1200, ¿cuánto me costó el auto?

Resolución:

Como al vender auto se perdió dinero, debe sumarse dicha pérdida al precio de venta para conocer su costo original.

$$\begin{array}{r}
 4300 + \\
 1200 \\
 \hline
 5500
 \end{array}$$

Respuesta:

El auto costó S/.5500.

2. Si al realizar un descuento de S/.520 en un producto este se vende en S/.630, ¿cuál era el precio original del producto?

Resolución:

3. Un refrigerador se compró por S/.750; al pasar un tiempo se malogró y se pagó S/.300 por arreglarlo. Si al final se vendió en S/.1350, ¿cuánto se ganó?

Resolución:

Nivel avanzado

7. En una carrera de autos, se sabe que el primero llegó a la meta luego de 480 minutos; el segundo, 20 minutos después que el primero; el tercero demoró tanto como el tiempo del segundo aumentado en 18 minutos y el cuarto demoró tanto como el primero y el tercero juntos. ¿Cuánto demoró el cuarto auto?

Resolución:

Con los datos, calculamos los tiempos de cada auto.

1er. auto: 480

2do. auto: $480 + 20 = 500$

3er. auto: $500 + 18 = 518$

4to auto: $480 + 518 = 998$

Respuesta:

El cuarto auto demoró 998 minutos.

8. Jesús gana el primer día S/.5; el segundo, S/.10; el tercero, S/.15 y así sucesivamente hasta completar 7 días. Si al finalizar esa semana gastó S/.75, ¿cuánto dinero le sobra?

Resolución:

Nivel intermedio

4. Si vendo un televisor en S/.930 ganaría S/.150. ¿Cuál sería su precio si se vendiera perdiendo S/.120?

Resolución:

$$\begin{array}{rcl} \diamond & S/.930 - & (\text{precio con ganancia}) \\ & S/.150 & \text{ganancia} \\ & \hline & S/.780 & \text{costo real} \\ \\ \diamond & 780 - & \text{costo real} \\ & 120 & \text{pérdida} \\ & \hline & S/.660 & \text{precio con pérdida} \end{array}$$

Respuesta:

Perdiendo S/.120 el precio de venta sería S/.660.

5. Si me obsequiaran S/.170 podría comprar un DVD y aún me quedaría S/.25. ¿Cuánto dinero tengo, si el DVD cuesta S/.720?

Resolución:

6. Alicia gana S/.15 diarios y Luisa S/.18 por día. Si las dos juntas ganan S/.726, ¿cuántos días han transcurrido?

Resolución:

9. Manuel pierde dinero diariamente durante 5 días consecutivos. El primer día pierde S/.8; el segundo, S/.16; el tercero, S/.24, y así sucesivamente. Si al inicio tenía S/.300, ¿cuánto le sobró?

Resolución:



Práctica

1. En la campaña «Abriguemos a un amigo» el aula de 6º grado recolectó 8 cajas de 50 chompas cada una. Si para preparar la donación se embolsarán las chompas en grupos de 4, ¿cuántas bolsas se necesitarían?

a) 80 d) 130
 b) 100 e) 200
 c) 150

Resolución:

2. Se compró un inmueble en S/.75 000 y se realizaron ciertos arreglos, por los que se pagó S/.1400. Si se consiguió un comprador que pagó S/.98 000, ¿cuál fue la ganancia?

a) S/.16 000 d) S/.21 600
 b) S/.32 500 e) S/.31 500
 c) S/.22 300

Resolución:

3. Andrea gana S/.40 diarios y ahorra S/.25 diariamente. ¿Cuánto dinero ganó si hasta el momento ha ahorrado S/.250?

a) S/.250 d) S/.450
 b) S/.350 e) S/.300
 c) S/.400

Resolución:

4. María tiene siete años más que Milagros. Si dentro de nueve años, Milagros tendrá 42 años, ¿cuál es la edad actual de María?

a) 42 años d) 40 años
 b) 50 años e) 36 años
 c) 38 años

Resolución:

5. Karen ahorra de la siguiente manera: enero, S/.150; febrero, S/.200; marzo, S/.250; abril, S/.300 y así sucesivamente hasta el mes de julio. Si luego compra una TV a S/.700, ¿cuánto dinero le queda?

a) S/.1000 d) S/.1600
 b) S/.1200 e) S/.1800
 c) S/.1400

Resolución:



Autoevaluación

1. Si Carlos nació en 1982 y Sebastián en 1986, ¿cuál será la suma de sus edades cuando Carlos tenga 26 años?

a) 38
b) 56
c) 48
d) 52
e) 44

Resolución:

2. Juan tiene S/.1500 y gasta la tercera parte en juguetes. Si luego su padrino le regala la cuarta parte de lo que le quedaba, ¿cuánto dinero tiene al final?

a) S/.1500 b) S/.1000
c) S/.1340 d) S/.1250
e) S/.1100

Resolución:

3. Si el menor de tres hermanos tienen 16 años y cada uno de los siguientes tiene dos años más que el anterior, ¿cuánto suman las edades de los hermanos?

a) 40 b) 54
c) 52 d) 48
e) 60

Resolución:

4. Tres socios se reparten las ganancias de una empresa. El primero recibe S/.1200 más que el segundo y este recibe S/.800 más que el tercero. ¿Cuál fue la ganancia de la empresa si el tercero recibe S/.2600?

a) S/.10 600 b) S/.12 400
c) S/.15 000 d) S/.14 200
e) S/.13 200

Resolución:

5. Si compré cierto número de melones a S/.294 y los vendí a S/.588, gané S/.2 por melón. ¿Cuántos melones compré?

a) 157 b) 141
c) 134 d) 137
e) 147

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Compré un DVD a S/.600, luego de obtener un descuento de S/.230. ¿Cuál era el precio original del DVD?
- a) S/.830 d) S/.950
 b) S/.600 e) S/.750
 c) S/.990

Resolución:

2. En un negocio de compra-venta de autos, se compró un auto en \$3000. Si luego de gastar \$80 en reparaciones, se vendió el vehículo a \$5200, ¿cuánto se ganó?
- a) \$1680 d) \$2120
 b) \$1840 e) \$2250
 c) \$2430

Resolución:

3. Si Ángel tiene dos años más que Betty y Carlos, que tiene 18 años, tiene tres años menos que Betty, ¿cuántos años tienen entre los tres juntos?
- a) 58 d) 64
 b) 60 e) 56
 c) 62

Resolución:

Nivel intermedio

4. Si ganara S/.120 más podría comprar una cámara fotográfica y me sobraría S/.32. Si la cámara fotográfica cuesta S/.180, ¿cuánto dinero tengo?
- a) S/.125 d) S/.80
 b) S/.118 e) S/.92
 c) S/.77

Resolución:

5. Luis gana S/.40 diarios y cada día ahorra S/.10. Si en total lleva ahorrado S/.120, ¿cuánto dinero ganó en total?
- a) S/.800 d) S/.500
 b) S/.480 e) S/.600
 c) S/.750

Resolución:

Nivel avanzado

6. Compré 32 chocolates de la marca A a S/.4 cada uno. Si decido cambiarlos por chocolates de la marca B que cuestan S/.1 cada uno, ¿cuántos chocolates B recibiré?
- a) 240 d) 64
 b) 256 e) 128
 c) 160

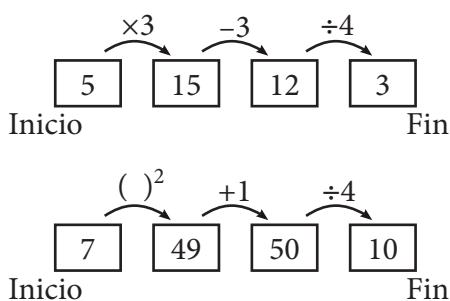
Resolución:



MÉTODO DE LAS OPERACIONES INVERSAS

El método de las operaciones inversas, también conocido como método cangrejo, permite determinar el valor inicial que, luego de haber sido afectado por una secuencia de operaciones, resulta un valor que es dato del problema.

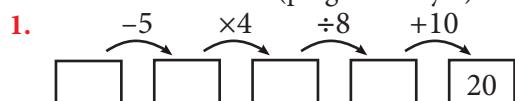
Observa:



Trabajando en clase

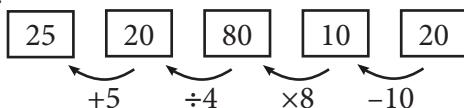
Nivel básico

Calcula el valor inicial (preguntas 1 y 2).



Resolución:

Escribimos las operaciones inversas y completamos:



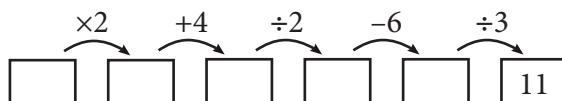
Respuesta:

El valor inicial es 25.

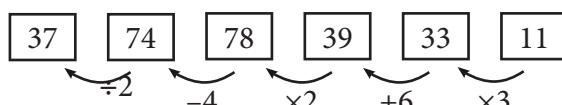
2. Un número es aumentado en 4, el resultado se multiplica por 3 y el nuevo número se disminuye en 2. Si al último valor encontrado se le extrae la raíz cuadrada se obtiene 8. ¿Cuál es el número inicial?

Ejemplos:

Con un número se realizan las siguientes operaciones: primero se le multiplica por dos, luego se le aumenta 4 al resultado obtenido para posteriormente dividirlo entre 2 y, finalmente, se le extrae 6 a la respuesta. Si al nuevo número se le divide entre 3 se obtiene 11, ¿cuál es el número inicial?



Escribimos las operaciones inversas:



Resolución:

3. Si duplicamos los años que tiene Rocío y luego incrementamos 4 al resultado obtenido, se obtiene un nuevo número que al extraerle la raíz cuadrada, disminuir en 2 a dicha raíz, luego elevar al cuadrado el último resultado y, finalmente, dividirlo entre 8, da como resultado 2. ¿Cuál es la edad de Rocío?

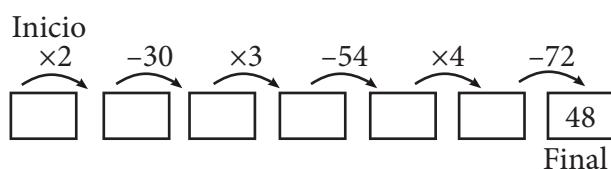
Resolución:



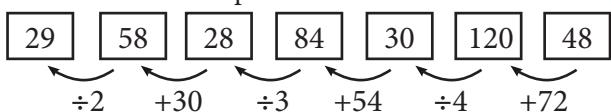
Nivel intermedio

4. Una persona participó en tres apuestas; en la primera duplicó su dinero y gastó S/.30; en la segunda triplicó lo que le quedaba y gastó S/.54; en la tercera cuadriplicó la suma restante y gastó S/.72. Si al final le quedaron S/.48, ¿cuánto tenía al inicio?

Resolución:



Escribimos las operaciones inversas:



Respuesta:

Al inicio tenía S/.29

5. Un número se aumenta en 1, el resultado se multiplica por 2, a este nuevo número se le resta 3, se multiplica por 4 al resultado y por último se divide entre 5, y se obtiene 12. ¿Cuál es el número inicial?

Resolución:

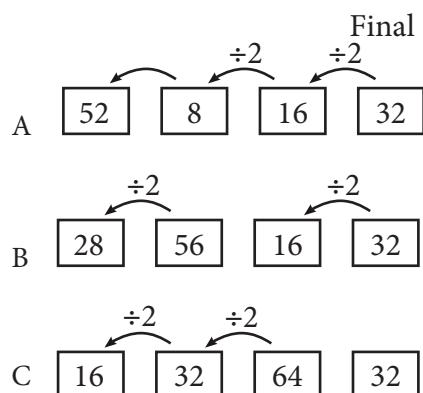
6. Juanita gasta su dinero de la siguiente manera; en gaseosa, la mitad de su dinero, más S/.2; en galletas la cuarta parte del resto, más S/.3. Si al final se queda sin dinero, ¿cuánto dinero tuvo al inicio?

Resolución:

Nivel avanzado

7. Tres personas (A, B y C) se pusieron a jugar con la condición de que el perdedor de cada partido duplicaría el dinero de los otros dos. Si se sabe que perdieron una vez cada uno, en orden alfabético, quedándose uno con S/.32 al final; ¿cuánto dinero tenía B al inicio?

Resolución:

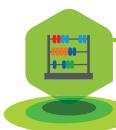


8. Cuatro personas (A, B, C y D) se pusieron a jugar con la condición de que el ganador de cada partida recibiría la mitad de dinero que en ese momento tiene cada uno de los otros tres jugadores. Si se sabe que ganaron en orden alfabético y al finalizar la cuarta partida quedaron con 20, 36, 68 y 132 dólares, respectivamente, ¿cuánto ganó D?

Resolución:

9. Se tienen tres aulas (A, B y C) con cantidades diferentes de alumnos. Si de cada una de ellas se pasan a las otras dos aulas tantos alumnos como hay en ese momento en cada uno de estos, en orden alfabético quedan al final cada una con 120 estudiantes. ¿Cuántos estudiantes tenía el aula "A" inicialmente?

Resolución:



Práctica

1. Se triplica un número, el resultado se incrementa en 4. El nuevo número es disminuido en 15, se eleva al cuadrado la diferencia obtenida, resultando 100. Calcula el número.

a) 10 c) 7 e) 8
b) 15 d) 12

Resolución:

2. Un número se aumenta en 20, el resultado se divide entre 5 y al cociente obtenido se le aumenta 3. Al nuevo número se le extrae la raíz cuadrada, se multiplica por 15 al resultado y, finalmente, al producto obtenido se le divide entre 25, resultando 3. Calcula el número.

a) 56 c) 42 e) 81
b) 46 d) 90

Resolución:

3. De un depósito lleno de agua se retira la mitad de su contenido, más un litro por hora. Si al cabo de 3 horas el depósito queda vacío, ¿cuál es la capacidad del depósito?

a) 10 L c) 22 L e) 16 L
b) 14 L d) 8 L

Resolución:

4. Si se multiplica un número por 8, el resultado se divide por 10, el cociente se multiplica por 3 e inmediatamente se añade 36, se obtiene 180. ¿Cuál es el número inicial?

a) 40 c) 58 e) 60
b) 152 d) 45

Resolución:

5. Nora, Claudia, Katy y Elena juegan naipes, y cada una de ellas gana una partida en orden inverso al que han sido mencionadas. La regla del juego es la siguiente: A la que gane el primer juego, las demás le darán S/.30; a la que gane el segundo y el tercero juego, las que pierdan le darán S/.20, y a la que gane último juego, solo le darán S/.10 cada una de las que pierdan. Si luego de terminar el cuarto juego y cumpliendo las reglas cada una tiene S/.60, ¿cuál es la diferencia entre lo que tenían inicialmente Nora y Katy?

a) S/. 20 c) S/. 80 e) S/. 60
b) S/. 40 d) S/. 10

Resolución:



Autoevaluación

1. A un número positivo lo dividimos entre 2 y el resultado se eleva al cuadrado. El número se divide entre 4 y a dicho resultado se le extrae la raíz cuadrada, obteniéndose, finalmente, 5. ¿Cuál es el número?

a) 30 c) 20 e) 10
b) 40 d) 50

Resolución:

2. A un número se le multiplica por 3, luego se le resta 6 y al resultado se le multiplica por 5. Si el nuevo número se divide entre 8, al resultado se le eleva al cuadrado y, finalmente, se le resta 171, se obtiene 729. ¿Cuál es el número?

a) 24 c) 12 e) 36
b) 18 d) 16

Resolución:

3. Juan se pone a jugar con el dinero que llevaba y logra duplicarlo pero inmediatamente gasta S/.10. Con lo que le queda juega por segunda vez y triplica su dinero, pero gasta S/.30. Por tercera vez juega, pierde la mitad y gasta S/.80, retirándose con S/.10. ¿Cuánto dinero tenía inicialmente?

a) S/. 50 c) S/. 80 e) S/. 40
b) S/. 60 d) S/. 30

Resolución:

4. Si a la cantidad que tengo la multiplico por 5, al resultado lo divido por 15, al cociente lo multiplico por 4 y, finalmente, añado 32; tendría S/.80. ¿Cuánto tengo inicialmente?

a) S/. 38 c) S/. 32 e) S/. 34
b) S/. 40 d) S/. 36

Resolución:

5. Cinco amigos (R, A, L, C y E) acuerdan que el que pierde la partida de naipes duplicará el dinero de los otros cuatro. Si cada uno de ellos pierde una partida en orden alfabético, quedándose al final de la última partida con S/.80 cada uno. ¿Cuánto tenía A al inicio?

a) 205.5 c) 55 e) 5
b) 105 d) 202,5

Resolución:



Tarea

Nivel básico

Calcula el número inicial

- 1.
- | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|----|----------------------|------------|----------------------|------------|----------------------|----------|----------------------|-------|----------------------|-------|
| <input type="text"/> | -4 | <input type="text"/> | $\times 5$ | <input type="text"/> | $\sqrt{ }$ | <input type="text"/> | $\div 2$ | <input type="text"/> | $+ 5$ | <input type="text"/> | Final |
| Inicio | | | | | | | | | | | 10 |
- a) 20 c) 16 e) 24
 b) 12 d) 28

Resolución:

2. Ricardo dice: «Si a la cantidad de dinero que tengo le agregamos S/.20, a ese resultado lo multiplicamos por 6, a este nuevo monto de dinero le quitamos S/.24, posteriormente le sacamos la raíz cuadrada y, por último, lo dividimos entre 3; obtendremos S/.8». ¿Cuál fue la cantidad inicial?
- a) S/. 60 c) S/. 80 e) S/. 90
 b) S/. 50 d) S/. 70

Resolución:

3. Si a cierto número lo multiplicamos por 5, al resultado lo disminuimos en 17, y luego lo multiplicamos por 4, al resultado se le incrementa en 4 y, por último, le sacamos la raíz cuadrada; obtendríamos 6. ¿Cuál es el número inicial?
- a) 3 c) 7 e) 1
 b) 5 d) 9

Resolución:

Nivel intermedio

4. Cada vez que Lucho se encuentra con Vanesa le duplica el dinero, ella en agradecimiento le da un nuevo sol. Si en un día, se encontraron dos veces, y Vanesa terminó con S/.9, ¿cuánto tenía inicialmente Vanesa?
- a) S/. 8 c) S/. 3 e) S/. 12
 b) S/. 6 d) S/. 5

Resolución:

5. Con cierto número se realizaron las siguientes operaciones: Se elevó al cubo, al resultado se le agregó 9, luego se le extrajo la raíz cuadrada, y al número obtenido se le dividió entre 3 para luego restarle 1 y, por último, elevarlo al cuadrado; obteniéndose como resultado final 16. Calcula el número inicial.
- a) 3 c) 4 e) 5
 b) 8 d) 6

Resolución:

Nivel avanzado

6. Tres amigos (A, B y C) juegan a las cartas con la condición de que el perdedor de cada partida duplicará el dinero a los otros dos. Si pierden una partida cada uno en orden alfabético, quedando cada uno con S/.16; ¿cuánto tenía inicialmente el que ganó más?
- a) S/.26 c) S/.6 e) S/.8
 b) S/.14 d) S/.7

Resolución:



FALSA SUPOSICIÓN Y REGLA CONJUNTA

FALSA SUPOSICIÓN

Este método permite resolver problemas donde se conocen dos cantidades totales y dos incógnitas.

Ejemplo:

En un corral de 20 animales donde solo se tienen conejos y pollos, se contaron un total de 70 patas. ¿Cuántos conejos hay?

Resolución:

- Primero identificamos los datos:

$$20 \text{ animales} \left\{ \begin{array}{l} \text{conejo} \\ \text{pollo} \end{array} \right\} 70 \text{ patas}$$
- Elaboramos nuestra suposición: «todos son pollos», luego analizamos:
 - ❖ Como todos son pollos $\rightarrow 20$ animales

$$20 \times 2 = 40$$
 total de patas
 ↑
 Cantidad de patas de un pollo
 - ❖ Como realmente son 70 patas y solo contamos 40, nos equivocamos por:

$$70 - 40 = 30$$
 patas
 - ❖ Nos sobran 30 patas porque al suponer que todos son pollos hemos contado solo 2 patas de los conejos en lugar de las 4 que tienen. Entonces, hay un error por animal de:

$$4 - 2 = 2$$
 patas
 - ❖ Ahora, repartimos las patas sobrantes en grupos de 2 para encontrar el número de conejos.

$$\frac{30}{2} = 15$$

Respuesta:

Hay 15 conejos.

REGLA CONJUNTA

Los problemas que se pueden resolver por este método son aquellos que presentan una lista de equivalencias.

Para resolverlos, debemos acomodar el problema de tal manera que los elementos o datos ubicados a la izquierda, también estén en la derecha. Luego, aplicamos la siguiente propiedad:

El producto de la izquierda es igual al producto de la derecha.

Ejemplo:

En una feria por 3 pollitos me dan 1 pato, por 4 patos me dan 6 conejos y por 5 conejos me dan 10 palomas. ¿Cuántas palomas me darán por 4 pollitos?

Resolución:

Escribimos la lista de equivalencias indicadas y verificamos que las unidades estén intercaladas.

$$3 \text{ pollitos} < > 1 \text{ pato}$$

$$4 \text{ patos} < > 6 \text{ conejos}$$

$$5 \text{ conejos} < > 10 \text{ palomas}$$

$$\langle x \rangle \text{ palomas} < > 4 \text{ pollitos}$$

Si dos unidades iguales están en el mismo sector, solo debemos invertir su escritura.



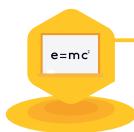
Ahora aplicamos la propiedad y operamos.

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{6}{1} \cdot x = 1 \cdot \frac{6}{2} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{4}{1}$$

$$x = 4$$

Respuesta:

Por 4 pollitos me dan 4 palomas



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Si por 3 ganchos recibo 7 vinchas y por 4 vinchas recibo 6 aretes, ¿cuántos ganchos recibiré por 14 aretes?

Resolución:

Escribimos las equivalencias.

$$3 \text{ ganchos} < > 7 \text{ vinchas}$$

$$4 \text{ vinchas} < > 6 \text{ aretes}$$

$$14 \text{ aretes} < > \langle\langle x\rangle\rangle \text{ ganchos}$$

Verificamos las unidades y operamos:

$$\cancel{3} \cdot 4 \cdot \cancel{14} = \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot x \\ 2 \qquad \qquad \qquad 1$$

$$4 = x$$

Respuesta: Recibiré 4 aretes

2. En un mercado muy especial, por 3 papas me dan 6 camotes y por 2 camotes me dan 5 choclos. Con 10 choclos, ¿cuántas papás me darán?

Resolución:

3. Si por 3 lápices me dan 5 borradores y por 2 borradores, 9 lapiceros, ¿cuántos lapiceros me darán por 4 lápices?

Resolución:

Nivel intermedio

4. En un taller de mecánica se cuentan 16 vehículos entre autos y motos. Si en total se contaron 48 llantas, ¿cuántas motos hay?

Resolución:

Identificamos los datos y realizamos la suposición.

$$16 \text{ vehículos} \left\{ \begin{array}{l} \text{motos} \\ \text{autos} \end{array} \right\} 48 \text{ llantas}$$

Si todos los vehículos fueran autos habría:

$$16 \times 4 = 64 \text{ llantas}$$

Nos equivocamos por $64 - 48 = 16$ llantas

Cuando confundimos una moto con un auto agregamos a cada auto $4 - 2 = 2$ llantas.

Repartimos:

$$\frac{16}{2} = 8 \text{ autos}$$

5. En un estacionamiento se cuentan 27 vehículos entre bicicletas y triciclos. Si se cuentan 62 ruedas en total, ¿cuántos triciclos hay?

Resolución:

Nivel avanzado

6. Si se sabe que 2 kilos de frejol cuesta igual que 3 kilos de azúcar; 4 lapiceros igual que 5 kilos de azúcar. Si 3 cuadernos valen S/.30 y 8 lapiceros cuestan igual que 4 cuadernos, ¿cuál es el precio de 6 kilos de frejol?

