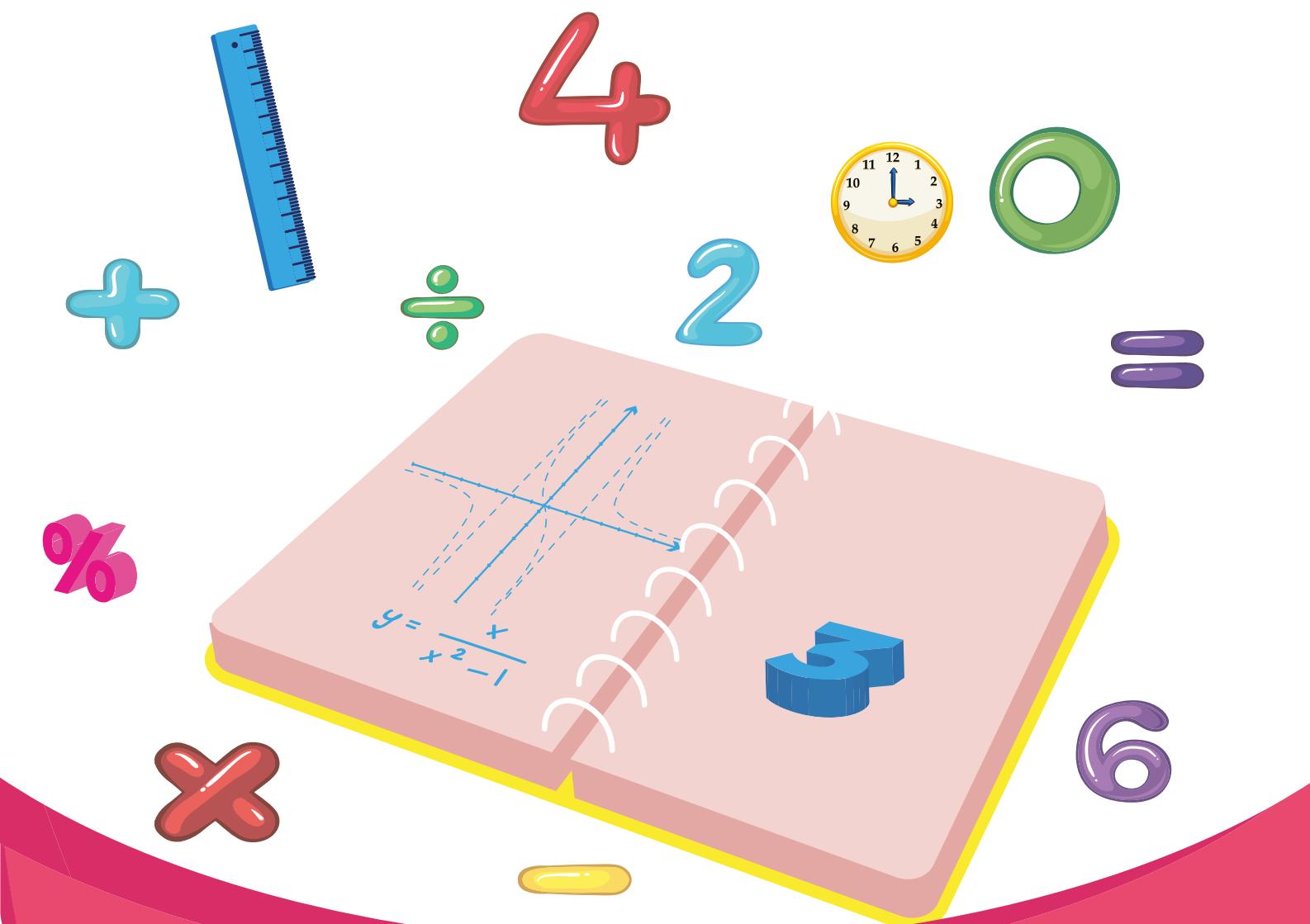




INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA  
**ADUNI SCHOOL**



COMPENDIO ACADÉMICO DE:  
**ÁLGEBRA**

**6**  
PRIMARIA



# ÍNDICE

## ÁLGEBRA MATEMÁTICA

- |  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| <p><b>01</b> { Operaciones con números enteros <math>\mathbb{Z}</math>}<br/><br/><b>02</b> { Potenciación I: Exponente natural y base entera}<br/><br/><b>03</b> { Potenciación II: Exponente y bases especiales}<br/><br/><b>04</b> { Potenciación III: Leyes de exponentes I}<br/><br/><b>05</b> { Potenciación IV: Leyes de exponentes II}<br/><br/><b>06</b> { Potenciación V}<br/><br/><b>07</b> { Radicación I}<br/><br/><b>08</b> { Leyes de exponentes para la radicación I}<br/><br/><b>09</b> { Radicación II: Raíz de una división}</p> | <p>(Página 5 - 9)<br/><br/>(Página 10 - 14)<br/><br/>(Página 15 - 19)<br/><br/>(Página 20 - 24)<br/><br/>(Página 25 - 29)<br/><br/>(Página 30 - 34)<br/><br/>(Página 35 - 39)<br/><br/>(Página 40 - 44)<br/><br/>(Página 45 - 49)</p> | <p><b>10</b> { Radicación III: Raíz de raíz}<br/><br/><b>11</b> { Expresiones algebraicas}<br/><br/><b>12</b> { Reducción de términos semejantes I}<br/><br/><b>13</b> { Reducción de términos semejantes II}<br/><br/><b>14</b> { Polinomios I}<br/><br/><b>15</b> { Polinomios II: Grados de un polinomio}<br/><br/><b>16</b> { Multiplicación de polinomios}<br/><br/><b>17</b> { División algebraica}<br/><br/><b>18</b> { Productos notables: Binomio al cuadrado}</p> | <p>(Página 50 - 54)<br/><br/>(Página 55 - 59)<br/><br/>(Página 60 - 64)<br/><br/>(Página 65 - 69)<br/><br/>(Página 70 - 74)<br/><br/>(Página 75 - 79)<br/><br/>(Página 80 - 84)<br/><br/>(Página 85 - 89)<br/><br/>(Página 90 - 94)</p> |
|--|---|---|---|

- 19** { Productos notables II } (Página 95 - 99)
- 20** { Factorización: Factor común } (Página 100 - 104)
- 21** { Factorización: Aspa simple } (Página 105 - 109)
- 22** { Ecuaciones de primer grado I } (Página 110 - 114)
- 23** { Ecuaciones de primer grado II } (Página 115 - 119)

- 24** { Ecuaciones de primer grado con coeficientes } (Página 120 - 124)
- 25** { Sistema de ecuaciones: Método de reducción } (Página 125 - 129)
- 26** { Planteo de ecuaciones } (Página 130 - 134)
- 27** { Intervalos: Abierto y cerrado } (Página 135 - 139)
- 28** { Inecuaciones de primer grado } (Página 140 - 144)



# OPERACIÓN CON NÚMEROS ENTEROS ( $\mathbb{Z}$ )

## Adición en $\mathbb{Z}$

- Signos iguales:  
sumo:  $15 + 23 = 38$

$$\begin{array}{r} \boxed{-} \\ \boxed{-} \\ \hline -15 - 23 = -38 \end{array}$$

Antepongo el signo común al resultado

## Sustracción en $\mathbb{Z}$

- Signos diferentes:  
resto:  $43 - 21$  (sin tomar en cuenta el signo)

$$\begin{array}{r} \boxed{-} \\ \boxed{+} \\ \hline -43 + 21 = -22 \end{array}$$

Antepongo el signo del número mayor (sin tomar en cuenta el signo): 43

## Multiplicación en $\mathbb{Z}$

### Ley de signos:

$$\begin{array}{l} \boxed{+} \cdot \boxed{+} = \boxed{+} \\ \boxed{-} \cdot \boxed{-} = \boxed{+} \\ \boxed{+} \cdot \boxed{-} = \boxed{-} \\ \boxed{-} \cdot \boxed{+} = \boxed{-} \end{array}$$

### Ejemplos:

$$\begin{aligned} (-3)(-12) &= +36 \text{ o } 36 \\ (8)(-9) &= -72 \end{aligned}$$

## División en $\mathbb{Z}$

### Ley de signos:

$$\begin{array}{l} \boxed{+} \div \boxed{+} = \boxed{+} \\ \boxed{-} \div \boxed{-} = \boxed{+} \\ \boxed{+} \div \boxed{-} = \boxed{-} \\ \boxed{-} \div \boxed{+} = \boxed{-} \end{array}$$

### Ejemplos:

$$\frac{-15}{-5} = +3 \text{ o } 3$$

## Operaciones combinadas

- Sin signos de colección:

$$\underline{-20} + \underline{13} - \underline{6} + \underline{10} - \underline{9}$$

Agrupo  $\rightarrow + 13 + 10 - 20 - 6 - 9$

Sumo  $\rightarrow + \underline{23} - \underline{35}$

Resto  $\rightarrow - 12$

- Con signos de colección:

Cuando existen algunos signos de colección dentro de otros, se debe operar de adentro hacia afuera.

### Ejemplo:

$$P = 15 - \{-18 - (-12 + 15)\}$$

$$P = 15 - \{-18 - (+ \quad 3 \quad )\}$$

Multiplico  $\boxed{-} \cdot \boxed{+} = \boxed{-}$

$$P = 15 - \{-18 - 3\}$$

$$P = 15 - \{-21\}$$

Multiplico  $\boxed{-} \cdot \boxed{-} = \boxed{+}$

$$P = 15 + 21$$

$$P = 36$$



e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Determina el valor de  $A + 3$ , si:

$$A = 40 - 16 + 12 + 60 - 15$$

Resolución:

$$A = \underline{40} - \underline{16} + \underline{12} + \underline{60} - \underline{15}$$

$$A = \underbrace{40 + 12 + 60}_{112} - \underbrace{16 - 15}_{31}$$

$$A = 81$$

$$\therefore A + 3 \Rightarrow 81 + 3 = 84$$

2. Calcula el valor de  $B - 10$ , si:

$$B = -24 + 80 - 60 + 12 - 32$$

Resolución:

3. Si:  $M = -12 - 8 - 4$ ;  $C = -17 + 20$

Calcula:  $M - C$ .

Resolución:

### Nivel intermedio

4. Calcula:

$$P = (-5)(12) - (-35)(-4) + (-100) \div (-25)$$

Resolución:

$$P = \underline{(-5)(12)} - \underline{(-35)(-4)} + \underline{(-100) \div (-25)}$$

$$P = -60 - (+140) + (+4)$$

Multiplico

$$P = -200 + 4$$

$$P = -196$$

Respuesta:

$$-196$$

5. Calcula:

$$B = (-8 - 2)(-5 + 2) - (-5)(-3) + 20$$

Resolución:

### Nivel avanzado

6. Resuelve:

$$S = 45 - [-(-46 + 41) + (-2 - 16)]$$

Resolución:

$$S = 45 - [-\underline{-46 + 41} + \underline{-2 - 16}]$$

$$S = 45 - [(-5) + (-18)]$$

Multiplico signos

$$S = 45 - \underline{[+5 - 18]}$$

$$S = 45 - [-13]$$

Multiplico  $\boxed{-} \cdot \boxed{-} = \boxed{+}$

$$S = 45 + 13$$

$$S = 58$$

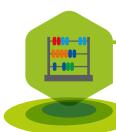
Respuesta:

$$58$$

7. Calcula:

$$A = -\{57 - [45 + 3 - 91] 36 - 58\}$$

Resolución:



## Práctica

1. Si:  $P = -12 + 8$  y  $Q = -9 + 3 - 5$   
Calcula  $P + Q$

- a) 8
- b) -13
- c) -15
- d) 15
- e) 18

Resolución:

2. Calcula el valor de  $R - 9$ , si:  
 $R = -20 + 12 - 72 + 24 + 19$

- a) -46
- b) -33
- c) 34
- d) 46
- e) 8

Resolución:

3. Calcula:  
 $N = (-6 + 2)(-7 + 4) + (14)(-2) - 16$

- a) 10
- b) 17
- c) -17
- d) 16
- e) -16

Resolución:

4. Calcula:  
 $Q = (-5 - 8 - 1)(-10 + 7 - 3) + 24$

- a) 10
- b) 105
- c) 108
- d) -108
- e) 111

Resolución:

5. Calcula:  
 $F = -\{60 - [25 + 3 - 28] - 26 - 48\}$

- a) 5
- b) -5
- c) -14
- d) 14
- e) 13

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula:

$$R = (-3)(10) - (20)(-3) + (-60)(2)$$

- a) -90
- b) 130
- c) -120
- d) 120
- e) -150

Resolución:

2. Calcula:

$$A = (20 - 27)(-9 + 3) - (-5)(-8) + 20$$

- a) 5
- b) 24
- c) -22
- d) 22
- e) 21

Resolución:

3. Resuelve:

$$Z = (-50) \div (5) - (-6)(5) + (-8)(9)$$

- a) 12
- b) 63
- c) 52
- d) -52
- e) -64

Resolución:

4. Calcula:

$$T = (-2)(14) - (-12)(10) - (48) \div (-6)$$

- a) -100
- b) 100
- c) 104
- d) 105
- e) -10

Resolución:

5. Calcula:

$$G = -42 - \{-11 + [21 + (-7-8-6)]\}$$

- a) -4
- b) 25
- c) 33
- d) -28
- e) -31

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Calcula el valor de  $P + 10$ , si:

$$P = (-5 - 9)(-10 + 12) + 3$$

- |        |        |
|--------|--------|
| a) -15 | d) -13 |
| b) 14  | e) -25 |
| c) 15  |        |

Resolución:

4. Calcula:  $F = 35 - [(-16 + 18) + (-20 - 3)]$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 50 | d) 60 |
| b) 58 | e) 61 |
| c) 59 |       |

Resolución:

2. Calcula:  $S = (-7)(-7) - (-9)(11) - (30) \div (-5)$

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 120 | d) 130 |
| b) 153 | e) 154 |
| c) 155 |        |

Resolución:

5. Resuelve:  $E = 46 - [(-29 - 40) + (-33 - 17)]$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 84 | d) 87 |
| b) 85 | e) 88 |
| c) 86 |       |

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Resuelve:

$$Q = (-42) \div (-6) - (-12)(+3) + (-4)(-5)$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 61 | d) 64 |
| b) 62 | e) 65 |
| c) 63 |       |

Resolución:

6. Calcula:

$$R = -[27 - [35 + 5 - 90] - 47 - 13]$$

- |        |       |
|--------|-------|
| a) 13  | d) 17 |
| b) 14  | e) 12 |
| c) -17 |       |

Resolución:



## POTENCIACIÓN I: EXPONENTE NATURAL Y BASE ENTERA

La potenciación es la operación que consiste en multiplicar un número, llamado base, tantas veces como lo indica otro número, llamado exponente.

$$a^n = P \quad \begin{matrix} \text{exponente} \\ \text{base} \end{matrix}$$

Ejemplo:

$$2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3 \text{ veces}} = 8$$



### A. Si la base es positiva

Ejemplos:

- ❖  $2^4 = 16$
- ❖  $5^2 = 25$
- ❖  $1^9 = 1$
- ❖  $5^3 = 125$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{c|c} + & \text{Par/ímpar} \\ \hline + & + \end{array}}$$

### B. Si la base es negativa

1. Exponente par

Ejemplos:

- $(-2)^4 = 16$
- $(-3)^4 = 81$

$$\therefore \boxed{\begin{array}{c|c} - & \text{Par} \\ \hline + & + \end{array}}$$

2. Exponente impar

Ejemplos:

- $(-3)^3 = -27$
- $(-2)^5 = -32$

$$\therefore \boxed{\begin{array}{c|c} - & \text{Impar} \\ \hline - & - \end{array}}$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Calcula:  $A = 4^3 + 3^2 - 1^8$

**Resolución:**

$$A = 4^3 + 3^2 - 1^8$$

$$A = 64 + 9 - 1$$

$$A = 73 - 1$$

$$A = 72$$

2. Calcula:  $P = 3^3 - 6^2 + 5^2 - 1^{10}$

**Resolución:**

3. Calcula el valor de  $R + 1$ , si:  $R = 9^2 - 2^3 + 7^2 - 4$

Resolución:

Nivel intermedio

4. Calcula:  $B = 6^2 - (-4)^3 + (-5)^2$

Resolución:

$$\begin{array}{ccc} \text{Impar} & & \text{Par} \\ \swarrow & & \searrow \\ B = 6^2 - (-4)^3 + (-5)^2 \\ B = 6^2 - (-64) + (+25) \\ B = 36 + 64 + 25 \\ B = 125 \end{array}$$

Respuesta:

125

5. Calcula:

$$M = 7^2 - (-2)^3 + (-3)^2$$

Resolución:

6. Resuelve:

$$A = (-1)^4 - (-3)^4 - (-4)^2$$

Resolución:

Nivel avanzado

7. Calcula:

$$P = -(-5)^2 - (-1)^3 + (-6)^2$$

Resolución:

$$\begin{aligned} P &= -(-5)^2 - (-1)^3 + (-6)^2 \\ P &= -(+25) - (-1) + (+36) \\ P &= -25 + \overbrace{1+36} \\ P &= -25 + 37 \\ P &= 12 \end{aligned}$$

Respuesta:

12

8. Calcula:

$$Q = -(-4)^3 - (-2)^4 - (-1)^{10}$$

Resolución:

9. Calcula el valor de  $A^2$ , si:

$$A = 82 - (-7)^2 - (-3)^2$$

Resolución:



## Práctica

1. Calcula:

$$M = 4^3 - 3^2 - 2^4 - 1^{20}$$

- a) 64
- b) -5
- c) 38
- d) 30
- e) -38

Resolución:

2. Calcula:

$$F = 5^2 - 7^2 + 4^2 - 1^9$$

- a) -9
- b) 9
- c) 20
- d) 18
- e) 15

Resolución:

3. Resuelve:  $M = -4^3 - 5^2 - (2)^4$

- a) 73
- b) 105
- c) -105
- d) -73
- e) 100

Resolución:

4. Calcula:

$$A = (-1)^{11} + (-3)^2 - (-7)^2$$

- a) 41
- b) -41
- c) 16
- d) -16
- e) 20

Resolución:

5. Calcula el valor de  $B^2$ , si:

$$B = 5^2 - (-4)^2 - (-1)^{10}$$

- a) -64
- b) 64
- c) 36
- d) 100
- e) 49

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula el valor de  $S - 2$ , si:

$$S = (-1)^8 + (-3)^4$$

- a) -75
- b) -80
- c) 75
- d) 82
- e) 80

Resolución:

2. Calcula:

$$R = -(3)^2 - (-1)^{13} + (-3)^2$$

- a) 0
- b) 2
- c) 1
- d) 3
- e) 4

Resolución:

3. Calcula:  $C = -(-4)^3 - (-3)^3 - (-2)^3$

- a) 99
- b) 69
- c) 27
- d) 17
- e) 20

Resolución:

4. Calcula:  $E = -(-3)^2 - (-2)^3 + (-4)^3$

- a) 65
- b) 66
- c) 64
- d) -65
- e) 70

Resolución:

5. Calcula el valor de  $C^3$ , si:

$$C = -6^2 + 2^5 + 2$$

- a) 2
- b) -7
- c) 7
- d) 8
- e) -8

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula:

$$M = 4^2 - 3^3 - 1^9$$

- a) 10                          d) -11  
b) -12                        e) 4  
c) -10

Resolución:

4. Resuelve:

$$A = (-1)^9 - (-2)^4 - (-5)^2$$

a) 40                          d) 42  
b) 43                           e) -42  
c) -43

Resolución:

2. Calcula el valor de B + 4, si:

$$B = 8^2 - 2^3 + 6^2 - 1^8$$

- a) 96                            d) 93  
b) 80                            e) 94  
c) 95

Resolución:

5. Calcula:  $T = -(-3)^2 - (-2)^3 - (-1)^{12}$

a) -2                            d) -5  
b) 2                              e) 0  
c) 3

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula:

$$R = 6^2 - (-3)^3 + (-4)^2$$

- a) 76                            d) 80  
b) 79                            e) 91  
c) 77

Resolución:

6. Calcula el valor de  $Q^2$ , si:

$$Q = 7^2 + (-3)^3 - (-4)^2$$

- a) 9                              d) -15  
b) -36                            e) 36  
c) 18

Resolución:



## POTENCIACIÓN II: EXPONENTES Y BASES ESPECIALES

### A. Exponente cero

Todo número diferente de cero elevado al exponente cero es igual a uno.

$$\boxed{a^0 = 1; a \neq 0}$$

Ejemplos:

$$8^0 = 1$$

$$11^0 = 1$$

$$42^0 = 1$$

$$9860^0 = 1$$

$$(-5)^0 = 1$$

$0^0$  no existe!

$$\boxed{a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n}$$

$$6^{-1} = \left(\frac{1}{6}\right)^1 = \frac{1}{6}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{1}\right)^2 = 4^2 = 16$$

### B. Exponente uno

Todo número elevado al exponente uno es igual al mismo número.

$$\boxed{a^1 = a}$$

Ejemplos:

$$52^1 = 52$$

$$182^1 = 182$$

$$7^1 = 7$$

$$3290^1 = 3290$$

### C. Exponente negativo

Al elevar un número diferente de cero al exponente negativo, se invierte la base y el exponente se vuelve positivo.

Ejemplos:

### D. Base cero

El número cero (0) elevado a cualquier exponente natural diferente de cero es igual a cero.

$$\boxed{0^n = 0; n \neq 0}$$

Ejemplos:

$$0^6 = 0$$

$$0^3 = 0$$

$$0^{213} = 0$$

### E. Base uno

El número uno (1) elevado a cualquier exponente natural es igual a uno.

$$\boxed{1^n = 1}$$

Ejemplos:

$$1^{47} = 1$$

$$1^{30} = 1$$

$$1^0 = 1$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

##### 1. Calcula:

$$A = 8^0 + (-15)^0 - 7^1 + (-9)^1$$

Resolución:

$$A = 8^0 + \underline{(-15)^0} - 7^1 + (-9)^1$$

$$A = \underbrace{1}_{+ 1} - 7 + (-9)$$

$$A = 2 - 7 - 9$$

$$A = 2 - 16$$

$$A = -14$$

##### 2. Calcula:

$$E = 90 + (-20)^0 - (-12)^1 + (-29)^1$$

Resolución:



Nivel intermedio

3. Calcula:

$$B = (5 - 91)^0 + (3 - 14)^1 - (2 - 9)^1 + (27 \times 4 - 1)^0$$

Resolución:

$$B = \underline{(5 - 91)^0} + (3 - 14)^1 - (2 - 9)^1 + \underline{(27 \times 4 - 1)^0}$$

$$\begin{aligned} B &= 1 + (-11)^1 - (-7)^1 + 1 \\ B &= 1 + \cancel{(-11)} - \cancel{(-7)} + 1 \\ &\quad \text{↑} \quad \text{↑} \\ &\quad \oplus \cdot \ominus = \ominus \quad \ominus \cdot \ominus = \oplus \end{aligned}$$

$$B = 1 - 11 + 7 + 1$$

$$B = \underline{1 + 7 + 1} - 11$$

$$B = 9 - 11$$

$$B = -2$$

Respuesta:

$$-2$$

4. Calcula:

$$R = (36 - 100)^0 + (2 - 15)^1 - (8 - 12)^1 + (31 \times 3 - 1)^0$$

Resolución:

5. Resuelve:

$$A = (1 - 4)^1 + (-17)^0 + (2 + 7)^1 + (-3 \times 4 + 1)^0$$

Resolución:

Nivel avanzado

6. Calcula:

$$M = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$$

Resolución:

$$M = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{7}\right)^{-2}$$

$$M = \left(\frac{3}{1}\right)^1 + \left(\frac{2}{1}\right)^3 + \left(\frac{7}{1}\right)^2$$

$$M = 3^1 + 2^3 + 7^2$$

$$M = 3 + 8 + 49$$

$$M = 60$$

Respuesta:

$$60$$

7. Calcula:

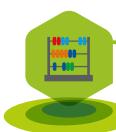
$$P = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{9}\right)^{-1}$$

Resolución:

8. Calcula:

$$S = \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} + 2^{-1} - \left(\frac{24}{5}\right)^0$$

Resolución:



## Práctica

1. Calcula:

$$R = 16 + (-25)^0 + (-9)^1 + (-8)^1$$

- a) 1
- b) 0
- c) -1
- d) 2
- e) -2

Resolución:

2. Resuelve:

$$P = (-42)^0 - 9^1 + 8^0 + (13 - 8)^1$$

- a) 1
- b) 2
- c) -2
- d) 3
- e) -3

Resolución:

3. Calcula:

$$C = (-5)^1 - (-3)^1 + (2+5)^0 + (-2 \times 7 + 1)^0$$

- a) -1
- b) 0
- c) 1
- d) 1/2
- e) -1/2

Resolución:

4. Calcula:  $F = \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{9}\right)^{-2}$ 

- a) 67
- b) 65
- c) -65
- d) -66
- e) 66

Resolución:

5. Calcula:  $H = \left[ \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}} \right]^{-1} - 18$ 

- a) -13
- b) 25
- c) -25
- d) -11
- e) 11

Resolución:



## Autoevaluación

1. Resuelve:

$$R = 13^0 + (-15)^0 - (-15)^1 + (-22)^1$$

- a) -1
- b) -2
- c) -3
- d) -4
- e) -5

Resolución:

2. Calcula:

$$N = (25 - 72)^0 + (3 - 18)^1 - (5 - 12)^1$$

- a) 7
- b) -7
- c) 6
- d) -6
- e) 9

Resolución:

3. Resuelve:  $N = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$

- a) 20
- b) -20
- c) 15
- d) -15
- e) -9

Resolución:

4. Calcula:  $C = \left[ \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}} \right]^{-1}$

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 5
- e) 6

Resolución:

5. Calcula:  $A = \left(\frac{2}{7}\right)^{-1} + 2^{-1} - \left(\frac{5}{28}\right)^0 + 2^2$

- a) 5
- b) 6
- c) 7
- d) 8
- e) 9

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Resuelve:

$$M = 80 + (-17)^0 - (-10)^1 + (-19)^1$$

- a) 73      c) 74      e) 78  
 b) 72      d) 75

Resolución:

4. Resuelve:

$$A = \frac{(2-6)^1 + (-16)^0 + (3+4)^1}{4^1 - 8^0 - (8-18)^0}$$

- a)  $\frac{1}{2}$       c) 4      e) 2  
 b)  $\frac{5}{2}$       d) 5

Resolución:

2. Calcula:

$$P = (7-81)^0 + (2-15)^1 - (4-10)^1 + (17 \times 14 - 1)^0$$

- a) -2      c) -4      e) -5  
 b) 3      d) 5

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Calcula:

$$B = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$$

- a) -1      c) 64      e) -40  
 b) 29      d) -64

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Calcula:

$$Q = (25-62)^0 + (3-10)^1 - (8-12)^1 + (461-10)^0$$

- a) 5      c) -4      e) -1  
 b) 6      d) 2

Resolución:

6. Calcula:

$$Q = \left(\frac{4}{7}\right)^{-1} + 4^{-1} - \left(\frac{22}{3}\right)^0 - (-2)^2$$

- a) 5      c) -3      e) 3  
 b) 1      d) -2

Resolución:



## POTENCIACIÓN III: LEYES DE EXPONENTE I

### A. Producto de bases iguales

Se escribe la misma base y los exponentes se suman.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Ejemplos:

$$x^5 \cdot x = x^{5+1} = x^6$$

$$2^4 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5 = 2^{4-3+5} = 2^6 = 64$$

$$4^{1/3} \cdot 4^{5/3} = 4^{1/3+5/3} = 4^{6/3} = 4^2 = 16$$

Ejemplos:

$$b^7 \div b^5 = b^{7-5} = b^2$$

$$\frac{4^3}{4^2} = 4^{3-2} = 4^1 = 4$$

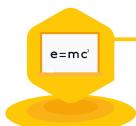
$$\frac{x^5}{x^{-3}} = x^{5-(-3)} = x^{5+3} = x^8$$



### B. División de bases iguales

Se escribe la misma base y los exponentes se restan.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Reduce:

$$A = \frac{x^{10} \cdot x^{-3} \cdot x^{12}}{x^5 \cdot x^6}$$

Resolución:

$$A = \frac{x^{10} \cdot x^{-3} \cdot x^{12}}{x^5 \cdot x^6}$$

$$A = \frac{x^{10-3+12}}{x^{5+6}}$$

$$A = \frac{x^{19}}{x^{11}} = x^{19-11}$$

$$A = x^8$$

#### Resolución:

#### Nivel intermedio

3. Calcula:

$$E = \frac{6^{20}}{6^{18}} - \frac{4^2}{4^{-1}} + \frac{7^{19}}{7^{17}}$$

Resolución:

$$E = \frac{6^{20}}{6^{18}} - \frac{4^2}{4^{-1}} + \frac{7^{19}}{7^{17}}$$

$$E = 6^{20-18} - 4^{2-(-1)} + 7^{19-17}$$

$$E = 6^2 - 4^3 + 7^2$$

2. Calcula:

$$M = \frac{3^8 \cdot 3^{-3} \cdot 3^5}{3^4 \cdot 3^2}$$



$$E = \cancel{36} - 64 + \cancel{49}$$

$$E = 85 - 64$$

$$E = 21$$

Respuesta: 21

4. Halla el valor de  $B - 3$ , si:

$$B = \frac{2^9 \cdot 2^{-3} \cdot 2^5}{2^4 \cdot 2^6}$$

Resolución:

5. Calcula:

$$R = \frac{3^{24}}{3^{20}} - \frac{5^1}{5^{-1}} + \frac{4^{20}}{4^{18}}$$

Resolución:

6. Calcula:

$$N = \left[ \frac{1}{2^7 \cdot 2^9 \cdot 2^{-15}} \right]^{-1} - \frac{6^9 \cdot 6^3}{6^{10}}$$

Resolución:

### Nivel avanzado

7. Reduce:

$$C = \frac{x^9 \cdot a^{12} \cdot x^6 \cdot a^5 \cdot x \cdot a}{a^3 \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot a^7}$$

Resolución:

$$C = \frac{x^9 \cdot a^{12} \cdot x^6 \cdot a^5 \cdot x \cdot a}{a^3 \cdot x^3 \cdot x^4 \cdot a^7}$$

$$C = \frac{x^9 \cdot x^6 \cdot x \cdot a^{12} \cdot a^5 \cdot a}{x^3 \cdot x^4 \cdot a^3 \cdot a^7}$$

$$C = \frac{x^{9+6+1} \cdot a^{12+5+1}}{x^{3+4} \cdot a^{3+7}}$$

$$C = \frac{x^{16} \cdot a^{18}}{x^7 \cdot a^{10}}$$

$$C = x^{16-7} \cdot a^{18-10}$$

$$C = x^9 \cdot a^8$$

Respuesta:

$$x^9 \cdot a^8$$

8. Reduce:

$$B = \frac{x^6 \cdot a^2 \cdot x^7 \cdot a^9 \cdot x^2 \cdot a^8}{x^5 \cdot a^5 \cdot x^{10} \cdot a^{12}}$$

Resolución:

9. Calcula:

$$C = \left( \frac{1}{2} \right)^{-5} \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{-7} \cdot 2^{-9}$$

Resolución:



## Práctica

1. Halla el valor de A - 5, si:

- a) 11       $A = \frac{4^8 \cdot 4^{-6} \cdot 4^3}{4^2 \cdot 4}$   
b) -11  
c) 12  
d) -12  
e) 16

Resolución:

2. Calcula:  $M = \frac{5^{10} \cdot 5^2 \cdot 5^{-6}}{5 \cdot 5^3} + 2^3$

- a) 31  
b) 33  
c) 30  
d) 32  
e) 40

Resolución:

3. Calcula:  $A = -4^2 + \left[ \frac{1}{3^6 \cdot 3^3 \cdot 3^{-8}} \right]^{-3}$

- a) 11  
b) -11  
c) 10  
d) -10  
e) 1

Resolución:

4. Calcula:  $P = \frac{5^4 \cdot 4^8 \cdot 5^3 \cdot 4}{5^7 \cdot 4^8}$

- a) 3  
b) 1  
c) -9  
d) 5  
e) 4

Resolución:

5. Calcula:  $H = \left( \frac{1}{3} \right)^{-4} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{-5} \cdot 3^{-6}$

- a) 9  
b) 27  
c) 3  
d) 1  
e) 0

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula:  $P = \frac{5^{17}}{5^{15}} - \frac{2^{20}}{2^{16}} + \frac{3^1}{3^{-2}}$

- a) 36
- b) 9
- c) 11
- d) 15
- e) 8

Resolución:

2. Calcula:  $Q = \left[ \frac{1}{2^3 \cdot 2^{-7} \cdot 2^5} \right]^{-2} - \frac{6^3 \cdot 6}{6^2}$

- a) 30
- b) 32
- c) 8
- d) -8
- e) -32

Resolución:

3. Reduce:  $T = \frac{x^4 \cdot x^2 \cdot y^7 \cdot x^5 \cdot y^8}{x^9 \cdot y^6 \cdot x \cdot y^7}$

- a)  $x^2y$
- b)  $xy$
- c)  $xy^2$
- d)  $x^2y^2$
- e)  $xy^4$

Resolución:

4. Calcula:  $S = \frac{2^3 \cdot 3^4 \cdot 2^8 \cdot 3^5}{2 \cdot 3^6 \cdot 2^9 \cdot 3^2}$

- a) -6
- b) 5
- c) -5
- d) 6
- e) 8

Resolución:

5. Calcula:  $Z = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot 2^{-10}$

- a) 6
- b) -6
- c) -8
- d) 8
- e) 0

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula:  $M = \frac{2^7 \cdot 2^{-2} \cdot 2^6}{2^5 \cdot 2^3}$
- a) 5      c) 9      e) 6  
b) 7      d) 8

Resolución:

4. Calcula:  $E = \left[ \frac{1}{3^6 \cdot 3^7 \cdot 3^{-12}} \right]^{-3} - \frac{7^8 \cdot 7^3}{7^9}$
- a) 8      c) 22      e) -15  
b) 15      d) -22

Resolución:

2. Determina el valor de  $A+3$ , si:  $A = \frac{4^5 \cdot 4^{-4} \cdot 4^3}{4^2 \cdot 4}$
- a) 7      c) 9      e) 5  
b) 4      d) 6

Resolución:

5. Reduce:  $F = \frac{x^7 \cdot a^3 \cdot x^6 \cdot a^8 \cdot a^5}{a^7 \cdot x^2 \cdot x^6 \cdot a^9 \cdot x^3}$
- a)  $x^2$       c)  $x$       e)  $x \cdot a$   
b)  $x^3$       d)  $x^4$

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula:  $T = \frac{2^{26}}{2^{20}} - \frac{4^2}{4^{-1}} + \frac{5^{17}}{5^{15}}$
- a) 24      c) 26      e) 30  
b) 25      d) 27

Resolución:

6. Calcula:  $F = \left( \frac{1}{3} \right)^{-4} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^{-6} \cdot 3^{-7}$
- a) 27      c) 29      e) -27  
b) 28      d) 30

Resolución:

# TEMA 05



## POTENCIACIÓN IV: LEYES DE EXPONENTES II

### Potencia de potencia

Los exponentes se multiplican

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Ejemplos:

$$(3^4)^2 = 3^{4 \cdot 2} = 3^8$$

$$((a^6)^0)^9 = a^{6 \cdot 0 \cdot 9} = a^0 = 1; \quad a \neq 0$$

Si un factor es cero, el producto será cero.

¡Es diferente!

$$(x^4)^2 \neq x^{4^2}$$

$$x^8 \neq x^{16}$$

### Exponente de exponente

$$a^{m^n} = a^{\overbrace{m \cdot m \dots m}^{\text{"n" veces}}}$$

Ejemplos:

$$3^{4^2} = 3^{4 \cdot 4} = 3^{16}$$

$$x^{2^3} = x^{2 \cdot 2 \cdot 2} = x^8$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Reduce:

$$A = (x^3)^5 \cdot (x^{-2})^{-3} \cdot x^{4^2}$$

Resolución:

$$A = (x^3)^5 \cdot (x^{-2})^{-3} \cdot x^{\boxed{4^2}} \rightarrow 4^2 \text{ al cuadrado!}$$

$$A = x^{3 \cdot 5} \cdot x^{-2 \cdot -3} \cdot x^{4 \cdot 4}$$

$$A = x^{15} \cdot x^6 \cdot x^{16}$$

$$A = x^{37}$$

2. Reduce:  $L = (a^2)^5 \cdot (a^{-3})^{-4} \cdot (a^6)^{-2} \cdot a^{2^3}$

Resolución:

#### Nivel intermedio

3. Reduce:

$$B = \frac{(x^7 \cdot x^2 \cdot x)^4}{(x^3 \cdot x)^5}$$

Resolución:

$$B = \frac{(x^7 \cdot x^2 \cdot x)^4}{(x^3 \cdot x)^5}$$

$$B = \frac{(x^{7+2+1})^4}{(x^{3+1})^5}$$

$$B = \frac{(x^{10})^4}{(x^{3+1})^5}$$

$$B = \frac{(x^{10})^4}{(x^4)^5}$$



$$B = \frac{x^{40}}{x^{20}} = x^{40-20}$$

$$B = x^{20}$$

**Respuesta:**  
 $x^{20}$

**4.** Reduce:

$$R = \frac{(x^4 \cdot x \cdot x^2)^3}{(x^4 \cdot x^5 \cdot x)^2}$$

**Resolución:**

**5.** Resuelve:

$$A = \left[ \underbrace{x \cdot x \cdot x \cdots}_{17 \text{ veces}} x^{-10} \right]^4$$

**Resolución:**

**Nivel avanzado**

**6.** Calcula:

$$F = 6^{3^0^1} + 1^{2^3^1} - 2^{3^4^0}$$

**Resolución:**

$$F = 6^{\boxed{3^0^1}} + 1^{\boxed{2^3^1}} - 2^{\boxed{3^4^0}} \quad \downarrow \begin{array}{l} \text{Resolvemos de arriba} \\ \text{hacia abajo} \end{array}$$

$$\text{Base } 1 \rightarrow 1^n = 1$$

$$F = 6^{\boxed{3^0}} + 1 - 2^{\boxed{3^1}}$$

$$F = 6^1 + 1 - 2^3$$

$$F = 6 + 1 - 8$$

$$F = 7 - 8$$

$$F = -1$$

**Respuesta:**

$$-1$$

**7.** Calcula:

$$G = 7^{5^0^1} - 1^{7^8^6} - 4^{2^7^0}$$

**Resolución:**

**8.** Calcula:

$$C = \frac{(3^3)^{-2} \cdot (3^4)^2 \cdot 3}{3^{-1}}$$

**Resolución:**



## Práctica

1. Reduce:  $T = m^2 \cdot m^3 \cdot m^2$

- a)  $m^7$
- b)  $m^2$
- c)  $m^{30}$
- d)  $m$
- e)  $m^{27}$

Resolución:

2. Reduce:  $B = (x^3)^4 \cdot (x^{-2})^{-3} \cdot (x^7)^{-2}$

- a)  $x^4$
- b)  $x^{-4}$
- c)  $x^2$
- d)  $x^{-2}$
- e)  $x^6$

Resolución:

3. Reduce:  $M = (\underbrace{x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{16 \text{ veces}})^3$

- a)  $x^{16}$
- b)  $x^3$
- c) 3
- d)  $x^{12}$
- e)  $x^{15}$

Resolución:

4. Reduce:  $N = (\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{20 \text{ veces}})^3$

Señala el exponente final de &lt;&lt;a&gt;&gt;

- a)  $a^{60}$
- b)  $a^{60}$
- c)  $a^{63}$
- d)  $a^{63}$
- e)  $a^{30}$

Resolución:

5. Calcula:  $R = 6^{4^0} - 3^{2^3} + 1^{7^9}$

- a) 2
- b) -2
- c) 4
- d) -4
- e) -5

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula:  $T = \frac{(x^4)^2 \cdot x}{x^{-3}}$

- a)  $x^6$
- b)  $x^{16}$
- c)  $x^{12}$
- d)  $x^9$
- e)  $x^{15}$

Resolución:

2. Calcula:  $E = \frac{(5^3)^2 \cdot 5^{3^2}}{(5^3)^4}$

- a) 5
- b) 25
- c) 1
- d) 125
- e) 625

Resolución:

3. Reduce:  $H = \frac{(x^2 \cdot x^{-10} \cdot x^{14})^3}{(x^3 \cdot x^5 \cdot x)^2}$

- a)  $x^4$
- b)  $x^3$
- c)  $x^2$
- d) 0
- e) 1

Resolución:

4. Calcula:  $T = \left(\frac{2^6 \cdot 2^3 \cdot 2}{2^8}\right)^2 \cdot 2^2$

- a) 4
- b) 12
- c) 64
- d) 32
- e) 8

Resolución:

5. Calcula:  $A = \frac{(5^4)^2 \cdot (5^3)^{-2}}{5^{-1}}$

- a) 100
- b) 125
- c) -125
- d) -100
- e) 12

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Reduce:  $N = x^{2^3} \cdot x^{3^1} \cdot x^{4^2}$

- a)  $x^{27}$       c)  $x^{13}$       e)  $x^5$   
 b)  $x^{17}$       d)  $x^{20}$

Resolución:

2. Calcula:  $P = (2^3)^4 \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2^5$

- a) 5      c) 3      e) 8  
 b) 4      d) 2

Resolución:

4. Resuelve:  $F = \underbrace{x \cdot \dots \cdot x}_{22 \text{ veces}} \cdot x^{-19} \cdot 5$

- a)  $x^{10}$       c)  $x^{15}$       e)  $x^7$   
 b)  $x^{12}$       d)  $x$

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Calcula:  $G = 8^{5^0} + 1^{3^4} - 3^{2^5}$

- a) 0      c) 2      e) 4  
 b) 1      d) 3

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Reduce:  $M = \frac{(x^4 \cdot x^2 \cdot x^3)^6}{(x^7 \cdot x^5)^2}$

- a)  $x^9$       c)  $x^{30}$       e)  $x^3$   
 b)  $x$       d)  $x^{18}$

Resolución:

6. Calcula:  $P = \frac{(2^4)^{-2} \cdot (2^5)^2 \cdot 2}{2^{-1}}$

- a) 2      c) 4      e) 16  
 b) 32      d) 8

Resolución:



## POTENCIACIÓN V

### A. Potencia de un producto

El exponente afecta a cada factor:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

Ejemplos:

$$\diamond (x^4 \cdot y^2)^3 = (x^4)^3 \cdot (y^2)^3 = x^{12} \cdot y^6$$

$$\diamond (2x \cdot y^3)^5 = (2^1)^5 \cdot (x)^5 \cdot (y^3)^5 \\ = 32x^5 y^{15}$$

$$\diamond \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

$$\diamond \left(\frac{4x^2}{3y^8}\right)^3 = \frac{(4x^2)^3}{(3y^8)^3} = \frac{4^3 x^6}{3^3 y^{24}} = \frac{64x^6}{27y^{24}}$$

### B. Potencia de un cociente

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; b \neq 0$$

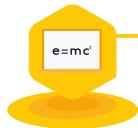
Ejemplos:

$$\diamond \left(\frac{x}{m}\right)^4 = \frac{x^4}{m^4}$$



$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3^1 = 3$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Resuelve:  $A = (3x^8y^5)^2 \cdot x \cdot y^2$

Resolución:

$$A = (3x^8y^5)^2 \cdot x \cdot y^2$$

$$A = 3^2(x^8)^2(y^5)^2 \cdot x \cdot y^2$$

$$A = 9x^{16} \cdot y^{10} \cdot x \cdot y^2 = 9x^{16} \cdot x \cdot y^{10} \cdot y^2$$

$$A = 9x^{16+1} \cdot y^{10+2}$$

$$A = 9x^{11} \cdot y^{12}$$

2. Si:  $G = (x^3 y^4)^6$

$$E = (x^2 y^4)^5$$

$$\text{Calcula: } \frac{G}{E}$$

Resolución:

#### Nivel intermedio

3. Calcula:

$$R = \left(\frac{3x^5}{y^4}\right)^2 \cdot \frac{y^8}{x^7}$$

Resolución:

$$R = \left(\frac{3x^5}{y^4}\right)^2 \cdot \frac{y^8}{x^7}$$



$$R = \frac{(3x^5)^2}{(y^4)^2} \cdot \frac{y^8}{x^7}$$

$$R = \frac{9x^{10}}{y^8} \cdot \frac{y^8}{x^7}$$

$$R = \frac{9x^{10} \cdot y^8}{x^7 \cdot y^8} = 9x^{10-7} \cdot y^{8-8} = 9x^3 y^0$$

$$R = 9x^3$$

**Respuesta:**

$$9x^3$$

**4.** Calcula:

$$A = \left( \frac{x^3}{2y^5} \right)^4 \cdot \frac{32y^{21}}{x^7}$$

**Resolución:**

**5.** Calcula:

$$B = \left( \frac{4}{3} \right)^3 \cdot \left( \frac{9}{8} \right)^2$$

**Resolución:**

### Nivel avanzado

**6.** Resuelve:

$$E = \frac{90^3}{45^3} + \frac{15^2}{5^2} - \frac{44^4}{22^4}$$

**Resolución:**

$$E = \frac{90^{\boxed{3}}}{45^{\boxed{3}}} + \frac{15^{\boxed{2}}}{5^{\boxed{2}}} - \frac{44^{\boxed{4}}}{22^{\boxed{4}}} \quad !\text{Exponentes iguales!}$$

$$E = \left( \frac{90}{45} \right)^3 + \left( \frac{15}{5} \right)^2 - \left( \frac{44}{22} \right)^4$$

$$E = 2^3 + 3^2 - 2^4$$

$$E = 8 + 9 - 16$$

$$E = 17 - 16$$

$$E = 1$$

**Respuesta:**

$$1$$

**7.** Calcula:

$$P = \frac{27^3}{9^3} - \frac{20^3}{5^3} + \frac{30^2}{6^2}$$

**Resolución:**

**8.** Calcula:

$$R = \frac{4^8 \cdot 7^8}{28^7} - \frac{7^{15} \cdot 6^{15}}{42^{14}} + \frac{32^4}{32^3}$$

**Resolución:**



## Práctica

1. Calcula:  $H = \left(\frac{3x^2}{y^4}\right) \cdot \frac{y^{13}}{9x^5}$

- a)  $xy$
- b)  $x$
- c)  $9xy$
- d)  $3xy$
- e)  $27xy$

Resolución:

2. Calcula:  $C = (2x^3y^4)^5xy^2$

- a)  $10xy$
- b)  $10x^{16}y^{22}$
- c)  $32x^{16}y^{22}$
- d)  $32x^{22}y^{16}$
- e)  $25xy$

Resolución:

3. Calcula:  $\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2$

- a) 0
- b) 2
- c) 1
- d) 3
- e) 4

Resolución:

4. Calcula:  $T = \left(\frac{6}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-1}$

- a) 11
- b) 8
- c) 6
- d) 4
- e) 12

Resolución:

5. Calcula:  $F = \frac{8^{13} \cdot 4^{13}}{32^{12}} - \frac{8^5 \cdot 5^{14}}{40^{13}} - \frac{62^5}{31^5}$

- a) 40
- b) -40
- c) 102
- d) -102
- e) 180

Resolución:



## Autoevaluación

1. Resuelve:  $A = (3x^5y)^2 \cdot x^4$

- a)  $12xy^3$
- b)  $x^{14}y^3$
- c)  $xy$
- d)  $9x^{14}y^3$
- e)  $6x^{14}y^3$

Resolución:

2. Calcula:  $N = \left(\frac{8}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^3 - \left(\frac{27}{17}\right)^{-1}$

- a) 8
- b) 20
- c) 2
- d) 10
- e) 15

Resolución:

3. Calcula:  $E = \frac{18^5}{9^5} - \frac{24^4}{8^3 \cdot 3^3} + \frac{12^3}{3^3}$

- a) 12
- b) 30
- c) 72
- d) 60
- e) 50

Resolución:

4. Resuelve:  $A = \frac{20^2}{5^2} - \frac{36^3}{18^3} + \frac{12^4}{4^4}$

- a) 89
- b) 81
- c) 80
- d) 70
- e) 24

Resolución:

5. Calcula:  $E = \frac{6^9 \cdot 4^9}{24^8} - \frac{10^{11} \cdot 3^{11}}{30^{10}} + \frac{20^{12}}{20^{11}}$

- a) -14
- b) 13
- c) -15
- d) 14
- e) -13

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Si:  $M = (x^4y^5)^5$ ,  $N = (x^6y^8)^3$ , calcula  $\frac{M}{N}$
- a)  $xy$       c)  $x^3y$       e)  $xy^4$   
b)  $x^2y$       d)  $xy^2$

Resolución:

4. Calcula:  $T = \left(\frac{5}{2}\right)^3 \left(\frac{4}{5}\right)^2$
- a) 0      c) 10      e) 15  
b) 5      d) 12

Resolución:

2. Reduce:  $R = \frac{(x^7y^6)^5}{x^{30}y^{20}}$
- a)  $x^2y^2$       c)  $xy$       e)  $x^5y^{10}$   
b)  $x^2y^{21}$       d)  $xy^{10}$

Resolución:

5. Calcula:  $Q = \frac{26^4}{13^4} - \frac{34^3}{17^3} + \frac{28^5}{14^5}$
- a) -40      c) 29      e) 3  
b) 40      d) -29

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula:  $H = \left(\frac{a^2}{2b^3}\right)^4 \cdot \frac{8b^{14}}{a^6}$
- a)  $3ab$       c)  $a^2b^2$       e)  $\frac{a^2b^2}{2}$   
b)  $a^5b^2$       d)  $2a^2b^2$

Resolución:

6. Calcula:  $P = \frac{3^97^9}{21^8} + \frac{7^{14} \cdot 5^{14}}{35^{13}} - \frac{54^3}{27^3}$
- a) 48      c) 46      e) 32  
b) 47      d) -48

Resolución:

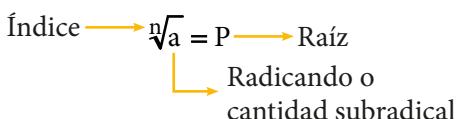
# TEMA 07



## RADICACIÓN I

### RADICACIÓN EN $\mathbb{N}$

La radicación es la operación matemática inversa a la potenciación.