Resolución:

Escribimos la lista de equivalencias.

$$2 \text{ kg frejol} < > 3 \text{ kg azúcar}$$

$$4 \text{ lapiceros} < > 5 \text{ kg azúcar}$$

$$3 \text{ cuadernos} < > \text{S/.30}$$

$$8 \text{ lapiceros} < > 4 \text{ cuadernos}$$

$$\text{S/.x} < > 6 \text{ kg frejol}$$

Observamos que en la columna de la derecha la unidad «kg azúcar» está repetida, por eso reordenamos y calculamos.

$$2 \text{ kg frejol} < > 3 \text{ kg azúcar} \quad 5 \text{ kg azúcar} < > 4 \text{ lapiceros} \\ 3 \text{ cuadernos} < > \text{S/.30}$$

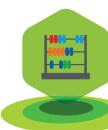
$$8 \text{ lapiceros} < > 4 \text{ cuadernos}$$

$$\text{S/.x} < > 6 \text{ kg frejol}$$

$$\cancel{2} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{8} \cdot x = \cancel{3} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{6} \cdot 6$$

$$x = 36$$

Respuesta: El precio es S/.36



Práctica

1. En una tienda por 5 gaseosas puedo obtener 2 galletas y por 1 galleta puedo obtener 5 chocolates. ¿Cuántas gaseosas obtendré con 6 chocolates?

a) 2 d) 5
b) 4 e) 1
c) 3

Resolución:

2. Si por 10 pelotas puedo obtener 4 trompos y por un trompo puedo conseguir 5 canicas, ¿cuántas pelotas puedo obtener por 6 canicas?

a) 3 c) 2 e) 4
b) 7 d) 8

Resolución:

3. En un circo las entradas de niño cuestan S/.5 y las de adulto, S/.8. Si con una asistencia de 195 personas se recaudó S/.1260, ¿cuántos niños asistieron?

a) 80 c) 120 e) 110
b) 100 d) 90

Resolución:

4. En una granja se cuentan 48 cabezas entre gallinas y conejos. Si en total se cuentan 158 patas, ¿cuál es la diferencia entre el número de conejos y gallinas?

a) 18 c) 12 e) 20
b) 16 d) 14

Resolución:

5. Si se gasta S/.201 al comprar 9 artículos entre camisas y polos que cuestan S/.35 y S/.16, respectivamente, ¿cuántos polos se compraron?

a) 8 c) 6 e) 7
b) 2 d) 10

Resolución:



Autoevaluación

1. En un restaurante el precio del arroz con pollo es igual al de 10 tortas de chocolate y el de 7 tortas de chocolate es igual al de 2 lomos saltados. ¿Cuántos lomos saltados cuestan igual que 7 arroz con pollo?

a) 20 c) 14 e) 17
b) 18 d) 19

Resolución:

2. Si con 3 panes puedo canjear 1 pastel y con 3 pasteles puedo canjear 1 flan, ¿cuántos flanes obtengo por 117 panes?

a) 7 c) 8 e) 13
b) 12 d) 15

Resolución:

3. Para el paseo del colegio se inscribieron 65 personas entre adultos y niños. Si el costo es de S/.10 por adulto y S/.5 por niño, y se recaudó S/.475, ¿cuántos niños hay?

a) 38 c) 30 e) 39
b) 35 d) 32

Resolución:

4. En un corral, donde solo hay cuyes y patos, se cuentan en total 154 patas. Si el total de animales es 50, ¿cuántos patos hay?

a) 60 c) 49 e) 8
b) 42 d) 23

Resolución:

5. De la pregunta anterior, ¿cuántos cuyes hay?

a) 18 c) 10 e) 27
b) 40 d) 16

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Si 5 caramelos valen lo mismo que 1 chocolate y 7 chocolates valen S/.30, ¿cuánto cuesta 7 caramelos?
- a) S/. 7 c) S/. 6 e) S/. 10
 b) S/.12 d) S/.14

Resolución:

4. De la pregunta anterior, ¿cuántas bicicletas hay?
- a) 9 c) 16 e) 10
 b) 2 d) 14

Resolución:

2. Si en una feria, por 2 pollitos me dan 15 gallinas y por 10 gallinas me dan 4 cuyes, ¿cuántos pollitos me darán por 6 cuyes?
- a) 2 c) 1 e) 5
 b) 7 d) 3

Resolución:

5. A una función de cine asistieron 354 personas entre niños y adultos. Si cada niño pagó S/.7 y cada adulto S/.12 y se recaudó S/.3633, ¿cuántos adultos asistieron?
- a) 250 c) 345 e) 231
 b) 123 d) 210

Resolución:

Nivel intermedio

3. En un estacionamiento se observan 21 vehículos entre bicicletas y triciclos. Si se contaron 49 llantas, ¿cuántos triciclos hay?
- a) 10 c) 12 e) 19
 b) 7 d) 13

Resolución:

6. Si se sabe que 2 kg de carne cuestan lo mismo que 3 kg de arroz; que 4 libros cuestan igual que 5 kg de arroz y que 3 libros cuestan S/.150, ¿cuánto costará 6 kg de carne?
- a) 400 c) 270 e) 382
 b) 265 d) 360

Resolución:



ORDENAMIENTO LINEAL

Concepto

En este tema, cada problema nos brinda una lista de datos o información. Los datos se deben considerar directa o indirectamente, tratando de ordenarlos adecuadamente en diagramas (rectas, flechas, dibujos de edificios o de los asientos).

El esquema que decidas usar no modificará tus respuestas, todo depende de que ubiques correctamente los puntos de referencias.

1. Ordenamiento lineal horizontal

Es cuando los datos deben ser ordenados en sentido horizontal.

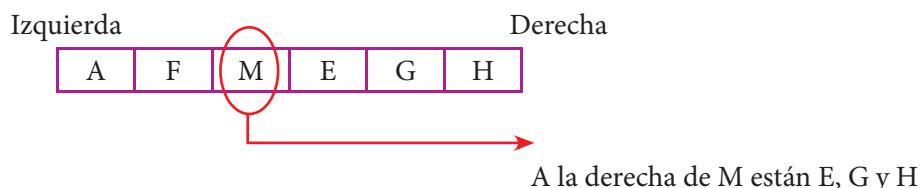
Ejemplos:

- ❖ Los asientos del cine
- ❖ La fila para ingresar al salón
- ❖ El orden de llegada en una carrera

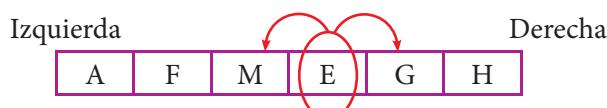


Observa el esquema en cada caso:

- ❖ ¿Quién o quiénes están a la derecha de M?

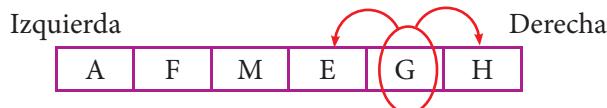


- ❖ ¿Quién está dos lugares a la izquierda de E?



Dos lugares a la izquierda de E está F.

- ❖ ¿Quiénes están adyacentes a G?



Adyacentes a G están E y H.

2. Ordenamiento lineal vertical

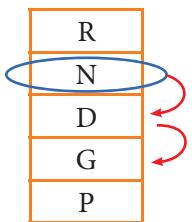
Es cuando los datos deben ser ordenados en sentido vertical.

Ejemplos:

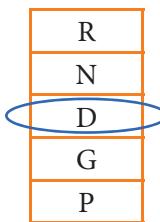
- ❖ Los habitantes por piso de un edificio
- ❖ Mis hermanos ordenados mayor a menor



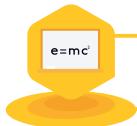
Observa el esquema en cada caso:



Dos pisos por debajo de N está G.



En el tercer piso del edificio vive D.



Trabajando en clase

Nivel básico

En un viaje de excursión, cuatro amigos escalan una montaña. Arturo está más arriba que Paulo y este está sobre Fernando. Además se sabe que Walter está más abajo que todos.

1. ¿Quién está escalando en 3er lugar?

Resolución

Construimos el gráfico con ayuda de los datos.
Arturo más arriba que Paulo...

Arturo
Paulo

...y este está sobre Fernando.

Arturo
Paulo
Fernando

Walter está más abajo que todos.

Arturo
Paulo
Fernando
Walter

Rpta:

En tercer lugar está Fernando.

2. En una reunión social, se observa que Julia es más alta que Juana, Carmen es más baja que Enma y más alta que Rebeca, y Enma más baja que Juana. ¿Quién es la más baja?

Resolución:



Nivel intermedio

Antonio, Juan, Luis y Carlos viven en 4 casas contiguas. Antonio vive a la derecha de Luis, Juan no vive a la izquierda de Carlos y Antonio vive entre Juan y Luis.

3. ¿Quién vive, con certeza, a la derecha de Antonio?

Resolución

Construimos el gráfico con la ayuda de los datos.

IZQUIERDA DERECHA

Antonio vive a la derecha de Luis.

L A

Antonio vive entre Juan y Luis.

L A J

Juan no vive a la izquierda de Carlos, es decir Juan vive a la derecha de Carlos.

L	A	C	J
L	C	A	J
C	L	A	J

Rpta:

Con certeza a la derecha de Antonio vive Juan.

4. Cuatro familias viven en 4 casas contiguas. Los Arce viven al lado de los Peralta, pero no al lado de los Carranza. Si los Carranza no viven al lado de los Domínguez, ¿quiénes son los vecinos inmediatos de los Domínguez?

Resolución:

Nivel avanzado

5. En un edificio de 6 pisos están instaladas 5 empresas diferentes: Mercantil, Gestión, Comercial, Pedidos y Recursos S.A. Se sabe que cada uno está en un piso diferente y el 4to piso está desocupado. Además, Pedidos está adyacente a Mercantil y a Comercial, y Recursos S.A. no está en el último piso.

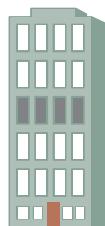
¿Cuál de las siguientes proposiciones podemos afirmar con certeza?

- I. Gestión no está en el 5to piso.
- II. Mercantil no está en el 3er piso.
- III. Comercial está más arriba que Mercantil.
- IV. Pedidos está más arriba que Mercantil.
- V. Recursos S.A. no está en el 5to piso.

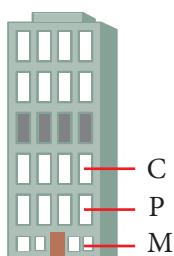
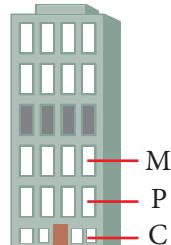
Resolución

Construimos el esquema.

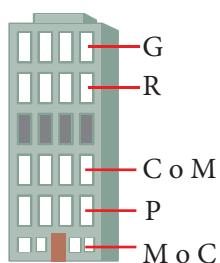
...el 4to piso está desocupado



Pedidos está adyacente a Mercantil y a Comercial.



Recursos S.A. no está en el último piso.



Evaluamos las afirmaciones:

- I. Falso
- II. Es posible
- III. Es posible
- IV. Es posible
- V. Verdadero

Rpta.:

V

6. ¿Qué empresa está tres pisos arriba de Pedidos?

Resolución:

A lightbulb icon with the word "ideas" written in blue cursive inside it.



Práctica

Los amigos B, C, A y D estudian en aulas consecutivas. En un extremo del pasillo está el salón de B y junto y a su izquierda está al salón de A. Además, se sabe que D está a la izquierda de C.

1. ¿Quién vive a la derecha de todos?

- | | |
|------|------|
| a) B | d) C |
| b) D | e) E |
| c) A | |

Resolución:

Tres amigos (F, T y S) conversan sobre sus edades y concluyen que F es menor de T y este es mayor que S.

2. ¿Quién es el mayor?

- | | |
|------|-----------------|
| a) S | d) A |
| b) F | e) Faltan datos |
| c) T | |

Resolución:

3. Cinco hermanos conversan sobre sus edades. Ángel es mayor que Patty y esta es mayor que Fernando. Si Romina es la menor de todos y Saúl es el intermedio, ¿quién es el segundo contando de mayor a menor?

- | | |
|-----------|-------------|
| a) Patty | d) Fernando |
| b) Romina | e) Saúl |
| c) Ángel | |

Resolución:

4. En una fiesta, se observa que Sonia es más baja que Liz y más alta que Tania, Lola es más alta que Juana, y Liz más baja que Juana. ¿Quién es la más baja?

- | | |
|----------|----------|
| a) Sonia | d) Tania |
| b) Liz | e) Lola |
| c) Juana | |

Resolución:

5. Sobre las edades de A, B, C y D se sabe lo siguiente:

- ❖ A es mayor que B pero es menor que C.
- ❖ D es mayor que B.

¿Quién puede ser el mayor?

- | | | |
|-------------|-----------|--------|
| I. A | II. C | III. D |
| a) II | d) Todas | |
| b) II y III | e) Solo I | |
| c) I y III | | |

Resolución:



Autoevaluación

1. Cuatro amigos A, B, C, D hacen una competencia de carreras. Se sabe lo siguiente:

- ❖ B llegó entre A y C.
- ❖ C llegó antes que D.
- ❖ C no llegó primero.

¿Quién llegó primero?

- a) A d) B
b) C e) D
c) Faltan datos

Resolución:

2. Patricia está al sur de Rosa, Rosa al norte de Paula, y Juana está entre Rosa y Patricia y esta más al norte que Paula. Si todas miran al norte, ¿cuál de las siguientes proposiciones se puede afirmar?

- a) Paula está junto a Rosa.
b) Juana está junto a Paula.
c) Rosa y Juana están antes que Patricia.
d) Patricia está más al norte que todas.
e) No se les puede ubicar.

Resolución:

3. Miguel, Arturo, Luis, Isidro y Carlos son invitados a una fiesta. Si Arturo ingresó anterior a Isidro y Carlos, Luis ingresó inmediatamente después de Arturo, y Carlos posterior a Isidro, pero Miguel ya había saludado antes de los cuatro; ¿quién ingresó en tercer lugar?

Resolución:

4. En un viaje de excursión, cuatro amigos escalan una montaña. Rodrigo está más arriba que Mauro y este está sobre Carlos. Además se sabe que Dante está más abajo que todos. ¿Quién está escalando en 2do lugar?

Resolución:

5. Roberto, Jose, Antoni y Yordy viven en 4 casas contiguas. Roberto vive a la derecha de Antoni, Jose no vive a la izquierda de Yordy y Roberto vive entre Jose y Antoni. ¿Quién vive, con certeza, a la derecha de Roberto?

Resolución:



Tarea

Nivel básico

Se sabe que un libro de psicología más caro que uno de inglés; uno de matemáticas más caro que uno de historia pero más barato que uno de psicología.

1. ¿Cuál es el libro más caro?

- a) El de matemáticas
- b) El de psicología
- c) El de historia
- d) El de inglés
- e) No se puede determinar

2. ¿Cuál es el libro más barato?

- a) El de matemáticas
- b) El de psicología
- c) El de historia
- d) El de inglés
- e) No se puede determinar

José, Román, Paco y Carlos viven en 4 casas contiguas. José vive a la derecha de Paco, Román no vive a la izquierda de Carlos y José vive entre Román y Paco.

3. ¿Quién vive, con certeza, a la derecha de José?

- | | | |
|----------|----------|---------|
| a) Paco | c) José | e) Paco |
| b) Román | d) Román | |

4. ¿Quién vive al este de todos?

- | | | |
|-----------|----------|---------|
| a) Luis | c) José | e) Paco |
| b) Carlos | d) Román | |

Nivel intermedio

En un examen de Raz. Matemático, los alumnos A, B, C, D y G obtuvieron el siguiente puntaje: A obtuvo menos puntos que B, C menos puntos que D, A más puntaje que G y C el mismo puntaje que B.

5. ¿Quién obtuvo mejor puntaje?

- | | | |
|------|------|------|
| a) G | c) A | e) D |
| b) B | d) C | |

6. ¿Quién obtuvo el mayor puntaje?

- | | | |
|------|------|------|
| a) A | c) D | e) E |
| b) B | d) C | |

7. Si D obtuvo 20, y los puntajes se diferencian por uno, ¿cuál es el puntaje de A?

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 16 | c) 12 | e) 20 |
| b) 19 | d) 18 | |

Nivel avanzado

Manuel es mayor que Pedro y Carlos es menor que Oscar, pero este y Manuel tienen la misma edad. Además, Carlos es menor que Pedro.

8. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas?

- | | | |
|---------------------------------|-------------|------------|
| I. Manuel es menor que Carlos. | | |
| II. Manuel es mayor que Carlos. | | |
| III. Pedro es menor que Oscar. | | |
| IV. Pedro es mayor que Oscar. | | |
| a) I y IV | c) II | e) II y IV |
| b) IV | d) II y III | |

9. ¿Quién es el menor de todos?

- | | | |
|-----------|-----------|---------|
| a) Pedro | c) Oscar | e) Luis |
| b) Carlos | d) Manuel | |

10. ¿Quién es el mayor de todos?

- | | | |
|-----------|-----------|----------|
| a) Pedro | c) Oscar | e) C y D |
| b) Carlos | d) Manuel | |



ORDENAMIENTO CIRCULAR

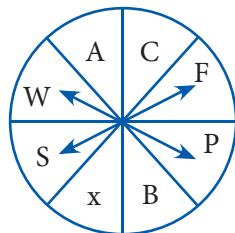
En este tema, los datos de cada problema nos permiten formar ordenamiento de personas que están en una ronda, que se sientan alrededor de una mesa circular, que se sientan alrededor de una fogata o situaciones similares. Además, se considera que están todos distribuidos simétricamente.

Las observaciones de los esquemas se realizarán tomando a uno de los participantes como punto de referencia.

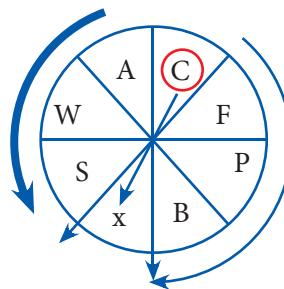
1. Ordenamiento circular con cantidad par de lugares

La persona que está frente a alguien, delimita en izquierda de su derecha.

Siempre existen personas sentadas una frente a otra.



- Frente a W está P
- Frente a S está F



- A la derecha de C están A, W y S.
- A la izquierda de C están F, P y B.

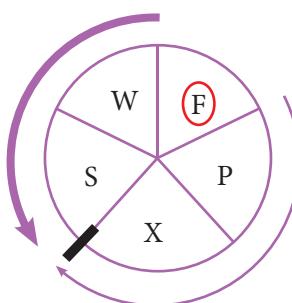
Además, se observa lo siguiente:

- ❖ Junto y a la izquierda de X está S.
- ❖ Adyacentes a P están B y F

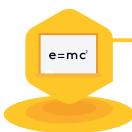
2. Ordenamiento circular con cantidad impar de lugares

No existen personas sentadas una frente a otra.

Para delimitar la izquierda de la derecha de una persona dividiremos en dos grupos iguales al resto de las personas. Así, quedará un grupo de la derecha y otro a la izquierda.



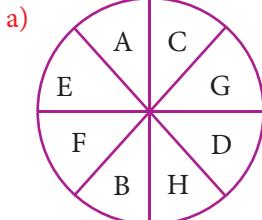
- A la derecha de F están W y S.
- A la izquierda de F están P y X.



Trabajando en clase

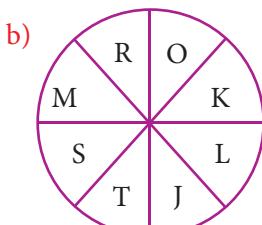
Nivel básico

1. Observa los siguientes gráficos y responde.



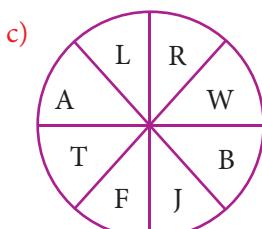
¿Quién está al frente de B?

Rpta.: C



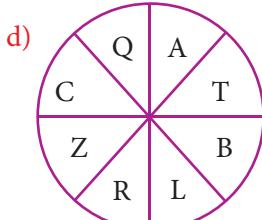
¿Quién está junto y a la derecha de R?

Rpta.: M



¿Quiénes están junto a W?

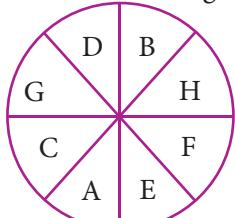
Rpta.: R y B



¿Quiénes están a la izquierda de L?

Rpta.: R, Z y C

2. Observa el siguiente gráfico y responde



a) ¿Quién está al frente de G?

b) ¿Quién o quiénes están a la derecha de H?

Rpta.: B

c) ¿Quiénes están junto a D?

3. En una mesa circular de 6 asientos, distribuidos simétricamente, se sientan seis amigos A, B, C, D, E y F.

Se sabe lo siguiente:

A se sienta junto y a la derecha de D.

B se sienta frente a D.

E se sienta junto a B.

F está entre B y A.

a) ¿Quién está junto y a la izquierda de B?

b) ¿Quién está dos lugares a la izquierda de E?

Resolución:

4. Andrés, Beto, Carlos, Denis, Emilio y Federico se sientan alrededor de una mesa circular con seis asientos simétricamente distribuidos.

Se sabe lo siguiente:

Frente a Carlos está Denis.

Andrés se sienta junto y a la izquierda de Beto.

Andrés está junto a Carlos.

Federico está frente a Beto.

a) ¿Quién está frente a Beto?

b) ¿Quiénes están a la derecha de Andrés?

Resolución:

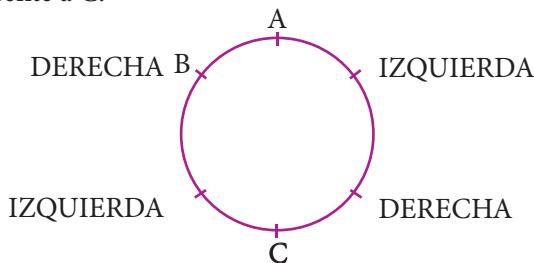
5. Alrededor de una mesa circular se sientan simétricamente 6 amigas (A, B, C, D, E y F) para almorzar. Si se sabe que A se sienta junto y a la derecha de B y también frente a C, D no se sienta junto a B, y E no se sienta junto a C; ¿dónde se sienta F?

Resolución:

Graficamos los círculos y anotamos los datos:

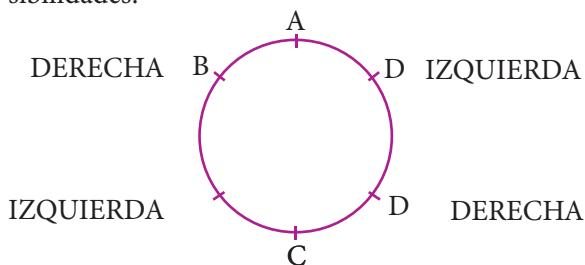
1er dato:

A se sienta junto y a la derecha de B y también frente a C.



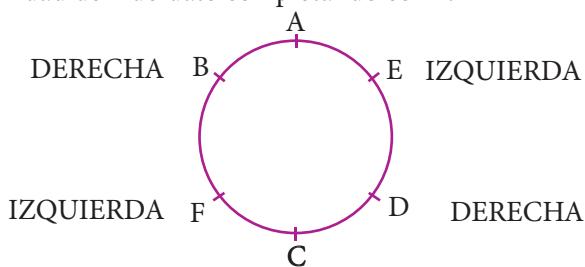
2do dato:

D no se sienta junto a B, esto nos puede dar 2 posibilidades.



3er dato:

Si E no se sienta junto a C, desechamos la posibilidad del 2do dato completando con F.



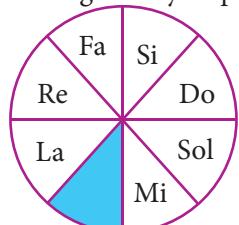
Observamos el esquema y respondemos a la pregunta.

Rpta.: F se sienta entre B y C.

6. Del ejercicio anterior, ¿quién está tres lugares a la derecha de D?

Rpta: B

7. Observa el siguiente gráfico y responde:



- a) Si se enumera en sentido horario desde La, ¿quién ocupa el cuarto lugar?
- b) Si se enumera en sentido antihorario empezando en Do, ¿quién ocupa el tercer lugar?

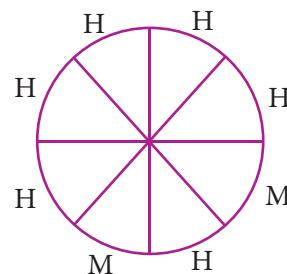
Nivel avanzado

8. Ocho amigos se sientan alrededor de una mesa circular con ocho asientos distribuidos simétricamente. Se sabe lo siguiente:

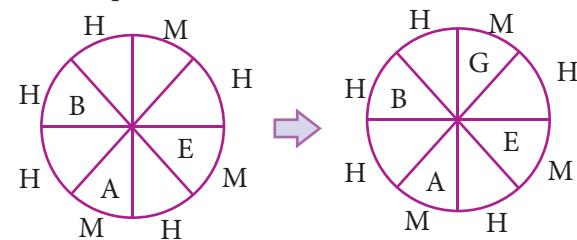
- ❖ Fabio y Gloria se sientan juntos.
 - ❖ Domeniko no se sienta junto a Betty ni a su izquierda.
 - ❖ Ariana se sienta a la derecha de Betty y a la izquierda de Elena.
 - ❖ César no se sienta junto a Elena ni a Gloria.
 - ❖ Humberto llegó tarde a la reunión.
 - ❖ Amigos del mismo sexo no se sientan juntos.
- Con seguridad, ¿quién se sienta junto a Héctor?

Resolución

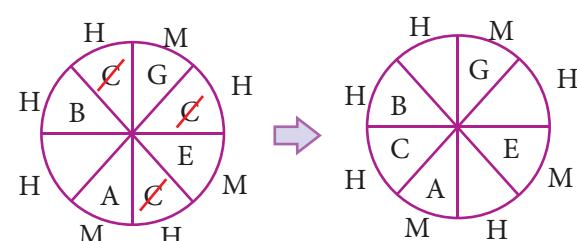
- a) Graficamos el esquema y consideraremos el último dato.



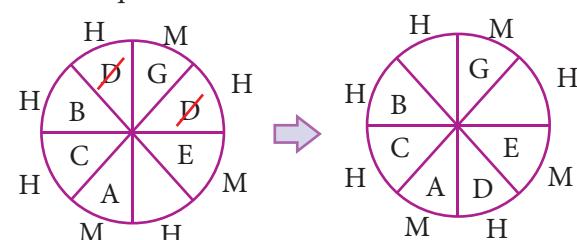
- b) Dato: Ariana se sienta a la derecha de Betty y a la izquierda de Elena.



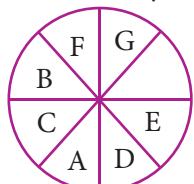
- c) Dato: César no se sienta junto a Elena ni a Gloria.



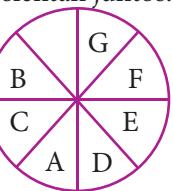
- d) Dato: Domeniko no se sienta junto a Betty ni a su izquierda.



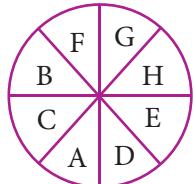
- e) Dato: Fabio y Gloria se sientan juntos.



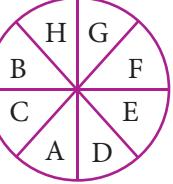
o



- f) La persona faltante es Humberto.



o



Para responder la pregunta analizaremos los gráficos.

Rpta: Junto a Héctor siempre está Gloria.

9. Del enunciado anterior, si Fabio se sienta frente a César, ¿quiénes están adyacentes a E?

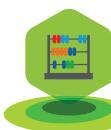
10. Juan, Luis, Pedro y Carlos se sientan alrededor de una mesa circular con cuatro sillones distribuidos simétricamente. Se sabe lo siguiente:

- ❖ Los cuatro usan polos de diferente color (azul, rojo, verde y blanco).
- ❖ Juan está frente al que usa polo rojo.
- ❖ Pedro no se sienta junto a Juan.
- ❖ Carlos, el de polo azul y el de polo verde viven en la misma calle.

¿Quién está frente a Luis y de qué color es su polo?

Resolución:

Notas importantes



Práctica

1. Cuatro amigos se sientan alrededor de una mesa redonda en la que hay cuatro sillas distribuidas simétricamente. Sabemos lo siguiente:

- ❖ Pedro no se sienta junto a Luis.
- ❖ José está entretenido viendo como los otros tres discuten.

Si el otro amigo es Juan, ¿qué podemos afirmar?