Se lee: Raíz «n»-ésima de a es igual a P.

- Si:

$$\sqrt[2]{49} = 7$$

↓ 2! es tácito

Se lee: Raíz cuadrada de 49 es 7.

- $\sqrt{64} = 8$ , porque  $8^2 = 64$
- $\sqrt[3]{27} = 3$ , porque  $3^3 = 27$

- $\sqrt[1]{1} = 1$ , en general:  $\sqrt[n]{1} = 1$
- $\sqrt[1]{0} = 0$ , en general:  $\sqrt[n]{0} = 0$

### RADICACIÓN EN $\mathbb{Z}$

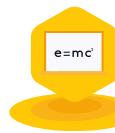
Ley de signos

- Si el índice es par:

- ♦ 1.er caso:  $\sqrt[n]{+} = \boxed{+}$
- ♦ 2.º caso:  $\sqrt[n]{-} \notin \mathbb{Z}$

- Si el índice es impar:

- ♦ 1.er caso:  $\sqrt[n]{+} = \boxed{+}$
- ♦ 2.º caso:  $\sqrt[n]{-} = \boxed{-}$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Calcula:

$$A = \sqrt{5^2 - 3^2} - \sqrt[3]{6^2 - \sqrt{81}}$$

Resolución:

$$A = \sqrt{5^2 - 3^2} - \sqrt[3]{6^2 - \sqrt{81}}$$

$$A = \sqrt{25 - 9} - \sqrt[3]{36 - 9}$$

$$A = \sqrt{16} - \sqrt[3]{27}$$

$$A = 4 - 3$$

$$A = 1$$

Resolución:

- Resuelve:

$$T = 4\sqrt[3]{27} + 2\sqrt{25} - 7\sqrt[9]{1}$$

Resolución:

- Resuelve:

$$S = 2\sqrt[3]{8} - 3\sqrt{49} + 5\sqrt{9}$$



Nivel intermedio

4. Calcula:

$$Q = \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-64} + \sqrt[5]{-32}$$

Resolución:

$$Q = \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-64} + \sqrt[5]{-32}$$

$$Q = 2 - (-4) + (-2)$$

$$Q = 2 + 4 - 2$$

$$\therefore Q = 4$$

Respuesta:

4

5. Calcula:

$$A = \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{-125}$$

Resolución:

6. Si:

$$P = \sqrt{49} - \sqrt[5]{-32} + \sqrt[3]{-8}$$

Calcula:  $P^2$ .

Resolución:

Nivel avanzado

7. Calcula:

$$Q = -4\sqrt[3]{-8} + \sqrt[7]{-1} - \sqrt[3]{-20-7}$$

Resolución:

$$Q = -4\sqrt[3]{-8} + \sqrt[7]{-1} - \sqrt[3]{-27}$$

$$Q = -4(-2) + (-1) - (-3)$$

$$\begin{array}{c} \curvearrowleft \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \\ + \end{array}$$

$$Q = 8 - 1 + 3$$

$$\therefore Q = 10$$

Respuesta:

10

8. Calcula:

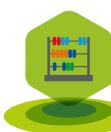
$$S = -5\sqrt[3]{-64} + \sqrt[5]{0} - \sqrt[3]{-20+12}$$

Resolución:

9. Calcula:

$$A = -\sqrt[3]{-27} + \sqrt[3]{-1} - (-2)^4$$

Resolución:



## Práctica

1. Calcula:  $C = 11\sqrt[20]{1} - 6\sqrt{4} + 2\sqrt[3]{8}$

- a) -3
- b) 3
- c) -4
- d) 4
- e) 5

Resolución:

2. Calcula:

$$A = \sqrt[12]{3^3 - 5^2 - 2^1} + \sqrt[3]{3^2 - 3^2 + 8}$$

- a) -2
- b) 2
- c) 1
- d) -1
- e) 0

Resolución:

3. Si:  $E = \sqrt{64} - \sqrt[3]{-27} + \sqrt[5]{-32}$

- a) -9
- b) 10
- c) 9
- d) -8
- e) 8

Resolución:

4. Resuelve:  $T = -\sqrt[3]{-8} + \sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{27}$

Calcula  $T^5$

- a) 5
- b) 3
- c) 0
- d) 1
- e) 2

Resolución:

5. Calcula:  $B = -\sqrt[3]{-1} + \sqrt{25} - (-1)^8$

- a) 8
- b) -6
- c) -5
- d) 6
- e) 5

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si:  $P = \sqrt[3]{6^2 - 46 - 17} - \sqrt[5]{-1}$

- a) 2
- b) -2
- c) -3
- d) 3
- e) -4

Resolución:

2. Calcula:  $A = 2^4 - 3^2 - \sqrt[7]{-1}$

Calcula  $A^2$

- a) 64
- b) 49
- c) 81
- d) 36
- e) 54

Resolución:

3. Calcula:  $T = \sqrt{81} - \sqrt[5]{-243} + 3^2$

- a) 2
- b) -21
- c) 23
- d) 21
- e) 24

Resolución:

4. Calcula:  $A = 3\sqrt{25} + 2\sqrt{36} + \sqrt[3]{-64}$

- a) 20
- b) 22
- c) -23
- d) -22
- e) 23

Resolución:

5. Resuelve:  $R = \sqrt[3]{-8} - \sqrt[6]{0} + (-2)^3$

- a) 3
- b) 4
- c) -6
- d) -10
- e) -11

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Resuelve:  $T = 2 \sqrt[4]{16} - 3\sqrt[3]{27} + 4\sqrt[4]{81}$

- a) 6      c) -7      e) 7  
b) -8      d) 8

Resolución:

4. Si:  $Q = \sqrt{25} - \sqrt[3]{-1} + \sqrt[3]{-27}$   
Calcula  $Q^2$

- a) -9      c) 3      e) 7  
b) 9      d) -8

Resolución:

2. Calcula:  $P = \sqrt[3]{8} + 5\sqrt[9]{1} - 6\sqrt{25}$

- a) 3      c) 19      e) -19  
b) 8      d) -10

Resolución:

5. Calcula:  $T = \sqrt[3]{-1} + \sqrt{9} - \sqrt[3]{1 - 3^2}$

- a) 2      c) 4      e) -3  
b) 3      d) -4

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Calcula:  $B = \sqrt[5]{-32} - \sqrt[3]{8} + \sqrt{4}$

- a) 2      c) 4      e) 5  
b) -2      d) -4

Resolución:

6. Resuelve:  $B = -\sqrt[5]{-32} + \sqrt[3]{-1} - (-1)^{10}$

- a) 2      c) 1      e) -1  
b) 3      d) 0

Resolución:



## LEYES DE EXPONENTES PARA LA RADICACIÓN I

**TEMA  
08**

### 1. Exponente fraccionario

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Ejemplos:

- ❖  $\sqrt[5]{x^{20}} = x^{\frac{20}{5}} = x^4$
- ❖  $\sqrt[13]{m^{13}} = m^{\frac{13}{13}} = m^1 = m$
- ❖  $\sqrt[2]{n^{18}} = b^{\frac{18}{2}} = b^9$

$$a^{\frac{m}{n}} \rightarrow \sqrt[n]{a^m}$$



Ejemplos:

- ❖  $a^{\frac{7}{5}} = \sqrt[5]{a^7}$
- ❖  $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$
- ❖  $m^{\frac{1}{2}} = \sqrt{m}$
- ❖  $16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2$



### Trabajando en clase

Nivel básico

#### 1. Reduce:

$$A = \sqrt[6]{x^3 \cdot x \cdot x^2} \cdot \sqrt[5]{x^{15}}$$

Resolución:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt[6]{x^3 \cdot x \cdot x^2} \cdot \sqrt[5]{x^{15}} \\ A &= \sqrt[6]{x^9 \cdot x \cdot x^2} \cdot x^{15/5} \\ A &= \sqrt[6]{x^{9+1+2}} \cdot x^3 \\ A &= \sqrt[6]{x^{12}} \cdot x^3 \\ A &= x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} \\ \therefore A &= x^5 \end{aligned}$$

Rpta.:

$$x^5$$

2. Calcula:  $A = \sqrt[10]{4^{15}} \cdot \sqrt[3]{4^{15}}$

### 2. Raíz de un producto

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Ejemplos:

- ❖  $\sqrt[5]{x^{10}y^{30}} = \sqrt[5]{x^{10}} \cdot \sqrt[5]{y^{30}} = x^2y^6$
- ❖  $\sqrt[3]{27 \cdot 125} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{125} = 3 \cdot 5 = 15$
- ❖  $\sqrt[4]{2^{12} \cdot 3^4} = \sqrt[4]{2^{12}} \cdot \sqrt[4]{3^4} = 2^3 \cdot 3 = 64 \cdot 3 = 192$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

Ejemplos:

- ❖  $\sqrt[4]{x^7} \cdot \sqrt[4]{x^9} = \sqrt[4]{x^7 \cdot x^9} = \sqrt[4]{x^{16}} = x^4$
- ❖  $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} = \sqrt[4]{2 \cdot 8} = \sqrt[4]{16} = 2$
- ❖  $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^7} \cdot \sqrt[3]{x^{10}} = \sqrt[3]{x \cdot x^7 \cdot x^{10}} = \sqrt[3]{x^{18}} = x^6$



Resolución:

3. Reduce:  $E = \sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[8]{x^{24}} \cdot x^4$

Resolución:

## Nivel intermedio

4. Calcula:  $P = 9^{1/2} + (3 \times 9)^{1/3} - \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

Resolución:

$$P = 9^{1/2} + (3 \times 9)^{1/3} - \left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$$

$$P = \sqrt{9} + 27^{1/3} - 6$$

$$P = 3 + \sqrt[3]{27} - 6$$

$$P = 3 + 3 - 6$$

$$P = 0$$

Rpta.:

$$0$$

5. Calcula:  $T = 16^{1/2} + (8 \times 4)^{1/5} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$

Resolución:

6. Calcula:  $Q = \sqrt{5^4} + \sqrt[5]{4^{10}} - 8^{1/3}$

Resolución:

8. Reduce:  $R = \sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[5]{x^{11}} \cdot \sqrt[9]{x} \cdot \sqrt[9]{x^8}$

Resolución:

9. Calcula:  $B = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt{49 \cdot 16} - \sqrt[5]{16} \sqrt[5]{2}$

Resolución:

ideas

## Nivel avanzado

7. Reduce:  $F = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[7]{x^6} \cdot \sqrt[7]{x^8}$

Resolución:

$$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[7]{x^6} \cdot \sqrt[7]{x^8}$$

$$F = \sqrt[3]{x \cdot x^5} \cdot \sqrt[7]{x^6 \cdot x^8}$$

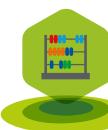
$$F = \sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[7]{x^{14}}$$

$$F = x^2 \cdot x^2$$

$$F = x^4$$

Rpta.:

$$x^4$$



## Práctica

1. Reduce:

$$S = \sqrt[8]{x^{12}} \cdot \sqrt[4]{x^{16}} \cdot x^2$$

- a)  $x^5$       d)  $x$   
b)  $x^4$       e)  $x^{10}$   
c)  $x^3$

Resolución:

2. Calcula:

$$Q = \sqrt[10]{2^{13}} \cdot \sqrt[5]{2^{30}} \cdot 2^5 + 1$$

- a) 6      d) 3  
b) 5      e) 4  
c) 0

Resolución:

3. Calcula:

$$T = \sqrt[4]{5^8} + \sqrt[9]{7^9} - 16^{1/4}$$

- a) 5      d) 30  
b) 10      e) 3  
c) 20

Resolución:

4. Calcula

$$B = 4^{1/2} + 25^{1/2} - (8 \times 4)^{1/5} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

- a) 0      d) 3  
b) 1      e) 4  
c) 2

Resolución:

5. Calcula:  $A = \sqrt[3]{32} \cdot \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{64.27}$

- a) 10      d) 11  
b) 14      e) 13  
c) 12

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula:

$$P = \sqrt[6]{3^{14}} \cdot \sqrt[6]{3^{24}} - 2^3$$

- a) 9
- b) 20
- c) 17
- d) 11
- e) 19

Resolución:

2. Calcula:

$$M = 2^2 \cdot \sqrt[3]{3^9} - \sqrt{81 \cdot 49} + 36^{1/2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

- a) 35
- b) 36
- c) 25
- d) 28
- e) 5

Resolución:

3. Reduce:  $C = \sqrt[3]{x^{12}y^{24}} \cdot x^2 \cdot y^3$

- a)  $x^5y$
- b)  $xy$
- c)  $x^6 \cdot y^{11}$
- d)  $x^9y^{10}$
- e)  $x^7$

Resolución:

4. Calcula:

$$A = \sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x^9} \cdot \sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$$

- a)  $x^3$
- b)  $x^2$
- c)  $x$
- d)  $x^7$
- e)  $x^6$

Resolución:

5. Reduce:

$$Q = \sqrt[5]{x^{10}} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x^7} \cdot \sqrt[3]{x^8} \cdot \sqrt[3]{x^{10}}$$

- a)  $x^{10}$
- b)  $x^{12}$
- c)  $x$
- d)  $x^9$
- e)  $x^8$

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Reduce:  $P = \sqrt[4]{m^4 \cdot m \cdot m^3} \cdot \sqrt[4]{m^{20}}$
- a)  $m^5$       d)  $m^{10}$   
b)  $m^7$       e)  $m^4$   
c)  $m$

Resolución:

4. Calcula:  $P = \sqrt[3]{4^6} + \sqrt[5]{3^{10}} - 81^{1/4}$

- a) 21      d) 23  
b) 20      e) 24  
c) 22

Resolución:

2. Reduce:  $\sqrt[5]{x^{13}} \cdot \sqrt[3]{x^6} \cdot x^2$
- a)  $x^5$       d)  $x^3$   
b)  $x^6$       e)  $x^2$   
c)  $x^4$

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Reduce:  $T = \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt[3]{b^{10}} \cdot \sqrt[4]{b^7} \cdot \sqrt[4]{b^9}$
- a)  $b^7$       d)  $b^2$   
b)  $b$       e)  $b^3$   
c)  $b^8$

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula:  
 $H = 27^{1/3} + (32 \times 2)^{1/3} - \left(\frac{1}{7}\right)^{-1}$
- a) 1      b) 2      c) 0      d) 5      e) 3

Resolución:



## TEMA 09



# RADICACIÓN II: RAÍZ DE UNA DIVISIÓN

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

→

- $\sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}$
- $\sqrt[3]{\frac{x^9}{y^{12}}} = \frac{\sqrt[3]{x^9}}{\sqrt[3]{y^{12}}} = \frac{x^3}{y^4}$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

→

- $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{50}{2}} = \sqrt{25} = 5$
- $\frac{\sqrt[3]{x^{40}}}{\sqrt[3]{x^4}} = \sqrt[3]{\frac{x^{40}}{x^4}} = \sqrt[3]{x^{40-4}} = \sqrt[3]{x^{36}} = x^{12}$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

Calcula el valor de las siguientes expresiones (ejercicios 1 al 3):

1.  $A = \sqrt{\frac{81}{25}} + \frac{1}{5}$

Resolución:

$$A = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} + \frac{1}{5}$$

$$A = \frac{9}{5} + \frac{1}{5}$$

$$A = \frac{10}{5} \quad \therefore A = 2$$

Rpta.:

2

2.  $Q = \sqrt{\frac{16}{9}} - \sqrt{\frac{9}{9}}$

Resolución:

3.  $F = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} - \sqrt[3]{27} + 2^1$

Resolución:

### Nivel intermedio

4.  $P = \sqrt[5]{\frac{x^{25}}{y^{20}}} \cdot y^4$

Resolución:

$$P = \sqrt[5]{\frac{x^{25}}{y^{20}}} \cdot y^4$$

$$P = \frac{\sqrt[5]{x^{25}}}{\sqrt[5]{y^{20}}} \cdot y^4$$

$$P = \frac{x^5}{y^4} \cdot y^4$$

$$P = x^5$$

Rpta.:

$$x^5$$

5.  $Q = \sqrt[6]{\frac{x^{36}}{y^{24}}} \cdot y^4$

Resolución:

6.  $R = \frac{\sqrt[3]{x^8}}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{x^{21}}}{\sqrt[5]{x}}$

Resolución:

8. Calcula:

$$B = \frac{\sqrt[4]{162}}{\sqrt[4]{2}} - \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} + 3^5$$

Resolución:

### Raíz de una división

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{16}{2}} = \sqrt[3]{\frac{16}{8}} = \sqrt[3]{8} = 2$$

*ideas*

### Nivel avanzado

7. Calcula:  $A = \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} - \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{16} + 5^{2^1}$

Resolución:

$$A = \sqrt[3]{\frac{81}{3}} - \sqrt[5]{2 \cdot 16} + 5^2$$

$$A = \sqrt[3]{27} - \sqrt[5]{32} + 25$$

$$A = 3 - 2 + 25$$

$$A = 26$$

$$A = x^4$$

Rpta.:  $x^4$



## Práctica

1.  $E = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} + \frac{8}{3}$

- a) 3
- b)  $12/9$
- c) 4
- d) 2
- e) 1

Resolución:

2.  $M = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} + \sqrt[3]{27} + 4^2$

- a) 2
- b) 21
- c) 10
- d) 18
- e) 15

Resolución:

3.  $R = \frac{\sqrt[3]{x^{20}}}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{\sqrt[6]{x^{31}}}{\sqrt[6]{x}}$

- a)  $x^6$
- b)  $x^5$
- c)  $x^{30}$
- d)  $x^{11}$
- e) x

Resolución:

4. Calcula:  $Z = \sqrt[3]{\frac{x^{33}}{x^{24}}} \cdot x^8$

- a) x
- b) 11
- c)  $x^{11}$
- d)  $x^{10}$
- e) 10

Resolución:

5. Calcula el valor de A + 2:

$$A = \frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} + \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$$

- a) 2
- b) 3
- c) 6
- d) 5
- e) 4

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula el valor de  $B + 3$ .

$$B = \frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}} + \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$$

- a) 6                          d) 2  
b) 8                          e) 4  
c) 10

Resolución:

2.  $Q = \sqrt[4]{\frac{a^{16}}{b^{28}}} \cdot b^7 \cdot a^2$

- a)  $a^8$                           d)  $a^3$   
b)  $a^4$                           e) a  
c)  $a^6$

Resolución:

3. Calcula el valor de « $p - 2$ ».

$$P = \sqrt{25 \cdot 4} - \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}$$

- a) 0                                  d) 3  
b) 1                                  e) 4  
c) 2

Resolución:

4. Calcula:

$$Z = \frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}} - \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4} + 5^2$$

- a) 27                                  d) 25  
b) 31                                  e) 30  
c) 26

Resolución:

5.  $R = \frac{\sqrt[3]{x^8}}{\sqrt[3]{x^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{x^{21}}}{\sqrt[5]{x}}$

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1.  $C = \sqrt{\frac{144}{25}} + \sqrt{\frac{16}{9}}$

- a)  $\frac{6}{15}$       d)  $\frac{2}{5}$   
 b)  $\frac{1}{5}$       e) 2  
 c)  $\frac{38}{15}$

Resolución:

4. Calcula:

$$T = \frac{\sqrt[4]{243}}{\sqrt[4]{3}} - \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} + 3^{2^1}$$

- a) 2      d) 11  
 b) 0      e) 10  
 c) 1

Resolución:

2.  $F = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{8} + 3^2$

- a) 10      d) 5  
 b) 15      e) 16  
 c) 4

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Calcula:

$$F = \frac{\sqrt[5]{486}}{\sqrt[5]{2}} - \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} + 2^{3^1}$$

- a) 5      d) 8  
 b) 3      e) 9  
 c) 7

Resolución:

## Nivel intermedio

3.  $A = \frac{\sqrt[6]{x^{21}}}{\sqrt[6]{x^9}} \cdot x^8$

- a)  $x^4$       b) 10      c)  $x^2$       d)  $10x$       e)  $x^{10}$

Resolución:



## RADICACIÓN III: RAÍZ DE RAÍZ

### Raíz de raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

Los índices se multiplican!