- a) José y Juan se sientan juntos
- b) Luis y José no se sientan juntos.
- c) Juan se sienta frente a José
- d) Pedro se sienta junto y a la derecha de José.
- e) Pedro se siente frente a Juan.

Resolución:

2. Tres varones (A, B y C) y 3 damas (D, E y F) se sientan alrededor de una mesa circular, con 6 sillas distribuidas simétricamente. Si se sabe que dos personas del mismo sexo no se sientan juntas, ¿cuál de las siguientes proposiciones son siempre verdaderas?

- I. A no se sienta frente a E.
 - II. C no se sienta frente a B.
 - III. F no se sienta frente a D.
- | | |
|------------------|-----------------|
| a) Solo I | d) Solo I y III |
| b) Solo II | e) Solo I y II |
| c) Solo II y III | |

Resolución:

3. Cuatro niñas están jugando con sus juguetes preferidos alrededor de una mesa cuadrada. Si Diana tiene la muñeca, Carla está a la derecha de la que tiene la pelota, Luisa está frente a María, el rompecabezas está a la izquierda del peluche y María no tiene la pelota; ¿qué se puede afirmar?

- a) María tiene el rompecabezas.
- b) Diana tiene el peluche.
- c) Luisa tiene la pelota.
- d) Carla tiene muñeca.
- e) Diana está a la derecha de Luisa.

Resolución:

4. Observa el gráfico y responde:



Si se enumera en sentido antihorario empezando por María, ¿quién ocupa el cuarto lugar?

- a) Juan
- b) Luisa
- c) Rosa
- d) Fernando
- e) Gustavo

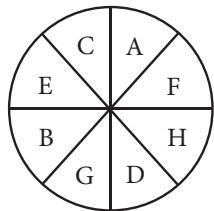
Resolución:



Autoevaluación

Observa los gráficos y responde.

1.



¿Quiénes están adyacentes a C?

¿Quién está tres lugares a la izquierda de D?

- a) G y H - C d) B y C - E
- b) A y E - A e) D y C - E
- c) B y B - E

Resolución:

2. Juan, Alicia, Martha y Julio juegan a las cartas en una mesa redonda. Alicia está a la derecha de Julio; Martha no está junto a Alicia.

Indica las proposiciones verdadera:

- I. Juan está a la derecha de Alicia.
- II. Martha está a la izquierda de Juan.
- III. Julio está frente a Juan.

IV. Alicia está frente a Martha.

- a) VVVV d) VFFF
- b) VFVV e) FFFF
- c) VFFV

Resolución:

En el comedor de un centro de estudios, ocho estudiantes de diferentes aulas se sientan en una mesa circular, guardando distancias proporcionales. El del aula E está frente al del aula A y entre los de las aulas F y B.

El del aula C está junto y a la izquierda del que pertenece al aula A, y frente al del aula F. Frente al de la B está el de la D; este a su vez está junto a la izquierda al de la H. El estudiante faltante es del aula G.

3. ¿Cuál de ellos está entre los estudiantes de las aulas G y A?

- a) C d) H
- b) E e) F
- c) B

Resolución:

4. ¿Quiénes están adyacentes a F?

- a) H y A d) A y G
- b) E y H e) D y C
- c) B y E



Tarea

Nivel básico

1. Cinco turistas (alemán, inglés, francés, japonés y argentino) están sentados alrededor de una mesa circular con 6 asientos distribuidos simétricamente.

Se sabe lo siguiente:

- El alemán se sienta junto al argentino y al japonés.
- Frente al japonés se encuentra un asiento vacío.
- Junto al asiento vacío no se sienta el inglés.
- El argentino está a la izquierda del asiento vacío.

Se puede afirmar:

- a) El alemán se sienta junto al francés.
- b) El inglés y el japonés no se sientan juntos.
- c) El argentino se sienta frente al asiento vacío.
- d) El argentino se sienta junto al asiento vacío.
- e) El inglés y el argentino se sientan juntos.

2. Luis, Daniel, Susan, Ana, Paola y Pamela se sentaron alrededor de una mesa circular con 6 asientos distribuidos simétricamente. Si se sabe lo siguiente:

- Luis se sienta junto y a la derecha de Daniel, y frente a Susan.
- Ana no se sienta junto a Daniel.
- Paola no se sienta junto a Susan.

¿Dónde se sienta Pamela?

- a) Entre Susan y Paola d) Frente a Paola
- b) Frente a Ana e) Frente a Luis
- c) Entre Daniel y Susan

Nivel intermedio

3. En una mesa circular hay seis asientos simétricamente colocados, en los cuales se sientan seis amigos a almorzar. Si Luis no está sentado al lado de César ni de Raúl; Pancho no está al lado de César ni de Mario, Antonio está junto y a la derecha de Pancho, Luis está junto y a la derecha de Antonio; ¿quién está junto y a la derecha de Mario?

- a) César c) Pancho e) Antonio
- b) Luis d) Raúl

Nivel avanzado

Luis, Marcos, Nancy, Paula, Roberto, Sara, Talia y Victoria se sientan alrededor de una mesa circular, cuyos asientos se encuentran distribuidos simétricamente. Se sabe lo siguiente:

- Roberto se sienta frente a Luis.
 - Talia se sienta a la derecha de Luis.
 - Nancy se sienta frente a Sara y junto a Talia.
 - Victoria se sienta frente a Marcos y junto a Nancy.
4. ¿Dónde se sienta Paula?
- a) Junto a Nancy
 - b) Junto a Sara
 - c) Junto a Victoria
 - d) Junto a Marcos
 - e) Junto a Talia

5. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- I. Roberto y Paula se sientan juntos.
 - II. Talia se sienta frente a Paula.
 - III. Nancy y Victoria no se sientan juntas.
- a) Solo I d) Solo I y II
 - b) Solo II e) Todas
 - c) Solo III



TEMA 10



CUADRO DE DECISIONES

Cuadro de decisiones

Estos problemas se resuelven construyendo cuadros o tablas donde los datos se relacionan, ello permite descartar posibilidades existentes, hasta llegar a la solución final.

1. Tabla de doble entrada

Las tablas de doble entrada se emplean para relacionar dos tipos de datos, por ejemplo, el nombre de la persona con su edad respectiva.

Ejemplo:

Si los nombres de las personas son Ana, Betty y Carla y las edades (sin un orden en particular) son 15; 17 y 18 construimos la siguiente tabla.

	15	17	18
Ana			
Betty			
Carla			

Una persona solo puede tener una edad.



Si se sabe que Ana es menor.

	15	17	18
Ana	✓	✗	✗
Betty	✗		
Carla	✗		

Betty acaba de cumplir la mayoría de edad.

	15	17	18
Ana	✓	✗	✗
Betty	✗		✓
Carla	✗		✗

Finalmente, queda de la siguiente manera:

	15	17	18
Ana	✓	✗	✗
Betty	✗	✗	✓
Carla	✗	✓	✗

2. Tabla corta

Se emplea cuando hay que relacionar tres o más tipos de datos. En este tipo de tablas solo se ubican datos fijos.

Tantas columnas como personas intervengan

Tantas filas como rubros hay



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Cuatro amigos, Gustavo, Alberto, César y Roberto, practican un deporte diferente cada uno:
 - I. Gustavo quisiera jugar tenis en lugar de fútbol.
 - II. Alberto le pide prestadas las paletas de frontón a Roberto.

III. César nunca fue buen nadador.

¿Qué deporte practica César?

Resolución

Como el problema habla de dos rubros (nombres y deportes) construimos una tabla de doble entrada.



	Gustavo	Alberto	César	Roberto
Fútbol				
Frontón				
Tenis				
Natación				

Del primer dato:

	Gustavo	Alberto	César	Roberto
Fútbol	✓	✗	✗	✗
Frontón	✗			
Tenis	✗			
Natación	✗			

Del segundo dato:

	Gustavo	Alberto	César	Roberto
Fútbol	✓	✗	✗	✗
Frontón	✗	✓	✗	✗
Tenis	✗	✗		
Natación	✗	✗		

Del tercer dato:

	Gustavo	Alberto	César	Roberto
Fútbol	✓	✗	✗	✗
Frontón	✗	✓	✗	✗
Tenis	✗	✗	✓	✗
Natación	✗	✗	✗	✓

Rpta.:

César practica tenis.

2. Mily, Pili, Lenin y Ely terminaron sus estudios de medicina, ingeniería, matemáticas y derecho. Se sabe lo siguiente
- ❖ Mily no estudiaba medicina.
 - ❖ Pili hubiera estudiado derecho si Lenin hubiera estudiado ingeniería.
 - ❖ Ely quiere empezar a estudiar matemáticas.
 - ❖ Lenin hubiera estudiado medicina si Pili no lo hubiera hecho.
 - ❖ Mily estudiaba derecho pero se trasladó a matemáticas. ¿Qué estudiaba Pili?

Resolución:

Nivel intermedio

- 3 Jorge, Elizabeth y Nancy estudian en tres universidades A, B y C. Ellos estudian ingeniería, periodismo y turismo. Jorge estudia en B. El periodista y Nancy visitan al que estudia en B. Elizabeth no está en C. El que está en B no estudia turismo. ¿Qué estudia Nancy y en qué universidad?

Resolución:

Como el problema menciona tres rubros (nombre, universidad y carrera) construimos una tabla corta.

Nombre			
Universidad			
Carrera			

Jorge estudian en B.

Nombre	Jorge		
Universidad	B		
Carrera			

El periodista y Nancy visitan al que estudia en B. Nancy y la periodista son diferentes personas.
Nancy no es periodista ni estudia en B.

Nombre	Jorge	Nancy	
Universidad	B		
Carrera			periodista

Elizabeth no está en C.



Del cuadro, Elizabeth no está en B, entonces está en A.

Nombre	Jorge	Nancy	Elizabeth
Universidad	B	C	A
Carrera			periodista

El que está en B no estudia turismo.

Nombre	Jorge	Nancy	Elizabeth
Universidad	B	C	A
Carrera	ingeniería	turismo	periodista

Rpta:

Nancy estudia turismo en C.

4. Del enunciado anterior, ¿quién es periodista?
5. Ana, Bertha, Carlos y Diana, tienen diferentes ocupaciones: periodista, medico, kinesiólogo y matemático, y viven en las ciudades M; Y; Z y W. Se sabe lo siguiente:
 - ❖ Carlos no viven en M ni en Y.
 - ❖ Ana viven en W.
 - ❖ Diana es kinesióloga.
 - ❖ El periodista nunca ha emigrado de Z.
 - ❖ El médico vive en M.

¿Qué profesión tiene Ana?

Resolución:

Nombre				
Distrito				
Ocupación				

El periodista vive en Barranco.

Nombre				
Distrito	Barranco			
Ocupación	periodista			

Carlos es dibujante.

Nombre		Carlos		
Distrito	Barranco			
Ocupación	periodista	dibujante		

El electricista vive en Lima y es muy amigo de Dante.

Nombre		Carlos	Dante	
Distrito	Barranco		Lima	
Ocupación	periodista	dibujante	electricista	

Arturo no es vendedor ni vive en Lima.

Nombre		Carlos	Dante	Arturo
Distrito	Barranco		Lima	
Ocupación	periodista	dibujante	electricista	vendedor

Entonces:

Nombre	Arturo	Carlos	Bruno	Dante
Distrito	Barranco		Lima	
Ocupación	periodista	dibujante	electricista	vendedor

7. Del enunciado anterior, ¿quién viven en Magdalena?

Rpta: Podría vivir carlos o Dante

8. Un obrero, un empleado y un estudiante comentan que cada uno toma una determinada marca de gaseosa:

- ❖ Yo tomo A dice el obrero a Jose.
- ❖ Luis dice que la gaseosa que no hace doler el estómago es B.
- ❖ El empleado dice: «mi enamorada y yo tomamos C porque es mejor».
- ❖ La tercera persona se llama Mario.

¿Cómo se llama el estudiante y qué gaseosa toma?

Nivel avanzado

Arturo, Bruno, Carlos y Dante viven en los siguientes distritos: Barranco, Lima, Magdalena y San Borja, pero no necesariamente en ese orden. Cada uno tiene una ocupación diferente: dibujante, electricista, periodista y vendedor. Además se sabe lo siguiente:

- ❖ Arturo no es vendedor ni viven en Lima.
- ❖ El periodista viven en Barranco.
- ❖ Carlos es dibujante.
- ❖ El electricista vive en Lima y es muy amigo de Dante.

6. ¿Quién viven en Barranco?

Resolución:

Como tenemos tres rubros construimos una tabla corta.



Práctica

1. Amelia, Blanca, Carolina y Diana tienen una profesión diferente cada una: abogada, contadora, profesora y pintora; pero no necesariamente en ese orden. Además, se sabe lo siguiente:

- ❖ Amelia y la abogada son muy amigas de Carolina.
- ❖ Diana es contadora.
- ❖ La pintora es prima de Amelia.

¿Qué profesión tiene Carolina?

- a) Pintora d) Profesora
b) Abogada e) Contadora
c) No se puede determinar

2. Beto, Luis y Joys son ingenieros, cantante y abogado, aunque no necesariamente en ese orden. Además sabe lo siguiente:

- ❖ Joys es mudo.
- ❖ Beto no es ingeniero, ni cantante.

¿Qué profesión tiene Luis?

- a) Cantante d) Ingeniero
b) Abogado e) Profesor
c) No se puede determinar

3. Luis, Juan, Javier y Pedro, tienen diferentes ocupaciones:

- ❖ Luis y el profesor están enojados con Pedro.
- ❖ Juan es amigo del albañil.
- ❖ El periodista es amigo de Pedro.
- ❖ El sastre es muy amigo de Javier y del albañil.
- ❖ Luis desde muy joven es periodista.

¿Quién es el sastre?

Resolución:

4. Alex, Rommel, Eddy y Giorgio viven en cuatro distritos diferentes:

- ❖ Rommel no vive en Jesús María, pero Giorgio vive en Pueblo Libre.
- ❖ Alex va a Jesús María a visitar a Eddy.
- ❖ A Rommel le gustaría vivir en San Isidro.

¿Dónde vive Alex y quién vive en San Borja?

Resolución:

5. Se sabe que las profesiones de Judith, Elba, Rosa y Queta son profesora, nutricionista, abogada y odontóloga, aunque no necesariamente en ese orden. Además, se sabe lo siguiente:

- Judith está casada con el hermano de la nutricionista y es la mejor amiga de la odontóloga.
- Elba y la odontóloga van a trabajar en la movilidad de la nutricionista.

III. Rosa y la profesora visitan a la nutricionista.

IV. Elba y Queta son amigas de la abogada, la cual está de novia.

¿Quién es la abogada?

- a) Judith c) Luisa e) Queta
b) Rosa d) Elba

Resolución:



Autoevaluación

1. Ernesto, Henry y Arturo son tres amigos y viven en distritos diferentes. Determina quién vive en Surco si se sabe lo siguiente:
- A Ernesto le gustaría vivir en Surco.
 - Henry y el que viven en Miraflores juegan tenis todos los domingos.
 - Arturo vive en Jesús María.
- | | |
|------------|-----------|
| a) Arturo | d) Carlos |
| b) Ernesto | e) Tomás |
| c) Henry | |

Resolución:

2. Durante una cena se ubican en una misma mesa cuatro personas, cuyas edades son 12; 24; 36; y 48 años. De la conversación que tienen se puede deducir lo siguiente:
- I. La edad del menor más la de Luis igualan a la de Omar.
 - II. El mayor tiene el doble de la edad de Marco.
- ¿Cuánto suman las edades de Jorge y Omar?
- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 48 | c) 36 | e) 84 |
| b) 72 | d) 60 | |

Resolución:

3. Raúl, Carlos, Pedro y Bruno tienen diferentes ocupaciones y se sabe lo siguiente:
- Raúl y el gasfitero son amigos del mecánico.
 - Carlos es amigo del mecánico.
 - El comerciante es familia de Bruno.
 - El pintor es muy amigo de Pedro y del mecánico.
 - Raúl es comerciante.
- ¿Cuál es la ocupación de Carlos?
- | | |
|--------------|-----------------|
| a) Mecánico | d) Comerciante |
| b) Pintor | e) Faltan datos |
| c) Gasfitero | |

Resolución:

4. Shazana, Benny y Foster son tres hermanos que tienen tres gatos. Estos tienen los nombres de sus dueños, aunque no necesariamente en ese orden. Además, se sabe lo siguiente:
- ❖ Ningún gato tiene el nombre de su dueño.
 - ❖ El gato de Shazana tiene el mismo nombre que el dueño de «Benny».
- ¿Quién es el dueño de «Shazana» y cómo se llama el gato de Shazana?
- | | |
|-----------------------|----------------------|
| a) Shazana – «Benny» | d) Benny – «Foster» |
| b) Foster – «Benny» | e) Foster – «Foster» |
| c) Shazana – «Foster» | |

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Luchito, Jorgito y Lalito tienen una mascota cada uno (perro, gato y mono). Si Jorgito le dice al que tiene el gato que el otro tiene un perro, y Lalito le dice al que tiene el perro, que debería vacunarla contra la rabia; ¿quién tiene el gato?

- a) Jorgito d) Toño
b) Lalito e) Rosa
c) Luisito

Resolución:

Nivel intermedio

2. Manuel, Pedro y Josué son profesores de distintos cursos: Álgebra, Geometría y Aritmética, aunque no necesariamente en ese orden. Se sabe lo siguiente:

- Josué enseña Geometría.
► Pedro no enseña Aritmética.

¿Qué curso enseña Manuel?

- a) Aritmética
b) Álgebra
c) Geometría
d) RM
e) No se puede determinar

Resolución:

Nivel avanzado

Armando, Jorge, Juan, Ricardo y Sergio tienen diferentes profesiones: arquitecto, economista, ingeniero, médico y físico y viven en ciudades diferentes: Arequipa, Callao, Chiclayo, Lima y Trujillo.

- Armando es arquitecto, pero no vive en Chiclayo.
- Jorge es primo del médico, quien vive en Arequipa.
- El físico no vive en Trujillo.
- Juan y Ricardo no viven en Lima.
- El que vive en Lima es ingeniero.
- El arquitecto vive en el Callao.
- Sergio no es ingeniero y vive en Trujillo.

3. ¿Qué profesión tiene Sergio?

- a) Economista d) Ingeniero
b) Físico e) Médico
c) No se puede determinar

4. ¿Qué profesión tiene Ricardo?

- a) Economista d) Ingeniero
b) Médico e) Físico
c) No se puede determinar

5. ¿Qué profesión tiene Juan?

- a) Ingeniero
b) Economista
c) Médico
d) Físico
e) No se puede determinar

Resolución:

TEMA 11



DISTRIBUCIONES NUMÉRICAS

Concepto

Las distribuciones numéricas son arreglos de números en forma de filas y columnas. Estos números sirven para deducir una ley o regla que permita calcular el número incógnita. La forma en que los números se relacionan no tiene un orden en particular, puede ser de forma horizontal o vertical. Además, no necesariamente uno de ellos es el resultado de operar a los otros.

Possibles casos:

- Los números se relacionan por una operación de resultado constante.

Calcular el valor de «x».

8	2	5
9	1	5
7	x	4

Resolución

Horizontalmente se cumple lo siguiente:

$$8 + 2 + 5 = 15$$

$$9 + 1 + 5 = 15$$

Entonces:

$$7 + x + 4 = 15$$

$$x = 4$$

- Uno de los números es el resultado de operar a los otros. Calcula el valor de «x».

5	4	21
8	3	17
9	x	45



Trabajando en clase

Nivel básico

- Calcula el valor de «x».

9	6	1
3	3	10
2	8	x

Resolución:

Resolución

$$\text{Primera fila: } 5 + 4^2 = 21$$

$$\text{Segunda fila: } 8 + 3^2 = 17$$

$$\text{Tercera fila: } 9 + x^2 = 45$$

Entonces:

$$9 + x^2 = 45$$

$$x^2 = 36$$

En los naturales, el único número al cuadrado que da 36 es el seis $\Rightarrow x = 6$.

- Uno de los números es la suma de cifras de los otros. Calcula el valor de «x».

15	14	11
21	32	13
9	10	x

Resolución

$$\text{Primera columna: } (1 + 5) + (2 + 1) = 9$$

$$\text{Segunda columna: } (1 + 4) + (3 + 2) = 10$$

$$\text{Tercera columna: } (1 + 1) + (1 + 3) = x$$

$$x = 6$$



Estas no son las únicas formas de calcular el valor faltante en una distribución numérica.

Primera fila: Suma de términos: $9 + 6 + 1 = 16$
 Segunda fila: Suma de términos: $3 + 3 + 10 = 16$

Tercera fila: Suma de términos: $2 + 8 + x = 16$

$$\Rightarrow 2 + 8 + x = 16$$

$$\Rightarrow 10 + x = 16$$

$$\Rightarrow x = 16 - 10$$

$$\Rightarrow x = 6$$

Rpta.: 6

2. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{ccc} 7 & 15 & 6 \\ 13 & 8 & x \\ 20 & 23 & 14 \end{array}$$

Resolución:

Nivel intermedio

3. Calcula el número que falta.

$$\begin{array}{ccc} 15 & 7 & 64 \\ 13 & 9 & 16 \\ 32 & x & 25 \end{array}$$

Resolución:

Primera fila: $15 - 7 = 8 \Rightarrow 8^2 = 64$

Segunda fila: $13 - 9 = 4 \Rightarrow 4^2 = 16$

Tercera fila: $32 - x = 5 \Rightarrow 5^2 = 25$

$$x = 27$$

Rpta.:

$$27$$

4. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{ccc} 3 & 4 & 13 \\ 6 & 1 & 37 \\ 2 & 7 & 11 \\ 5 & 6 & x \end{array}$$

Resolución:

Nivel avanzado

5. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{cccc} 4 & 2 & 2 & 4 \\ 8 & 1 & 2 & 3 \\ 8 & x & 4 & 3 \end{array}$$

Resolución:

Trabajamos por fila.

Fila 1: $4^2 = 2^4$

Fila 2: $8^1 = 2^3$

Fila 3: $8^x = 4^3$

$$8^x = 64$$

$$x = 2$$

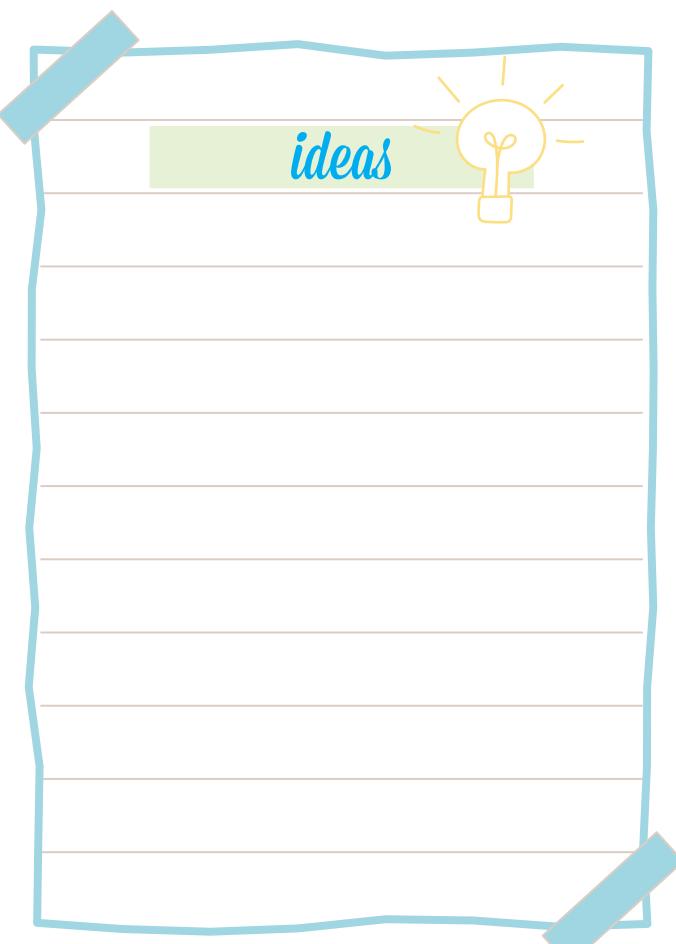
Rpta.

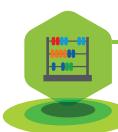
$$2$$

6. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{cccc} 4 & 7 & 2 & 14 \\ 6 & 4 & 3 & 8 \\ 16 & 1 & 2 & 8 \\ 8 & 4 & 2 & x \end{array}$$

Resolución:





Práctica

1. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 6 \\ 32 & x & 64 \end{array}$$

- a) 5 d) 18
b) 6 e) 19
c) 2

Resolución:

2. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 7 & 11 & 2 \\ 3 & 5 & 6 \\ 9 & 15 & x \end{array}$$

- a) 15 d) 6
b) 8 e) 9
c) 7

Resolución:

3. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 3 & 9 & 11 \\ 8 & 13 & 20 \\ 2 & 7 & x \end{array}$$

- a) 9 d) 3
b) 8 e) 5
c) 6

Resolución:

4. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 13 & 3 & 10 \\ 15 & 10 & 5 \\ 12 & 8 & x \end{array}$$

- a) 8 d) 5
b) 7 e) 4
c) 6

Resolución:

5. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{cccc} 9 & 3 & 10 & 17 \\ 15 & 2 & 14 & 16 \\ 13 & 1 & 7 & 6 \\ 16 & 2 & x & 19 \end{array}$$

- a) 7 d) 15
b) 14 e) 18
c) 13

Resolución:



Autoevaluación

1. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{cccc} 9 & 8 & 4 & 7 \\ 11 & 4 & 6 & 7 \\ 10 & 6 & 5 & x \end{array}$$

Resolución:

2. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{ccc} 14 & 7 & 49 \\ 19 & 16 & 9 \\ 100 & x & 64 \end{array}$$

a) 92 d) 89
b) 86 e) 99
c) 47

Resolución:

3. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{cccc} 7 & 9 & 10 & 6 \\ 24 & 6 & 20 & 10 \\ 9 & x & 8 & 7 \end{array}$$

a) 7 d) 3
b) 8 e) 9
c) 6

Resolución:

4. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{cccc} 4 & 8 & 10 & 2 \\ 12 & 6 & 9 & 9 \\ 3 & x & 4 & 6 \end{array}$$

a) 6 d) 4
b) 9 e) 8
c) 7

Resolución:

5. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{cccc} 6 & 4 & 2 & 12 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ x & 4 & 8 & 3 \end{array}$$

a) 6 d) 4
b) 5 e) 7
c) 2

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \\ 2 & 8 & 10 \\ 8 & 10 & x \end{array}$$

- a) 9 c) 18 e) 12
 b) 10 d) 13

Resolución:

4. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{ccc} 2 & 3 & 7 \\ 7 & 2 & 51 \\ 5 & 4 & x \end{array}$$

- a) 29 c) 24 e) 41
 b) 50 d) 35

Resolución:

2. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 16 \\ 3 & 2 & x \\ 6 & 3 & 216 \end{array}$$

- a) 7 c) 5 e) 9
 b) 6 d) 4

Resolución:

5. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{ccc} 6 & 8 & 10 & 38 \\ 2 & 7 & 4 & 10 \\ 5 & x & 4 & 16 \end{array}$$

- a) 8 c) 2 e) 6
 b) 19 d) 4

Resolución:

Nivel intermedio

3. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 3 & 9 & 15 \\ 7 & 5 & 6 \\ 12 & x & 1 \end{array}$$

- a) 6 c) 8 e) 10
 b) 7 d) 9

Resolución:



DISTRIBUCIONES GRÁFICAS

En una distribución gráfica, los números que se van a relacionar están dentro de una o varias figuras. Es así que la figura constituye un elemento adicional que se debe analizar para resolver el ejercicio propuesto.

Al igual que en el tema anterior, debemos buscar la ley de formación.

Ejemplos:

1. Calcula el valor de $x + y$.

$$\begin{array}{c} 5 \triangle 1 \\ 4 \\ 16 \end{array} \quad \begin{array}{c} 12 \triangle 5 \\ 7 \\ 49 \end{array} \quad \begin{array}{c} 21 \triangle 13 \\ x \\ y \end{array}$$

Resolución:

Primer triángulo: $5 - 1 = 4 \Rightarrow 4^2 = 16$

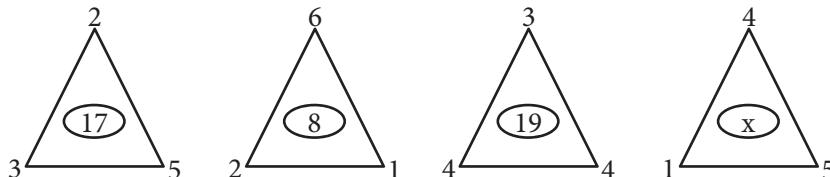
Segundo triángulo: $12 - 5 = 7 \Rightarrow 7^2 = 49$

Tercero triángulo: $21 - 13 = 8 \Rightarrow 8^2 = 64$

$$\Rightarrow x = 8 \quad \Rightarrow y = 64 \quad \Rightarrow x + y = 72$$



2. Calcula el valor de «x».



Resolución:

Primera figura: $3 \cdot 5 + 2 = 17$

Segunda figura: $2 \cdot 1 + 6 = 8$

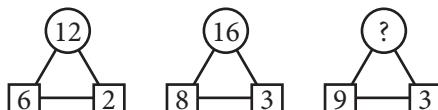
Tercera figura: $4 \cdot 4 + 3 = 19$

Cuarta figura: $1 \cdot 5 + 4 = x$

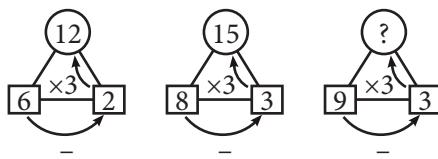
$$x = 9$$



3. Determina el número que falta.



Resolución:

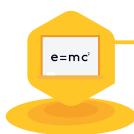


En el primer gráfico: $(6 - 2) \times 3 = 12$

En el segundo gráfico: $(8 - 3) \times 3 = 15$

En el tercer gráfico: $(9 - 3) \times 3 = 18$

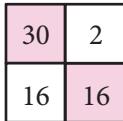




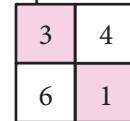
Trabajando en clase

Nivel básico

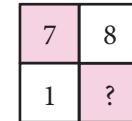
1. Determina el número que falta.



a) 16
b) 4



c) 7
d) 15



e) 14

Resolución

Analizamos cada figura:

Figura 1: $30 + 2 = 16 + 16$

Figura 2: $3 + 4 = 6 + 1$

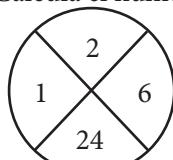
Figura 3: $7 + 8 = 1 + ?$

$$15 = 1 + ?$$

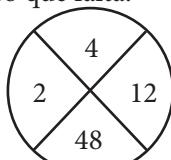
$$14 = ?$$

Rpta.
14

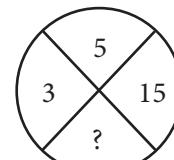
2. Calcula el número que falta.



a) 36
b) 48



c) 72
d) 60



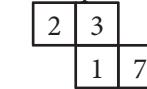
e) 96

Resolución:

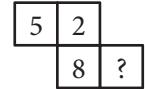
3. Determina el número que falta.



a) 10
b) 13



c) 15
d) 18

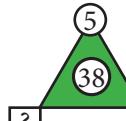


e) 20

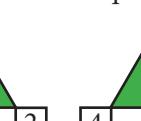
Resolución:

Nivel intermedio

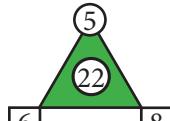
4. Calcula el número que falta.



a) 4
b) 5



c) 6
d) 7



e) 8

Resolución

Analizamos cada figura:

Figura 2: $4 \cdot 3 - 5 = 7$

Figura 3: $6 \cdot 6 - 8 = 22$

Figura 1: $? \cdot 5 - 2 = 38$

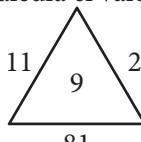
$$? \cdot 5 = 40$$

$$? = 8$$

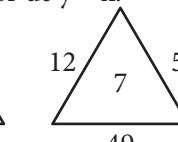
Rpta.:
8

Nivel avanzado

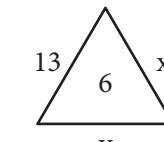
5. Calcula el valor de $y - x$.



a) 16
b) 35



c) 25
d) 29



e) 33

Resolución

Figura 1: $11 - 2 = 9$

Figura 2: $12 - 5 = 7$

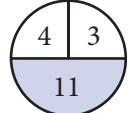
Figura 3: $13 - x = 6$

$$x = 7$$

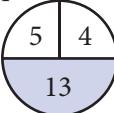
Entonces: $y - x = 36 - 7 = 29$

Rpta:
27

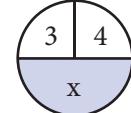
6. Calcula el número que falta.



a) 11
b) 12

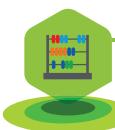


c) 9
d) 14

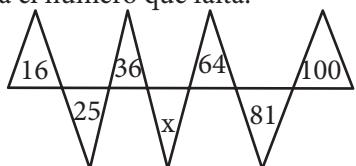


e) 15

Resolución:

**Práctica**

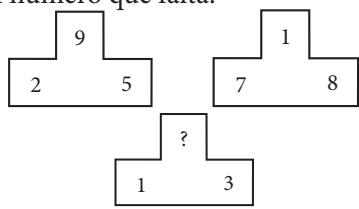
1. Determina el número que falta.



- a) 48
b) 49
c) 50
d) 51
e) 200

Resolución:

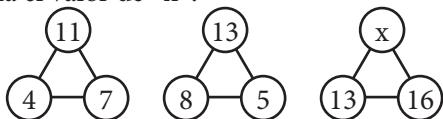
2. Calcula el número que falta.



- a) 2
b) 4
c) 6
d) 8
e) 12

Resolución:

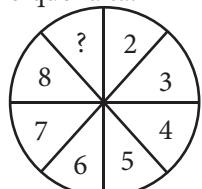
3. Calcula el valor de «x».



- a) 23
b) 24
c) 29
d) 12
e) 14

Resolución:

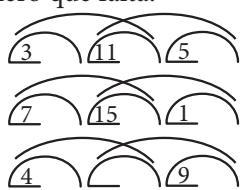
4. Calcula el número que falta.



- a) 8
b) 9
c) 10
d) 11
e) 12

Resolución:

5. Calcula el número que falta.



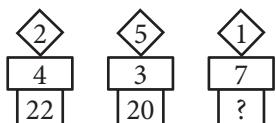
- a) 13
b) 17
c) 21
d) 12
e) 22

Resolución:



Autoevaluación

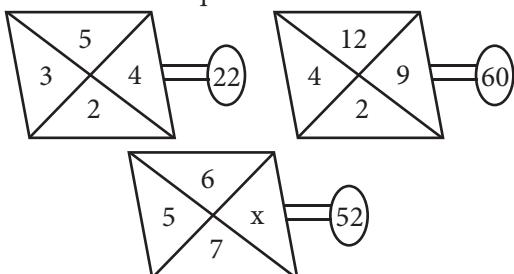
1. ¿Qué número falta?



- a) 15
- b) 36
- c) 37
- d) 38
- e) 20

Resolución:

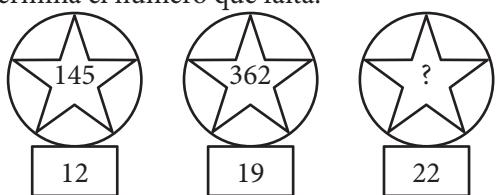
2. ¿Cuál es el número que falta?



- a) 6
- b) 3
- c) 2
- d) 31
- e) 1

Resolución:

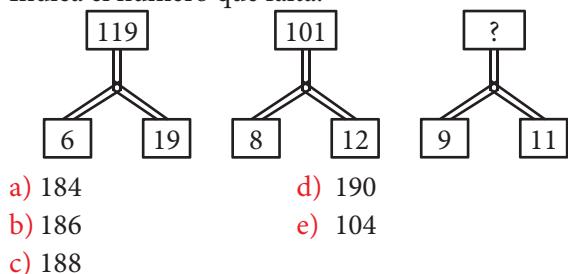
3. Determina el número que falta.



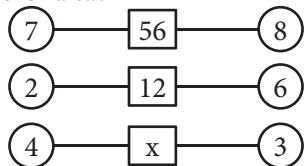
- a) 486
- b) 485
- c) 584
- d) 458
- e) 548

Resolución:

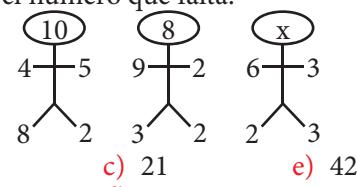
4. Indica el número que falta.



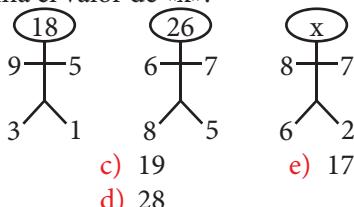
Resolución:

**Tarea****Nivel básico****1.** ¿Qué número falta?

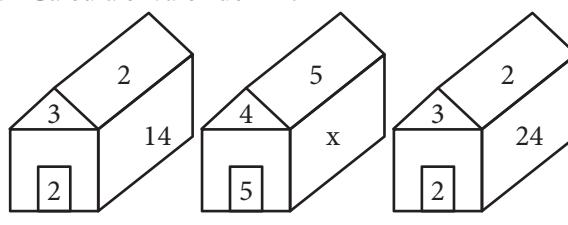
- a) 21 c) 12 e) 15
b) 14 d) 17

Resolución:**Resolución:****4.** Calcula el número que falta.

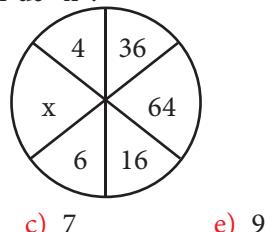
- a) 15 c) 21 e) 42
b) 2 d) 35

Resolución:**2.** Determina el valor de «x».

- a) 23 c) 19 e) 17
b) 20 d) 28

Resolución:**Nivel avanzado****5.** Calcula el valor de «x».

- a) 70 c) 130 e) 140
b) 100 d) 105

Resolución:**Nivel intermedio****3.** Calcula el valor de «x».

- a) 5 c) 7 e) 9
b) 6 d) 8

TEMA 13



ANALOGÍAS NUMÉRICAS

Este tipo de analogía es un arreglo numérico de por lo menos tres filas y tres columnas, en el que cada número de la columna central es el resultado de realizar operaciones con los números extremos de la fila a la cual pertenecen. Por ello, los números medios siempre van entre paréntesis, características que a su vez diferencia a las analogías, de las distribuciones numéricas.

En realidad no existe un método absoluto para resolver una analogía numérica (lo mismo sucede con las distribuciones), ya que las relaciones existentes entre sus extremos pueden ser diversas; en consecuencia, escogeremos como regla de formación a aquella que sea la más simple.

Ejemplos:

Calcula el valor de «x» en cada caso:

1.

$$\begin{array}{ccc} 8 & (30) & 4 \\ 7 & (40) & 6 \\ 9 & (x) & 7 \end{array}$$

Resolución:

$$\begin{aligned} 8 \times 4 - 2 &= 30 \\ 7 \times 6 - 2 &= 40 \\ 9 \times 7 - 2 &= x \\ \Rightarrow x &= 61 \end{aligned}$$



2.

$$\begin{array}{ccc} 3 & 25 & 4 \\ \sqrt{7} & 32 & 5 \\ 4 & x & \sqrt{13} \end{array}$$

Resolución:

$$\begin{aligned} \text{En la primera fila: } 3^2 + 4^2 &= 25 \\ \text{En la segunda fila: } \sqrt{7}^2 + 5^2 &= 32 \\ \text{En la tercera fila: } 4^2 + \sqrt{13}^2 &= x \\ 29 &= z \end{aligned}$$



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 91 & (13) & 78 \\ 111 & (29) & 289 \\ 41 & (x) & 103 \end{array}$$

- a) 14 d) 11
- b) 15 e) 10
- c) 12

Resolución

Buscamos la regla de formación:

$$\begin{aligned} 91 + 78 &= 169 \quad \sqrt{169} = 13 \\ 111 + 289 &= 400 \quad \sqrt{400} = 20 \\ 41 + 103 &= 144 \quad \sqrt{144} = x \\ 12 &= x \end{aligned}$$

2. Determina el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 37 & (5) & 12 \\ 39 & (6) & 3 \\ 79 & (x) & 15 \end{array}$$

- a) 6 d) 11
- b) 5 e) 7
- c) 8

Resolución:

Nivel intermedio

3. Calcula el número que falta.

$$\begin{array}{ccc} 6 & (27) & 5 \\ 7 & (32) & 6 \\ 8 & (x) & 7 \end{array}$$

- a) 39 d) 43
b) 73 e) 47
c) 37

Resolución

Buscamos la regla de formación:

$$6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 = 12 + 15 = 27$$

$$7 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 14 + 18 = 32$$

$$8 \cdot 2 + 7 \cdot 3 = 16 + 21 = x$$

$$x = 37$$

Rpta.:

37

4. Calcula el valor del número que falta.

$$\begin{array}{ccc} 24 & (15) & 21 \\ 15 & (9) & 12 \\ 12 & (x) & 24 \end{array}$$

- a) 12 d) 21
b) 19 e) 22
c) 24

Resolución:

Nivel avanzado

5. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 4 & (24) & 2 \\ 2 & (31) & 3 \\ 3 & (x) & 5 \end{array}$$

- a) 128 d) 132
b) 134 e) 124
c) 149

Resolución

Buscamos la regla de formación:

$$4^2 + 2^3 = 16 + 8 = 24$$

$$2^2 + 3^3 = 4 + 27 = 31$$

$$3^2 + 5^3 = 9 + 125 = x$$

$$x = 134$$

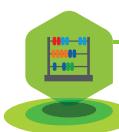
6. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{ccc} 2 & (44) & 6 \\ 4 & (68) & 2 \\ 3 & (x) & 5 \end{array}$$

- a) 52 d) 49
b) 44 e) 14
c) 56

Resolución:



**Práctica****1.** Determina «x»:

5 (20) 5

8 (30) 7

9 (x) 5

a) 34

b) 32

c) 28

d) 16

e) 47

Resolución:**2.** Determina el valor de «x»:

4 (5) 11

5 (9) 16

3 (x) 6

a) 1

b) 5

c) 7

d) 2

e) 9

Resolución:**3.** Determina el valor de «x»:

4 (20) 5

6 (48) 8

9 (x) 7

a) 61

b) 62

c) 60

d) 63

e) 64

Resolución:**4.** Calcula el valor de «x»:

13 (9) 18

17 (14) 24

19 (x) 15

a) 16

b) 24

c) 23

d) 28

e) 32

Resolución:**5.** Determina el valor de «x»:

1 (2) 3

4 (3) 2

2 (9) x

a) 18

b) 16

c) 7

d) 13

e) 10

Resolución:



Autoevaluación

1. Calcula el valor del número que falta.

$$33 \quad (18) \quad 12$$

$$25 \quad (28) \quad 31$$

$$61 \quad (x) \quad 24$$

- a) 45 d) 42
b) 93 e) 62
c) 34

Resolución:

2. Determina el valor de «x».

$$16 \quad (24) \quad 24$$

$$32 \quad (72) \quad 36$$

$$28 \quad (x) \quad 4$$

- a) 5 d) 11
b) 9 e) 13
c) 7

Resolución:

3. Calcula el valor de «x».

$$28 \quad (32) \quad 42$$

$$46 \quad (28) \quad 31$$

$$34 \quad (x) \quad 83$$

- a) 15 d) 36
b) 49 e) 43
c) 57

Resolución:

4. Determina el valor de «x».

$$48 \quad (60) \quad 72$$

$$28 \quad (20) \quad 64$$

$$58 \quad (x) \quad 63$$

- a) 82 d) 34
b) 39 e) 43
c) 57

Resolución:

5. Calcula el valor de «x».

$$27 \quad (36) \quad 22$$

$$88 \quad (64) \quad 22$$

$$24 \quad (x) \quad 21$$

- a) 18 d) 23
b) 14 e) 19
c) 12

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Determinar el valor de «x».

$$\begin{array}{rcl} 12 & (3) & 3 \\ 72 & (2) & 24 \\ 30 & (x) & 15 \end{array}$$

- a) 16 d) 12
 b) 2 e) 1
 c) 4

Resolución:

4. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{rcl} 3 & (9) & 10 \\ 4 & (17) & 33 \\ 2 & (x) & 17 \end{array}$$

- a) 6 d) 5
 b) 8 e) 7
 c) 9

Resolución:

2. Calcula el valor de «x».

$$\begin{array}{rcl} 15 & (6) & 21 \\ 12 & (25) & 37 \\ 19 & (x) & 45 \end{array}$$

- a) 8 d) 5
 b) 11 e) 26
 c) 12

Resolución:

Nivel avanzado

5. ¿Qué número falta?

$$\begin{array}{rcl} 16 & (7) & 3 \\ 36 & (13) & 7 \\ 25 & (x) & 2 \end{array}$$

- a) 9 d) 15
 b) 2 e) 12
 c) 7

Resolución:

Nivel intermedio

3. Determina el número que falta.

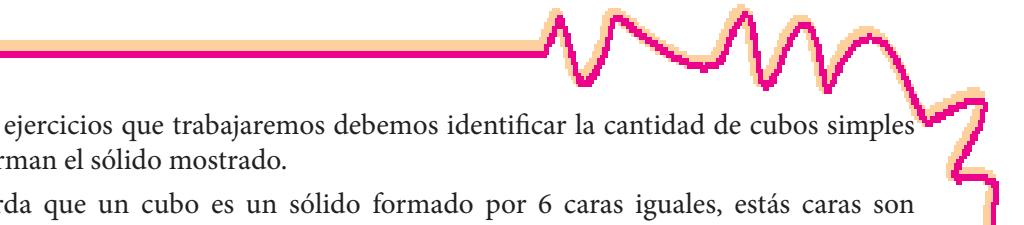
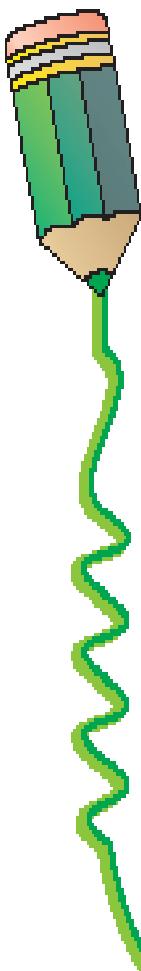
$$\begin{array}{rcl} 9 & (45) & 81 \\ 8 & (36) & 22 \\ 7 & (x) & 43 \end{array}$$

- a) 10 d) 20
 b) 15 e) 35
 c) 25

Resolución:

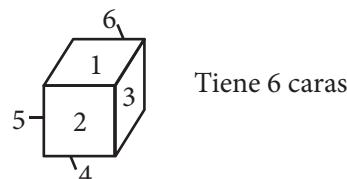


CONTEO DE CUBOS



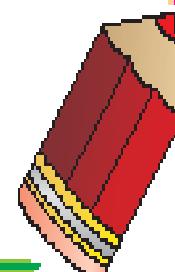
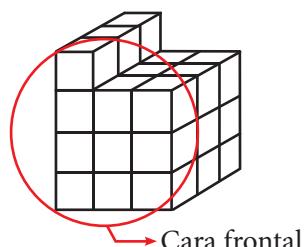
En los ejercicios que trabajaremos debemos identificar la cantidad de cubos simples que forman el sólido mostrado.

Recuerda que un cubo es un sólido formado por 6 caras iguales, estas caras son siempre cuadrados



Tiene 6 caras

Para determinar el número de cubos simples de un sólido analizaremos piso por piso o las caras totales.



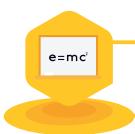
En la cara frontal hay 10 cubos

Como son tres caras iguales entonces: $10 \times 3 = 30$

En total hay 30 cubitos simples.



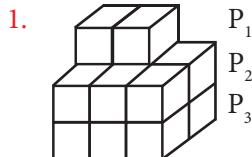
Para que un cubo esté en un piso superior debe tener otros cubos que lo sostengan



Trabajando en clase

Nivel básico

Determina el total de cubos simples



Resolución

Analizamos por piso

$$P_1 \rightarrow 2$$

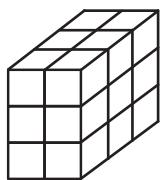
$$P_2 \rightarrow 6$$

$$P_3 \rightarrow 6$$

$$\text{Total} = 2 + 6 + 6 = 14$$

Resolución:

2.

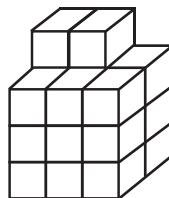


Resolución:

Nivel avanzado

En cada caso, determina las cantidades de cubos simples que hacen falta para formar un cubo compacto.

5.



Resolución

Determinar el total de cubos

Total de cubos: 20

Altura máxima: 4

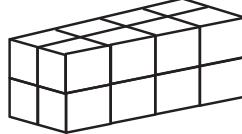
Ancho máximo: 3

Mayor: 4

El cubo: $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubos simples

Como ya tiene 20, faltan: $64 - 20 = 44$

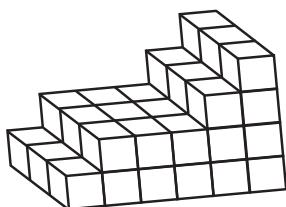
6.



Resolución:

Nivel intermedio

3.



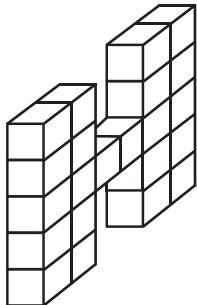
Resolución

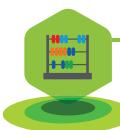
Analizamos la cara principal.

Cara principal: 13

Como son tres grupos iguales: $13 \times 3 = 39$

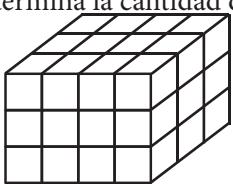
4.



**Práctica**

Determina la cantidad de cubos simples.

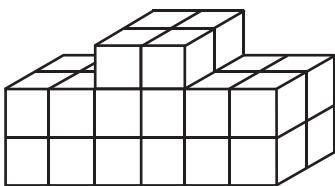
1.



- a) 36 c) 20 e) 45
b) 18 d) 28

Resolución:

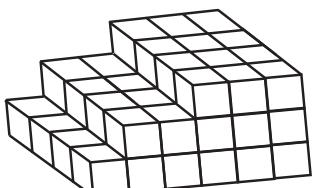
2.



- a) 15 c) 28 e) 35
b) 30 d) 20

Resolución:

3.

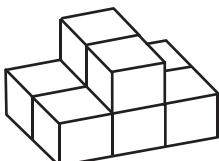


- a) 70 d) 48
b) 56 e) 85

Resolución:

En cada caso, determina la cantidad de cubos simples que hacen falta para formar un cubo compacto.

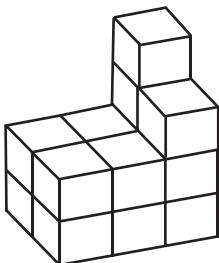
4.



- a) 15
b) 19
c) 13
d) 4
e) 28

Resolución:

5.



- a) 13
b) 12
c) 21
d) 49
e) 16

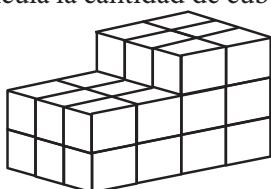
Resolución:



Autoevaluación

Calcula la cantidad de cubos simples.

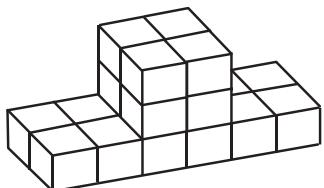
1.



- a) 15 c) 28
b) 30 d) 27
e) 19

Resolución:

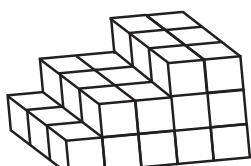
2.



- a) 18 c) 20
b) 31 d) 27
e) 19

Resolución:

3.

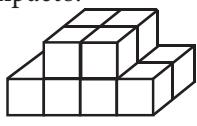


- a) 14 c) 15
b) 18 d) 23
e) 22

Resolución:

Determina la cantidad de cubos simples que hacen falta para formar un cubo compacto.

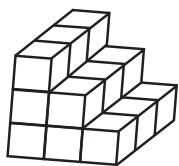
4.