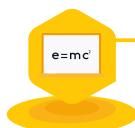
Ejemplos:

- $\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{60}}} = \sqrt[5 \cdot 3]{x^{60}} = \sqrt[15]{x^{60}} = x^4$
- $\sqrt[2]{\sqrt[4]{x^{16}y^{40}}} = \sqrt[2 \cdot 4]{x^{16}y^{40}} = \sqrt[8]{x^{16}y^{40}} = x^2y^5$
- $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt[2 \cdot 2]{81} = \sqrt[4]{81} = 3$
- $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3 \cdot 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

### Raíz de raíz

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

$$\begin{aligned}\sqrt[2 \cdot 2]{\sqrt[2]{x^{32}}} &= \sqrt[2 \cdot 2 \cdot 2]{x^{32}} \\ &= \sqrt[8]{x^{32}} \\ &= x^4\end{aligned}$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1.  $A = \sqrt{\sqrt{x^{16}}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt[7]{x^{21}}}$

**Resolución:**

$$A = \sqrt[2 \cdot 2]{x^{16}} \cdot \sqrt[3 \cdot 7]{x^{21}}$$

$$A = \sqrt[2 \cdot 2]{x^{16}} \cdot \sqrt[3 \cdot 7]{x^{21}}$$

$$A = \sqrt[4]{x^{16}} \cdot \sqrt[21]{x^{21}} \leftarrow \text{Aplico el exponente fraccionario}$$

$$A = x^4 \cdot x^1$$

$$A = x^5$$

Rpta.:

$$x^5$$

2.  $M = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x^{24}}}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{x^{32}}}$

Resolución:

3.  $E = \sqrt[3]{\sqrt[4]{3^{24}}}$

Resolución:

#### Nivel intermedio

4.  $P = \sqrt[5]{\sqrt[4]{4^{20}}} - 27^{1/3}$

**Resolución:**

raíz de raíz

$$P = \sqrt[5 \cdot 4]{4^{20}} - 27^{1/3} \leftarrow \text{exponente fraccionario}$$

$$P = \sqrt[20]{4^{20}} - \sqrt[3]{27}$$

$$P = \sqrt[10]{4^{20}} - 3$$

$$P = 4^2 - 3$$

$$P = 16 - 3 \quad \therefore P = 13$$

Rpta.: 13

5.  $B = \sqrt[6]{3^{36}} - 81^{1/2}$

Resolución:

6.  $C = \sqrt[4]{\sqrt{3^{24}}} + \sqrt[5]{\sqrt{4^{20}}} - 7^0$

Resolución:

8. Reduce e indica el exponente final de «a».

$$P = \frac{\sqrt[4]{a^{10} \cdot a^6 \cdot a^4}}{a^3}$$

Resolución:

9. Calcula:

$$T = \frac{\sqrt{\sqrt{8^{16}}} + \sqrt[5]{\sqrt{2^{10}}}}{\sqrt[3]{2^3}}$$

Resolución:

### Nivel avanzado

7. Reduce e indica el exponente final.

$$Q = \frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^5 \cdot x^{17} \cdot x^{14}}}}{x^2}$$

Resolución:

$$Q = \frac{\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^5 \cdot x^{17} \cdot x^{14}}}}{x^2} \leftarrow \text{Raíz de raíz}$$

$$Q = \frac{\sqrt[4 \cdot 3]{x^{5+17+14}}}{x^2} \rightarrow \text{Producto de bases iguales}$$

$$Q = \frac{\sqrt[12]{x^{36}}}{x^2} \rightarrow \text{Exponente fraccionario}$$

$$Q = \frac{x^3}{x^2} \rightarrow \text{División de bases iguales}$$

$$Q = x^{3-2} = x$$

Rpta.: x



ideas



## Práctica

1. Reduce:

$$M = \sqrt{\sqrt{a^{24}}} \cdot \sqrt[4]{a^{48}}$$

- a)  $a^3$       d)  $a^6$   
b)  $a^2$       e)  $a$   
c)  $a^9$

Resolución:

2.  $Z = \sqrt[3]{2^{48}}$

- a) 4      d) 9  
b) 16      e) 8  
c) 3

Resolución:

3.  $A = \sqrt[5]{3^{30}} + \sqrt[5]{2^{20}} - 10^0$

- a) 6      d) 9  
b) 3      e) 4  
c) 21

Resolución:

4.  $N = 81^{1/2} - \sqrt[3]{2^{30}}$

- a) 23      d) -23  
b) 8      e) 9  
c) -13

Resolución:

5. Calcula:

$$\frac{\sqrt[4]{2^{32}} + \sqrt[3]{3^{81}}}{\sqrt[27]{31^{27}}}$$

- a) 6      d) 2  
b) 5      e) 1  
c) 3

Resolución:



## Autoevaluación

1. Resuelve:  $\frac{\sqrt[4]{9^{16}} + \sqrt[3]{2^{36}}}{\sqrt[19]{5^{19}}}$

- a) 7
- b) 17
- c) 11
- d) 15
- e) 2

Resolución:

2. Calcula:  $E = \frac{\sqrt{3^{16} \cdot 3^{14} \cdot 3^6}}{3^6}$

- a) 9
- b) 4
- c) 13
- d) 27
- e) 81

Resolución:

3. Reduce y señala el exponente final de «b».

$$C = \sqrt[1]{\sqrt[2]{\sqrt[3]{b^{96}}}}$$

- a) 7
- b) 6
- c)  $b^5$
- d) b
- e)  $b^6$

Resolución:

4. Resuelve:

$$\frac{\sqrt[5]{3^{20}} + \sqrt[4]{\sqrt[2]{2^{16}}}}{\sqrt[50]{2^{50}}}$$

- a) 1/5
- b) 14/5
- c) 13/2
- d) 1/3
- e) 1/4

Resolución:

5.  $S = 27^{1/3} + \sqrt[7]{3^{28}}$

- a) 10
- b) 9
- c) 3
- d) 12
- e) 0

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

Calcula :

1.  $M = \sqrt{\sqrt{x^{16}}} \cdot \sqrt[3]{x^{27}}$

- a)  $x^4$       d) 5  
b) 4      e)  $x^5$   
c) x

Resolución:

2.  $E = \sqrt[3]{\sqrt{4^{12}}}$

- a) 8      d) 15  
b) 9      e) 16  
c) 10

Resolución:

4.  $Q = \sqrt[5]{2^{30}} + \sqrt[5]{3^{20}} - 8^0$

- a) 10      d) 13  
b) 9      e) 16  
c) 15

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Reduce e indica el exponente final.

$$S = \frac{\sqrt{\sqrt{x^{10} \cdot x^9 \cdot x^{21}}}}{x^9}$$

- a) 1      d)  $x^4$   
b) 2      e) 3  
c) x

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $B = \sqrt[3]{\sqrt{3^{60}}} - 36^{1/2}$

- a) 50      b) 25      c) 55      d) 5      e) 75

Resolución:



## EXPRESIONES ALGEBRAICAS

### A. Concepto

Es un conjunto finito (tiene principio y fin) de constantes (números) y variables (letras) con exponentes racionales y fijos (no pueden ser letras), relacionadas mediante las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación.

Ejemplos:

- ❖  $3x^2 - 18xy + 7$  si es E. A.
- ❖  $-3a^{\sqrt{5}}b + 8 - 12a^5b^2$   
no es E.A., porque el exponente de «a» es  $\sqrt{5}$  (número irracional).
- ❖  $6m^6n^{7/2} - \frac{3}{2}m^5n^2 + 3m^b$   
no es E. A., porque el exponente de m (es una letra).
- ❖  $9x + 13xy^4 + 17x^2y - 3 + \dots$   
no es E. A., porque es infinito.

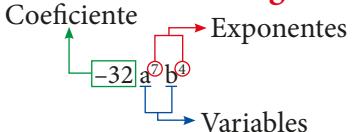
### B. Término algebraico

Es la unidad mínima de una expresión algebraica, es decir, es cada uno de los sumandos de la E. A.

Ejemplos:

- ❖  $-24 + x^2 - 13x^2y^3$   
es una E. A. que tiene 3 términos.
- ❖  $-x^2y^8$   
es un término algebraico.

### C. Elementos de un término algebraico



Parte literal:

- ❖ Exponentes
- ❖ Variables

En los siguientes elementos:

- ❖  $ab^8 \rightarrow$  el coeficiente es 1.
- ❖  $-x^4y^5 \rightarrow$  el coeficiente es -1.

### D. Términos semejantes (T. S.)

Son aquellos términos algebraicos que tienen la misma parte literal, es decir, las mismas variables elevadas a los mismos exponentes. Ejemplos:

- ❖  $6x^5; \frac{1}{2}x^5; \frac{\sqrt[3]{2}}{3}x^5 \rightarrow$  son T. S.  
Exponentes diferentes!
- ❖  $16m^{\textcolor{red}{2}}n^{\textcolor{red}{3}}; -8n^{\textcolor{red}{6}}m^{\textcolor{red}{2}}$   
no son T. S.  
Exponentes iguales
- ❖  $-9a^3b^4; 2b^4a^3$   
si son T. S.  
El orden de los factores no altera el producto



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Identifica la E. A.

- A)  $4a^3 + 6 - m^b$
- B)  $7x^2m^3 - 3x^{\sqrt{5}}y^2 + 1$
- C)  $13x^2y^5 + 16xy^7 + 13 + \dots$
- D)  $6x^4 + 7x - 3$

Resolución:

- A) No es E. A., porque el exponente es una letra.
- B) No es E. A., porque el exponente de x,  $\sqrt{7}$  es un número irracional.
- C) No es E. A., porque tiene infinitos términos.

Rpta.: D

2. Marca las E. A.

- A)  $-12xy - 2m^3y^2 - 5m^{\sqrt{17}}y^2$
- B)  $39x^5y^6 + 17xy^3 - 29xy + \dots$
- C)  $7x^7y^2 - 12xy^3 + 6$
- D)  $16x^2y^{\sqrt{16}} + 2\sqrt{5}$
- E)  $3xm + 4x^3y - 6$

**Resolución:**

6. Calcula  $m + n$  si son T. S.

$$T_1 = \frac{3}{5} x^{m+8} y^{12}$$

$$T_2 = \sqrt{7} x^{12} y^{\frac{n}{6}}$$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Elabora un término algebraico cuyas variables son  $m, n, p$ ; sus exponentes 9; 2; 7 respectivamente y su coeficiente es la mitad de 50 disminuido en el cuadrado de 7.

**Resolución:**

$$\left(\frac{50}{2} - 7^2\right) m^9 n^2 p^7$$

$$25 - 49$$

$$\therefore -24m^9n^2p^7$$

Rpta.:

$$-24m^9n^2p^7$$

7. Calcula:  $x + a + b$  si son T. S.

$$T_1 = \frac{15}{2} m^{\frac{x+1}{2}} n^{\frac{a}{3}} z^{b-5}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{7}}{2} m^5 n^{12} z^7$$

**Resolución:**

4. Elabora un término algebraico cuya parte literal es  $x^8y^5n^{10}$  y su coeficiente es el cuadrado de la diferencia de 9 y 7.

**Resolución:**

### Nivel avanzado

5. Calcula  $a + b$  si son T. S.

$$T_1 = \frac{1}{3} x^{a-3} y^8$$

$$T_2 = \sqrt{5} x^9 y^{\frac{b}{2}}$$

**Resolución:**

$$T_1 = \frac{1}{3} x^{\cancel{a-3}} y^8 \quad \text{Son T. S., deben tener la misma parte literal.}$$

$$T_2 = \sqrt{5} x^9 y^{\cancel{\frac{b}{2}}}$$

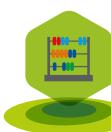
Resolvemos usando ecuaciones

$$\begin{array}{l|l|l} a - 3 = 9 & \frac{b}{2} = 8 & \therefore a + b = 28 \\ a = 12 & b = 16 & \end{array}$$

Rpta.:

$$28$$





## Práctica

1. Calcula la suma de coeficientes de la E. A.:

$$-20x^4 - 16x + xy$$

- a) -12                          d) 24  
 b) 26                            e) -35  
 c) 25

Resolución:

2. Calcula la suma de coeficientes de la E. A.

$$-13x^4y^7 + 4x^3y^8 + xy - 9$$

- a) 4                              d) -17  
 b) 5                              e) -18  
 c) 17

Resolución:

3. Elabora un término algebraico cuyo coeficiente es: la cuarta parte de -124; sus variables: x, y, z; sus exponentes: 2; 1; 7, respectivamente.

- a)  $62xyz$                       d)  $-31x^2yz^7$   
 b)  $xyz$                             e)  $43x^2yz^5$   
 c)  $31x^2yz^7$

Resolución:

4. Calcula la suma de coeficientes de la E. A.:

$$-\frac{9}{3}x + \frac{9}{3}x^2$$

- a) 0                              d) 3  
 b) 1                              e) 4  
 c) 2

Resolución:

5. Escribe 2 E. A.

❖ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 ❖ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_



## Autoevaluación

1. Calcula « $x + a + b$ » si son T. S.

$$T_1 = \frac{17}{5} m^{\frac{x+3}{3}} n^{\frac{a}{4}} z^{b-3}$$

$$T_2 = \frac{\sqrt{5}}{5} m^3 n^2 z^5$$

- a) 12                  c) 22                  e) 3  
b) 10                  d) 7

Resolución:

2. Señala el término que no es semejante a:  $4x^3y^5$

- a)  $6x^3y^5$                   d)  $9x^3y^5$   
b)  $12y^5x^3$                   e)  $y^5x^3$   
c)  $2x^4y^3$

Resolución:

3. Señala el término que no es semejante a los demás.

- a)  $17x^4y^3$                   d)  $-\frac{3}{4}y^3x^4$   
b)  $7y^3x^4$                   e)  $5y^4x^3$   
c)  $2x^4y^3$

Resolución:

4. Calcula « $a + b$ » si son T. S.

$$T_1 = \frac{1}{4} x^{\frac{a+3}{3}} y^{\frac{15}{5}}$$
$$T_2 = 5x^3 y^3$$

- a) 6                  d) 3  
b) 7                  e) 45  
c) 5

Resolución:

5. Calcula « $x + c + n$ », si son T. S.

$$T_1 = 8a^{\frac{x-1}{2}} b^{\frac{c}{2}} m$$

$$T_2 = \frac{17}{3} a^3 b^5 m^{n-1}$$

- a) 13                  d) 8  
b) 4                  e) 9  
c) 19

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Marca las E. A.

- a)  $13x^6y^4 + 2\sqrt{2}$   
 b)  $28x^3y^4 + 15xy^2 - 20xy + \dots$   
 c)  $8x^3y^5 - 20x^ay^3 + 6$   
 d)  $13xm^4 - \frac{\sqrt{11}}{2}mn^6 + 13mn$   
 e)  $-10xy + 4m^5n^6 - 3m^{\sqrt{13}}y^3$

Resolución:

2. Escribe 3 términos semejantes a:  $-a^5b^2$ 

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Elabora un término algebraico cuyo coeficiente es el doble de 3 disminuido en 12, sus variables son a, b, c y sus exponentes: 1; 3; 5 respectivamente.

Resolución:

4. Calcula la suma de coeficientes de la E. A.

$$-4a + 7b + 15ab - 1$$

- a) 12                          d) 10  
 b) 7                            e) 8  
 c) 17

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Calcula «m + c + x» si son T. S.

$$T_1 = -\frac{\sqrt{3}}{2}a^{\frac{x+5}{2}}b^{c/3}y^{m-8}$$

$$T_2 = \sqrt{5}b^3a^4y$$

- a) 21                            c) 19                            e) 10  
 b) 20                            d) 15

Resolución:



## REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES I

Para reducir términos semejantes, debemos de tener en cuenta lo siguiente:

- Solo se reducen términos semejantes:
  - ❖  $3xy - 8x^2y \rightarrow$  no se pueden reducir porque no son semejantes.
  - ❖  $5 + 2x^6y^7 \rightarrow$  no se puede reducir porque no son semejantes.
- Si se tienen términos semejantes con coeficientes enteros, se aplica la ley de signos para la (+) y (-).
  - ❖  $-9xy - 13xy \rightarrow -22xy$   
↓  
-9 - 13 se suman y la respuesta lleva el mismo signo.
  - ❖  $-2ab + 15ab \rightarrow 13ab$   
↓  
-2 + 15 = +13 se resta y la respuesta lleva el signo del mayor.
  - ❖  $3xm - 20xm \rightarrow -17xm$   
↓  
3 - 20 = -17

► Si se tienen términos semejantes con coeficientes en Q (fracciones), debes tener en cuenta las operaciones con fracciones homogéneas y heterogéneas.

- ❖  $-\frac{8}{3}xm + \frac{11}{3}xm \rightarrow$  son fracciones homogéneas  
$$-\frac{8}{3} + \frac{11}{3} = \frac{-8 + 11}{3} = \frac{3}{3}xm$$
$$= 1xm = xm$$
- ❖  $-\frac{3}{5}ab - \frac{7}{2}ab \rightarrow$  los coeficientes son fracciones heterogéneas  
$$-\frac{3}{5} - \frac{7}{2} = \frac{-6 - 35}{10} \rightarrow \text{MCM } (5;2)$$
$$= -\frac{41}{10}ab$$

► Si se tienen términos semejantes, estos se agrupan y se reducen:

- ❖  $-4 + 8x^2y - 10x^2y + 20$   
se agrupa  $\rightarrow \underline{-4 + 20} + 8x^2y - 10x^2y$   
$$+16 + (8 - 10)x^2y$$
$$16 - 2x^2y \rightarrow$$
 ya no se puede reducir



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1.  $A = -29x^2y^3 + x^2y^3$

Resolución:

$$A = -29x^2y^3 + x^2y^3 \rightarrow \text{son T. S., se puede reducir}$$

$$A = (-29 + 1)x^2y^3$$

$$A = -28x^2y^3$$

Rpta.:

$$-28x^2y^3$$

#### Reducción de T. S. I

Para reducir términos semejantes, se operan los coeficientes:

$$-20xy + 22xy$$

$$(-20 + 22)xy$$

$$2xy$$

2.  $E = -15xy - 10xy + 12xy$

Resolución:

6.  $T = -4 + 3b + 18 + 16b - 15 - 24b$

Resolución:

Nivel intermedio

3.  $B = -7 + 3y + 18 + 8y - 10 - 10y$

Resolución:

$$B = \underbrace{-7 + 18 - 10}_{B = -7 - 10 + 18} + \underbrace{3y + 8y - 10y}_{(3 + 8 + 10)y} \rightarrow \text{se agrupa}$$

$$B = -7 - 10 + 18 \quad (3 + 8 + 10)y$$

$$B = -17 + 18 \quad (11 - 10)y$$

$$B = 1 \quad 1y$$

$B = 1 + y \leftarrow$  ¡ya no se puede reducir!

Rpta.:

$$1 + y$$

4.  $R = -9 + 2x + 13 + 7x - 10 - 12x$

Resolución:

5.  $A = 5x^2 + 6x - 9x^2 + 8x - x + x^2$

Resolución:

Nivel avanzado

7.  $Q = -\frac{xy}{5} + \frac{7xy}{10} + \frac{3xy}{2}$

Resolución:

$$Q = -\frac{xy}{5} + \frac{7xy}{10} + \frac{3xy}{2}$$

$$Q = \left(-\frac{1}{5} + \frac{7}{10} + \frac{3}{2}\right)xy \text{ operamos los coeficientes}$$

$$Q = \left(\frac{-2 + 7 + 15}{10}\right)xy$$

$$\text{MCM}(5; 10; 2) = 10$$

$$Q = \left(\frac{-2 + 22}{10}\right)xy$$

$$Q = \frac{20}{10}xy$$

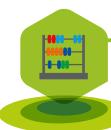
$$Q = 2xy$$

Rpta.:

$$2xy$$

8.  $A = \frac{2ab}{5} + \frac{4ab}{5} + \frac{ab}{6}$

Resolución:



## Práctica

Reduce las siguientes expresiones:

1.  $H = -4x - 20x + 6x - 8x$

- a)  $18x$       d)  $x$   
b)  $-26$       e)  $16x$   
c)  $-26x$

Resolución:

2.  $B = -ab - 6ab$

- a)  $9ab$       d)  $-6ab$   
b)  $-7ab$       e)  $ab^2$   
c)  $ab$

Resolución:

3.  $E = 14xy - 9a - 15xy - a + 20xy$

- a)  $15a + b$       d)  $13xy - a$   
b)  $xy + a$       e)  $19xy - 10a$   
c)  $17xy - 19a$

Resolución:

4.  $S = a + 3b - 18a + 7b - 24a - 13b$

- a)  $12a + b$       d)  $-41a - 3b$   
b)  $a + b$       e)  $-41a + b$   
c)  $13a + 3b$

Resolución:

5.  $Q = \frac{xy}{3} + \frac{7xy}{9} - \frac{5xy}{18}$

- a)  $xy$       d)  $\frac{1}{2}xy$   
b)  $\frac{10}{18}xy$       e)  $2xy$   
c)  $\frac{1}{6}xy$

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $F = -16xy + 22xy$

- a) 6
- b)  $6x$
- c)  $7xy$
- d)  $6xy$
- e)  $8xy$

Resolución:

2.  $Q = \frac{3}{8}ab + \frac{13}{8}ab$

- a)  $5ab$
- b)  $7ab$
- c)  $ab$
- d) 2
- e)  $2ab$

Resolución:

3.  $P = -\frac{3xy}{5} + \frac{xy}{5} - \frac{9xy}{5}$

- a)  $xy^2$
- b)  $-\frac{12}{5}xy$
- c)  $-\frac{11}{5}xy$
- d)  $xy$
- e)  $\frac{1}{2}xy$

Resolución:

4.  $W = -2 + 20x - 17 - 30x + 8 - x$

- a)  $2 + x$
- b)  $-11x + 1$
- c)  $-11 - 11x$
- d)  $-12x + 8$
- e)  $13x$

Resolución:

5.  $R = \frac{xy}{8} + \frac{7xy}{4} - \frac{3xy}{2}$

- a)  $-\frac{15}{8}xy^2$
- b)  $-\frac{1}{8}xy$
- c)  $\frac{3}{8}xy$
- d)  $xy$
- e)  $\frac{2}{3}xy$

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1.  $T = -2x^2 + 8x^2 + 15x^2 - 5x^2$
- a)  $19x^2$       d)  $16$   
b)  $17x^2$       e)  $16x^2$   
c)  $x^2$

Resolución:

2.  $P = -10 + 8y + 14 + 5y - 13 - 20y$
- a)  $3y$       d)  $-9 - 7y$   
b)  $-6 - 4y$       e)  $5y$   
c)  $-8 - 9y$

Resolución:

4.  $E = -\frac{xy}{4} + \frac{3xy}{8} + \frac{7xy}{2}$
- a)  $\frac{1}{8}xy$       d)  $xy$   
b)  $\frac{29}{8}xy$       e)  $2xy$   
c)  $\frac{1}{4}xy$

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $Q = x + 3y - 20x + 6y - 2x - 20y$
- a)  $5x + y$       d)  $-21x - 11y$   
b)  $2x + y$       e)  $x - y$   
c)  $x + y$

Resolución:

5.  $M = \frac{5xy}{6} - \frac{11xy}{3} + \frac{xy}{2}$
- a)  $-\frac{39}{6}xy$       d)  $-\frac{7}{9}xy$   
b)  $-\frac{7}{3}xy$       e)  $xy^2$   
c)  $xy$

Resolución:



## REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES II

En esta semana, vamos a reducir términos semejantes, aplicando la propiedad distributiva.  
Ejemplos:

- $2x(3y - 8) - 8x(y + 4)$ 
  - $\cancel{2x}(3y - 8) - \cancel{8x}(y + 4)$
  - $\cancel{6xy} - 16x - \cancel{8xy} - 32x$
  - $\cancel{6xy} - \cancel{8xy} - 16x - 32x$
  - $\cancel{-2xy} - 48x$

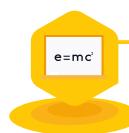
↓  
¡Buscamos términos semejantes!