- a) 30 c) 62
b) 15 d) 34
e) 48

Resolución:

5.

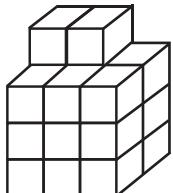


- a) 2 c) 15
b) 10 d) 16
e) 9

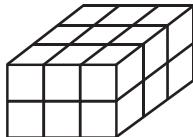
Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

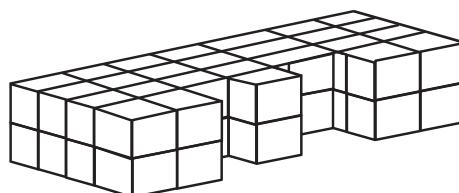
Calcula la cantidad de cubos simples.

1.

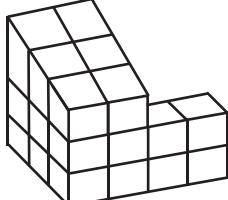
- a) 15 c) 20 e) 19
b) 12 d) 24

Resolución:**Resolución:****2.**

- a) 12 c) 17 e) 21
b) 18 d) 19

Resolución:**4.**

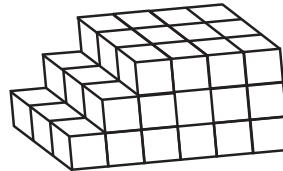
- a) 52 c) 40 e) 54
b) 46 d) 44

Resolución:**Nivel intermedio****3.**

- a) 25 c) 18 e) 15
b) 22 d) 28

Nivel avanzado

Determina la cantidad de cubos simples que hacen falta para formar un cubo compacto.

5.

- a) 171 c) 169 e) 202
b) 204 d) 186

Resolución:

TEMA 15

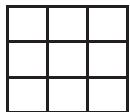


CUADRADOS MÁGICOS ADITIVOS

Un cuadrado mágico aditivo es un arreglo numérico en el que los números ubicados en la cuadrícula cumplen con la siguiente condición:
«La suma de cada fila, columna y diagonal es constante». A dicha suma constante también se le conoce como constante mágica.

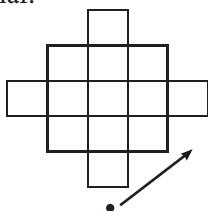
Cuadrado mágico aditivo de 3×3

Es aquel cuadrado mágico formado por 3 filas y 3 columnas.

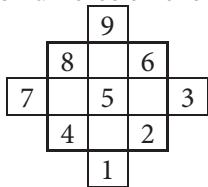


Para construir un cuadrado mágico aditivo de 3×3 emplearemos el método de las alitas, observa:

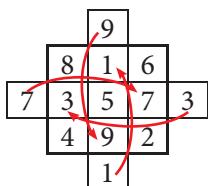
1. Primero agregamos «alitas» al cuadrado original, de tal manera que se asemeje a un rombo y escogemos una esquina y un sentido por donde empezaremos a llenar.



2. Escribimos los números en el orden seleccionado.



3. Los números que estén fuera del recuadro original ingresarán a la posición opuesta en la que se encuentran.



Propiedades especiales

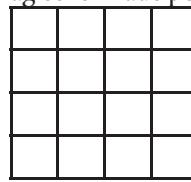
En el cuadrado mágico aditivo de 3×3 se cumple que:

a	b	c
d	X	e
f	g	h

- $\frac{d + b}{2} = h$ ► $\frac{d + g}{2} = c$
- $\frac{b + e}{2} = f$ ► $\frac{g + e}{2} = a$
- La suma constante = $3 \cdot x$

Cuadrado mágico aditivo 4×4

Es aquel cuadrado mágico formado por 4 filas y 4 columnas.



Para construir un cuadrado mágico aditivo de 4×4 , seguiremos los siguientes pasos:

1. Enumeramos las casillas de forma consecutiva empezando por la esquina y el sentido seleccionado.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

2. Marcamos las diagonales principales.

13	14	15	16
9	10	11	12
5	6	7	8
1	2	3	4

3. Intercambiamos los números de cada diagonal por aquel que esté en su posición opuesta.

4	14	15	1
9	△	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13



e=mc²

Trabajando en clase

Nivel básico

1. Calcula el valor de A + B en el siguiente cuadrado mágico.

6		B
7	5	3
A		

Resolución

De la fila completa calculamos la suma constante y completamos: $7 + 5 + 3 = 15$.

6	15 - 14 = 1	15 - (7) = 8
7	5	3
15 - (13) = 2	15 - 6 = 9	15 - 11 = 4

$$A = 9$$

$$B = 8$$

$$A + B = 9 + 8 = 17$$

2. Calcula el valor de A + B en el siguiente cuadrado mágico.

A		10
	7	
4	B	5

Resolución:

Completa el siguiente cuadrado con los números {5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13} y responde.

A	5	B
D	13	C

3. ¿Cuál es la suma común?

4. Determina el valor de $(B - D)^{D-C}$.

Resolución:

Nivel intermedio

Construye un cuadrado mágico con los 9 primeros múltiplos de 5 sin contar a cero; luego responde:

5. El valor de «x» es:

Resolución

15		
10	x	30
5	25	45
20	40	35

→

10	35	30
45	25	5
20	15	40

El valor de x es 25.

6. Calcula el valor de X + Y + Z + A + B.

Resolución:

Nivel avanzado

Completa el siguiente cuadrado mágico empleando los números del 3 al 11.

4	C	A
E	7	F
B	3	D

7. Calcula el valor de C + A.

Resolución

{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11}

→ Casilla central

Suma constante: $3 + 7 = 21$

4	21 - 10 11	21 - 15 6
21 - 12 9	7	21 - 16 5
21 - 13 8	3	21 - 11 10

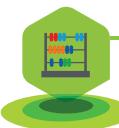
$$C = 11$$

$$A = 6$$

$$C + A = 17$$

8. Calcula el valor de (E.D) + (C.F).

Resolución:



Práctica

- Completa el cuadrado mágico de 4×4 con los números del 1 al 16.

	V	N	X	Y
A		9	5	
B				
C				
D	1	12	8	13

Resolución:

1. Calcula el valor de $Bv - Cy$.
- a) 11 c) 23 e) 10
 b) 12 d) 17
2. Completa el siguiente cuadrado mágico.

	X	Y	Z
A	8	28	24
B			
C		12	

Resolución:

- El valor de la casilla central es:
- a) 20 c) 16 e) 4
 b) 36 d) 32
3. La suma de los números de las esquinas es:
- a) 48 c) 70 e) 60
 b) 50 d) 80

Resolución:

4. Calcula $(Ax + Cz) - (Az + Cx)$.
- a) 0 c) 50 e) 60
 b) 40 d) 80

Resolución:



Autoevaluación

- Completa el siguiente cuadrado mágico de 4×4 con los números $\{5; 10; 15; 20; \dots; 80\}$

E	75	70	C
A			45
F			B
D	G	10	80

1. La suma constante es:
a) 168 c) 178 e) 160
b) 155 d) 170

Resolución:

2. La suma del cuadrado central es:
a) 170 d) 168
b) 160 e) 175
c) 165

Resolución:

3. La suma de los números de las esquinas es:
a) 165 d) 175
b) 170 e) 185
c) 160

Resolución:

4. Calcula el valor de $F + G$.
a) 70 d) 90
b) 55 e) 85
c) 80

Resolución:

5. Calcula el valor de $(A + G) - F$.
a) 35 d) 45
b) 60 e) 50
c) 44

Resolución:



Tarea

Nivel básico

- Completa el siguiente cuadrado mágico de 3×3 con los números del 1 al 9 y contesta las preguntas.

	x	y	z
a		1	
b			
c	4		2

1. La suma constante es:
 a) 12 c) 20 e) 18
 b) 15 d) 16

2. Calcula la suma de los números que están en las esquinas.
 a) 10 c) 20 e) 30
 b) 15 d) 25

Resolución:

Resolución:

Nivel intermedio

- Completa el siguiente cuadrado mágico de 4×4 con los números del 1 al 16 y contesta las preguntas.

	W	X	Y	Z
a		8	12	
b				
c				
d	16			4

3. La suma constante es:
 a) 32 c) 40 e) 38
 b) 34 d) 36

4. Calcula la suma de los números que están en las casillas aw, az, dw y dz.
 a) 34 c) 45 e) 64
 b) 60 d) 28

5. La suma de los números de las esquinas es:
 a) 68 c) 78 e) 72
 b) 54 d) 80

6. Calcula la suma del mayor y menor número de las esquinas.
 a) 36 c) 26 e) 42
 b) 40 d) 34

Resolución:



SUCESIONES ALFANUMÉRICAS

¿Qué es una sucesión?

Una sucesión es una secuencia de elementos ordenados de acuerdo con una ley de formación.

I. Sucesiones numéricas

Una sucesión numérica es una secuencia de números ordenados de acuerdo con una ley de formación.

Ejemplo:

¿Qué número continúa en las siguientes sucesiones?

$$\begin{array}{ccccccccc} 5; & 10; & 12; & 24; & 26; & 52; & 54; & \dots? \\ \times 2 & +2 & \times 2 & +2 & \times 2 & +2 & \times 2 & \\ ? = 54 & \times 2 = 108 & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} 434; & 345; & 256; & 167; & 78; & \dots? \\ -89 & -89 & -89 & -89 & -89 & & \\ ? = 78 & - 89 = -11 & & & & & \end{array}$$

II. Sucesiones alfanuméricas

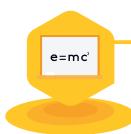
Una sucesión alfanumérica es una secuencia de números y letras ordenados de acuerdo con una ley de formación.

Ejemplo:

Completa las siguientes sucesiones.

$$\begin{array}{ccccccccc} A; 4; C; 8; E; 16; G; 32; J; 64 & & & & & & & & \\ B & D & P & H & & & & & \\ \times 2 & \times 2 & \times & \times 2 & & & & & \\ & & & & & & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} B; 20; C; 32; E; 44; H; 56; L; 68 & & & & & & & & \\ - & D & FG & IJK & & & & & \\ & +12 & +12 & +12 & +12 & & & & \end{array}$$



Trabajando en clase

Nivel básico

Completa los términos que faltan de las siguientes sucesiones.

1. 3, C, 10, G, 17, K, 24, Ñ, ___, ___

Resolución

Trabajamos por partes.

III. Sucesiones especiales

Son aquellas sucesiones que no cumplen con una regla de formación convencional, es decir hacen referencia a una secuencia que se puede deducir por ser de conocimiento general.

Ejemplo:

- ❖ L, M, M, J, V; ...

Días de la semana

El día que continúa es sábado.

Rpta: S

- ❖ E, F, M, A, M, J, ...

Meses del año

El mes que continúa es julio.

Rpta: J

- ❖ O, T, T, F, F, ...

Números en inglés iniciando en uno.

El número que continúa es six (6).

Rpta: S

- ❖ 1, 1, 2, 3, 5, 8, ...

Sucesión de Fibonacci

$$1 + 1 = 2$$

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 5 = 8$$

$$5 + 8 = 13$$

Rpta.: 13



$$\begin{array}{ccccccccc} 3 & +7 & 10 & +7 & 17 & +7 & 24 & +7 & 31 \\ C & G & HIJ & K & LMN & N & OPQ & R \\ DEF & & & & & & & & \end{array}$$

Entonces:

3; C; 10; G; 17; K; 24; Ñ; 31; R

2. D, 44, H, 49, L, 55, O, 62, ___, ___



Resolución:

3. z, 5, x, 10, v, 15, t, 20, __, __

Resolución:

4. A, 7, C, 10, F, 14, J, 19, __, __

Resolución:

Nivel intermedio

5. ¿Qué letra falta?

O, R, E, M, I, R, __

Resolución:

Si analizamos la sucesión mostrada buscando completar el abecedario no podremos encontrar una regla de formación. Por ello, debemos empezar a buscar una regla de formación «especial». Observa la secuencia en orden invertido.

__, R, I, M, E, R, O

¡Falta una letra para completar una palabra!

→ P, R, I, M, E, R, O

La letra faltante es P.

6. ¿Qué letra falta?

O, R, E, M, U

Resolución:

7. Completa la siguiente sucesión

U, D, T, C, C, S, __

Resolución:

Nivel avanzado

8. ¿Qué términos faltan?

B, 2, F, 6, J, 10, N, 14, __, __

Resolución

Si observamos cada pareja de letra y número, este indica la posición de la letra en el abecedario, observa.

A	(B)	C	D	E	(F)	G	H	I
1	2	3	4	5	6	7	8	9
J	(K)	L	M	N	(Ñ)	O	P	Q
10	11	12	13	14	15	16	17	18
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
19	20	21	22	23	24	25	26	27

Además, los números señalados van de 4 en 4; entonces, la posición siguiente sería: $14 + 4 = 18$ y la letra en dicha posición es Q.

Entonces las secuencias es:

B, 2, F, 6, J, 10, N, 14, Q, 18

9. ¿Qué términos faltan?

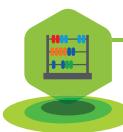
B, 2, D, 4, I, 9, O, 16, __, __

Resolución:

10. ¿Qué números faltan en la sucesión?

7, 17, 30, 48, 73, 107, __

Resolución:



Práctica

► Completa las sucesiones.

1. 3, C, 10, G, 17, K, 24, N, __, __
a) 30, R d) 36, V
b) 31, R e) 40, Z
c) 31, P

Resolución:

2. M, V, T, M, J, __
a) J c) S e) V
b) P d) O

Resolución:

3. K, 38, N, 34, P, 30, S, 26, __, __
a) T, 23 d) V, 22
b) V, 19 e) Z, 22
c) V, 21

Resolución:

4. B, 2, C, 3, E, 5, H, 8, L, 12, __, __
a) X, 15 d) O, 14
b) P, 17 e) S, 72
c) S, 20

Resolución:

5. D, 44, H, 49, L, 55, O, 62, __, __
a) Q, 70 d) S, 70
b) Q, 72 e) S, 72
c) Q, 68

Resolución:



Autoevaluación

1. 30, N, 25, K, 20, H, 15, E, __, __

- a) 15, A d) 5, B
b) 10, B e) 13, B
c) 10, A

Resolución:

2. W, 20, T, 18, Q, 15, N, 11, __

- a) N, 6 d) L, 15
b) M, 6 e) 6, J
c) L, 6

Resolución:

3. Z, 23, T, 33, O, 44, L, 56, __, __

- a) I, 69 d) 69, I
b) 57, I e) I, 6
c) I, 57

Resolución:

4. E, F, M, A, M, __

- a) A c) F e) M
b) J d) C

Resolución:

5. D, R, M, F, S, __, __

- a) L, S d) D, T
b) S, L e) R, S
c) N, D

Resolución:



Tarea

Nivel básico

► Completa las sucesiones.

1. abcM, defN, ghiÑ, __

- a) jklO d) jklN
b) jklP e) jklU
c) jklQ

Resolución:

2. BA, DC, FE, HG, JI, __

- a) JM c) ML e) KS
b) ÑO d) LK

Resolución:

Nivel intermedio

3. 5, A, 10, C, 15, F, 20, J, __, __

- a) 25, K d) 25, M
b) 25, L e) 25, O
c) 25, Ñ

Resolución:

4. Z, 100, X, 90, U, 80, Q, 70, M, __, __

- a) 60, L d) 50, N
b) 50, L e) 60, G
c) 50, M

Resolución:

Nivel avanzado

5. O, T, T, F, F, S, __

- a) O c) A e) S
b) F d) R

Resolución:

6. B, 2, D, 4, F, 6, __, __

- a) H, 9 b) I, 8 c) I, 9 d) H, 8 e) L, 3

Resolución:

TEMA 17



SUCESIONES ARITMÉTICAS

Una sucesión aritmética es aquella sucesión numérica en la que la diferencia de dos términos consecutivos es constante. A esta razón constante se le denomina razón aritmética.

Ejemplos:

$$\begin{array}{ll} 34; 37; 40; 43; 46; 49; \dots & 189; 174; 159; 144; 129; \dots \\ \text{+3} & \text{-15} \\ \text{Razón: +3} & \text{Razón: -15} \end{array}$$

En general:

$$t_0 + t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + \dots$$

~~+r~~ ~~+r~~ ~~+r~~ ~~+r~~ ~~+r~~

Término general de una sucesión aritmética (termino enésimo)

En toda sucesión aritmética se puede calcular cualquier término de la sucesión aplicando la siguiente relación:

$$t_n = t_0 + n.r$$

Donde:

t_0 : término anterior al primero

r : razón aritmética

n : cantidad o número de términos

Ejemplos:

- Calcula el término enésimo de las siguientes sucesiones.



Trabajando en clase

Nivel básico

- En cada caso, calcula el término enésimo de las siguientes sucesiones aritméticas.

- 5; 8; 11; 14; 17; ...

Resolución:

Calculamos la razón y el t_0 .

$$2 \cancel{5; 8; 11; 14; 17; \dots}$$

~~+3~~ ~~+3~~ ~~+3~~ ~~+3~~

$$r = +3$$

$$t_0 = 2$$

- 10; 16; 22; 28; 34; 40

Resolución

Calculamos el t_0 y la razón.

$$4 \cancel{10; 16; 22; 28; 34; 40\dots}$$

~~+6~~ ~~+6~~ ~~+6~~ ~~+6~~ ~~+6~~

$$t_0 = 4 \quad r = +6$$

$$t_n = t_0 + n.r = 4 + n.(+6) = 6n + 4$$

- 80; 75; 70; 65; 60; 55; ...

Resolución

Calculamos el t_0 y la razón.

$$85 \cancel{80; 75; 70; 65; 60; 55\dots}$$

~~-5~~ ~~-5~~ ~~-5~~ ~~-5~~

$$t_0 = 85 \quad r = -5$$

$$t_n = t_0 + a.r = 85 + n(-5) = 85 - 5n$$

- Calcula el término de posición 20 de la siguiente sucesión aritmética:

23; 27; 31; 35; 39; ...

Resolución

Calculamos el t_n .

$$19 \cancel{23; 27; 31; 35; 39; \dots}$$

~~+4~~ ~~+4~~ ~~+4~~ ~~+4~~ ~~+4~~

$$t_0 = 19 \quad r = +4$$

$$t_n = 19 + 4n$$

Calculamos el t_{20} .

$$t_{20} = 19 + 4(20)$$

$$t_{20} = 99$$



Reemplazamos en la fórmula.

$$t_n = t_0 + n.r$$

$$t_n = 2 + n.3 = 3n + 2$$



2. 6; 10; 14; 18; 22; ...

Resolución:

Resolución:

3. 13; 20; 27; 34; ...

Resolución:

Nivel avanzado

7. Calcula el número de términos de la siguiente sucesión.

$$7; 13; 19; 25; 31; \dots; 181$$

Resolución

Calculamos el término enésimo.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 7; 13; 19; 25; 31; \dots; 181 \\ +6 +6 +6 +6 +6 \end{array}$$

$$t_0 = 1 \quad r = +6$$

$$t_n = 1 + 6n$$

Como la fórmula del término enésimo permite encontrar cualquier término de la sucesión, entonces el último término se pudo igualar a dicha fórmula. El valor de «n» encontrado al resolver la ecuación indicará la posición del último término.

$$7; 13; 19; 25; 31; \dots \textcircled{181}$$

$$t_n = 6n + 1$$

$$6n + 1 = 181$$

$$6n = 180$$

$$n = 30$$

El último término está en la posición 30; por lo tanto hay 30 términos.

8. Calcula el número de términos de la siguiente sucesión.

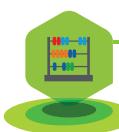
$$24; 27; 30; 33; \dots; 81$$

Resolución:

5. Calcula el término 30 en:
14; 17; 20; 23; 26; ...

Resolución:

6. Calcula el término de posición 24 en:
16; 21; 26; 31; 36; ...



Práctica

► Calcula el término enésimo.

1. $2; 9; 16; 23; 30; \dots$

- | | |
|--------------|--------------|
| a) $7n - 5$ | d) $4n + 7$ |
| b) $2n - 7$ | e) $4n + 10$ |
| c) $7n + 11$ | |

Resolución:

2. $11; 15; 19; 23; 27; \dots$

- | | |
|--------------|--------------|
| a) $4n + 11$ | d) $4n + 7$ |
| b) $7n + 4$ | e) $4n + 10$ |
| c) $7n + 11$ | |

Resolución:

3. $72; 68; 64; 60; 56; \dots$

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $-4n + 72$ | d) $4n + 72$ |
| b) $4n + 76$ | e) $-4n + 76$ |
| c) $-4n + 68$ | |

Resolución:

4. $121; 118; 115; 112; 109; \dots$

- | |
|----------------|
| a) $-3n + 124$ |
| b) $-3n + 121$ |
| c) $3n + 118$ |
| d) $-3n + 118$ |
| e) $3n + 124$ |

Resolución:

5. $88; 80; 72; 64; 56; \dots$

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $-8n + 80$ | d) $8n + 96$ |
| b) $8n + 80$ | e) $-8n + 88$ |
| c) $-8n + 96$ | |

Resolución:



Autoevaluación

- Calcula el término indicado en cada caso.

1. t_{19}

3; 10; 17; 24; 31; ...

- a) 129 d) 131
b) 133 e) 130
c) 132

Resolución:

2. t_{25}

425; 420; 415; 410; 405; ...

- a) 290 d) 300
b) 310 e) 295
c) 305

Resolución:

3. t_{30}

28; 32; 36; 40; 44; ...

- a) 140 d) 144
b) 148 e) 142
c) 146

Resolución:

4. t_{15}

-1; 2; 5; 8; 11; ...

- a) 41 d) 43
b) 45 e) 42
c) 44

Resolución:

5. t_{40}

50; 47; 44; 41; ...

- a) -64 d) -67
b) -73 e) -65
c) -70

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

► Calcula el término enésimo.

1. $36; 42; 48; 54; 60; \dots$

- | | |
|--------------|--------------|
| a) $6n + 86$ | d) $36n + 6$ |
| b) $6n + 30$ | e) $6n + 24$ |
| c) $30n + 6$ | |

Resolución:

2. $100; 97; 94; 91; 88; \dots$

- | | |
|----------------|----------------|
| a) $-3n + 97$ | d) $-3n + 100$ |
| b) $-3n + 103$ | e) $100n - 3$ |
| c) $103n - 3$ | |

Resolución:

Nivel intermedio

► En cada caso, calcula el término indicado.

3. t_{24}

$13; 16; 19; 21; 24; \dots$

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 72 | c) 78 | e) 82 |
| b) 76 | d) 80 | |

Resolución:

4. t_{30}

$9; 15; 21; 27; 33; \dots$

- | | | |
|--------|--------|--------|
| a) 177 | c) 183 | e) 189 |
| b) 180 | d) 186 | |

Resolución:

Nivel avanzado

► Calcula el número de términos en cada sucesión.

5. $-7; -4; -1; 2; 5; \dots; 80$

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 20 | c) 40 | e) 30 |
| b) 15 | d) 35 | |

Resolución:

6. $-10; -4; 2; 8; 14; \dots; 104$

- | | | |
|-------|-------|-------|
| a) 32 | c) 18 | e) 20 |
| b) 30 | d) 22 | |

Resolución:



SERIE ARITMÉTICA

Una serie aritmética es la sucesión indicada de los términos de una sucesión aritmética, observa:

Sucesión: 5; 10; 15; 20; 25; 30; ...

Serie: $5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + \dots$

Para calcular el valor de una serie aritmética se emplea la siguiente relación:

$$S = \left(\frac{t_1 + t_u}{2} \right) \cdot n$$

Donde:

t_1 : primer término

t_u : último término

n: cantidad de términos

Ejemplos:

- Calcula el valor de las siguientes series aritméticas.

a) $\underbrace{3 + 7 + 11 + 15 + 19 + \dots}$

10 términos

Resolución

Calculamos el último término con la ayuda del t_n .



Trabajando en clase

Nivel básico

- En cada caso, calcula el valor de la serie.

1. $E = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 20$

Resolución

❖ 1ra forma

Usamos la fórmula general.

$$\left(\frac{t_1 + t_u}{2} \right) \cdot n$$

$$E = \left(\frac{1 + 20}{2} \right) \cdot 20$$

$$E = 210$$

❖ 2da forma

Usamos la fórmula de las «n» primeros números positivos.

$$t_n = 4n - 1$$

$$t_{10} = 4(10) - 11 = 39$$

Aplicamos la fórmula.

$$\left(\frac{t_1 + t_u}{2} \right) \cdot 4 = \left(\frac{3 + 39}{2} \right) = 10 = 210$$

b) $5 + 10 + 15 + 20 + 25 + 30 + \dots + 105$

Resolución

Calculamos la cantidad de términos.

$$t_n = 5n \Rightarrow 5n = 105$$

$$n = 21$$

Reemplazamos en la fórmula.

$$\left(\frac{t_1 + t_u}{2} \right) \cdot n = \left(\frac{5 + 105}{2} \right) \cdot 21 = 1155$$

Casos especiales

- Serie de los «n» primeros números positivos.

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n + (n + 1)}{2}$$

- Serie de los «n» primeros números pares.

$$2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + (2n) = n(n + 1)$$

- Serie de los «n» primeros números impares.

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$\frac{n + (n + 1)}{2}$$

$$E = \frac{20(21)}{2}$$

$$E = 210$$

2. $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 40$

Resolución:



3. $S = 4 + 5 + 6 + \dots + 36$

Resolución:

Nivel avanzado

7. Calcula el número de términos de la siguiente serie y luego calcula su valor.

$$R = 1 + 4 + 7 + 10 + \dots + 118$$

Resolución:

Como sabemos, toda serie aritmética viene de una sucesión aritmética. En el caso mostrado la sucesión original es:

$$1; 4; 7; 10; \dots; 118$$

Encontramos el término enésimo

$$-2\sqrt{1; 4; 7; 10; \dots; 118}$$

$+3 +3 +3$

$$\rightarrow t_n = -2 + 3n = 3n - 2$$

Como todos los términos derivan de la fórmula encontrada, entonces:

$$3n - 2 = 118$$

$$3n = 120$$

$$n = 40$$

El último término tiene la forma de $2n - 1$.

$$P = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots + \underline{99}$$

\downarrow
 $2n - 1$

$$2n - 1 = 99$$

$$2n = 100$$

$$n = 50$$

Aplicamos la fórmula:

$$P = n^2 \rightarrow P = 50^2$$

$$P = 2500$$

5. $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 21$

Resolución:

Entonces, en la lista hay 30 términos.