↓  
¡Ya no se puede reducir!
- $-x(x - 6) - (8x - x^2)$ 
  - $\cancel{-x}(x - 6) - \cancel{(8x - x^2)}$
  - $\cancel{-x^2} + 6x - 8x + x^2$
  - $-2x$
- $5m(2n - 6m) - 8n(2m) + 10m^2$ 
  - $\cancel{5m}(2n - 6m) - \cancel{8n}(2m) + 10m^2$
  - $10mn - 30m^2 - 16mn + 10m^2$
  - $10mn - 16mn - 30m^2 + 10m^2$
  - $-6mn - 20m^2$

### Reducción de T. S. II

Propiedad distributiva

- $3(2x - 4y)$   
 $3.2x - 3.4y$   
 $6x - 12y$
- $x(x + 3y)$   
 $x.x + x.3y$   
 $x^2 + 3xy$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

Reduce las siguientes expresiones:

1.  $P = 4(x - 7y) - 6(y - x)$

**Resolución:**

$$\begin{aligned} P &= 4(\cancel{x} - 7y) - 6(\cancel{y} - \cancel{x}) && \leftarrow \text{Aplicamos la P. distributiva} \\ P &= \cancel{4x} - 28y - \cancel{6y} + \cancel{6x} && \leftarrow \text{Agrupamos} \\ P &= 4x + 6x - 28y - 6y \\ P &= 10x - 34y \end{aligned}$$

**Rpta.:**

$$10x - 34y$$

2.  $Q = -5(-3a + 7b) + 7(a - 4b)$

**Resolución:**



3.  $B = 8(3x - 2y) - (3x - 7y)$

Resolución:

Nivel avanzado

7.  $A = 6x(2x - 7y) - x(4x - 9y) + 3(xy - x^2)$

Resolución:

$$A = 6x(2x - 7y) - x(4x - 9y) + 3(xy - x^2)$$

$$A = \cancel{6x} \cdot 2x - \cancel{6x} \cdot 7y - \cancel{x} \cdot 4x + \cancel{x} \cdot 9y + 3 \cdot xy - 3x^2$$

$$A = \cancel{12x^2} - \cancel{42xy} - \cancel{4x^2} + \cancel{9xy} + 3xy - \cancel{3x^2}$$

$$A = \cancel{12x^2} - \cancel{4x^2} - \cancel{3x^2} - \cancel{42xy} + \cancel{9xy} + \cancel{3xy}$$

$$A = 12x^2 - 7x^2 - 42xy + 12xy$$

$$A = 5x^2 - 30xy$$

Rpta.:

$$5x^2 - 30xy$$

8.  $B = 6x(2y - 3x) - x(3y - 7x) + 4(xy - x^2)$

Resolución:

4.  $S = 2x(x - 5y) - 3x(y - 7x)$

Resolución:

$$S = 2x(x - 5y) - 3x(y - 7x) \quad \text{Aplicamos la}$$

$$S = 2x \cdot x - 2x \cdot 5y - 3x \cdot y + 3x \cdot 7x \quad \leftarrow \text{P. distributiva}$$

$$\begin{array}{c} \textcircled{-} \cdot \textcircled{-} = \textcircled{+} \\ \uparrow \end{array}$$

$$S = 2x^2 - \cancel{10xy} - \cancel{3xy} + \cancel{21x^2} \quad \leftarrow \text{Agrupamos}$$

$$S = 2x^2 + 21x^2 - 10xy - 3xy$$

$$S = 23x^2 - 13xy$$

Rpta.:

$$23x^2 - 13xy$$

5.  $O = 3x(x - 4y) - 5x(y - 9x)$

Resolución:

6.  $T = -2a(5b - a) + 4a(3a - b)$

Resolución:

9.  $S = 9x(x - 2y) + x(x - y) - (4x^2 + 8y)$

Resolución:



## Práctica

Reduce los siguientes ejercicios:

1.  $N = 3(2x - 3y) - (5x - 8y)$

- |              |             |
|--------------|-------------|
| a) $x + 31y$ | d) $x - y$  |
| b) $2x + y$  | e) $x + 5y$ |
| c) $x + y$   |             |

Resolución:

2.  $R = -8(-2a + 3b) + 5(a - 5b)$

- |               |                |
|---------------|----------------|
| a) $31a - 4b$ | d) $21a - 29b$ |
| b) $a - 5b$   | e) $a + b$     |
| c) $a - b$    |                |

Resolución:

3.  $M = 5x(x - 2y) - 3x(y - 8x)$

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| a) $29x^2 - 13xy$ | d) $15x^2 - 10xy$ |
| b) $28x^3 - 14xy$ | e) $x^2 + xy$     |
| c) $25x^2 - 12xy$ |                   |

Resolución:

4.  $A = 5(8x - 9y) - (-2x + 6y)$

- |                |               |
|----------------|---------------|
| a) $13x - 2y$  | d) $21x - y$  |
| b) $5x + 2y$   | e) $24x - 6y$ |
| c) $42x - 51y$ |               |

Resolución:

5.  $N = -5(-3m + 6n) + 8(n - m)$

- |                |             |
|----------------|-------------|
| a) $-12n + 8m$ | d) $-m + n$ |
| b) $-22n + 7m$ | e) $m - n$  |
| c) $-10n + 1$  |             |

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $C = 9a(-6 + 3b) - 5(a - 7ab)$

- a)  $52ab - 29a$       d)  $ab + b$   
b)  $62ab - 59a$       e)  $ab + a$   
c)  $42ab - 19$

Resolución:

2.  $P = -3(x - y) - (y - 3x)$

- a)  $y$       d)  $3y$   
b)  $-3y$       e)  $2y$   
c)  $-2y$

Resolución:

3.  $E = 4a(3b - a) - 5a(a - 6b)$

- a)  $a^2 - ab$   
b)  $-8a^2 + 32ab$   
c)  $-7a^2 + ab$   
d)  $-9a^2 + 42ab$   
e)  $2a^2 + 13ab$

Resolución:

4.  $C = 5x(3y - 2x) - x(2y - 9x) + 2(xy - x^2)$

- a)  $6xy + 7x^2$   
b)  $15xy - 3x^2$   
c)  $17xy - 8x^2$   
d)  $10xy - 4x^2$   
e)  $11xy - 5x^2$

Resolución:

5.  $S = -4x(x - 5y) + x(x - y) + 5x^2 - 11xy$

- a)  $3x^2 + 9xy$       d)  $5x^2 + xy$   
b)  $6x^2 + 7xy$       e)  $6x^2 + xy$   
c)  $2x^2 + 8xy$

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

Reduce las siguientes expresiones:

1.  $A = 4(2x - 5y) - (4x - 2y)$

- |               |              |
|---------------|--------------|
| a) $4x - 12y$ | d) $5x + 2y$ |
| b) $x + y$    | e) $x - y$   |
| c) $4x - 18y$ |              |

Resolución:

2.  $P = -2a(5b - a) + 3a(a - 2b)$

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a) $3a^2 - 10ab$ | d) $6a^2 - 11ab$ |
| b) $2a^2 - 15ab$ | e) $4a^2 - 10ab$ |
| c) $5a^2 - 16ab$ |                  |

Resolución:

## Nivel intermedio

3.  $T = 2m(3n - 8m) - m(5n - 6m) + 5(mn - m^2)$

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a) $15mn - 6m^2$ | d) $6mn$         |
| b) $mn - 7m^2$   | e) $6mn - 15m^2$ |
| c) $7mn - 12m^2$ |                  |

Resolución:

4.  $C = 5x(y - 2x) - x(2y - 3x) + 3(xy - x^2)$

- |                 |                  |
|-----------------|------------------|
| a) $7xy - x^2$  | d) $7xy - x^2$   |
| b) $9xy - x^3$  | e) $6xy - 10x^2$ |
| c) $9xy - 2x^2$ |                  |

Resolución:

5.  $Q = 7a(a - 2b) + a(a - 3b) + 2a^2 - 8ab$

- |                   |
|-------------------|
| a) $7a^2 - 11ab$  |
| b) $4a^2 + 10ab$  |
| c) $10a^2 - 25ab$ |
| d) $3a^2 - 16ab$  |
| e) $5a^2 + 10ab$  |

Resolución:



# POLINOMIOS I

## A. Polinomio

Es una expresión algebraica donde los exponentes de sus variables son números naturales: {0; 1; 2; ...}

Ejemplos:

- ❖  $5x^7 - 9xy + 7x^{\frac{7}{4}}$  → no es polinomio
- ❖  $3a^2b + 5ab - 9a^2$  → sí es polinomio
- ❖  $4a^5 - 8b^4 - 3a^{-7}$  → no es polinomio

## B. Notación polinómica

Es la forma abreviada que se adopta para expresar un polinomio.

$$Q(a; b; c) = \underbrace{-7a^3b^4}_{\text{Variables}} - \underbrace{22ab}_{\text{Término}} + \underbrace{10}_{\text{independiente}}$$

→ Nombre del polinomio

Se lee: Polinomio Q de a, b, c  
Polinomio Q en a, b, c

## C. Clasificación

Por el número de términos:

### 1. Monomio

Es aquel polinomio que tiene un solo término.

Ejemplos:

- $P(x;y) = -\frac{6}{5}x^4y^5$
- $Q(a) = 7a$

### 2. Binomio

Es aquel polinomio que tiene dos términos.

Ejemplos:

- $M(x,y) = 3x^2 - 5y^2$
- $E(m) = 2 + 3a^3$

### 3. Trinomio

Es aquel polinomio que tiene tres términos.

- $A(x) = 3x^2 - 7x + 5$
- $C(m,n) = -4mn + 8m^2 - n^2$

## D. Valor numérico (V. N.)

El valor numérico de un polinomio es el resultado que se obtiene al sustituir las variables (letras) por números.

Ejemplo:

Calcula el valor numérico (V. N.) de  $P(x) = 3x^3 - 5x^2 - 6x + 9$  para  $x = -1$ .

Resolución:

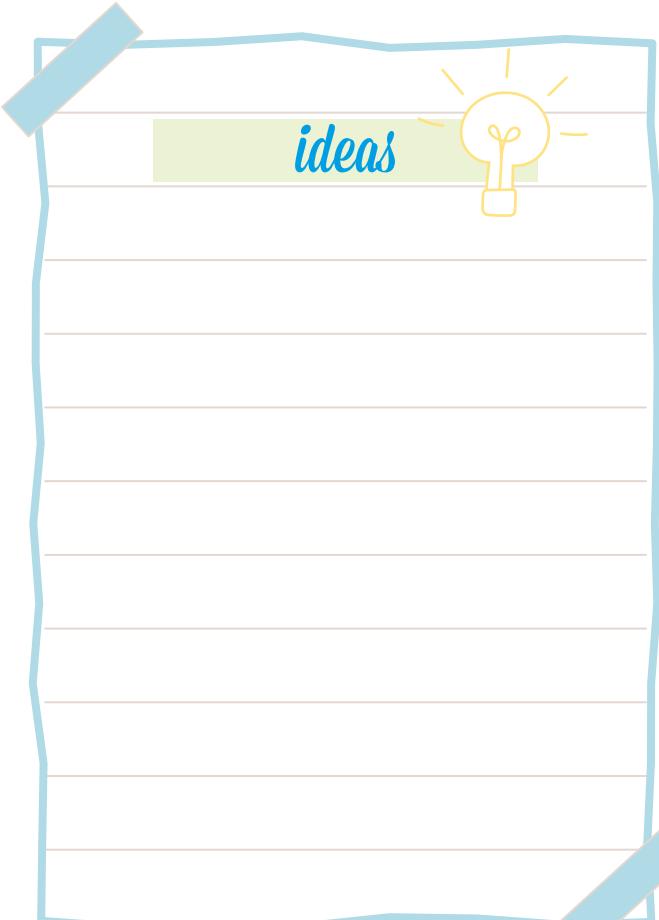
$$P(-1) = 3(-1)^3 - 5(-1)^2 - 6(-1) + 9$$

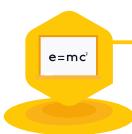
$$P(-1) = 3(-1) - 5(1) + 6 + 9$$

$$P(-1) = -3 - 5 + 15$$

$$P(-1) = -8 + 15$$

$$P(-1) = 7$$





## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Señala qué expresiones algebraicas son polinomios:
- $x^{-6}$
  - $3 + x$
  - $\frac{5}{4}m - 6n^{1/2}$
  - $4xy - 7x^2 + 1$

Resolución:

- A) No es polinomio, porque el exponente de  $x$  es negativo.  
 C) No es polinomio, porque el exponente de  $n$  es un fracción  $1/2$ .  
 $\therefore$  A y D son polinomios

Rpta.:

B y D son polinomios.

2. Calcula  $P(3)$ , si:  $P(x) = 2x^2 + 5$

Resolución:

4. Calcula  $B(3) + B(1)$ , si  $B(m) = m^2 + 2m$

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula el V. N. de  $F$ , para  $a = 2$ ,  $b = -2$ ,  $c = 1$  si  $F(a, b, c) = 2a + ab + 3c - 6$

Resolución:

$$F(a, b, c) = 2a + ab + 3c - 6$$

Reemplazamos  $a = 2$ ;  $b = -2$ ;  $c = 1$

$$\begin{aligned} F(a, b, c) &= 2(2) + (2)(-2) + 3(1) - 6 \\ &= \cancel{4} - \cancel{4} + 3 - 6 \\ &= -3 \quad \text{Rpta.: } -3 \end{aligned}$$

6. Calcula  $2.S(2; -1)$ , si  $S(a, b) = a^2 + b^2 + 2$

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula  $A(2) - A(1)$ , si  $A(x) = -2x + 3x^2 + 2$

Resolución:

$$\begin{aligned} A(x) &= -2x + 3x^2 + 2 \\ A(2) &= -2(2) + 3(2)^2 + 2 \\ &= -4 + 3(4) + 2 = -4 + 12 + 2 \\ &= -4 + 14 \\ A(2) &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A(1) &= -2(1) + 3(1)^2 + 2 \\ &= -2 + 3(1) + 2 = -2 + 3 + 2 \\ &= -2 + 5 \\ A(1) &= 3 \\ \therefore A(2) - A(1) &= 10 - 3 = 7 \end{aligned}$$

Rpta.:

10 y 7



## Práctica

1. Calcula el V. N. de P, para que  $b = -3$ . Si:

$$P(b) = 5b - b^2 + 5$$

- a) -15                          d) -1  
b) -14                           e) 19  
c) -19

Resolución:

2. Calcula  $R(-2)$  si  $R(x) = 8 - 2x + x^2$

- a) 8                              d) 12  
b) 10                            e) 16  
c) 14

Resolución:

3. Calcula  $Q(-3)$ , si:  $Q(m) = 5m + 6 - m$

- a) 13                            d) -33  
b) -38                         e) 22  
c) 35

Resolución:

4. Calcula el V. N. de B, para  $x = 2$ ;  $a = -3$ ;  $m = 1$ . Si  $B(x, a, m) = 2ax - 3am + 5$ .

- a) 3                              d) -2  
b) -3                            e) 2  
c) 5

Resolución:

5. Calcula  $3E(2; 4)$ , si  $E(x, y) = x^2 - y^2 + 10$

- a) 2                              d) -6  
b) -4                            e) -2  
c) -3

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula  $2S(2; 3)$ , si  $S(x, y) = x^2 - y^2 + 8$

- a) 8                          d) 5  
b) 3                          e) -10  
c) 6

Resolución:

2. Calcula el V. N. de  $F$ , para  $x = -2$ ;  $y = -4$ ;  $z = -1$ . Si:  $F(x, y, z) = 3x + xy + y^3 - 7z + 9$

- a) -24                          d) -70  
b) -46                          e) 24  
c) 46

Resolución:

3. Calcula  $Q(3) - Q(5)$  si  $Q(a) = -6a + 4a^2 + 5$

- a) 23                          d) -72  
b) 52                          e) -52  
c) -98

Resolución:

4. Calcula  $2A(2)$ , si  $A(x) = 6 - 8x + x^3$

- a) -4                          d) -8  
b) -2                          e) 4  
c) 2

Resolución:

5. Calcula  $B(6) - P(1)$ , si  $B(a) = 3a - 6$  y  $P(a) = 5 - 3a$ .

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula  $P(2)$ , si  $P(x) = 6 - 3x^2 + x$

- a) -4                    d) 1  
b) 5                    e) 0  
c) -2

Resolución:

2. Calcula  $Q(-4)$ , si  $Q(a) = 8a - 5$

- a) 9                    d) 37  
b) 8                    e) -3  
c) -37

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula  $A(2) - A(4)$ , si  $A(m) = -3m + 5m^2 + 4$

- a) 9                    d) 54  
b) -8                    e) -54  
c) 8

Resolución:

4. Calcula el V.N. de  $P$  para  $x = -2; y = -3; z = -1$ , si:  
 $P(x, y, z) = 3x + xy + y^3 - 5z + 3$

- a) 1                    d) -19  
b) 8                    e) -4  
c) 9

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula el V.N. de  $E$ , para  $a = -2; b = -4$  y  $c = -1$ . Si  
 $E(a, b, c) = 2a + ab + b^3 - 8c + 5$

- a) -16                    d) -47  
b) 16                    e) 47  
c) 9

Resolución:



## POLINOMIOS II: GRADOS DE UN POLINOMIO

El grado de un polinomio es una característica propia de los polinomios y se relaciona con los exponentes de las variables. Hay dos tipos de grado:

### I. Grado relativo (GR)

Es el mayor exponente de la variable.

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ En un monomio<br/> <math>A(m,n) = -5m^4n^8</math><br/> <math>GR(m) = 4</math><br/> <math>GR(n) = 8</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ En un polinomio<br/> <math>P(m,n) = 7m^2n^8 + 3m^5n^6 + 5mn</math><br/> Exponentes de m      2      5      1<br/> <math>GR(m) = 5</math><br/> <math>GR(n) = 8</math></li> </ul> |
|---|--|

### II. Grado absoluto (GA)

Es la mayor suma de los exponentes de las variables en los términos de un polinomio.

- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ En un monomio<br/> <math>P(x,y) = 7x^4y^5a^3</math><br/> <span style="margin-left: 100px;">↳ a no es variable</span><br/> <math>GA(P) = 4 + 5 = 9</math></li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>❖ En un polinomio<br/> <math>Q(x,y) = \underbrace{-3x^4y^3}_{4+3} + \underbrace{5x^5y}_{5+1} - \underbrace{2x^9y^2}_{9+2}</math><br/> <span style="margin-left: 100px;">7      6      11</span><br/> <math>GA(Q) = 11</math> es el mayor grado</li> </ul> |
|--|--|

### Recuerda

$$\begin{array}{c} P(x,y) = 7x^4y^5a^3 \\ \hline \text{Variables} \end{array}$$

↑  
No es variable



e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Calcula GR(a) + GR(b) si:

$$P(a, b, c) = 7a^8b^5c^4$$

Resolución

$$P(a, b, c) = 7a^8b^5c^4$$

$$\begin{aligned} GR(a) &= 8 & GR(b) &= 5 \\ \therefore GR(a) + GR(b) &= 8 + 5 = 13 \end{aligned}$$

2. Calcula GA(T) + GR(x) - GR(y) si:

$$T(x, y) = 7x^5z^3y^{13}$$

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula GR(a) + GR(b) + GA(R) si:

$$R(a, b) = 5a^2b^6 - 8ab + 9a^6b^8$$

Resolución

$$\begin{aligned} R(a, b) &= 5a^2b^6 - 8ab + 9a^6b^8 \\ &= \underbrace{5a^2b^6}_{2+6} - \underbrace{8ab}_{1+1} + \underbrace{9a^6b^8}_{6+8} \\ &\quad 8 \quad 2 \quad 14 \end{aligned}$$

GA(R) = 14 es el mayor grado

GR(a) = 6 es el mayor exponente de a

GR(b) = 8 es el mayor exponente de b

Nos piden: GR(a) + GR(b) + GA(R)

$$\begin{aligned} &= 6 + 8 + 14 \\ &= 28 \end{aligned}$$

4. Calcula GA(P) + GR(x) + GR(y) si:

$$P(x, y) = 9x^3y^5 - 5x^4y^6 + 2x^8y$$

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula  $x^2$  si el grado de R es igual a 20.

$$R(a, b) = 6a^4b^{4x}$$

Resolución

$$R(a, b) = 6a^4b^{4x}$$

$$GA(R) = 20$$

$$4 + 4x = 20$$

$$4x = 16$$

$$x = 4$$

$$\therefore x^2 \rightarrow 16$$

6. Calcula GA(B) - GR(x) + GR(y) si:

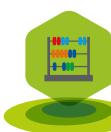
$$B(x, y) = -5x^9y^{12}a^4$$

Resolución:

7. Calcula  $x^3$  si el grado de E es igual a 32.

$$E(m, n) = \frac{1}{3} m^2n^{6x}$$

Resolución:



## Práctica

1. Calcula  $3GA(F) - 5$  si:

$$F(a, b) = \frac{1}{6} a^6 n b^4$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 5  | d) 25 |
| b) 35 | e) 8  |
| c) 6  |       |

Resolución:

2. Calcula  $GA(E) + GR(x) - GP(y)$  si:

$$E(x, y) = -5 x^8 y^9$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 10 | d) 18 |
| b) 16 | e) 20 |
| c) 17 |       |

Resolución:

3. Calcula  $GA(B) - GR(x) - GR(y) - 2$

$$B(x, y) = 2x^3 y + 7x^7 y^5 + 2x^8 y$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 2  | d) -2 |
| b) 3  | e) 4  |
| c) -3 |       |

Resolución:

4. Calcula  $GA(P) + GR(x) - 1$  si:

$$P(x, y) = 17x^5 y^3 - 20x^4 y^8 + 8x^9 y$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 12 | d) 20 |
| b) 30 | e) 9  |
| c) 21 |       |

Resolución:

5. Calcula  $x^2 - 4$  si el  $GA(P) = 15$

$$P(a, b) = 11a^x b^3 - 5a^x b^9 + 3a^x b^7$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 35 | d) 36 |
| b) 3  | e) 39 |
| c) 32 |       |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula  $m^3$  si el grado es igual a 32

$$P(x, y, z) = 7x^5y^{12}z^{3m}$$

- a) 100                          d) 1  
b) 125                           e) 2  
c) 0

Resolución:

2. Calcula  $a^3$  si el grado es igual a 20

$$P(x, y) = 5x^ay^{4a}$$

- a) 8                              d) 4  
b) 19                            e) 64  
c) 74

Resolución:

3. Calcula  $x^2 - 4$ , si el GA(Q) = 17

$$Q(a, b) = 12a^xb^3 + 3a^xb^8 - 2a^xb^7$$

Resolución:

4. Calcula  $x^2 + 3$  si el GA(R) = 21

$$R(a, b) = 15a^xb^9 - 3a^xb^{15} + 8a^xb^{10}$$

- a) 20                            d) 33  
b) 25                            e) 39  
c) 36

Resolución:

5. Calcula  $x^3$  si el GA(E) = 16

$$E(m, n) = 5m^xn^9 - 6m^xn^{12} + m^xn^{14}$$

- a) 28                            d) 8  
b) 9                             e) 1  
c) 7

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Calcula  $GA(E) + GR(x) - GR(y)$  si:

$$E(x, y) = \frac{1}{2}x^5z^2y^{11}$$

- a) 3                          d) 10  
b) 12                        e) 4  
c) 11

Resolución:

4. Calcula  $GA(B) - GR(x) - GR(y) - 3$   
 $B(x, y) = 8x^6y^9 - 5x^8y + 12x^4y^3$

- a) -5                          d) -6  
b) 5                            e) 7  
c) 6

Resolución:

2. Calcula  $GA(R) - GR(x) - 2$

$$R(x, y) = -2x^9y^5m^4$$

- a) 2                            d) 0  
b) 4                            e) 8  
c) 3

Resolución:

5. Calcula  $x^3$  si el grado de F es igual a 40.

$$F(m, n) = \frac{1}{5}m^5n^{7x}$$

- a) 125                        d) 5  
b) 100                        e) 7  
c) 120

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Calcula  $GA(P) - GR(b) + GR(a)$  si:

$$P(a, b) = 3a^4b^5 - 2a^6b - a^7$$

- a) 3                            d) 11  
b) 2                            e) 33  
c) 1

Resolución:



## MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

**Recuerda**

$$x \cdot x = x^{1+1} = x^2$$
$$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5$$

### Multiplicación de polinomios

- Monomio x monomio  
Multiplicar los coeficientes y aplicar el producto de bases iguales
- Monomio x polinomio  
Aplicar la propiedad distributiva
- Polinomio x polinomio  
Aplicar la propiedad distributiva dos veces

Observa los siguientes casos:

### I. Monomio por monomio

Se multiplican los coeficientes y se aplica el producto de bases iguales

Ejemplos:

$$\begin{aligned}\diamond (5x^8)(-3x^4) &= (5)(-3)x^8 \cdot x^4 = -15x^{12} \\ \diamond (-4a^3b^5)(-8ab^2) &= (-4)(-8)a^3 \cdot a \cdot b^5 \cdot b^2 \\ &= 32a^4b^7\end{aligned}$$

### II. Monomio por polinomio

Aplicamos la propiedad distributiva.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}\diamond 2x(3x + 5y + 6) &\\ 2x \cdot 3x + 2x \cdot 5y + 2x \cdot 6 &\\ 6x^2 + 10xy + 12x &\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\diamond -4xy(3 - 2xy^3 + 3x) &\\ -4xy \cdot 3 + 4xy \cdot 2xy^3 - 4xy \cdot 3x &\\ \uparrow \ominus \cdot \ominus &\\ -12xy + 8x^2y^4 - 12x^2y &\end{aligned}$$

### III. Polinomio por polinomio

Aplica la propiedad distributiva dos veces.

Ejemplo:

$$\begin{aligned}A &= (5x + 3)(x - 9) \\ A &= 5x(x - 9) + 3(x - 9) \\ &\quad \curvearrowright \curvearrowright \\ A &= 5x \cdot x - 5x \cdot 9 + 3 \cdot x - 3 \cdot 9 \\ &= 5x^2 - 45x + 3x - 27 \\ &\quad \overline{\quad} \overline{\quad} \\ A &= 5x^2 - 42x - 27\end{aligned}$$

### Nivel básico

1.  $A = 5x^2y(3x^2y^4 + 7xy + 12x^4y)$

Resolución

$$A = 5x^2y(3x^2y^4 + 7xy + 12x^4y)$$

Aplicamos la propiedad distributiva

$$\begin{aligned}A &= 5x^2y \cdot 3x^2y^4 + 5x^2y \cdot 7xy + 5x^2y \cdot 12x^4y \\ A &= (5)(3)x^{2+2}y^{1+4} + (5)(7)x^{2+1}y^{1+1} + (5)(12)x^{2+4} \cdot y^{1+1} \\ A &= 15x^4y^5 + 35x^3y^2 + 60x^6y^2\end{aligned}$$

2.  $A = 2x^3y^2(4x^2y^3 + 3xy^2 + 5x^4y^5)$

Resolución

$$A = 2x^3y^2(4x^2y^3 + 3xy^2 + 5x^4y^5)$$

2.  $L = 7a^4b^2 (4ab^3 + 3a^3 b^2 + 5a)$

Resolución:

3.  $G = a(a - 9) + 9a$

Resolución:

#### Nivel intermedio

4.  $B = (4x - 1)(x + 2) - 4x^2 + 2$

Resolución

$$B = (4x - 1)(x + 2) - 4x^2 + 2$$

$$B = 4x(x + 2) - 1(x + 2) - 4x^2 + 2$$

$$B = \cancel{4x^2} + 8x - x - \cancel{2} - \cancel{4x^2} + \cancel{2}$$

$$B = 7x$$

5.  $R = (5x - 2)(x + 5) - 5x^2 + 10$

Resolución:

6.  $A = (3x + 1)(2x - 4) - 6x^2 + 10x - 4$

Resolución:

#### Nivel avanzado

7. Calcula A . B, si:

$$A = x(x - 7) + 7x$$

$$B = 2x(x + 3) - 2x^2$$

Resolución

$$A = x(x - 7) + 7x$$

$$A = x^2 - \cancel{7x} + \cancel{7x}$$

$$A = x^2$$

$$B = 2x(x + 3) - 2x^2$$

$$B = \cancel{2x^2} + 6x - \cancel{2x^2}$$

$$B = 6x$$

∴ Piden: A . B

$$1x^2 \cdot 6x = (1)(6)x^{2+1} = 6x^3$$

8. Calcula P . Q si:

$$P = x(x - 4) + 4x$$

$$Q = 7x(x + 5) - 7x^2$$

Resolución:

9. Calcula E + F si:

$$E = 5m(m - 2) - 5m^2$$

$$F = (m - 1)(m + 3)$$

Resolución:



## Práctica

Resuelve los siguientes ejercicios:

1.  $R = x(x - 6) + 6x$

- |          |           |
|----------|-----------|
| a) $x^2$ | d) $x^4$  |
| b) $2x$  | e) $2x^2$ |
| c) $5x$  |           |

Resolución:

2.  $Q = 3a(a + 6) + a^2 - 17a$

- |               |         |
|---------------|---------|
| a) $3a^2$     | d) $4a$ |
| b) $4a^2 + a$ | e) $5a$ |
| c) $2a^2 + a$ |         |

Resolución:

3.  $S = (3x + 8)(4x - 1) - 12x^2 - 29x - 8$

- |                    |  |
|--------------------|--|
| a) $5x^5 - 1$      |  |
| b) $x^2 + 9x + 16$ |  |
| c) $2x^2$          |  |
| d) $x$             |  |
| e) $2x^2 + 19x$    |  |

Resolución:

4.  $N = (3x - 5)(x + 4) - 3x^2 + 20$

- |         |         |
|---------|---------|
| a) $6x$ | d) $8x$ |
| b) $-7$ | e) $9x$ |
| c) $7x$ |         |

Resolución:

5. Calcula  $A + B$  si:

$$A = x(x + 4) - 4x$$

$$B = 3x(2x - 3) + 9x$$

- |           |           |
|-----------|-----------|
| a) $6x^2$ | d) $7x^2$ |
| b) $5x$   | e) $7x^4$ |
| c) $8x^2$ |           |

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $T = x(x + 7) - x^2$

- |         |         |
|---------|---------|
| a) $3x$ | d) $6x$ |
| b) $9x$ | e) $7x$ |
| c) $8x$ |         |

Resolución:

2.  $R = 6m^2n^4 (4 - 2m^3n^2 + 8mn^6)$

Resolución:

3.  $A = x(x + 7) - x(x + 9) - 3x$

- |          |         |
|----------|---------|
| a) $-4x$ | d) $4x$ |
| b) $-5x$ | e) $3$  |
| c) $5x$  |         |

Resolución:

4.  $E = (5x - 2)(2x + 6) - 10x^2 + 15$

- |              |              |
|--------------|--------------|
| a) $27 - x$  | d) $26x + 3$ |
| b) $35x + 9$ | e) $24x + 3$ |
| c) $25x + 2$ |              |

Resolución:

5.  $T = a(a + 3) + a(a - 8) - 2a(a - 3)$

- |                    |            |
|--------------------|------------|
| a) $a - 2a^2$      | d) $3a^2$  |
| b) $2a$            | e) $a + 4$ |
| c) $3a^2 + 5a + 8$ |            |

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1.  $S = 2a(a - 9) + 3a^2 + 18a$
- a)  $5a$       d)  $5a^2$   
b)  $3a^2$       e)  $a$   
c)  $3a$

Resolución:

4.  $P = (5x + 6)(3x + 1) + 5x^2 - 13x + 10$
- a)  $20x^2 + 10x + 16$       d)  $35x^2 - 10x$   
b)  $15x^2 + 50x$       e)  $70x - 5$   
c)  $16$

Resolución:

2.  $R = (2x - 1)(x + 8) - 2x^2 + 8$
- a)  $x$       d)  $16x$   
b)  $10x$       e)  $11x^2$   
c)  $15x$

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula A.B si:  
 $A = a(a - 6) + 6a$   
 $B = 5a(a + 3) - 5a^2$
- a)  $5a$       d)  $3a^4$   
b)  $15a$       e)  $15a^3$   
c)  $2a^2$

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $N = (3x - 4)(x + 6) - 3x^2 + 24$
- a)  $14$       d)  $5x^2$   
b)  $14x$       e)  $-40$   
c)  $2x$

Resolución:



## DIVISIÓN ALGEBRAICA

### I. División de monomios

Se dividen los coeficientes y se aplica la división de bases iguales.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond \quad \frac{-20x^4y^9}{-4x^2y^3} &= \left(\frac{-20}{-4}\right) x^{4-2} \cdot y^{9-3} \\ &= 5x^2y^6 \\ \diamond \quad \frac{30a^5b^6c^3}{-5a^3b^2} &= \left(\frac{30}{-5}\right) a^{5-3} \cdot b^{6-2} \cdot c^3 \\ &= -6a^2b^4c^3 \end{aligned}$$

### II. División de un polinomio entre un monomio

Se divide cada término del polinomio entre el monomio. Ejemplo:

$$A = \frac{-15x^8y^4 + 20x^5y^6 + 30x^7y^4}{-5x^2y^3}$$

$$A = \frac{-15x^8y^4}{-5x^2y^3} + \frac{20x^5y^6}{-5x^2y^3} + \frac{30x^7y^4}{-5x^2y^3}$$

$$\ominus \div \ominus = \oplus \quad \oplus \div \ominus = \ominus$$

$$A = 3x^6y - 4x^3y^3 - 6x^5y$$

#### Recuerda

$$\begin{array}{l} \ominus \div \ominus = \oplus \\ \oplus \div \oplus = \oplus \\ \ominus \div \oplus = \ominus \\ \oplus \div \ominus = \ominus \end{array} \left. \begin{array}{l} \{\ \\ \{\ \\ \{\ \\ \{\end{array} \right. \}$$

También:  
dividendo  $\rightarrow$

$$\frac{D(x)}{d(x)} = q(x)$$

↑ divisor      ↓ cociente



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Calcula  $A \div B$ , si:

$$A = 70x^4y^5 + 35x^4y^3 + 20x^7y^4$$

$$B = 5x^2y^3$$

**Resolución**

$$A \div B = \frac{A}{B} = \frac{70x^4y^5 + 35x^4y^3 + 20x^7y^4}{5x^2y^3}$$

$$= \frac{70x^4y^5}{5x^2y^3} + \frac{35x^4y^3}{5x^2y^3} + \frac{20x^7y^4}{5x^2y^3}$$

$$= 14x^2y^2 + 7x^2y^0 + 4x^5y$$

$$= 14x^2y^2 + 7x^2 + 4x^5y$$

Dividimos los coeficientes y restamos los exponentes

$$2. \quad B = \frac{81a^5b^4}{27a^4b^3} - \frac{14a^7b^8}{7a^6b^7} + \frac{15a^{10}b^{11}}{5a^9b^{10}}$$

**Resolución:**

**Nivel intermedio**

3.  $R = \frac{140x^{12}y^{13}z^{10}}{10x^4y^5z^8} \div \frac{144x^9y^6z^3}{12x^3y^5z}$

**Resolución**

$$R = \frac{140x^{12}y^{13}z^{10}}{10x^4y^5z^8} \div \frac{144x^9y^6z^3}{12x^3y^5z}$$

$$R = 14x^{12-4}y^{13-5}z^{10-8} \div 12x^{9-3}y^{6-5}z^{3-1}$$

$$R = 14x^8y^8z^2 \div 12x^6y^1z^2$$

$$R = \frac{24x^8y^8z^2}{12x^6y^1z^2}$$

$$R = 2x^2y^7$$

4.  $R = \frac{72a^8b^5c^7}{2a^2b^3c^4} \div \frac{45a^7b^8c^7}{5a^6b^6c^5}$

**Resolución:**

7.  $M = \frac{25a^5b^9}{5ab^3} - \frac{42a^6b^7}{6a^2b} + 15a^4b^6$

**Resolución:**

8.  $B = \frac{-9m^8n^9}{-3m^3n^4} + \frac{32m^{10}n^6}{-4m^5n} - \frac{24m^7n^{13}}{6m^2n^8}$

**Resolución:**

9.  $M = \frac{144x^7y^5 - 16x^5y^2}{16x^5y^2} \div \frac{27x^{10}y^9 - 3x^8y^6}{3x^8y^6}$

**Resolución:**

5.  $Q = \frac{m^5n^8}{mn} \div \frac{m^6n^9}{m^4n^3}$

**Resolución:**

**Nivel avanzado**

6.  $P = \frac{49x^9y^4}{7x^2y} - \frac{24x^{10}y^5}{3x^3y^2} + 13x^7y^3$

**Resolución**

$$P = \frac{49x^9y^4}{7x^2y} - \frac{24x^{10}y^5}{3x^3y^2} + 13x^7y^3$$

$$P = \cancel{7x^7y^3} - \cancel{8x^7y^3} + \cancel{13x^7y^3}$$

$$P = (7 - 8 + 13)x^7y^3$$

$$P = 12x^7y^3$$



## Práctica

1. Calcula  $R \div T$  si:

$$R = 50a^7 + 30a^5b^5 + 75a^4b^4$$

$$T = 5a^4$$

Resolución:

2. Calcula  $P \div S$  si:

$$P = -18x^6y^3 + 9x^8y^9 - 48x^6y^9$$

$$S = -3x^2y^3$$

Resolución:

3.  $E = \frac{36x^{11}y^{13}}{3x^{10}y^{12}} \div \frac{21x^{15}y^{16}}{7x^{14}y^{15}}$

- |          |        |
|----------|--------|
| a) $4xy$ | d) $4$ |
| b) $xy$  | e) $8$ |
| c) $6xy$ |        |

Resolución:

4.  $A = \frac{20a^9b^4}{5a^8b^3} \div \frac{9a^{10}b^{11}}{3a^9b^{10}}$

- |          |          |
|----------|----------|
| a) $4ab$ | d) $5ab$ |
| b) $ab$  | e) $1/3$ |
| c) $4/3$ |          |

Resolución:

5.  $T = \frac{-32m^6n^7}{-8m^5n^3} + \frac{24m^8n^5}{-8m^7n} - \frac{128m^9n^8}{64m^8n^4}$

- |            |             |
|------------|-------------|
| a) $3mn^4$ | d) $-8mn^3$ |
| b) $5mn^4$ | e) $-mn^4$  |
| c) $4mn$   |             |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula  $A \div B$  si:  $A = x^2 + xy$

$$B = x$$

- |            |            |
|------------|------------|
| a) $x - y$ | d) $x$     |
| b) 1       | e) $y - x$ |
| c) $x + y$ |            |

Resolución:

2. Calcula  $P \div Q$  si:  $P = a - ab$

$$Q = a$$

- |        |            |
|--------|------------|
| a) $a$ | d) $1 + b$ |
| b) $b$ | e) $1 - b$ |
| c) 1   |            |

Resolución:

3. Resuelve:  $\left(\frac{9x^4y^7}{x^3y^5} - \frac{4x^5y^8}{x^4y^6}\right) \div -xy^2$

- |            |       |
|------------|-------|
| a) $3xy^2$ | d) 7  |
| b) $2x^2y$ | e) -5 |
| c) $-6xy$  |       |

Resolución:

4.  $T = \frac{a^9b^7}{a^5b^3} \div \frac{a^{10}b^{13}}{a^8b^{10}}$

- |           |             |
|-----------|-------------|
| a) $3ab$  | d) $a^2b$   |
| b) $5ab$  | e) $a^3b^3$ |
| c) $a^4b$ |             |

Resolución:

5.  $Q = \frac{21x^4y^5}{7x^3y^4} + \frac{14x^5y^7}{7x^4y^6} - \frac{12x^8y^9}{4x^7y^8}$

- |          |          |
|----------|----------|
| a) $7xy$ | d) $9ab$ |
| b) $9xy$ | e) -4ab  |
| c) $2xy$ |          |

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Calcula  $R \div T$  si:

$$R = 42x^5 - 7x^3y^5 + 35x^3y^3$$

$$T = -7x^3$$

Resolución:

4.  $T = \frac{24a^9b^3}{4a^6b^2} - \frac{12a^5b^8}{3a^2b^7} + 7a^3b$

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| a) 5ab               | d) 9a <sup>3</sup> b |
| b) 9ab <sup>3</sup>  | e) 8ab <sup>3</sup>  |
| c) 3a <sup>3</sup> b |                      |

Resolución:

2. Calcula  $M \div N$  si:

$$M = -28a^7b^9 - 16a^9b^{10} + 4a^5b^7 + 36a^9b^{12}$$

$$N = -4a^5b^6$$

Resolución:

## Nivel avanzado

5.  $M = \frac{40x^7y^9}{8x^2y^4} - \frac{24x^6y^8}{6xy^3} + 10x^5y^5$

- |                |            |
|----------------|------------|
| a) $-11x^5y^5$ | d) $4x^2y$ |
| b) $11x^5y^5$  | e) $-10xy$ |
| c) $9x^3y^3$   |            |

Resolución:

## Nivel intermedio

3.  $T = \frac{125x^{11}y^{10}z^9}{25x^{10}y^9z^8} \div \frac{15x^6y^4z^3}{3x^5y^3z^2}$

- |        |      |
|--------|------|
| a) xy  | d) 3 |
| b) xyz | e) 1 |
| c) 2   |      |

Resolución:



## **PRODUCTOS NOTABLES: BINOMIO AL CUADRADO**

Un producto notable es el resultado de algunas multiplicaciones donde sus elementos tienen forma conocida y cuyo resultado se puede escribir directamente sin efectuar la multiplicación término a término.

¿Cuánto es  $(x + 5)(x + 5)$ ?

$(x + 5)(x + 5) = x(x + 5) + 5(x + 5)$  ← Aplicando la propiedad distributiva

$$(x + 5)^1(x + 5)^1 = x^2 + \underbrace{5x + 5x}_{+ 5.5}$$

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(x + 5)^2 = (x)^2 + 2(5)(x) + (5)^2$$

### **Binomio al cuadrado**

► Binomio suma al cuadrado

$$(a + b)^2 = (a)^2 + 2(a)(b) + (b)^2$$

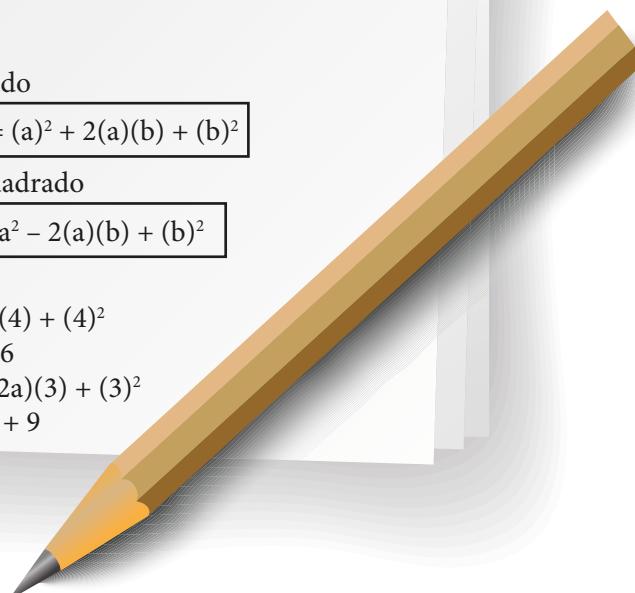
► Binomio diferencia al cuadrado

$$(a - b)^2 = a^2 - 2(a)(b) + (b)^2$$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} \diamond (x + 4)^2 &= (x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2 \\ &= x^2 + 8x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond (2a - 3)^2 &= (2a)^2 - 2(2a)(3) + (3)^2 \\ &= 4a^2 - 12a + 9 \end{aligned}$$



### **Trabajando en clase**

#### **Nivel básico**

1.  $(4x - 5)^2$

Resolución

$$\begin{aligned} (4x - 5)^2 &= (4x)^2 - 2(4x)(5) + (5)^2 \\ &= 16x^2 - 40x + 25 \end{aligned}$$

2.  $(\sqrt{8} + \sqrt{2})^2$

**Resolución:**

3.  $(3x - 4)^2$

Resolución:

4.  $(6x + 3)^2$

Resolución:

### Nivel intermedio

5.  $(x^3 + x^4)^2$

Resolución

$$\begin{aligned}(x^3 + x^4)^2 &= (x^3)^2 + 2(x^3)(x^4) + (x^4)^2 \\&= x^6 + 2x^{3+4} + x^8 \\&= x^6 + 2x^7 + x^8\end{aligned}$$

6.  $(a^5 + a^3)^2$

Resolución:

7.  $(x^4 - x^2)^2$

Resolución:

### Nivel avanzado

8. Reduce:

$$A = (x + 7)^2 - x^2 - 16x$$

Resolución

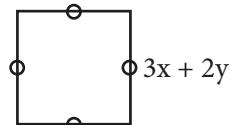
$$\begin{aligned}A &= (x + 7)^2 - x^2 - 16x \\&= (x)^2 + 2(x)(7) + (7)^2 - x^2 - 16x \\&= x^2 + 14x + 49 - x^2 - 16x \\&\quad \cancel{x^2} - \cancel{x^2} + 14x - 16x + 49 \\A &= -2x + 49\end{aligned}$$

9. Reduce:

$$B = (x + 5)^2 - x^2 - 14x$$

Resolución:

10. Calcula el área.



Resolución:

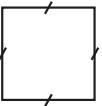


## Práctica

1.  $(7x + 2)^2$
- a)  $49x^2 + 4$
  - b)  $49x^2 + 28x + 4$
  - c)  $49x + 4$
  - d)  $50x^2 + 28x + 4$
  - e)  $28x + 4$

Resolución:

Calcula el área del siguiente cuadrado.

- 2.
- 
- $4x + 3y$
- a)  $16x^2 + 9y^2$
  - b)  $9y^2$
  - c)  $16x^2 + 24xy + 9y^2$
  - d)  $144xy$
  - e)  $8x^2 + 24xy + 6y^2$

Resolución:

Reduce los siguientes ejercicios.

3.  $(x^3 - x^5)^2$
- a)  $x^4 + x^{10}$
  - b)  $x^3 - 4x^7 + x^{10}$
  - c)  $x^5 - 3x^8 + x^{10}$
  - d)  $x^6 + x^{10}$
  - e)  $x^6 - 2x^8 + x^{10}$

Resolución:

4.  $(\sqrt{12} + \sqrt{3})^2$
- a) 9
  - b) 27
  - c) 24
  - d) 2
  - e)  $21 + 2$

Resolución:

5. Reduce:  $C = (x^2 - x^5)^2 - x^4 + 2x^7$
- a)  $x^{10}$
  - b)  $x^{12}$
  - c) 0
  - d) 2
  - e)  $2x$

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $(2m + 8)^2$

- a)  $6m^2 + 32m + 65$
- b)  $4m^2 + 32m + 64$
- c)  $m^2 + m + 64$
- d)  $4m^2 + 64$
- e)  $32 m$

Resolución:

2.  $(4x - 3)^2$

- a)  $12x - 6$
- b)  $16x^2 - 9$
- c)  $8x + 9$
- d)  $16x^2 - 24x + 9$
- e)  $12x^2 + 24x - 9$

Resolución:

3.  $(5x - 4)^2$

- |                       |               |
|-----------------------|---------------|
| a) $25x^2 + 16$       | d) $40x + 16$ |
| b) $25x^2 - 40x + 16$ | e) $22x + 12$ |
| c) $35x^2 - 40x + 16$ |               |

Resolución:

4. Reduce:  $A = (x + 3)^2 - x^2 - 8$

- |         |             |
|---------|-------------|
| a) $8x$ | d) $5x + 1$ |
| b) $6x$ | e) $6x + 1$ |
| c) $1$  |             |

Resolución:

5. Reduce:  $T = (x - 5)^2 - 25 - x^2 + 8x$

- |          |         |
|----------|---------|
| a) $x^2$ | d) $2x$ |
| b) $5x$  | e) $x$  |
| c) $-2x$ |         |

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1.  $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

- a)  $3 - 2\sqrt{15}$
- b)  $9 - 2\sqrt{15}$
- c)  $-2\sqrt{15}$

- d)  $2\sqrt{15}$
- e)  $8 - 2\sqrt{15}$

Resolución:

4.  $(3x^2 + 1)^2$

- a)  $9x^4 + 6x^2 + 1$
- b)  $7x^3 + 2x^2 + 2$
- c)  $2x^2 - 1$

- d)  $8x^4 + 6x^2$
- e)  $6x^4 - 7x$

Resolución:

2.  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{10}$

- a) 7
- b) 6
- c) 8

- d) 0
- e) 1

Resolución:

5. Reduce:  $Q = (x - 4)^2 - x^2 + 8x$

- a) 18
- b) 20
- c) 21

- d) 16
- e) 17

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $(a^2 + a^5)^2$

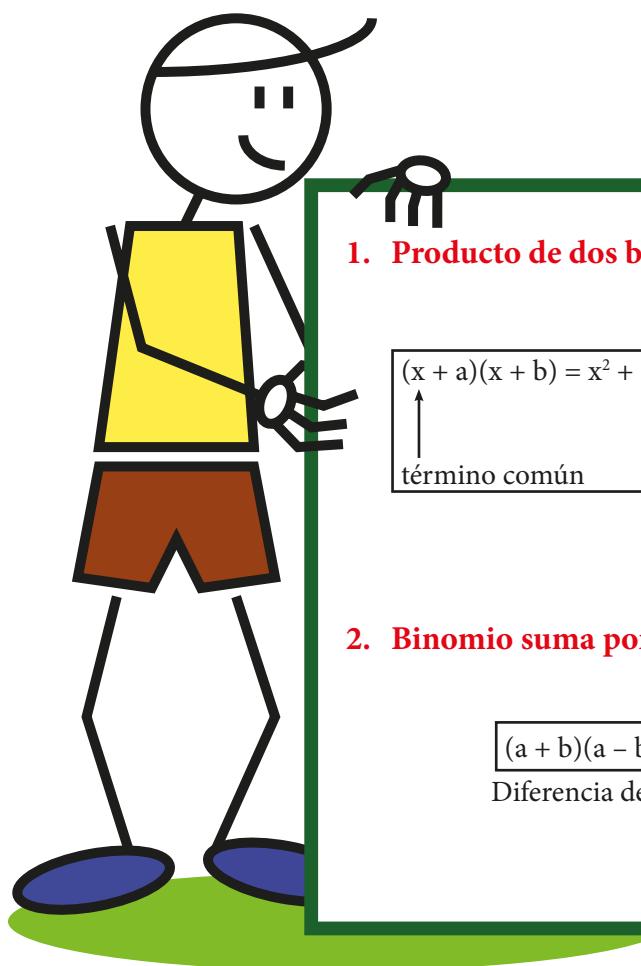
- a)  $a^4 + 2a^5 + a^8$
- b)  $a^3 + 3a^3 + a$
- c)  $a^4 + 2a^7 + a^{10}$

- d)  $a^4 + 2a^7$
- e)  $a^6 + a^6$

Resolución:



## PRODUCTOS NOTABLES II



### 1. Producto de dos binomios con un término en común

$$(x + a)(x + b) = x^2 + \underline{(a + b)x} + \underline{(a)(b)}$$

↑                      ↑                      ↑  
término común        suma        producto

Ejemplos:

$$\begin{aligned} A &= (x - 5)(x + 3) \\ A &= x^2 + (-5 + 3)(x) + (-5)(+3) \\ A &= x^2 - 2x - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= (3x - 2)(3x - 5) \\ B &= (3x)^2 + (-2 - 5)(3x) + (-2)(-5) \\ B &= 9x^2 + (-7)(3x) + 10 \\ B &= 9x^2 - 21x + 10 \end{aligned}$$

### 2. Binomio suma por binomio diferencia

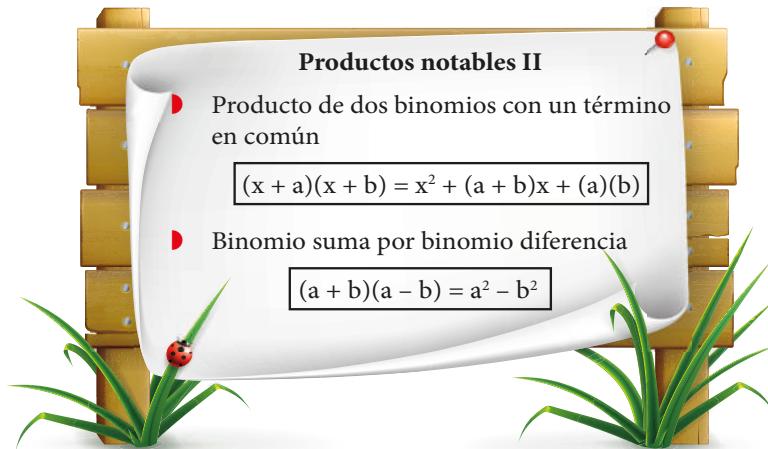
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Diferencia de cuadrados

Ejemplos:

$$\begin{aligned} P &= (x + 8)(x - 8) \\ P &= x^2 - 8^2 = x^2 - 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= (3x + 5)(3x - 5) \\ E &= (3x)^2 - (5)^2 \\ E &= 9x^2 - 25 \end{aligned}$$





e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

Resuelve:

1.  $A = (2x + 3)(2x - 6)$

Resolución

$$A = (2x + 3)(2x - 6)$$

$$A = (2x)^2 + (3 - 6)(2x) + (3)(-6)$$

$$A = 4x^2 + (-3)(2x) + (3)(-6)$$

$$A = 4x^2 + (-3)(2x) - 18$$

$$A = 4x^2 - 6x - 18$$

2.  $C = (5x - 2)(5x - 4)$

Resolución:

3. Reduce:  $D = (x - 2)(x - 3) + (x + 4)(x + 2)$

Resolución:

### Nivel intermedio

4. Resuelve:  $T = (3x + 9)(3x - 9)$

Resolución

$$T = (3x + 9)(3x - 9)$$

$$T = (3x)^2 - (9)^2 \leftarrow \text{aplico la diferencia de cuadrados}$$

$$T = 9x^2 - 81$$

5. Resuelve:  $Q = (6x + 5)(6x - 5)$

Resolución:

6.  $R = (x - 3)(x + 3) + (x - 7)(x + 7)$

Resolución:

### Nivel avanzado

7.  $P = (x + 8)(x - 8) - x(x + 6)$

Resolución

$$P = (x + 8)(x - 8) - x(x + 6)$$

$$= \cancel{x}^2 - 8^2 - \cancel{x}^2 - 6x$$

$$= -64 - 6x$$

8.  $R = (x + 7)(x - 9) + (x - 3)(x + 3)$

Resolución:



## Práctica

1. Resuelve:  $P = (6x - 3)(6x - 2)$
- a)  $16x^2 - 20x + 9$       d)  $36x^2 + 6$   
 b)  $36x^2 - 30x + 6$       e)  $-30x + 7$   
 c)  $6x^2 - 15x + 7$

Resolución:

2.  $R = (x - 1)(x - 2) + (x + 3)(x + 5)$
- a)  $4x^2 + 6x + 5$   
 b)  $3x^2 + 6x + 15$   
 c)  $2x^2 - 5x$   
 d)  $2x^2 + 5x + 17$   
 e)  $8x$

Resolución:

3.  $A = (x - 4)(x + 4) + (x - 8)(x + 8)$
- a)  $2x^2 + 80$       d)  $5x^2 - 17x$   
 b)  $7x - 5$       e)  $3x^2 - 11$   
 c)  $2x^2 - 80$

Resolución:

4.  $S = (x - 5)(x + 5) + (x - 6)(x - 1)$
- a)  $4x^2 - 9x$   
 b)  $2x^2 - 7x - 19$   
 c)  $5x^2 - 9x$   
 d)  $6x$   
 e)  $3x^2 - 8x - 11$

Resolución:

5.  $Q = (x + 8)(x - 4) + (x - 2)(x + 2)$
- a)  $-5x^2$   
 b)  $2x^2 + 4x - 36$   
 c)  $x^2$   
 d)  $x$   
 e)  $4x^2 + 4x$

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $A = (4x - 5)(4x - 2) - 16x^2$
- a)  $-29x + 12$       d)  $-28x + 10$   
b)  $9x - 12$       e)  $25x$   
c)  $-29x + 11$

Resolución:

2.  $B = (x - 10)(x + 10) + 100$
- a)  $2x$       d)  $x^3$   
b)  $x^5$       e)  $x^2$   
c)  $x$

Resolución:

3.  $C = (x + 9)(x - 9) - x^2$
- a)  $81$       d)  $19$   
b)  $-81$       e)  $3$   
c)  $-19$

Resolución:

4.  $R = (x + 2)(x - 2) + x(x + 8)$
- a)  $6x^2 + 3x - 3$   
b)  $2x^2 + 8x - 4$   
c)  $4x^2 - 5x + 1$   
d)  $6x$   
e)  $4x^2 + 9x - 5$

Resolución:

5.  $P = (x - 8)(x + 8) - x(x + 2)$
- a)  $-60 - 2x$       d)  $-54$   
b)  $-64 - 2x$       e)  $-50$   
c)  $-64 + 2x$

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1.  $R = (6x - 2)(6x - 1)$

- a)  $36x^2 - 18x + 2$       d)  $x^2$   
 b)  $25x^2 - 19x + 3$       e)  $2x$   
 c)  $49x^2 - 17x + 3$

Resolución:

Reduce:

4.  $E = (x - 2)(x + 2) + 4$

- a)  $x^5$       d)  $x$   
 b)  $2x^2$       e)  $2x$   
 c)  $x^2$

Resolución:

2.  $A = (x - 4)(x - 3) + (x + 5)(x + 2)$

- a)  $x^2 - 7$       d)  $4x^2 + 8$   
 b)  $x^2 + 9$       e)  $2x^2 + 22$   
 c)  $3x^2 + 25$

Resolución:

## Nivel avanzado

5.  $B = (x + 4)(x - 4) - x(x - 3)$

- a)  $2x - 10$       d)  $4x - 15$   
 b)  $x - 10$       e)  $3x - 16$   
 c)  $3x$

Resolución:

## Nivel intermedio

3.  $C = (9x + 6)(9x - 6)$

- a)  $36x^2 - 25$       d)  $27x^2$   
 b)  $81x^2 - 36$       e)  $x^2 - 1$   
 c)  $81x^2$

Resolución:



## FACTORIZACIÓN: FACTOR COMÚN

La factorización es un proceso que consiste en transformar un polinomio en el producto indicado de sus factores primos.

$$x^2 - 6x + 8 = \underbrace{(x - 4)(x - 2)}_{\text{factores primos}}$$

### Factor común monomio

Se aplica cuando los términos tienen alguna(s) variable(s) en común.

Ejemplos:

- $P(x) = \underline{x^2}y + \underline{x^2}m - \underline{x^2}p \leftarrow$  Factor común  
 $P(x) = x^2(y + m - p)$
- $Q(x) = 15x^8 - 30x^7 + 60x^3$   
 $MCD(15, 30, 60) = 15$  (divisor común)  
 $x^3$  (factor común, menor exponente)

$$\Rightarrow f. \text{ común} = 15x^3$$

$$\frac{15x^8}{15x^3} \quad \frac{-30x^7}{15x^3} \quad \frac{60x^3}{15x^3}$$

►  $Q(x) = 15x^3(x^5 - 2x^4 + 4)$   
 $Q(x) \Rightarrow$  tiene 2 factores primos:  
◆  $x$   
◆  $(x^5 - 2x^4 + 4)$

### Factor común polinomio

Ejemplo:

$$N(x;y) = 6(x - y) - m(x - y)$$

$$N(x,y) = \underline{(x - y)}(6 - m)$$

Polinomio común

### Agrupación de términos

Ejemplo:

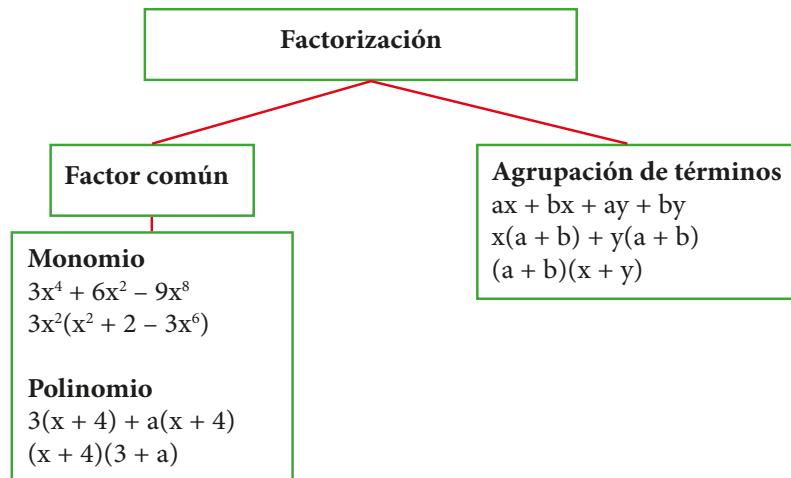
$$ax + my + ay + mx$$

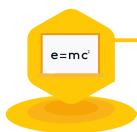
Agrupamos

$$ax + mx + my + ay$$

Aplicamos el factor común 2 veces

$$x(a + m) + y(m + a)  
(a + m)(x + y)$$





## Trabajando en clase

### Nivel básico

1.  $P(x) = bx^2 + mx^2 + zx^2$

**Resolución**

$$P(x) = bx^2 + mx^2 + zx^2$$

Identificamos el factor común  $x^2$

$$\frac{bx^2}{x^2} + \frac{mx^2}{x^2} + \frac{zx^2}{x^2}$$

$$P(x) = x^2(b + m + z)$$

2.  $T(x,y) = a(x+y) - 5(x+y) - (x+y)$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

Factoriza e indica un factor primo.

3. Factoriza e indica un factor primo.

$$P(x) = 3a + 3b + xa + xb$$

**Resolución**

$$\begin{aligned} P(x) &= \underline{3a} + \underline{3b} + \underline{xa} + \underline{xb} \\ &= 3(a+b) + x(a+b) \end{aligned}$$

$$P(x) = (a+b)(3+x)$$

$P(x)$  tiene 1 factor primo:

$$\therefore 3+x$$

(a+b) no es factor primo, no tiene la variable x.

4.  $Q(x) = 5x + 5y + nx + ny$

**Resolución:**

### Nivel avanzado

Factoriza

5.  $P(x) = 5x^6 + 10x^4 - 20x^3$

**Resolución**

$$P(x) = 5x^6 + 10x^4 - 20x^3$$

Sacamos el MCD(5, 10, 20) = 5

Escogemos la parte literal con menor exponente:  
 $x^3$

Factor común:  $5x^3$

$$\frac{5x^6}{5x^3} + \frac{10x^4}{5x^3} - \frac{20x^3}{5x^3}$$

$$P(x) = 5x^3(x^3 + 2x - 4)$$

6.  $Q(a) = 50a^3 - 30a^5 + 20a^7$

**Resolución:**

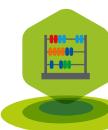
7.  $R(x) = 5a^4 + 5b + x^7a^4 + bx^7$

**Resolución:**

Factoriza e indica un factor primo.

8.  $S(x) = 6x(a^2 + 1) + (x+2)(a^2 + 1)$

**Resolución:**



## Práctica

Factoriza los siguientes ejercicios:

1.  $A(x) = x(m + 3) + 5(m + 3)$

- a)  $(x + 3)$
- b)  $(x + 6)(m + 2)$
- c)  $(x + 5)(x + 4)$
- d)  $(x + 5)(m + 3)$
- e)  $(x + 5)m$

Resolución:

2.  $R(x,y) = am + bm + an + bn$

Resolución:

3.  $M(x) = x^2 + x^3 + x$

- a)  $x(2x + x^2 + 1)$
- b)  $2x(3x + x^2 + 2)$
- c)  $x$
- d)  $3x$
- e)  $x(x + x^2 + 1)$

Resolución:

4.  $R(a,b) = x(a + b) - n(a + b) - 4(a + b)$

Resolución:

5.  $S(x,y) = 30x^8y^{15} + 18x^2y^{10} - 9x^9y^4$

Resolución:



## Autoevaluación

Factoriza e indica un factor primo.

1.  $M(x) = 7x^4 - 14x^3 + x^2$
- a)  $x$     d)  $x^4$   
 b)  $x^2$     e)  $x^5$   
 c)  $x^3$

Resolución:

Factoriza los siguientes ejercicios:

2.  $P(x) = 12x^4 + 6x^2 + 18x$

- a)  $5x(3x^2 + x)$   
 b)  $x$   
 c)  $6x(2x^3 + x + 3)$   
 d)  $9x(2x^3 + x)$   
 e)  $7x(2x^3 + x)$

Resolución:

3.  $A(x,y) = 60x^2y^3 + 48x^4y^5 - 36x^2y^2$

- a)  $15x^2y^2 (5y - 4xy)$   
 b)  $6xy$   
 c)  $12x^2y^2(5y + 4x^2y^3 - 3)$   
 d)  $8xy(6xy - 3y)$

Resolución:

4.  $R(x,y) = 10x^2yz^2 - 50x^3z^3y + 25xyz$

- a)  $6xyz(2yz - 8y)$   
 b)  $6xyz$   
 c)  $5xyz (2xz - 10x^2z^2 + 5)$   
 d)  $5xyz(3xz - 10)$   
 e)  $7xyz(5xz - 11)$

Resolución:

5.  $M(x,y) = 6x^6y^4 - 18x^4y^5 - 15x^2y^3$

- a)  $x^2y^3$   
 b)  $3x^2y^3(2x^4y - 6x^2y^2 - 5)$   
 c)  $5xy(3xy - 6x^2y - 6)$   
 d)  $8xy(x^2y - 5)$   
 e)  $7x^2y (x^2y - 5x + y^3)$

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

Factoriza

1.  $P(n) = b(n + 3) + n + 3$

- a)  $(n + 4)(n)$       d)  $n + 3$   
b)  $(n + 3)(b + 4)$       e)  $(n + 3)(b + 1)$   
c)  $m + 1$

Resolución:

Factoriza

4.  $P(x) = 4x^4 + 8x^3 - 12x^5$

- a)  $6x^3$       d)  $4x^3(x + 2 - 3x^2)$   
b)  $5x^3(x - 5)$       e)  $4x^3(x + 7 - 2x^2)$   
c)  $2x^3(x + 2)$

Resolución:

2.  $T(x) = a(x + y) + b(x + y) + x + y$

- a)  $(x + y)(a + b + 1)$       d)  $(x + y)(b + 1)$   
b)  $(x + y)$       e)  $(x + y)(a)$   
c)  $(x + y)(a + b)$

Resolución:

### Nivel avanzado

5.  $T(a) = 60a^2 - 70a^5 + 20a^8 - 10a^3$

- a)  $5a^2(7 - 6a^3)$       b)  $4a^2(5 - 6a^2)$   
b)  $10a^2(6 - 7a^3 + 2a^6 - a)$       d)  $11a^2(2 - 7a^3 + 3a^6 - a)$   
c)  $12a^2$

Resolución:

### Nivel intermedio

Factoriza e indica un factor primo.

3.  $M(x) = 2x + 2 + bx + b$

- a)  $x$       d)  $2x$   
b)  $1$       e)  $x^4$   
c)  $x + 1$

Resolución:



## FACTORIZACIÓN: ASPA SIMPLE

Esta semana estudiaremos otro método de factorización: el aspa simple.

### Método del aspa simple

Este método se utiliza para factorizar trinomios que tienen las siguientes características:

Exponente par  
 $ax^{2n} + bx^n + c$   
 Variables iguales

Ejemplo:  $2x^6 - 10x^3 + 12$   
 Factoriza:  $x^2 - 11x + 10$

- Se extrae la raíz cuadrada al primer término.

$$\begin{array}{c} \sqrt{x^2} \\ \downarrow \\ x \\ x \end{array}$$

- En el otro extremo colocamos el signo del término central y debajo el producto de los signos del término central y el último término.

$$\begin{array}{c} x^2 - 11x + 10 \\ \downarrow \\ x \quad \quad \quad -10 \\ x \quad \quad \quad -1 \\ \hline - . + \end{array}$$

- Como los signos son iguales debo buscar dos números que sumados den 11 y multiplicados 10.
- Compruebo:

$$\begin{array}{r} x^2 - 11x + 10 \\ x \quad \quad \quad -10 \quad -10x \\ x \quad \quad \quad -1 \quad -1x \\ \hline -11x \end{array}$$

$$x^2 - 11x + 10 = (x - 10)(x - 1)$$

### Factorización: Método del aspa simple

exponente par

$ax^{2n} + bx^n + c$   
 $\sqrt{\phantom{x^2}}$   
 } Dos números:

- ▶ Que sumados o restados me den b.
- ▶ Que multiplicados me den c.



e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

Factoriza

**1.**  $x^2 + 4x - 96$

**Resolución**

$$x^2 + 4x \ominus 96$$

$\begin{array}{r} \sqrt{x} \\ \times \quad - \\ \hline x \end{array}$  Signos diferentes se restan  
 $\begin{array}{r} \sqrt{x} \\ \times \quad + \\ \hline x \end{array}$  Busco dos números que restados  
 den 4 y multiplicados -96.  
 $\downarrow$

$$\ominus \cdot \oplus = \ominus$$

$$x^2 + 4x - 96$$

$$96 \leftarrow \begin{array}{l} 1 \times 96 \\ 8 \times 12 \\ 2 \times 48 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} \\ \times \quad -8 \rightarrow -8x \\ \times \quad +12 \rightarrow 12x \\ \hline +4x \end{array}$$

$$x^2 + 4x - 96 = (x - 8)(x + 12)$$

**2.**  $x^2 - 12x + 27$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

Indica la cantidad de factores primos; luego de factorizar:

**3.**  $x^2 + 14x + 49$

**Resolución**

$$x^2 + 14x + 49$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} \\ \times \quad 7 \rightarrow 7x \\ \times \quad 7 \rightarrow 7x \\ \hline 14x \end{array}$$

$$x^2 + 14x + 49 = (x + 7)(x + 7) \\ = (x + 7)^2$$

∴ Tiene 1 factor primo:  $x + 7$

**4.**  $x^2 + 16x + 64$

**Resolución:**

### Nivel avanzado

Calcula la suma de factores primos; luego de factorizar:

**5.**  $x^2 - 11x + 30$

**Resolución**

$$\begin{array}{r} \sqrt{x} \\ \times \quad -6 \rightarrow -6x \\ \times \quad -5 \rightarrow -5x \\ \hline -11x \end{array}$$

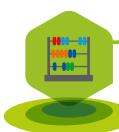
$$x^2 - 11x + 30 = \underbrace{(x - 6)}_{\text{factores primos}} \underbrace{(x - 5)}$$

la suma de sus factores primos:

$$x - 6 + x - 5 = 2x - 11$$

**6.**  $x^2 + x - 56$

**Resolución:**



## Práctica

Señala un factor primo luego de factorizar

1.  $x^2 - 4x - 32$

- |            |             |
|------------|-------------|
| a) $x - 4$ | d) $x + 16$ |
| b) $x - 8$ | e) $x$      |
| c) $x + 2$ |             |

Resolución:

2.  $x^2 - 16x - 80$

- |             |             |
|-------------|-------------|
| a) $x + 20$ | d) $x$      |
| b) $x - 4$  | e) $x - 20$ |
| c) $2x$     |             |

Resolución:

3.  $x^2 + 2x - 63$

- |            |             |
|------------|-------------|
| a) $x - 9$ | d) $x + 9$  |
| b) $x + 7$ | e) $x - 30$ |
| c) $x + 8$ |             |

Resolución:

4.  $x^2 - 23x + 42$

- |             |            |
|-------------|------------|
| a) $x + 8$  | d) $x - 2$ |
| b) $x + 6$  | e) $x - 7$ |
| c) $x - 22$ |            |

Resolución:

Indica la cantidad de factores primos luego de factorizar .