Ahora calculamos su valor utilizando la fórmula:

$$R = \left(\frac{t_1 + t_u}{2} \right) \cdot n$$

$$R = \left(\frac{1 + 118}{2} \right) = 40$$

$$R = 119(20) = 2380$$

8. Calcula el valor de la siguiente serie:

$$S = 14 + 20 + 26 + 32 + \dots + 128$$

Resolución:

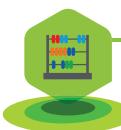
6. $P = 7 + 9 + 11 + 13 + \dots + 33$

Resolución:

9. Calcula el valor de T.

$$T = 5 + 10 + 15 + 20 + \dots + 200$$

Resolución:



Práctica

► Calcula el valor de cada serie.

1. $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 36$

- a) 592 d) 664
b) 666 e) 593
c) 665

Resolución:

2. $S = 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + 40$

- a) 814 d) 880
b) 716 e) 822
c) 824

Resolución:

3. $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 64$

- a) 10020 d) 12049
b) 10045 e) 12056
c) 10240

Resolución:

4. $P = 8 + 10 + 12 + 14 + \dots + 40$

- a) 6420 d) 6428
b) 6410 e) 6408
c) 6400

Resolución:

5. $2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 24$

- a) 454 d) 456
b) 458 e) 455
c) 432

Resolución:



Autoevaluación

► Calcula el valor de cada serie.

1. $R = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 54$

- a) 1513 d) 1514
b) 1516 e) 1511
c) 1512

Resolución:

2. $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 43$

- a) 947 d) 946
b) 948 e) 944
c) 945

Resolución:

3. $Q = 7 + 9 + 11 + 13 + \dots + 33$

- a) 660 d) 661
b) 663 e) 659
c) 662

Resolución:

4. $J = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 93$

- a) 4369 d) 4372
b) 4373 e) 4370
c) 4371

Resolución:

5. $P = 13 + 19 + 25 + 31 + \dots + 127$

- a) 8892 d) 8891
b) 8890 e) 8893
c) 8894

Resolución:



Tarea

Nivel básico

► Calcula el valor de cada serie.

1. $H = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 40$
- a) 1604 c) 1601 e) 1600
b) 1603 d) 1602

Resolución:

Resolución:

2. $P = 1 + 2 + 3 + \dots + 50$

- a) 1275 c) 1267 e) 1265
b) 1725 d) 1277

Resolución:

Nivel avanzado

5. $M = 30 + 40 + 50 + \dots + 200$
- a) 23104 d) 23000
b) 23105 e) 23001
c) 23102

Resolución:

6. $R = 24 + 29 + 34 + 39 + \dots + 119$
- a) 15593 d) 15590
b) 15592 e) 15589
c) 15591

Resolución:

Nivel intermedio

3. $1 + 2 + 3 + \dots + 15$
- a) 100 c) 120 e) 175
b) 150 d) 180

Resolución:

4. $2 + 4 + 6 + \dots + 100$

- a) 5104 d) 5101
b) 5103 e) 5100
c) 5102



TEMA 19



EQUIVALENCIAS Y CAMBIO MONETARIO

El sistema monetario del Perú

Actualmente en nuestro país se encuentran vigentes las siguientes monedas y billetes con los que podemos realizar múltiples actividades comerciales.



Ten en cuenta los siguientes ejemplos:

$$\begin{aligned}
 &\text{Billete de } 20 \text{ N.S.} = \text{Billete de } 10 \text{ N.S.} + \text{Billete de } 10 \text{ N.S.} = \text{Billete de } 10 \text{ N.S.} + \text{Moneda de } 1 \text{ N.S.} + \text{Moneda de } 1 \text{ N.S.} \\
 &\text{Billete de } 10 \text{ N.S.} = \text{Moneda de } 1 \text{ N.S.} + \text{Moneda de } 1 \text{ N.S.}
 \end{aligned}$$

Para convertir nuevos soles a moneda extranjera es necesario aplicar los siguientes pasos:

- Conocer cuánto vale en nuevos soles la unidad de la moneda extranjera por convertir.
- La cantidad total de nuevos soles por convertir a moneda extranjera se divide entre el tipo de cambio señalado en el punto anterior.

Para convertir moneda extranjera a nuevos soles es necesario aplicar los siguientes pasos:

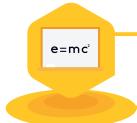
- Conocer cuánto vale en nuevos soles la unidad de la moneda extranjera a convertir.
- La cantidad total de moneda extranjera se multiplica por el tipo de cambio señalado en el punto anterior.



Ejemplo:

Para convertir 1560 nuevos soles a dólares americanos (moneda extranjera), primero se investiga el tipo de cambio de la moneda extranjera que nos interesa (para fines de este ejemplo se supondrá que sea de 2,60 nuevos soles). Se divide 1560 (nuevos soles) entre 2,60 (que es el tipo de cambio del dólar), entonces:

$$\frac{1560}{2,60} = 600 \text{ dólares americanos (moneda extranjera).}$$



Trabajando en clase

Nivel básico

Mes	\$	€
Enero	2,30	4,00
Febrero	2,50	3,80
Marzo	2,40	4,10
Abril	2,60	4,00

El cuadro muestra el precio del dólar y del euro en nuestro país en 2013 en los meses mencionados.

- En enero, ¿cuántos nuevos soles se requiere para comprar \$10?

Resolución

En enero el precio del dólar es S/.2,30 entonces.

$$\rightarrow 10 \times 2,30 = \text{S/.}23$$

- En marzo, ¿cuántos soles se requiere para comprar €20?

Resolución:

- En febrero, con S/.250, ¿cuántos dólares puedo comprar?

Resolución:

Nivel intermedio

- Si en el mes de febrero tenía \$20 y €5, ¿cuántos nuevos soles tenía?

Resolución

Convertimos cada monto a soles.

$$\begin{aligned} \$20 &\rightarrow 20 \times 2,50 = 50,00 \\ \text{Precio del} \\ \text{dólar} \\ \hline €5 &\rightarrow 5 \times 3,50 = \frac{19,00}{69,00} \\ \text{Precio del} \\ \text{euro} \end{aligned}$$

En total tenía S/.69.

- Si en el mes de enero tenía \$15 y €16, ¿cuántos nuevos soles tenía?

Resolución:

Nivel avanzado

- En el mes de abril tenía \$10 y S/.38, ¿cuántos euros tenía?

Resolución

Convertimos los dólares a nuevos soles.

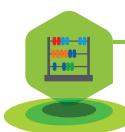
$$\begin{aligned} \$10 &\rightarrow 10 \times 2,60 = 26,00 \\ \text{Precio \$ en abril} \end{aligned}$$

Entonces tenía: $26 + 38 = \text{S/.}64$

Convertimos a euros los nuevos soles

$$\text{S/.}64 \rightarrow \frac{64}{4} = 16$$

Tenía €16.



Práctica

Mes	\$	€
Marzo	2,50	4,10
Abril	2,10	3,90
Mayo	2,30	4,05
Junio	2,15	4,00
Julio	2,25	4,00

1. En mayo, ¿cuántos dólares puedo comprar con S/.460?
 - a) \$210 d) \$201
 - b) \$203 e) \$205
 - c) \$200

2. En abril ¿cuántos euros puedo comprar con S/.3900?
 - a) €1008 d) €1002
 - b) €1000 e) €1010
 - c) €1001

3. En junio ¿cuántos dólares puedo comprar con S/.4300?
 - a) \$2000 d) \$ 2010
 - b) \$ 2008 e) \$ 2001
 - c) \$ 2009

4. En mayo, ¿cuál es la diferencia entre el precio del euro y el dólar?
 - a) S/.1,80 d) S/.1,75
 - b) S/.1,95 e) S/.2,25
 - c) S/.3,0

5. Si en el mes de marzo tenía \$15 ¿cuántos nuevos soles tenía?
 - a) S/.3,60 d) S/.3,75
 - b) S/.36,9 e) S/.37,5
 - c) S/.36,5

Resolución:

Resolución:

Resolución:

Resolución:

Resolución:



Autoevaluación

Mes	\$	€
Marzo	2,50	4,10
Abril	2,10	3,90
Mayo	2,30	4,05
Junio	2,15	4,00
Julio	2,25	4,00

1. Si tenía \$25 y €15 en julio, ¿cuántos nuevos soles tenía?
a) S/.118 d) S/.132,7
b) S/.121,25 e) S/.129,5
c) S/.116,25
2. Si en junio tenía \$10 y €17, ¿cuántos soles tenía?
a) S/.74,25 d) S/.92,5
b) S/.89,50 e) S/.62,50
c) S/.72,5
3. Si tengo \$120 y €21 en abril, ¿cuántos soles tengo?
a) S/.321,70
b) S/.358,50
c) S/.374,50
d) S/.333,90
e) S/.350,80
4. Si tengo €132 y \$45 en julio, ¿cuántos soles tengo?
a) S/.650,45 d) S/.645,70
b) S/.624,75 e) S/.629,25
c) S/.605,50
5. Si tengo \$42 y €36 en marzo, ¿cuántos soles tengo?
a) S/.185,70 d) S/.252,60
b) S/.200 e) S/.272,9
c) S/.235,80

Resolución:

Resolución:

Resolución:

Resolución:

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

Mes	\$	€
Marzo	2,45	4,10
Junio	2,60	4,15
Julio	2,65	4,12
Agosto	2,40	4,20
Setiembre	2,80	4,10

1. En junio, ¿cuántos dólares puedo comprar con S/.2600?
- a) \$10 c) \$200 e) \$2000
 b) \$1000 d) \$20

Resolución:

2. En setiembre, ¿cuántos euros se puede comprar con S/.820?
- a) €200 c) €100 e) €1000
 b) €20 d) €10

Resolución:

Nivel intermedio

3. En agosto, ¿cuántos dólares se puede comprar con S/.180?
- a) \$75 c) \$85 e) \$65
 b) \$90 d) \$55

Resolución:

4. Si tenía \$15 y €25 en el mes de setiembre ¿cuántos soles tenía?

- a) S/.150 c) S/.164 e) S/.138,50
 b) S/.144,50 d) S/.172,50

Resolución:

Nivel avanzado

5. Si en el mes de marzo tenía \$150 y €20, ¿cuántos soles tenía?

- a) S/.425,50 c) S/.475,9 e) S/.426,5
 b) S/.449,50 d) S/.565,9

Resolución:

6. Si en el mes de setiembre tenía \$45 y S/.263,50, ¿cuántos euros tenía?

- a) €105 c) €80 e) €85
 b) €75 d) €95

Resolución:

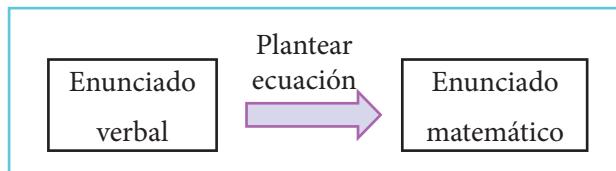


PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES I: ENUNCIADOS SIMPLES

¿Cómo se resuelve un problema empleando una ecuación?

Para resolver un problema sobre ecuaciones debes cumplir los siguientes pasos:

1. Lee atentamente el enunciado
2. Identifica la incógnita del problema
3. Interpreta el enunciado
4. Plantea la ecuación
5. Resuelve la ecuación
6. Comprueba el resultado obtenido
7. Vuelve a leer la pregunta para ver si es necesario realizar alguna operación extra
8. Formula la respuesta



Completa la siguiente tabla.

Enunciado verbal	Enunciado matemático
Un número	
Un número aumentado en 5	
Un número disminuido en 23	
El doble de un número	
Un número aumentado en su triple	
El doble de la suma de un número con 6	
El triple de la diferencia de un número sobre 4	

Ejemplo:

Karina tiene el doble del dinero que tiene Lucía y Tania tanto como tienen las otras dos juntas. Si entre la tres tienen 600 nuevos soles, ¿cuánto dinero tiene cada una?

Resolución

Identificamos las variables

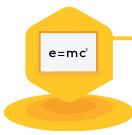
Karina: $2x$ Lucía: x Tania: $2x + x = 3x$

Planteamos la ecuación.

$$2x + x = 3x = 600$$

$$6x = 600$$

$$x = 100 \rightarrow \text{Karina: } 200 \quad \text{Lucía: } 100 \quad \text{Tania: } 300$$



Trabajando en clase

Nivel básico

1. El doble de un número menos cinco es nueve. ¿De qué número se trata?

Resolución

Número = x

$$2x - 5 = 9$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

Rpta.: El número es 7

2. Los tres lados de un triángulo equilátero vienen expresados en metros. Si su perímetro es 27 metros, calcula la longitud de cada lado.

Resolución:

3. Javier tiene 30 años menos que su padre y este tiene 4 veces los años de Javier. Averigua la edad de cada uno.

Resolución:

Nivel intermedio

4. En una caja hay doble número de caramelos de menta que de limón y triple número de caramelos de naranja que de menta y de limón juntos. En total hay 312 caramelos. Calcula cuántos caramelos hay de cada sabor.

Resolución

Caramelos en la canasta:

$$\text{Menta} = 2x$$

$$\text{Limón} = x$$

$$\text{Naranja} = 9x$$

$$\Rightarrow 9x + x + 2x = 312$$

$$12x = 312$$

$$x = 26$$

$$\Rightarrow \text{menta} = 52$$

$$\text{limón} = 26$$

$$\text{naranja} = 234$$

5. En una fiesta de fin de curso hay doble número de mujeres que de hombres y triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. Determina el número de hombres, mujeres y niños que hay en la fiesta, sabiendo que en total son 156 las personas que hay en ella.

Resolución:

Nivel avanzado

6. En un corral hay conejos y gallinas. Si entre ellos hay 40 cabezas y 100 patas. ¿Cuántos conejos y cuántas gallinas hay?

Resolución

Sea « x » el número de gallinas, entonces el número de conejos será $(40 - x)$.

Las « x » gallinas tiene $2x$ patas, y los conejos $4.(40 - x)$ patas.

De acuerdo al problema se tiene:

$$2x + 4.(40 - x) = 100$$

$$2x + 160 - 4x = 100$$

$$60 = 2x$$

$x = 30$ Luego, hay 30 gallinas y 10 conejos.

7. El triple de la diferencia de un número con 7 es igual a 39. Calcula el número mencionado.

Resolución:



Práctica

1. El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. ¿Cuál es el número?

a) 13 c) 15 e) 17
b) 14 d) 16

Resolución:

2. Si sumamos 5 unidades al doble de un número el resultado es el mismo que si le sumáramos 7 unidades. ¿Cuál es el número?

a) 1 c) 3 e) 5
b) 2 d) 4

Resolución:

3. ¿Cuál es el número que excede a 24 tanto como es excedido por 56?

a) 32 c) 40 e) 38
b) 36 d) 42

Resolución:

4. Divide 26 en dos partes de tal manera que una sea dos unidades mayor que la otra. Determina el mayor de los números.

a) 12 c) 14 e) 16
b) 13 d) 15

Resolución:

5. Se compran 25 lápices, 32 cuadernos y 24 borradores y se cancela por ello S/.110. Si cada cuaderno cuesta el triple de cada borrador, más S/.20 y cada lápiz cuesta el doble de cada borrador, más S/.8. ¿Cuánto cuesta un lápiz?

a) S/.146 d) S/.72
b) S/.106 e) S/.74
c) S/.70

Resolución:



Autoevaluación

1. Al comprar 3 kg de tomates y 4 kg de papas, una dueña de casa pago S/.119. ¿Cuánto vale el kilo de tomates, si se sabe que es S/.14 más caro que el kilo de papas?
- a) S/.11 c) S/.18
e) S/.25 b) S/.15
d) S/.29

Resolución:

2. La edad de María es el triple de la de Ester y excede en 5 años a la edad de Isabel. Si las edades de Ester e Isabel suman 23 años, calcula la edad de María.
- a) 7 c) 15
e) 21 b) 12
d) 16

Resolución:

3. La suma de cuatro números consecutivos es igual a seis veces el menor. ¿Cuál es el número mayor?
- a) 3 c) 5 e) 7
b) 4 d) 6

Resolución:

4. Si el lado de un cuadrado es aumentado en 8 unidades, su perímetro se triplica. ¿Cuánto mide el lado?
- a) 4 c) 6 e) 8
b) 5 d) 7

Resolución:

5. Silvia compra un pañuelo, una falda, y un abrigo en \$5050. Calcula el precio del abrigo, si la falda vale 25 veces el pañuelo, y el abrigo, el triple de la falda.
- a) \$50 d) \$250
b) \$3750 e) \$1050
c) \$2500

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. El exceso de un número sobre 70 es igual al doble del exceso del mismo número sobre 20. Calcula el número disminuido en su cuarta parte.
- a) 120 c) 60 e) 70
b) 80 d) 50

Resolución:

4. En un corral se cuentan 88 patas y 30 cabezas. Si lo único que hay son gallinas y conejos, ¿cuál es la diferencia entre el número de gallinas y el de conejos?
- a) 2 c) 7 e) 1
b) 8 d) 0

Resolución:

2. El cuadrado de la suma de dos números consecutivos es 81. Calcula la diferencia del triple del mayor y el doble del menor.
- a) 9 c) 7 e) 10
b) 8 d) 12

Resolución:

5. La entrada para una función de teatro al aire libre vale \$60 para adultos, y \$25 para niños. La recaudación arrojó un resultado de 280 asistentes y fue \$14 000. ¿Cuántos niños asistieron a la función?
- a) 80 c) 120 e) 200
b) 100 d) 160

Resolución:

Nivel intermedio

3. Un número multiplicado por 5 sumado con el mismo número multiplicado por 6 da 55. ¿Cuál es el número?
- a) 4 c) 6 e) 8
b) 5 d) 7

Resolución:

TEMA 21



PROBLEMAS SOBRE ECUACIONES II: NÚMEROS CONSECUTIVOS

¿Cuándo dos números son consecutivos?

Se dice que dos números son consecutivos cuando la diferencia entre ellos es igual a la unidad; por ejemplo: 5 y 6; 231 y 230; etc.

Al plantear una ecuación que involucre números consecutivos tendremos en cuenta las siguientes situaciones:

- a. La suma de dos números consecutivos

Primera forma	Segunda forma	Tercera forma
$x + x + 1$	$x - 1 + x$	$x + 1 + x + 2$



- b. La suma de tres números consecutivos

Primera forma	Segunda forma	Tercera forma
$x + x + 1 + x + 2$	$x - 1 + x + x + 1$	$x + 1 + x + 2 + x + 3$

Existen muchas formas de representar simbólicamente un enunciado, solo debemos tener cuidado al formular la respuesta final.

Número menor: $x - 1$
Número intermedio: x
Número mayor: $x + 1$

Teniendo en cuenta las situaciones anteriores podemos plantear la suma de más números consecutivos.

Planteamos la ecuación: $x - 1 + x + x + 1 = 144$
 $3x = 144$
 $x = 48$

Ejemplos:

1. La suma de tres números consecutivos es igual a 144. Determina el mayor de los números consecutivos.

Resolución:

Identifcamos las variables.

Reemplazamos en las variables
 Número menor: $x - 1 = 47$
 Número intermedio: $x = 48$
 Número mayor: $x + 1 = 49$

Rpta.: El número mayor es 49.



Trabajando en clase

Nivel básico

1. La suma de dos números consecutivos es 55. ¿De qué números se trata?

Resolución:

Números consecutivos = $x; x + 1$

$$x + x + 1 = 55$$

$$2x = 54$$

$$x = 27$$

Rpta.: El número es 27

2. Tres números impares consecutivos suman 81. ¿Cuáles son los números?

Resolución:



3. La suma de tres números naturales consecutivos es 84. Determina dichos números.

Resolución:

4. Calcula tres números consecutivos si estos suman 219.

Resolución:

Nivel avanzado

8. La diferencia entre los cuadrados de dos números consecutivos es 103. ¿Cuáles son los números?

Resolución:

Números consecutivos = $x; x + 1$

$$(x + 1)^2 - x^2 = 103$$

$$2x + 1 = 103$$

$$2x = 102$$

$$x = 51$$

Los números son 51 y 52.

9. Calcula el menor de tres números enteros consecutivos, tales que el doble del menor más el triple del mediano, más el cuádruple del mayor resulte igual a 740.

Resolución:

Nivel intermedio

5. Tres números pares consecutivos suman 132. Calcula dichos números.

Resolución:

Números pares consecutivos = $x; x + 2; x + 4$

$$x + x + 2 + x + 4 = 132$$

$$3x + 6 = 132$$

$$2x = 126 \rightarrow x = 42$$

Los números son 42, 44 y 46.

6. Si tres números pares consecutivos suman 222, ¿cuál es el número intermedio?

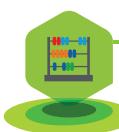
Resolución:

7. Dos números pares consecutivos suman 134, calcula el mayor de ellos.

Resolución:

10. Se tiene tres números consecutivos pares. Si el triple del mayor más el menor suman 340, calcula los números.

Resolución:



Práctica

1. Tres números enteros consecutivos suman 204. Calcula el mayor de los números.

a) 66 d) 68
b) 70 e) 67
c) 69

Resolución:

2. El doble de un número más el triple de su sucesor, más el doble del sucesor de este es 147. Calcula el número.

a) 17 d) 19
b) 21 e) 18
c) 20

Resolución:

3. La suma de tres números consecutivos es 129. Calcula el número intermedio.

a) 40 d) 42
b) 44 e) 41
c) 43

Resolución:

4. Se tiene tres números pares consecutivos. Si al doble del menor, se le suma el triple del intermedio, se obtiene el mayor aumentado en 154. Calcula el número mayor.

a) 46 d) 38
b) 40 e) 52
c) 44

Resolución:

5. Calcula el menor de tres números pares consecutivos si se sabe que la suma de ellos es igual a 60.

a) 18 d) 26
b) 20 e) 22
c) 24

Resolución:



Autoevaluación

1. Calcula el número intermedio de tres números consecutivos si el doble del menor, aumentado en el mayor, es igual al intermedio aumentado en 85.
- a) 49 d) 42
b) 44 e) 41
c) 43

Resolución:

2. Calcula el menor de tres números consecutivos si el triple del menor, aumentado en 10 equivale a la suma de los otros dos aumentado en 20.
- a) 13 d) 15
b) 17 e) 14
c) 16

Resolución:

3. Se tiene 4 números consecutivos. La suma del menor con los dos mayores con el menor es igual a 134. Calcula el número mayor.
- a) 29 d) 27
b) 25 e) 28
c) 26

Resolución:

4. Determina el valor del menor de tres números consecutivos si se sabe que el triple del mayor sumado con el cuádruple del intermedio y con el menor resulta igual a 354.
- a) 50 d) 42
b) 44 e) 41
c) 43

Resolución:

5. Calcula el doble del mayor de tres números consecutivos si se sabe que el triple del menor sumado con el intermedio resulta igual a 405.
- a) 202 d) 206
b) 210 e) 204
c) 208

Resolución:



Tarea

Nivel básico

1. Si la suma de tres números consecutivos restada con 18 resulta igual a 12, ¿cuál es el mayor de dichos números?

- a) 2 c) 9 e) 11
b) 8 d) 19

Resolución:

4. Si tres números consecutivos suman 39, ¿cuál es el mayor?

- a) 11 c) 13 e) 15
b) 12 d) 14

Resolución:

2. La suma de tres pares consecutivos restada en 20 es igual a 16. Si al número que no es el mayor ni el menor le sumamos 7 resulta igual a:

- a) 12 c) 14 e) 20
b) 10 d) 19

Resolución:

5. Se tienen tres números consecutivos de manera que el doble del mayor más el triple del intermedio es igual al intermedio aumentado en 66. Calcula el mayor.

- a) 16 c) 18 e) 20
b) 17 d) 19

Resolución:

Nivel intermedio

3. Si el quíntuple de la suma de un número y 5 da como resultado la mitad de la diferencia de 120 y 10, ¿cuál es el valor de dicho número?

- a) 12 c) 16 e) 6
b) 14 d) 29

Resolución:

6. Calcula el menor de tres números consecutivos, tal que si sumamos los tres resulte el cuádruple del mayor disminuido en 11.

- a) 7 c) 9 e) 11
b) 6 d) 10

Resolución:



FRACCIONES

En una división de dos números enteros tal que el divisor (denominador) es diferente de cero. El numerador (N), no es múltiplo del denominador (D). Son aquellos números de la forma:

$\frac{N}{D}$ → numerador $\frac{D}{N}$ → denominador

Características $\begin{cases} N \text{ y } D \in \mathbb{Z} \\ D \neq 0 \\ N \neq D \end{cases}$

Ejemplos:

- $\frac{5}{3}, \frac{7}{2}, \frac{8}{5} \Rightarrow$ Fracciones o números fraccionarios.
- $\frac{8}{4}, \frac{12}{3}, \frac{6}{2} \Rightarrow$ Representan números enteros.

El dividendo (numerador) es múltiplo del divisor (denominador)

En general:

Números enteros (\nearrow) $-4; -8; 5; \frac{9}{3}; \frac{14}{7}$

Números fraccionarios $\frac{3}{5}, \frac{9}{7}, \frac{11}{13}, \frac{5}{10}$

Recuerda

Un número es múltiplo de otro, si al dividirse, la división es exacta. Ejemplo: 8 es múltiplo de 4.



Trabajando en clase

Nivel básico

1. ¿Qué fracción de 40 es 12?

Resolución:

Del enunciado:

¿Qué fracción de 40 es 12?

$$F \times 40 = 12 \Rightarrow F = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

Rpta.: 12 es los $\frac{3}{10}$ de 40.



2. ¿Qué fracción de 60 es 18?

Resolución:

7. Calcula «x» si $\frac{x}{16} = \frac{30}{24}$

Resolución:

3. ¿Qué fracción de 80 es 28?

Resolución:

Nivel avanzado

8. Si a los $\frac{2}{7}$ de 21 horas le sumamos los $\frac{3}{8}$ de 24 horas ¿cuántas horas tenemos en total?

Resolución

Calculamos los $\frac{2}{7}$ de 21 horas

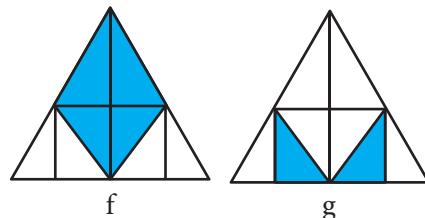
$$\frac{2}{7} \times 21 \text{ horas} = 6 \text{ horas}$$

Calculamos los $\frac{3}{8}$ de 24 horas

$$\frac{3}{8} \times 24 \text{ horas} = 9 \text{ horas}$$

$$\text{Rpta.: } 9 + 6 = 15 \text{ horas}$$

9. Las fracciones representadas gráficamente son f y g; halla $f + g - \frac{g}{f}$.



Nivel intermedio

5. Calcula «x» si $\frac{x}{4} = \frac{24}{12}$.

Resolución:

Aplicando el producto cruzado $\frac{x}{4} \times \frac{24}{12}$

Obtenemos: $x \times 12 = 4 \times 24$

$$12x = 96$$

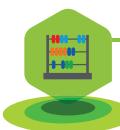
$$x = \frac{96}{12} = 8$$

$$\text{Rpta.: } x = 8$$

6. Calcula «x» si $\frac{x}{12} = \frac{20}{48}$.

Resolución:

Resolución:



Práctica

1. ¿Qué fracción de 45 es 20?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{9}$ | d) $\frac{5}{9}$ |
| b) $\frac{3}{9}$ | e) $\frac{6}{9}$ |
| c) $\frac{4}{9}$ | |

Resolución:

2. ¿Qué fracción de 50 es 30?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{5}$ | d) $\frac{6}{5}$ |
| b) $\frac{3}{5}$ | e) $\frac{7}{5}$ |
| c) $\frac{4}{5}$ | |

Resolución:

3. ¿Qué fracción de 90 es 12?

- | | |
|-------------------|-------------------|
| a) $\frac{2}{15}$ | d) $\frac{5}{15}$ |
| b) $\frac{3}{15}$ | e) $\frac{6}{15}$ |
| c) $\frac{4}{15}$ | |

Resolución:

4. ¿Qué fracción de 120 es 80?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{7}{3}$ | d) $\frac{2}{3}$ |
| b) $\frac{5}{3}$ | e) $\frac{1}{3}$ |
| c) $\frac{4}{3}$ | |

Resolución:

5. ¿Qué fracción de 150 es 75?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{3}{2}$ | d) $\frac{7}{2}$ |
| b) $\frac{1}{2}$ | e) $\frac{9}{2}$ |
| c) $\frac{5}{2}$ | |

Resolución:



Autoevaluación

1. Calcula «x» en $\frac{5}{9} = \frac{x}{54}$.

- a) 28 d) 31
b) 29 e) 32
c) 30

Resolución:

2. Calcula «x» en $\frac{7}{11} = \frac{x}{55}$.

- a) 35 d) 38
b) 36 e) 39
c) 37

Resolución:

3. Calcula «x» en $\frac{11}{15} = \frac{33}{x}$.

- a) 42 d) 45
b) 43 e) 46
c) 44

Resolución:

4. Calcula «x» en $\frac{8}{13} = \frac{48}{x}$.

- a) 78 d) 81
b) 79 e) 82
c) 80

Resolución:

5. Calcula «x» en $\frac{8}{12} = \frac{x}{60}$.

- a) 43 d) 40
b) 42 e) 39
c) 41

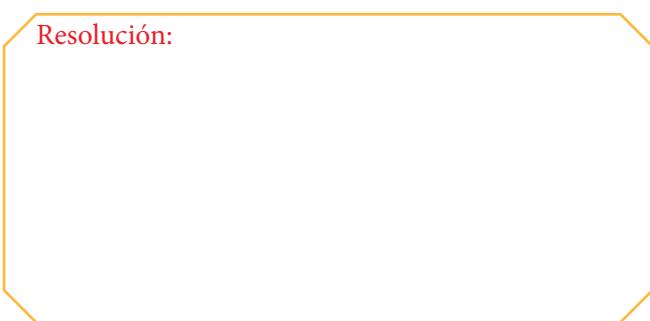
Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. ¿Qué fracción de 20 es 18?

- a) $\frac{8}{10}$ d) $\frac{12}{10}$
b) $\frac{9}{10}$ e) $\frac{13}{10}$
c) $\frac{11}{10}$

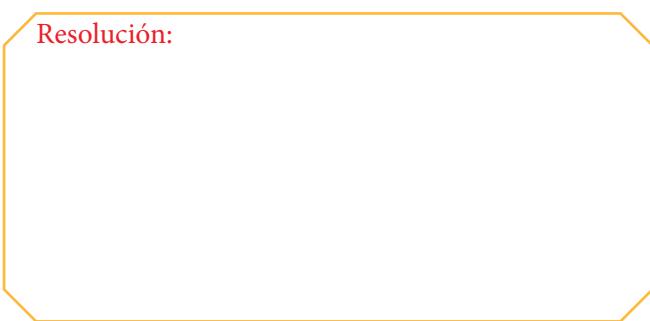
Resolución:



2. ¿Qué fracción de 180 es 100?

- a) $\frac{3}{9}$ c) $\frac{5}{9}$ e) $\frac{7}{9}$
b) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{6}{9}$

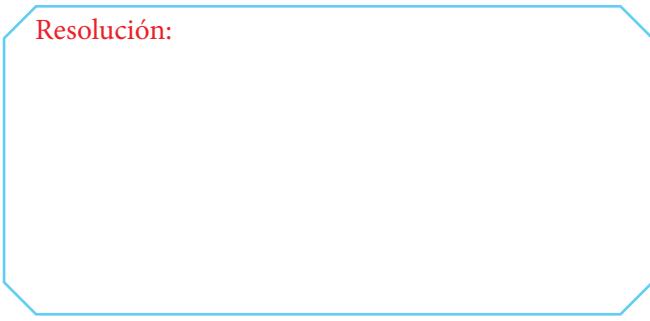
Resolución:

**Nivel intermedio**

3. Calcula «x» si $\frac{x}{7} = \frac{80}{56}$.

- a) 9 c) 11 e) 13
b) 10 d) 12

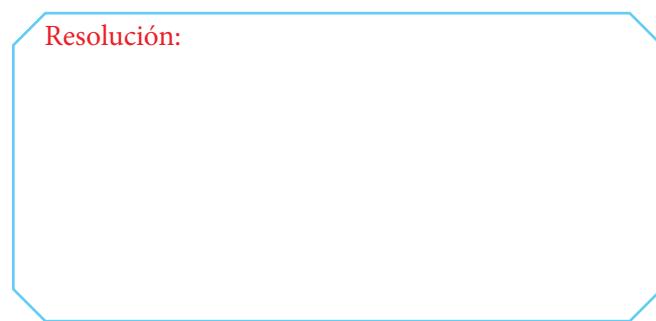
Resolución:



4. Calcula «x» si $\frac{x}{8} = \frac{54}{72}$.

- a) 8 d) 5
b) 7 e) 4
c) 6

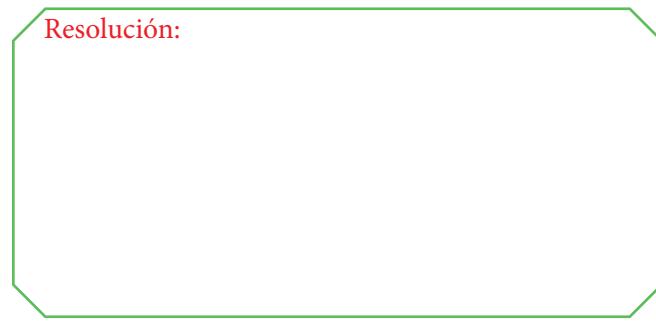
Resolución:

**Nivel avanzado**

5. Halla una fracción equivalente a $\frac{12}{8}$, tal que la suma de sus términos sea 30.

- a) $\frac{21}{12}$ d) $\frac{18}{12}$
b) $\frac{20}{12}$ e) $\frac{17}{12}$
c) $\frac{19}{12}$

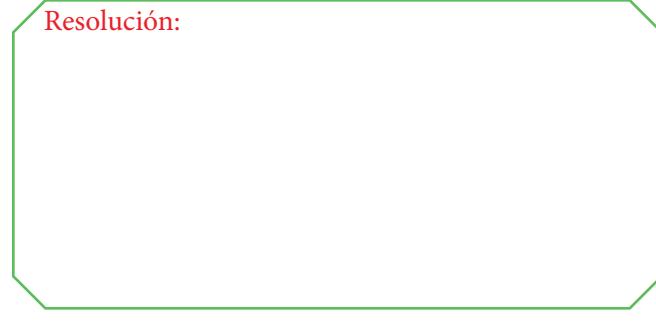
Resolución:



6. Halla un número que disminuido en sus $\frac{3}{4}$ partes resulta 120.

- a) 480 c) 440 e) 520
b) 360 d) 460

Resolución:





TEMA 23



PORCENTAJE



Se denomina tanto por ciento de una cantidad al número de partes que se toma de la cantidad dividida en 100 partes iguales.

Notación: Tanto por ciento = %

Ejemplos:

a) $20\% = \frac{20}{100}$ → primer término
→ segundo término

$20\% = 20 \times \frac{1}{100}$; se observa que el símbolo % representa la fracción

b) $100\% = \frac{100}{100} = 1$

En general:

$$N\% = \frac{N}{100}$$



Recuerda

El 100% es numéricamente igual a 1.

$$\Rightarrow 100\% = \frac{100}{100} = 1$$



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Halla el 5% de 120.

Resolución:

$$\frac{5}{100} \times 120 = \frac{5 \times 120}{100} = \frac{60}{10} = 6$$

Rpta.: 6

2. Halla el 30% de 80.

Resolución:

3. Halla el $\left(2 + \frac{1}{2}\right)\%$ de 600.

Resolución:



Nivel intermedio

4. ¿De qué número es 35 el 5%?

Resolución:

$$N \times \frac{5}{100} = 35$$

$$N = \frac{35 \times 100}{5} = 700$$

Rpta.: 700

5. ¿El 60% de qué número es 120?

Resolución:

6. ¿El 80% de qué número es 72?

Resolución:

7. Halla el $4\frac{1}{6}\%$ de 48.

Resolución:

9. ¿Qué tanto por ciento de 150 es 72?

Resolución:

10. ¿Qué porcentaje de 144 es 36?

Resolución:

11. ¿Qué % de 80 es 8?

- | | |
|--------|--------|
| a) 10% | d) 13% |
| b) 11% | e) 14% |
| c) 12% | |

Resolución:

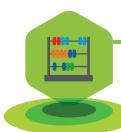
Nivel avanzado

8. ¿Qué tanto por ciento es 77 de 350?

Resolución

$$350 \times \frac{\%}{100} = 77$$

$$\% = \frac{77 \times 100}{350} = 22\%$$



Práctica

1. Halla el 40% de 120.

- | | |
|-------|-------|
| a) 46 | d) 49 |
| b) 47 | e) 50 |
| c) 48 | |

Resolución:

2. Hallar el 20% de 160.

- | | |
|-------|-------|
| a) 32 | d) 35 |
| b) 33 | e) 36 |
| c) 34 | |

Resolución:

3. Halla el 60% de 600.

- | | |
|--------|--------|
| a) 390 | d) 360 |
| b) 380 | e) 350 |
| c) 370 | |

Resolución:

4. Halla el 80% de 360.

- | | |
|--------|--------|
| a) 291 | d) 288 |
| b) 290 | e) 287 |
| c) 289 | |

Resolución:

5. Halla el $3\frac{3}{4}\%$ de 800.

- | | |
|-------|-------|
| a) 29 | d) 32 |
| b) 30 | e) 33 |
| c) 31 | |

Resolución:



Autoevaluación

1. ¿El 90% de qué número es 45?
a) 50 d) 53
b) 51 e) 54
c) 52

Resolución:

2. ¿De qué número es 360 el 50%?
a) 700 d) 730
b) 710 e) 740
c) 720

Resolución:

3. ¿El 75% de qué número es 660?
a) 850 d) 880
b) 860 e) 890
c) 870

Resolución:

4. ¿El 12% de qué número es 150?
a) 1210 d) 1240
b) 1220 e) 1250
c) 1230

Resolución:

5. ¿De qué número es 14 es 25%?
a) 56 d) 59
b) 57 e) 60
c) 58

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Halla el $3\frac{1}{8}\%$ de 80.

- | | |
|--------|--------|
| a) 2,3 | d) 2,6 |
| b) 2,4 | e) 2,7 |
| c) 2,5 | |

Resolución:

2. Halla el $\left(3 + \frac{1}{3}\right)\%$ de 420.

- | | |
|-------|-------|
| a) 14 | d) 17 |
| b) 15 | e) 18 |
| c) 16 | |

Resolución:

3. Halla el 30% de 120.

- | | |
|-------|-------|
| a) 32 | d) 35 |
| b) 33 | e) 36 |
| c) 34 | |

Resolución:

Nivel intermedio

4. ¿De qué número es 240 es 75%?

- | | |
|--------|--------|
| a) 350 | d) 320 |
| b) 340 | e) 310 |
| c) 330 | |

Resolución:

5. ¿De qué número es 60 el 50%?

- | | |
|--------|-------|
| a) 120 | d) 90 |
| b) 110 | e) 80 |
| c) 100 | |

Resolución:

Nivel avanzado

6. ¿Qué % de 1250 es 75?

- | | |
|-------|-------|
| a) 4% | d) 7% |
| b) 5% | e) 8% |
| c) 6% | |

Resolución:



PRINCIPIO DE ADICIÓN Y MULTIPLICACIÓN

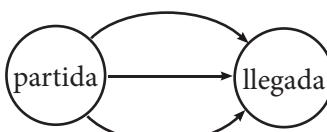
TEMA
24

A. Principio de adición

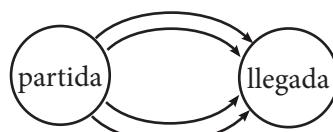
Si el suceso «A» puede realizarse de «m» maneras y el suceso «B» de «n» maneras, entonces el suceso «A» o el suceso «B» se puede realizar de $(m + n)$ maneras.

Ejemplo:

Proyectamos un viaje y decidimos ir en tren o en ómnibus; si hay 3 rutas para el tren y 4 para el ómnibus, ¿cuántas maneras tenemos para decidir nuestro viaje?



Para el tren hay 3 maneras de llegar.



Para el ómnibus hay 4 maneras de llegar.

$$3 + 4 = 7$$

Rpta.: 7 maneras

B. Principio de multiplicación

Si un evento «A» se puede efectuar de «m» maneras y para cada una de éstas, otro evento «B» se puede efectuar de «n» maneras, entonces los eventos «A» y «B» se pueden efectuar simultáneamente $(m \times n)$.

Ejemplo:

¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener al lanzar una moneda y un dado al mismo tiempo?

- ❖ Lanzar una moneda: cara o sello (2)

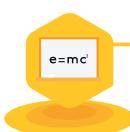
- ❖ Lanzar un dado: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (6)

$$2 \times 6 = 12$$

Rpta.: 12 resultados

Recuerda-

Para que se cumpla el principio de adición, se debe verificar que no sea posible que los sucesos A y B ocurran juntos.



Trabajando en clase

Nivel básico

1. Un producto se vende en 3 mercados, en el primero lo venden 3 tiendas, en el segundo en 2 tiendas y en el tercero en 4 tiendas. ¿De cuántas maneras se puede comprar dicho producto?

Resolución:

Como son tres mercados tenemos que decidir a cuál de ellos vamos:

$$\boxed{A} \text{ o } \boxed{B} \text{ o } \boxed{C}$$

$$3 + 2 + 4 = 9$$

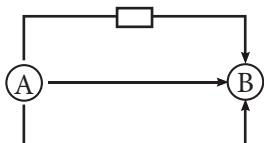
Rpta.: 9 maneras

2. Roberto quiere ir a Huaraz pero para eso dispone de 4 líneas aéreas y 8 terrestres. ¿De cuántas maneras diferentes podrá ir a Huaraz?

Resolución:



3. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a B?

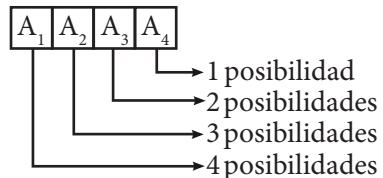


Resolución:

Nivel avanzado

7. ¿De cuántas maneras puede sentarse 4 personas en 4 asientos uno a continuación de otro?

Resolución



$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Rpta.: 24 maneras

8. ¿Cuántos números de 3 cifras (iguales o distintas) se pueden formar con los dígitos del 1 al 5?

Resolución:

4. Hay 10 ómnibus que viajan entre Lima y Huacho. ¿De cuántas maneras puede viajar una persona de Lima a Huacho y retornar en un ómnibus diferente?

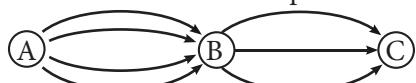
Resolución:

Hay 10 maneras de viajar de Lima a Huacho y con cada una de éstas hay 9 maneras de regresar ya que la persona no puede regresar en el mismo ómnibus que utilizó para la ida.

$$10 \times 9 = 90$$

Rpta.: 90 maneras

5. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a C?



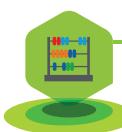
Resolución:

9. ¿Cuántos números de 2 cifras (iguales o distintas) se pueden formar con los dígitos del 1 al 4?

Resolución:

6. En un club se va a elegir presidente, vicepresidente y secretario (3; 4 y 2 respectivamente). ¿De cuántas maneras se puede votar?

Resolución:



Práctica

1. Para ir de Perú a Chile, se dispone de 4 líneas terrestres, 2 líneas marítimas y 3 líneas aéreas. ¿De cuántas maneras diferentes podrá ir a Chile?

- a) 7 d) 10
b) 8 e) 11
c) 9

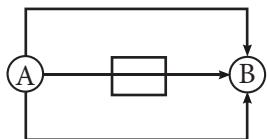
Resolución:

2. Para ir de Perú a EE. UU., se dispone de 3 líneas marítimas y 5 líneas aéreas. ¿De cuántas maneras diferentes podrá ir a EE. UU.?

- a) 8 d) 11
b) 9 e) 12
c) 10

Resolución:

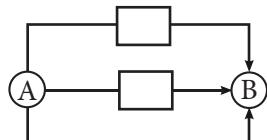
3. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a B?



- a) 8 d) 5
b) 7 e) 4
c) 6

Resolución:

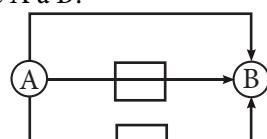
4. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a B?



- a) 8 d) 5
b) 7 e) 4
c) 6

Resolución:

5. ¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a B?



- a) 6 d) 9
b) 7 e) 10
c) 8

Resolución:



Autoevaluación

1. En una elección hay 5 candidatos para presidente, 7 para vicepresidente y 4 para secretario. ¿De cuántas maneras se puede elegir a un presidente, un vicepresidente y un secretario?

- a) 120 d) 150
b) 130 e) 160
c) 140

Resolución:

2. De A a B hay 5 caminos y de B a C hay 4 caminos. ¿De cuántas maneras se puede ir de A a C?

- a) 20 d) 23
b) 21 e) 24
c) 22

Resolución:

3. En una carrera participan 5 caballos A, B, C, D y E. Se hacen apuestas que consisten en acertar qué caballos ocupan el primer y segundo lugar respectivamente. ¿Cuántas apuestas diferentes pueden hacerse?

- a) 60 d) 30
b) 50 e) 20
c) 40

Resolución:

4. Cuatro alumnos llegar a matricularse a una academia que dispone de 7 aulas. ¿De cuántas maneras se les puede distribuir de modo que siempre ocupen aulas diferentes?

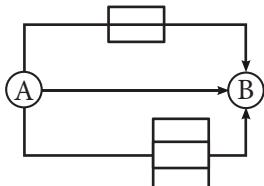
- a) 860 d) 830
b) 850 e) 820
c) 840

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

¿De cuántas maneras diferentes se puede ir de A a B?

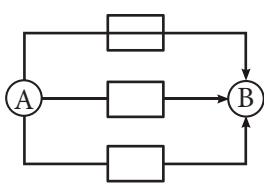
1.



- a) 8 d) 11
 b) 9 e) 12
 c) 10

Resolución:

2.



- a) 3 d) 6
 b) 4 e) 7
 c) 5

Resolución:

Resolución:

4. En la «figura» cada línea representa un camino. ¿De cuántas maneras se podrá ir de A hacia B y volver por un camino diferente?



- a) 50 d) 20
 b) 40 e) 10
 c) 30

Resolución:

Nivel avanzado

5. ¿De cuántas maneras pueden sentarse 7 personas en 7 asientos uno a continuación de otro?

- a) 5038 d) 5041
 b) 5039 e) 5042
 c) 5040

Resolución:

Nivel intermedio

3. Los alumnos: Alberto, Bruno, Carlos, Daniel, Edwin y Federico desean sentarse en una fila de 6 asientos contiguos. ¿De cuántas maneras pueden hacerlo si Alberto siempre debe ocupar el primer asiento?

- a) 110 d) 140
 b) 120 e) 150
 c) 130

TEMA 25



PROBABILIDAD CLÁSICA

Todo suceso está asociado a un número racional que va de 0 a 1, al cual se le llama probabilidad.

Es el cociente de dividir el número de casos a favor de que ocurra el suceso entre el número de casos posibles o número total de casos.

Si el suceso es A, entonces:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos a favor de } A}{\text{Número de casos posibles}}$$

Ejemplo:

Calcular la probabilidad de obtener un sello al lanzar una moneda.

► Espacio muestral $E = \{c; s\} \Rightarrow n(E) = 2$

► Sea el suceso $A = \text{sale sello} \Rightarrow A = \{s\}$
 $n(A) = 1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{1}{2}$$

Recuerda

$n(A)$ = Número de elementos de A

$n(E)$ = Número de elementos de E



Trabajando en clase

Nivel básico

- Se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 4?

Resolución:

$$E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(E) = 6$$

Sea B = sale un número mayor que 4.

$$B = \{5; 6\} \Rightarrow n(B) = 2$$

$$\text{Luego } P(B) = \frac{n(B)}{n(E)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- Se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Resolución:

Resolución:

- Se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 3?

Resolución:

- Se lanza un dado, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número impar?

Nivel intermedio

- En una urna hay 3 bolas rojas y 4 blancas se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea roja?

Resolución:

$$E = \{R; R; R; B; B; B; B\} \Rightarrow n(E) = 7$$

Sea R = sale bola roja $\Rightarrow R = \{R; R; R\}$

$$n(R) = 3$$

$$P(R) = \frac{n(R)}{n(E)} = \frac{3}{7}$$

6. En una urna hay 4 bolas verdes y 5 bolas celestes. Se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea celeste?

Resolución:

7. En una urna hay 6 bolas amarillas y 8 bolas negras. Se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea negra?

Resolución:

Nivel avanzado

8. Se enumeran 10 tarjetas del 1 al 10, como se muestra:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

Y se les coloca volteadas sobre una mesa, ¿cuál es la probabilidad de qué el número mostrado sea par?

Resolución

$$E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\} = n(E) = 10$$

$$A = \{2; 4; 6; 8; 10\} = n(A) = 5$$

$$P(A) = \frac{n(E)}{n(A)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

9. ¿Cuál es la probabilidad de qué el número mostrado sea menor que 7?

Resolución:

10. ¿Cuál es la probabilidad de que el número mostrado sea mayor que 9?

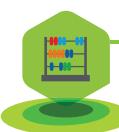
Resolución:

11. La siguiente figura muestra a un disco que puede girar alrededor de su centro, sin que la flecha marque una de las líneas de separación. ¿Cuál es la probabilidad de que la flecha marque un número par?



- a) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{5}$
b) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{5}$

Resolución:



Práctica

1. Se lanza un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor o igual que 5?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{6}$ | d) $\frac{5}{6}$ |
| b) $\frac{3}{6}$ | e) $\frac{6}{6}$ |
| c) $\frac{4}{6}$ | |

Resolución:

2. Si lanzamos un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener el 5 en la cara superior?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{1}{5}$ | d) $\frac{1}{6}$ |
| b) $\frac{1}{3}$ | e) $\frac{2}{3}$ |
| c) $\frac{1}{2}$ | |

Resolución:

3. Si lanzamos un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{1}{6}$ | d) $\frac{1}{2}$ |
| b) $\frac{1}{3}$ | e) $\frac{1}{5}$ |
| c) $\frac{1}{4}$ | |

Resolución:

4. En el lanzamiento de un dado, ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 4?

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{1}{3}$ | d) $\frac{1}{2}$ |
| b) $\frac{2}{3}$ | e) $\frac{1}{4}$ |
| c) $\frac{4}{5}$ | |

Resolución:

5. Se lanzan simultáneamente dos dados. Calcula la probabilidad de obtener dos números que suman 7.

- | | |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{1}{3}$ | d) $\frac{1}{6}$ |
| b) $\frac{1}{4}$ | e) $\frac{1}{9}$ |
| c) $\frac{1}{5}$ | |

Resolución:



Autoevaluación

1. En una urna hay 5 bolas rojas y 3 blancas. Se extrae una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea blanca?

- a) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{2}{8}$
b) $\frac{4}{8}$ e) $\frac{1}{8}$
c) $\frac{3}{8}$

Resolución:

2. En una urna se tienen 10 tarjetas numeradas del 1 al 10. Se extrae una al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea la tarjeta N°7?

- a) $\frac{2}{10}$ d) $\frac{4}{10}$
b) $\frac{1}{10}$ e) $\frac{5}{10}$
c) $\frac{3}{10}$

Resolución:

3. En una urna hay 3 bolas blancas, 5 rojas y 2 negras. Se extrae una bola al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que sea negra o blanca?

- a) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{4}{6}$
b) $\frac{2}{6}$ e) $\frac{3}{6}$
c) $\frac{5}{6}$

Resolución:

4. En una urna hay 8 fichas negras y 5 blancas. Se extrae una ficha al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea de color negro?

- a) $\frac{5}{13}$ c) $\frac{7}{13}$
d) $\frac{8}{13}$ b) $\frac{5}{8}$
e) $\frac{5}{18}$

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Se lanzan un dado y una moneda, calcular la probabilidad de obtener un número par en el dado y sello en la moneda.