5.  $x^2 - 18x + 81$

- |      |      |
|------|------|
| a) 0 | d) 3 |
| b) 2 | e) 4 |
| c) 1 |      |

Resolución:



## Autoevaluación

Indica la cantidad de factores primos luego de factorizar

1.  $x^2 - 20x + 100$

- |          |          |
|----------|----------|
| a) 2 + 2 | d) 3 - 2 |
| b) 3 - 1 | e) 0     |
| c) 4 - 2 |          |

Resolución:

2.  $x^2 - 12x + 20$

- |          |          |
|----------|----------|
| a) 2 + 2 | d) 5 - 3 |
| b) 4 - 1 | e) 0     |
| c) 2 + 1 |          |

Resolución:

3.  $x^2 - 8x + 16$

- |          |          |
|----------|----------|
| a) 4 - 2 | d) 2 - 2 |
| b) 2 + 3 | e) 3 - 2 |
| c) 3 + 1 |          |

Resolución:

Calcula la suma de factores primos luego de factorizar.

4.  $x^2 + 5x + 6$

- |             |            |
|-------------|------------|
| a) $x + 3$  | d) $x + 5$ |
| b) $x + 2$  | e) 5       |
| c) $2x + 5$ |            |

Resolución:

5.  $x^2 - 7x - 44$

- |             |             |
|-------------|-------------|
| a) $x - 11$ | d) $2x - 7$ |
| b) $x + 4$  | e) 6        |
| c) $x - 7$  |             |

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

Factoriza

1.  $m^2 - 3m - 10$

Resolución:

Indica la cantidad de factores primos luego de factorizar.

2.  $x^2 - 6x + 9$

- a) 0    b) 1    c) 2    d) 3    e) 4

Resolución:

## Nivel intermedio

3.  $x^2 + 24x + 144$

- a) 0    b) 3 - 3    c) 4 - 2    d) 4 - 3    e) 5 + 1

Resolución:

Calcula la suma de factores primos luego de factorizar.

4.  $x^2 - 8x - 20$

- a)  $2x + 12$   
b)  $x^2$   
c)  $2x - 12$   
d)  $2x - 8$   
e)  $x^2 - 8$

Resolución:

## Nivel avanzado

5.  $x^2 + 4x - 96$

- a)  $2x + 1$     b)  $2x + 4$     c)  $2x + 6$     d)  $2x + 5$     e) 4

Resolución:



## ECUACIONES DE PRIMER GRADO I

**TEMA  
22**

### Ecuación

Es una igualdad algebraica que contiene algún término desconocido, llamado variable o incógnita.

Primer miembro  $2x + 3$  Segundo miembro  $= 9 + x$

Donde:

x: variable o incógnita

### A. Ecuación de primer grado con una incógnita

Es aquella ecuación en donde la incógnita o variable, tiene exponente uno que se puede reducir a la forma general:

$$ax + b = 0$$

Donde: a, b → constantes

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$  x → incógnita

Su valor representa la solución o raíz de la ecuación.

### B. Resolución de una ecuación de primer grado con coeficientes enteros.

- Si hubieran términos semejantes, estos se reducen en cada uno de los miembros.
- Se transpone los términos de un miembro a otro.

Observa:

a.  $x + 6 = 12$

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$   
 $x = 12 - 6 \Rightarrow x = 6$

Es la solución de la ecuación

b.  $x - 8 = 10$

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$   
 $x = 10 + 8 \Rightarrow x = 18$

Es la raíz de la ecuación

c.  $4x = 28$

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$   
 $x = \frac{28}{4} \Rightarrow x = 7$

Es la raíz de la ecuación

d.  $\frac{x}{5} = 10$

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$   
 $x = 10 \times 5 \Rightarrow x = 50$

Es la solución de la ecuación

Resolvamos el siguiente problema:

Reducimos los términos semejantes  $\xrightarrow{\hspace{1cm}}$

$$\begin{aligned} x + 3 + 2x - 9 &= 10x - 15 - 4x \\ 3x - 6 &= 6x - 15 \\ -6 + 15 &= 6x - 3x \\ 9 &= 3x \\ \frac{9}{3} &= x \\ 3 &= x \end{aligned}$$

Transponemos las variables donde el valor sea positivo



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1.  $x - 6 = 4x - 30$

Resolución:

$$x - 6 = 4x - 30$$

Podemos resolver de dos formas:



I)  $x - 6 = 4x - 30$   
 $-6 + 30 = 4x - x$   
 $24 = 3x$   
 $\frac{24}{3} = x$   
 $x = 8$

II)  $x - 6 = 4x - 30$   
 $x - 4x = -30 + 6$   
 $-3x = -24$   
 $x = \frac{24}{3}$   
 $x = 8$

## Nivel intermedio

5.  $3x - 8 - 2 = 5x + 12 - 20$

**Resolución**

$$\begin{aligned} 3x - 8 - 2 &= 5x + 12 - 20 \\ 3x - 10 &= 5x - 8 \\ -10 + 8 &= 5x - 3x \\ -2 &= 2x \\ -\frac{2}{2} &= x \\ -1 &= x \end{aligned}$$

← Reducimos los términos semejantes

← Transponemos las variables donde el valor sea positivo.

6.  $5x - 7 - 5 = 8x + 10 - 16$

**Resolución:**

## Nivel avanzado

7.  $25x - 13 = 10x + 4x + 20$

**Resolución**

$$\begin{aligned} 25x - 13 &= 10x + 4x + 20 && \text{← Reducimos los términos semejantes} \\ 25x - 13 &= 14x + 20 \\ 25x - 14x &= 20 + 13 \\ 11x &= 33 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

8.  $27x - 10 = 12x + 8x + 4$

**Resolución:**

9.  $4x - 2 + 2x = 8x - 10$

**Resolución:**

2.  $x - 9 = 6x - 54$

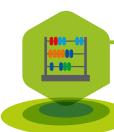
**Resolución:**

3.  $7a - 5 = 5a - 13$

**Resolución:**

4.  $3a - 1 = 14 - 6$

**Resolución:**



## Práctica

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1.  $8m - 5 = 3m - 20$

- a) 5                                  d)  $-\frac{11}{25}$   
b) -3                                  e)  $\frac{11}{25}$   
c) 3

Resolución:

2.  $7x - 3 = 21 - 11$

- a)  $\frac{13}{7}$                                   d) -1  
b)  $\frac{7}{13}$     e)  $-\frac{13}{7}$   
c) 1

Resolución:

3.  $3x - 5 = 6x - 14$

- a) -3    d)  $\frac{3}{29}$   
b)  $\frac{1}{3}$     e)  $\frac{9}{29}$   
c)  $-\frac{29}{9}$

Resolución:

4.  $15 - 4a = 31 - 8a$

- a) -4    d) 8  
b)  $-1/4$     e) 4  
c)  $1/4$

Resolución:

5.  $32 - 14 = 6x - 18$

- a) 4    d) 0  
b) -6    e)  $1/6$   
c) 6

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $-25 + 2n = -9 - 2n$

- a)  $\frac{17}{2}$       d) 0  
b) 4      e)  $\frac{1}{4}$   
c) -4

Resolución:

2.  $6x - 5 - 7 = 2x + 15 - 30$

- a)  $\frac{27}{8}$       d)  $-\frac{27}{4}$   
b)  $-\frac{3}{4}$       e)  $-\frac{4}{3}$   
c)  $\frac{4}{3}$

Resolución:

3.  $-4 - 17 + 5m = 9m - 19 + 18$

- a)  $-\frac{1}{5}$       d) -5  
b) 5      e)  $\frac{1}{5}$   
c)  $\frac{11}{2}$

Resolución:

4.  $27 + x = -33 - x$

- a) -30      d)  $\frac{1}{30}$   
b)  $-\frac{1}{30}$       e) 30  
c) 0

Resolución:

5.  $8x + 14 = -5x + 28 - x$

- a) 1      d) 21  
b) -1      e) 7  
c) -21

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1.  $7x - 13 = -12 + 3x$

- a) 4                          d)  $\frac{25}{4}$   
b)  $-\frac{1}{4}$                     e)  $-\frac{25}{4}$   
c)  $\frac{1}{4}$

Resolución:

2.  $15x - 22 = 19x - 2$

- a) 6                          d)  $\frac{1}{5}$   
b)  $-5$                         e)  $-6$   
c) 5

Resolución:

4.  $18x - 20 - 8x = 5x + 65$

a) 80                          d)  $-17$   
b) 17                         e) 16  
c) 15

Resolución:

5.  $36x - 27 = 16x + 10x + 23$

a) 8                            d)  $-8$   
b)  $-5$                         e) 5  
c)  $\frac{1}{5}$

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $11x - 10 = -5x + 24 - x$

- a) 17                          d) 2  
b) 4                            e)  $-2$   
c) 5

Resolución:



## ECUACIONES DE PRIMER GRADO II



Aprenderemos a resolver ecuaciones de primer grado, aplicando la PROPIEDAD DISTRIBUTIVA.

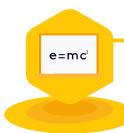
$$\begin{aligned}
 2(3x - 4) + x + 3 &= 3(4x - 5) \\
 6x - 8 + x + 3 &= 12x - 15 \\
 7x - 5 &= 12x - 15 \\
 -5 + 15 &= 12x - 7x \\
 10 &= 5x \\
 \frac{10}{5} &= x \\
 \boxed{2 = x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 - 1(x - 4) &= 3(x + 1) \\
 15 - x + 4 &= 3x + 3 \\
 19 - x &= 3x + 3 \\
 19 - 3 &= 3x + x \\
 16 &= 4x \\
 \boxed{4 = x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x(x + 6) - 2x - 6 &= (x - 4)(x - 5) \\
 x^2 + 6x - 2x - 6 &= x^2 + (-4 - 5)x + (-4)(-5) \\
 x^2 + 4x - 6 &= x^2 - 9x + 20 \\
 4x + 9x &= 20 + 6 \\
 13x &= 26 \\
 \boxed{x = 2}
 \end{aligned}$$

### Recuerda-

$x \cdot x = x^2$  > ¡Son totalmente diferentes!  
 $x + x = 2x$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1.  $3(x - 5) + 6x = 4(2x + 3)$

Resolución:

$$3(x - 5) + 6x = 4(2x + 3)$$

$$\cancel{3x} - 15 + \cancel{6x} = 8x + 12$$

$$9x - 15 = 8x + 12$$

$$9x - 8x = 12 + 15$$

$$\boxed{x = 27}$$

Multiplicamos

← Reducimos

2.  $5(a - 2) + 5a = 3(3a + 5)$

Resolución:



3.  $3(x + 4) - 2 = 5(2x - 1) - 6$

Resolución:

7.  $18 + (x - 4) = 5(x + 1)$

Resolución:

4.  $4(2x + 1) + 5 = 3(x + 7) - x$

Resolución:

Nivel avanzado

8.  $(x + 3)(x + 2) = x(x + 4) - 2$

Resolución

$$(x + 3)(x + 2) = x(x + 4) - 2$$

$$x^2 + (3x + 2)x + (3)(2) = x^2 + 4x - 2$$

$$\cancel{x} + 5x + 6 = \cancel{x} + 4x - 2$$

$$5x - 4x = -2 - 6$$

$$\boxed{x = -8}$$

9.  $(x + 6)(x + 3) = x(x + 8) - 3$

Resolución:

5.  $12 - (x + 2) = 4(x - 5)$

Resolución

$$\begin{aligned} 12 - 1(x + 2) &= 4(x - 5) \\ 12 - x - 2 &= 4x - 20 \\ 10 - x &= 4x - 20 \\ 10 + 20 &= 4x + x \\ 30 &= 5x \\ \frac{30}{5} &= x \\ \boxed{6 = x} \end{aligned}$$

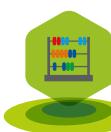
Multiplicamos

6.  $20 - (x + 5) = 3(x - 3)$

Resolución:

10.  $a(a + 5) + 10 = (a + 2)(a + 4)$

Resolución:



## Práctica

Calcula el valor de la incógnita en las siguientes ecuaciones.

1.  $4(a + 3) - 2 = 3(3a - 4) - 3$

a) -5      d) 0  
b) 5      e)  $-5/13$   
c)  $25/13$

Resolución:

2.  $2(3x + 4) + 10 = 4(x + 6) - x$

a) 147      d)  $1/2$   
b) -14      e)  $42/9$   
c) 2

Resolución:

3.  $5(x - 3) + 3 = 2(2x - 7) - 4$

a) -32      d) -6  
b) 3      e) -3  
c) 6

Resolución:

4.  $4(x + 4) - 2x = 6(2x + 1)$

a) 1      d) -1  
b) -4      e) 4  
c) 0

Resolución:

5.  $6(x - 5) - 10 = 3(4x - 2) - 4x$

a)  $-1/17$       d) 23  
b) 17      e) -23  
c) -17

Resolución:

**Autoevaluación**

1.  $25 + (x - 6) = 6(x + 1)$

a) 5    d) -5  
b)  $1/5$     e)  $13/5$   
c)  $5/13$

Resolución:

2.  $17 - (x + 5) = 5(x - 6)$

a) 6    d) 7  
b) -7    e) -6  
c)  $1/7$

Resolución:

3.  $28 - (x - 5) = 2(x - 1) + 5$

a) 12    d)  $1/10$   
b) 10    e) -12  
c) -10

Resolución:

4.  $(b + 1)(b + 4) = b(b + 3) - 8$

a) -6    d) 6  
b) -2    e)  $1/2$   
c) 2

Resolución:

5.  $x(x + 15) + 13 = (x + 7)(x + 2)$

a) 6    d)  $1/6$   
b)  $-1/6$     e)  $24/27$   
c)  $27/6$

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1.  $3(4x + 2) + 17 = 2(x - 5) - x$

- |                    |         |
|--------------------|---------|
| a) $\frac{33}{13}$ | d) 1    |
| b) 3               | e) $-3$ |
| c) $\frac{13}{11}$ |         |

Resolución:

2.  $2(a - 5) - 3 = 3(a + 1) - 6$

- |                   |         |
|-------------------|---------|
| a) $-10$          | d) $-2$ |
| b) $\frac{16}{5}$ | e) 10   |
| c) 2              |         |

Resolución:

## Nivel intermedio

3.  $17 - (x + 11) = 5(x - 6)$

- |         |         |
|---------|---------|
| a) 4    | d) $-4$ |
| b) 6    | e) 3    |
| c) $-6$ |         |

Resolución:

4.  $21 + (x - 8) = 7(x + 1)$

- |                  |                   |
|------------------|-------------------|
| a) $\frac{5}{2}$ | d) $\frac{10}{3}$ |
| b) $\frac{2}{5}$ | e) $-\frac{5}{2}$ |
| c) 1             |                   |

Resolución:

5.  $(b + 5)(b + 2) = b(b + 3) - 2$

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| a) $-\frac{1}{3}$ | d) 3             |
| b) $\frac{5}{4}$  | e) $\frac{1}{3}$ |
| c) $-3$           |                  |

Resolución:

6.  $a(a + 8) + 47 = (a + 7)(a + 6)$

- |                   |         |
|-------------------|---------|
| a) $\frac{21}{5}$ | d) $-3$ |
| b) $\frac{5}{21}$ | e) 1    |
| c) $\frac{1}{5}$  |         |

Resolución:



## ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON COEFICIENTES

Aprenderemos a resolver ecuaciones de primer grado con denominadores.

Resuelve:

$$\begin{aligned} \frac{2x - 8}{4} - 7 &= 3 && \text{pasa sumando} \\ \frac{2x - 8}{4} &= 3 + 7 \\ \frac{2x - 8}{4} &= 10 && \text{pasa a multiplicar} \\ 2x - 8 &= 10 \times 4 \\ 2x - 8 &= 40 \\ 2x &= 40 + 8 \\ 2x &= 48 \\ x &= \frac{48}{2} \\ x &= 24 \end{aligned}$$

Veamos algunos ejemplos:

Resuelve:

$$\begin{aligned} \frac{x + 6}{3} &= \frac{x - 2}{4} \\ 4(x + 6) &= 3(x - 2) && \text{Multiplicamos en aspa} \end{aligned}$$

Aplicamos propiedad distributiva

$$\begin{aligned} 4x + 24 &= 3x - 6 \\ 4x - 3x &= -6 - 24 \\ x &= -30 \end{aligned}$$

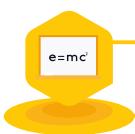
Resuelve:

$$\begin{aligned} \frac{x}{3} - \frac{4}{5} &= \frac{8}{15} \\ \text{MCM}(3; 5; 15) &= 15 \\ 15\left(\frac{x}{3}\right) - 15\left(\frac{4}{5}\right) &= 15\left(\frac{8}{15}\right) \\ 5x - 12 &= 8 \\ 5x &= 8 + 12 \\ 5x &= 20 \\ x &= \frac{20}{5} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Eliminamos los denominadores multiplicando a cada término por el MCM de los denominadores.

Resuelve:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} &= x - 15 \\ \text{MCM}(2; 3; 4) &= 12 \\ 12\left(\frac{x}{2}\right) + 12\left(\frac{x}{3}\right) - 12\left(\frac{x}{4}\right) &= 12(x) - 12(15) \\ 6x + 4x - 3x &= 12x - 180 \\ 7x &= 12x - 180 \\ 7x - 12x &= -180 \\ -5x &= -180 \\ x &= 36 \end{aligned}$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1.  $\frac{3x-2}{5} - 1 = 4$

Resolución:

$$\frac{3x-2}{5} - 1 = 4 \quad \text{Pasa a sumar}$$

$$\frac{3x-2}{5} = 4 + 1$$

$$\frac{3x-2}{5} = 5 \quad \text{Pasa a multiplicar}$$

$$3x-2 = 25$$

$$3x = 25 + 2$$

$$3x = 27$$

$$\boxed{x = 9}$$

2.  $\frac{7x}{2} - 2 = 5$

Resolución:

### Nivel avanzado

5.  $\frac{3x}{5} - \frac{8}{3} = 7$

Resolución

$$\frac{3x}{5} - \frac{8}{3} = \frac{7}{1} \rightarrow \text{si no hay denominador, le coloco el denominador 1.}$$

Calcula el MCM(5;3) = 15

$$\begin{array}{r} 5 - 3 \\ 5 - 1 \\ 1 - 1 \end{array} \left| \begin{array}{r} 3 \\ 5 \\ 8 \end{array} \right| \quad 5 \times 3 = 15$$

Multiplicamos × 15

$$\cancel{15}\left(\frac{3x}{5}\right) - \cancel{15}\left(\frac{8}{3}\right) = 15(7)$$

$$3(3x) - 5(8) = 105$$

$$9x - 40 = 105$$

$$9x = 105 + 40$$

$$9x = 145$$

$$\boxed{x = \frac{145}{9}}$$

6.  $\frac{2x}{4} - \frac{1}{2} = 5$

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $\frac{x-4}{6} = \frac{x+2}{7}$

Resolución

$$\frac{x-4}{6} = \frac{x+2}{7}$$

¡multiplicamos en aspa!

$$7(x-4) = 6(x+2)$$

$$7x - 28 = 6x + 12$$

$$7x - 6x = 12 + 28$$

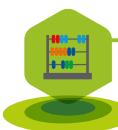
$$\boxed{x = 40}$$

4.  $\frac{x-3}{5} = \frac{x+1}{6}$

Resolución:

7.  $\frac{x}{2} - \frac{2}{3} = \frac{x}{2} - 1$

Resolución:



## Práctica

1.  $\frac{9x}{3} - 5 = 10$

- a)  $5/3$       d) 5  
b)  $1/5$       e) 6  
c)  $35/9$

Resolución:

2.  $\frac{8x}{7} + 11 = 3$

- a)  $5/4$       d) 7  
b) -8      e) -7  
c) 8

Resolución:

3.  $\frac{3x - 1}{4} = \frac{3 + 2x}{3}$

- a)  $13/6$       d) -9  
b) 15      e)  $6/13$   
c) 9

Resolución:

4.  $\frac{x}{2} - 1 = x$

- a)  $2/3$       c) -2  
b) 1      d)  $3/2$   
e) -1

Resolución:

5.  $\frac{2x - 5}{3} - 4 = 1$

- a) 10      c) 15  
b) 5      d) 6  
e) -5

Resolución:



## Autoevaluación

1.  $\frac{6+m}{5} = 4m + 5$

- |       |        |
|-------|--------|
| a) 10 | d) -19 |
| b) 19 | e) 2   |
| c) -1 |        |

Resolución:

2.  $\frac{x-2}{5} = \frac{x-3}{4}$

- |        |         |
|--------|---------|
| a) 9/7 | d) 23/9 |
| b) 7   | e) 23   |
| c) -23 |         |

Resolución:

3.  $\frac{x}{6} + \frac{x}{9} = \frac{x}{3} + 3$

- |          |       |
|----------|-------|
| a) -54   | d) 54 |
| b) -3    | e) 3  |
| c) 11/54 |       |

Resolución:

4.  $\frac{x-2}{7} = \frac{x+1}{3}$

- |          |         |
|----------|---------|
| a) 1/4   | d) -4   |
| b) -4/13 | e) -1/4 |
| c) -13/4 |         |

Resolución:

5.  $\frac{x}{2} + 1 = \frac{2x}{3} - 3$

- |       |        |
|-------|--------|
| a) 9  | d) 24  |
| b) 3  | e) 1/9 |
| c) -3 |        |

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1.  $\frac{2x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{7}{6}$

- a)  $\frac{5}{6}$       d)  $-35$   
b) 35      e) 1  
c)  $\frac{1}{6}$

Resolución:

4.  $\frac{17x}{16} - \frac{1}{8} = 2$

- a)  $\frac{30}{17}$       d) 4  
b) 8      e) 2  
c)  $\frac{1}{2}$

Resolución:

2.  $\frac{b}{3} + 2 = \frac{b}{5} - \frac{2}{15}$

- a) -17      d) -16  
b) -4      e)  $\frac{1}{17}$   
c) 4

Resolución:

5.  $\frac{2a}{5} - \frac{a}{2} = 5 - \frac{a}{4}$

- a)  $\frac{100}{7}$       d)  $\frac{5}{7}$   
b)  $