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{8}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{2}$

Resolución:

2. Se lanzan un dado y una moneda, calcular la probabilidad de obtener 5 en el dado y cara en la moneda.

a) $\frac{1}{4}$

d) $\frac{1}{12}$

b) $\frac{1}{3}$

e) $\frac{1}{9}$

c) $\frac{1}{4}$

Resolución:

Nivel intermedio

3. Se lanzan simultáneamente un dado blanco y un dado negro. Calcular la probabilidad de obtener 5 en el blanco y 2 en el negro.

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{1}{18}$ d) $\frac{1}{24}$ e) $\frac{1}{36}$

Resolución:

4. En una urna se tienen 6 bolas blancas y 3 rojas y 4 negras. Al extraer una, ¿cuál es la probabilidad de que sea bola blanca?

a) $\frac{6}{13}$ b) $\frac{4}{13}$ c) $\frac{3}{13}$ d) $\frac{2}{13}$ e) $\frac{1}{13}$

Resolución:

Nivel avanzado

5. Se sortea una computadora entre 20 trabajadores, entre los cuales estaba la pareja Antonio y María. ¿Qué probabilidad tiene la pareja de salir sorteada?

a) $\frac{2}{10}$ b) $\frac{1}{10}$ c) $\frac{3}{10}$
d) $\frac{4}{10}$ e) $\frac{5}{10}$

Resolución:

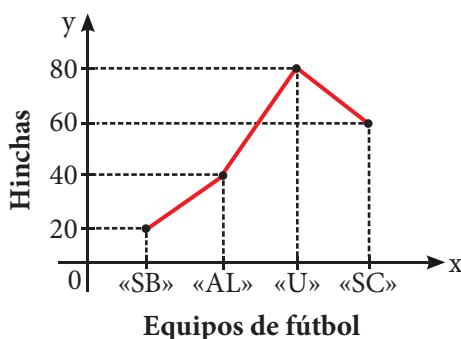


GRÁFICO LINEAL Y DE BARRAS

A. Gráfico lineal

El gráfico lineal o de segmentos es la representación de un acontecimiento o fenómeno que ha ocurrido a través del tiempo.

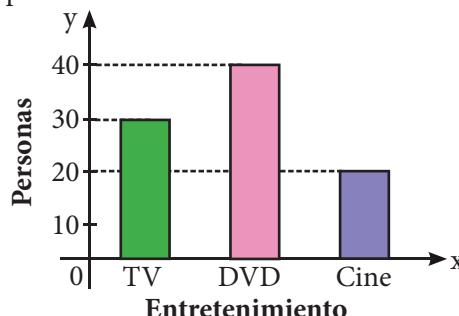
Ejemplo:



B. Gráfico de barras

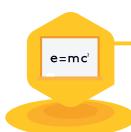
Es un gráfico de barras o rectángulos cuyas bases están en el eje horizontal y cada altura es igual al número de elementos de la categoría que representa. Se trata de rectángulo o barras verticales.

Ejemplo:



Recuerda-

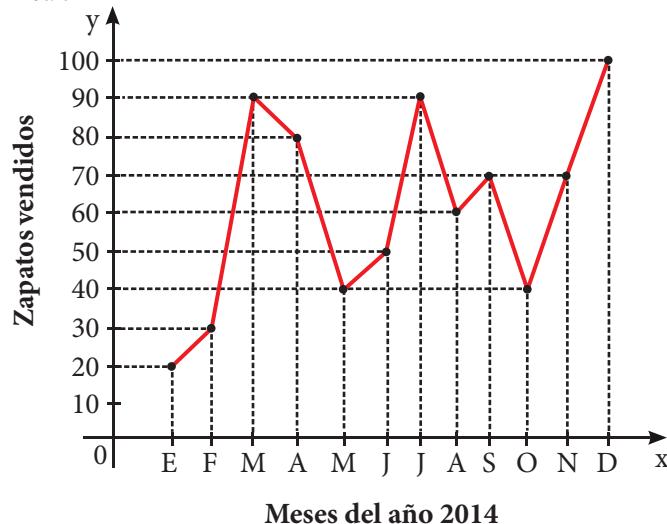
También puede ocurrir que las bases estén en el eje vertical y los rectángulos o barras sean horizontales.



Trabajando en clase

Nivel básico

Dado el siguiente gráfico lineal:



Meses del año 2014



1. ¿En qué mes se vendió más zapatos?

Resolución:

Diciembre: 100 pares de zapatos

2. ¿En qué mes se vendió menos zapatos?

Resolución:

3. ¿En qué meses se vendieron igual cantidad de zapatos?

Resolución:

4. De febrero a marzo aumentó o disminuyó.

Resolución:

Nivel avanzado

8. ¿Cuántos zapatos se vendieron en los meses que empiezan con A?

Resolución:

Abril = 80 pares de zapatos
Agosto = 60 pares de zapatos
 $80 + 60 = 140$ pares de zapatos

9. ¿Cuántos zapatos se vendieron en el primer semestre del año?

Resolución:

10. ¿Cuántos zapatos se vendieron en el segundo trimestre del año?

Resolución:

Nivel intermedio

5. ¿Cuál es la diferencia entre Julio y Mayo?

Resolución:

$90 \rightarrow$ Julio

$40 \rightarrow$ Mayo

$$90 - 40 = \boxed{50}$$

6. ¿Cuál es la diferencia entre Marzo y Agosto?

Resolución:

7. ¿Cuál es la diferencia entre Diciembre y Enero?

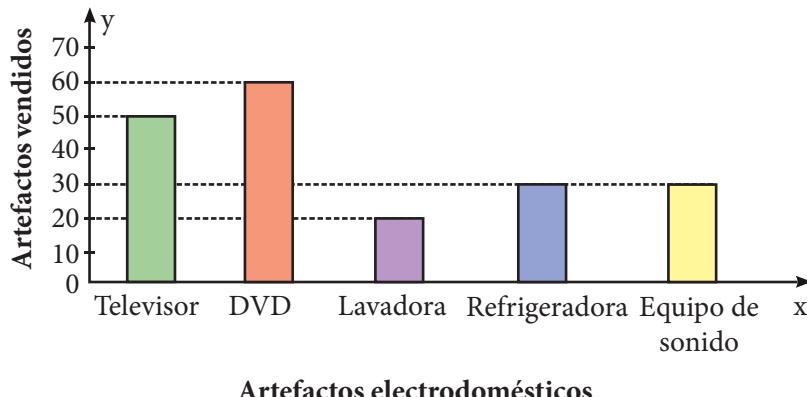
Resolución:



ideas

**Práctica**

Dado el siguiente gráfico de barras.



1. ¿Qué artefacto se vendió más?

- | | |
|-------------|---------------------|
| a) TV | d) Refrigeradora |
| b) DVD | e) Equipo de sonido |
| c) Lavadora | |

2. ¿Qué artefacto se vendió menos?

- | | |
|---------------------|-------------|
| a) Equipo de sonido | d) Lavadora |
| b) DVD | e) TV |
| c) Refrigeradora | |

3. ¿Cuál es la diferencia entre el DVD y la lavadora?

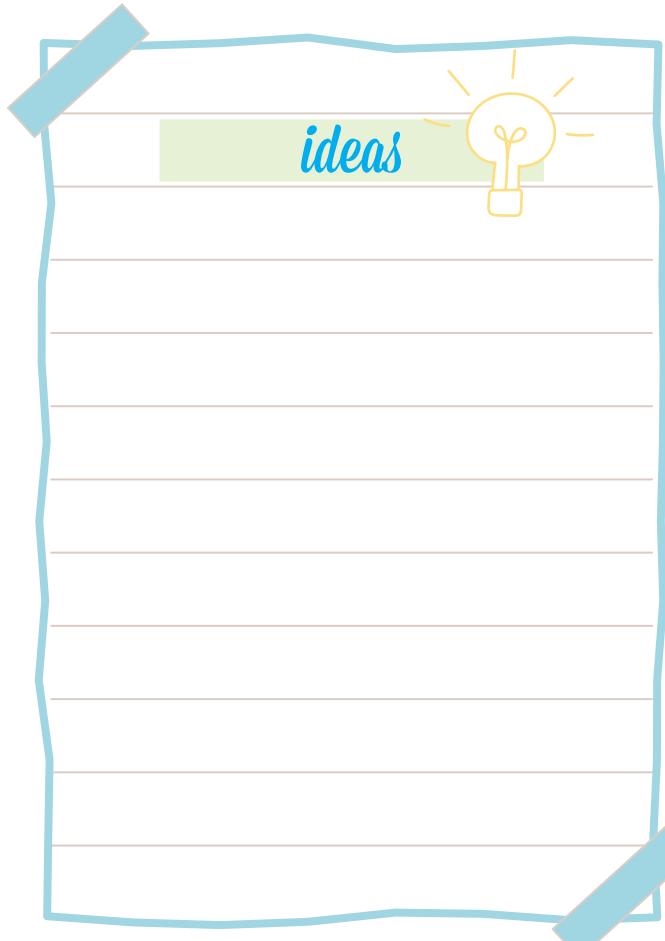
- | | |
|-------|-------|
| a) 30 | d) 10 |
| b) 40 | e) 50 |
| c) 20 | |

4. ¿Cuál es la diferencia entre TV y equipo de sonido?

- | | |
|-------|-------|
| a) 50 | d) 20 |
| b) 40 | e) 10 |
| c) 30 | |

5. ¿Cuál es la diferencia entre DVD y TV?

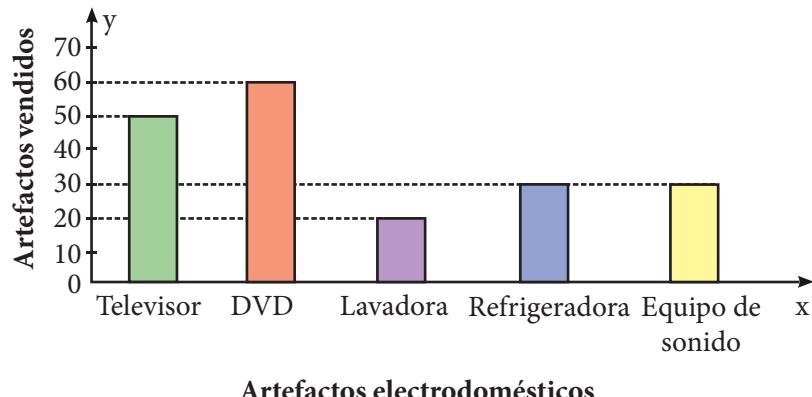
- | | |
|-------|-------|
| a) 30 | d) 5 |
| b) 20 | e) 15 |
| c) 10 | |





Autoevaluación

Dado el siguiente gráfico de barras.



1. ¿Cuántos artefactos se vendieron entre DVD y TV?
 a) 110 d) 80
 b) 100 e) 70
 c) 90

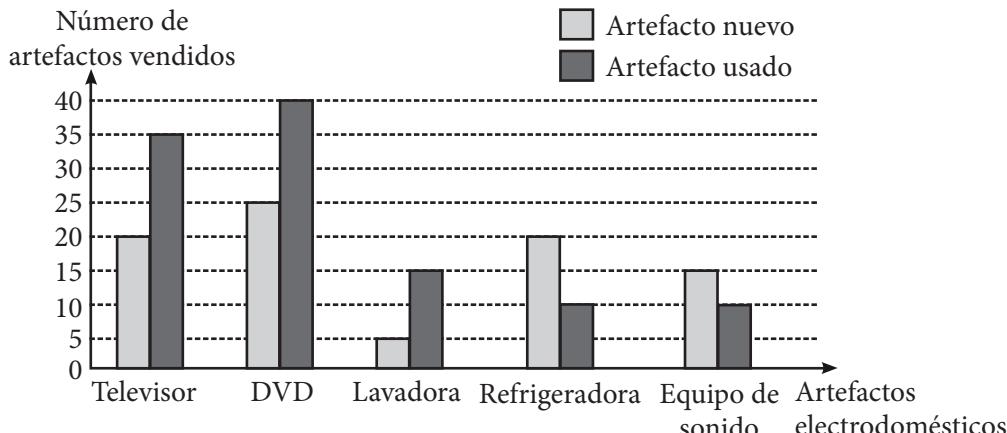
2. ¿Cuántos artefactos se vendieron entre TV y lavadora?
 a) 100 d) 70
 b) 90 e) 60
 c) 80

3. ¿Cuántos artefactos se vendieron entre DVD y refrigeradora?
 a) 50 d) 80
 b) 60 e) 90
 c) 70



**Tarea**

Dado el siguiente gráfico de barras:

**Nivel básico**

1. ¿Cuántos televisores se vendieron en total?
a) 45 d) 40
b) 55 e) 50
c) 65
2. ¿Cuántos DVD se vendieron en total?
a) 35 d) 50
b) 60 e) 70
c) 65
3. ¿Cuántas lavadoras se vendieron en total?
a) 25 d) 20
b) 35 e) 10
c) 30
4. ¿Cuántos refrigeradoras se vendieron en total?
a) 35 d) 30
b) 25 e) 15
c) 20

Nivel intermedio

5. ¿Cuál es la diferencia entre los DVD nuevos y TV nuevo?
a) 25 d) 10
b) 20 e) 15
c) 5
6. ¿Cuál es la diferencia entre el equipo de sonido nuevo y usado?
a) 10 d) 20
b) 5 e) 25
c) 15

7. ¿Cuál es la diferencia entre las lavadoras usada y nuevas?
a) 25 d) 10
b) 20 e) 5
c) 15

Nivel avanzado

8. ¿Cuántos artefactos nuevos se vendieron?
a) 80 d) 95
b) 85 e) 100
c) 90
9. ¿Cuántos artefactos usados se vendieron?
a) 110 d) 90
b) 100 e) 85
c) 95
10. ¿Cuántas DVD más se vendieron que lavadoras?
a) 35 d) 50
b) 40 e) 35
c) 45



TEMA 27

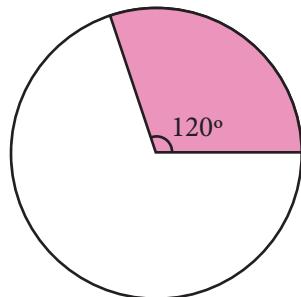


GRÁFICO CIRCULAR

El gráfico circular sirve para representar la división de un total de datos en sus partes componentes; para ello se divide un círculo en sectores circulares, el círculo representa el total de datos y cada sector circular representa a una parte.

Ejemplo:

A un tercio de los datos le corresponde un tercio de 360° , es decir $\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$.



Recuerda

Al total de datos le corresponde todo el círculo, es decir, el 100%.



Trabajando en clase

Nivel básico

La tabla siguiente presenta la distribución de los huéspedes del hotel «El Inca», según nacionalidad.

Nacionalidad	Nº turistas
Italiano	12
Argentino	8
Francés	4
Colombiano	2
Español	6
Total	32

- Fracción de italianos.

Resolución:

12 italianos

Total = 32

$$\text{Fracción} = \frac{12}{32} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

- Fracción de argentinos.

Resolución:

- Fracción de colombianos.

Resolución:



Nivel intermedio

4. Medida del ángulo de los italianos. (De la tabla anterior).

Resolución:

$$\frac{12}{32} \times 360^\circ = 135^\circ$$

5. Medida del ángulo de los argentinos.

Resolución:

6. Medida del ángulo de los franceses.

Resolución:

9. Cálculo del porcentaje de los franceses.

Resolución:

ideas

Nivel avanzado

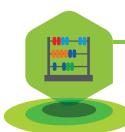
7. Cálculo del porcentaje de los italianos. (De la tabla anterior).

Resolución

$$\frac{12}{32} \times 100^\circ = 37,5\%$$

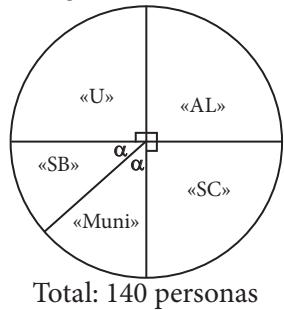
8. Cálculo del porcentaje de los argentinos.

Resolución:



Práctica

Del siguiente gráfico:



Total: 140 personas

1. ¿Qué fracción representan los de la «U»?

- | | |
|----------|----------|
| a) $1/3$ | d) $1/5$ |
| b) $1/4$ | e) $1/6$ |
| c) $1/2$ | |

Resolución:

2. ¿Qué fracción representan los de «AL»?

- | | |
|----------|----------|
| a) $1/6$ | d) $1/4$ |
| b) $1/2$ | e) $1/5$ |
| c) $1/3$ | |

Resolución:

3. ¿Qué fracción representan los de «SC»?

- | | |
|----------|----------|
| a) $1/4$ | d) $1/5$ |
| b) $1/3$ | e) $1/6$ |
| c) $1/2$ | |

Resolución:

4. ¿Qué fracción representa los de «SB»?

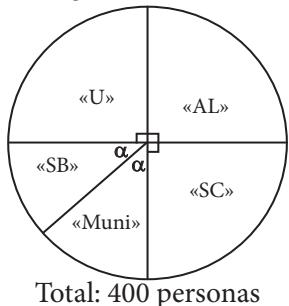
- | | |
|----------|----------|
| a) $1/7$ | d) $1/6$ |
| b) $1/8$ | e) $1/5$ |
| c) $1/9$ | |

Resolución:



Autoevaluación

Del siguiente gráfico:



1. ¿Qué fracción representan los de «Muni»?

- | | |
|----------|----------|
| a) $1/6$ | d) $1/5$ |
| b) $1/7$ | e) $1/4$ |
| c) $1/8$ | |

Resolución:

2. Medida del ángulo «U».

- | | |
|---------------|---------------|
| a) 90° | d) 60° |
| b) 80° | e) 50° |
| c) 70° | |

Resolución:

3. Medida del ángulo «AL».

- | | |
|---------------|---------------|
| a) 70° | d) 60° |
| b) 80° | e) 50° |
| c) 90° | |

Resolución:

4. Medida del ángulo «SC».

- | | |
|---------------|----------------|
| a) 60° | d) 90° |
| b) 70° | e) 100° |
| c) 80° | |

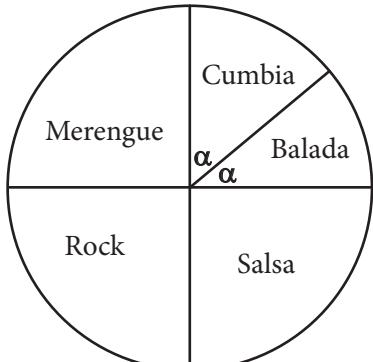
Resolución:



Tarea

Nivel básico

El siguiente gráfico.



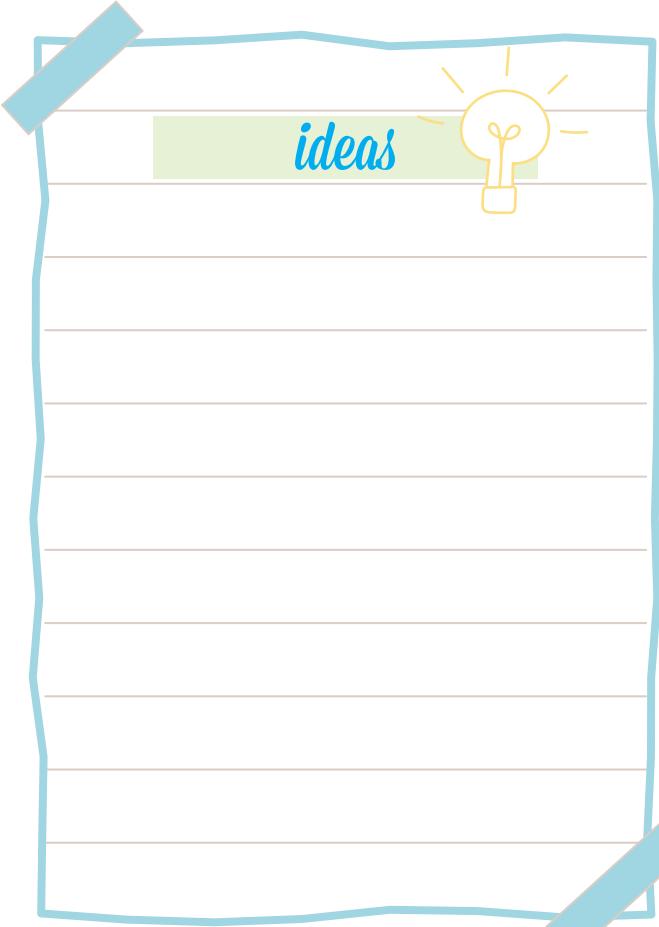
Total: 800 personas

1. ¿Cuántas personas prefieren Salsa?
a) 100 d) 400
b) 200 e) 500
c) 300
2. ¿Cuántas personas prefieren Rock?
a) 500 d) 200
b) 400 e) 100
c) 300
3. ¿Cuántas personas prefieren Balada?
a) 25 c) 100 e) 300
b) 50 d) 200
4. ¿Cuántas personas prefieren Cumbia?
a) 100 c) 300 e) 50
b) 200 d) 400

Nivel avanzado

Del gráfico anterior:

8. Cálculo del porcentaje Salsa.
a) 90% d) 25%
b) 60% e) 30%
c) 40%
9. Cálculo del porcentaje Rock.
a) 20% d) 40%
b) 25% e) 50%
c) 30%
10. Cálculo del porcentaje Cumbia.
a) 10,5% d) 13,5%
b) 11,5% e) 14,5%
c) 12,5%



Nivel intermedio

Del gráfico anterior:

5. Medida del ángulo de la Salsa.
a) 80° c) 100° e) 120°
b) 90° d) 110°
6. Medida del ángulo de Cumbia.
a) 35° d) 50°
b) 40° e) 55°
c) 45°
7. Medida del ángulo de Merengue.
a) 90° d) 45°
b) 80° e) 60°
c) 70°



TABLAS: MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Son valores representativos de la totalidad de los datos. Su cálculo permite analizar los datos en torno a un valor central.

Los valores centrales más usados son:

A. Media aritmética

Es la suma de un conjunto de valores dividida por el número total de ellos.

B. Mediana

Es el valor de la variable que deja igual número de datos antes y después de él en una distribución de frecuencia.

C. Moda

Es el valor de la variable que tiene mayor frecuencia absoluta.



Recuerda -

La media aritmética es el mismo concepto que conocemos como «promedio».



Trabajando en clase

Nivel básico

- Dada la tabla de distribución de frecuencias, calcular la media aritmética.

Notas	Frecuencia absoluta
10	1
11	2
12	4
14	3
15	1

Resolución:

$$x = \frac{1 \times 10 + 2 \times 11 + 4 \times 12 + 3 \times 14 + 1 \times 15}{11}$$

$$x = \frac{10 + 22 + 48 + 42 + 15}{11} = \frac{137}{11} = 12,45$$

- Los ahorros en soles de una persona durante 10 días son:

20; 25; 20; 20; 20; 25; 40; 50; 40; 50; 30; 40

Calcula la media aritmética.

Resolución:

- Calcula la media aritmética con los siguientes datos:

14; 16; 12; 12; 10; 18; 20; 14

Resolución:



4. Calcula la media aritmética con los siguientes datos:

12; 16; 12; 14; 20; 16; 10

Resolución:

Nivel avanzado

8. Halla la moda de los siguientes datos:

7; 8; 9; 10; 11; 10; 7; 7

Resolución

La moda es el valor que aparece la mayor cantidad de veces.

9. Halla la moda:

Variable	154	158	160	162	165	166	168
Frecuencia	6	5	8	6	2	1	2

Resolución:

Nivel intermedio

5. En un colegio el número de profesores por asignatura es una variable que toma todos los valores entre 12 y 20. Encontrar la mediana.

Nº profesores: 12; 13; 14; 15; **16**; 17; 18; 19; 20

Resolución:

Como 9 es impar (Nº de datos) hay 4 valores antes del 16 y 4 valores después, por lo tanto la mediana es 16.

6. Halla la mediana de los siguientes datos:

6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14

Resolución:

7. Halla la mediana de los siguientes datos:

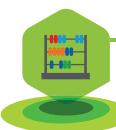
4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11

Resolución:

10. Halla la moda:

Variable	Radio	TV	Cine	Teatro
Frecuencia	45	50	35	20

Resolución:



Práctica

Halla la media aritmética de:

1. 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18
a) 9 c) 11 e) 13
b) 10 d) 12

Resolución:

2. 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17
a) 6 d) 9
b) 7 e) 10
c) 8

Resolución:

3. 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40
a) 25 d) 28
b) 26 e) 22,3
c) 27

Resolución:

4. 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80
a) 45 d) 60
b) 50 e) 65
c) 55

Resolución:

5. 100; 150; 200; 250; 300; 350
a) 220 d) 235
b) 225 e) 240
c) 230

Resolución:



Autoevaluación

Halla la mediana de:

1. 19; 20; 21; 22; 23; 24

- a) 20 , 21 d) 19 , 20
b) 21 , 22 e) 21 , 24
c) 23 , 24

Resolución:

2. 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23

- a) 14 d) 18
b) 15 e) 17
c) 16

Resolución:

3. 12; 14; 16; 18; 20; 22

- a) 12 , 14 d) 20 , 22
b) 18 , 20 e) 14 , 16
c) 16 , 18

Resolución:

4. 8; 10; 12; 14; 16; 17; 18

- a) 12 d) 15
b) 13 e) 16
c) 14

Resolución:

5. 5; 6; 7; 8; 9; 10

- a) 4,5 d) 7,8
b) 5,5 e) 8,5
c) 6,5

Resolución:



Tarea

Nivel básico

Halla la media aritmética de:

1. 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19
- a) 8 d) 11
b) 9 e) 12
c) 10

Resolución:

2. 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18
- a) 9 d) 12
b) 10 e) 13
c) 11

Resolución:

3. 6; 11; 16; 21; 26; 31; 36; 41
- a) 21,5 d) 24,5
b) 22,5 e) 25,5
c) 23,5

Resolución:

Nivel intermedio

Halla la mediana de:

4. 20; 21; 22; 23; 24; 25
- a) 21,22 d) 24,25
b) 22,23 e) 25,24
c) 23,25

Resolución:

5. 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24
- a) 20 d) 17
b) 19 e) 16
c) 18

Resolución:

Nivel avanzado

Halla la moda:

6. 2; 4; 6; 3; 3; 5; 6; 7; 7; 7; 7
- a) 4 d) 7
b) 3 e) 6
c) 8

Resolución: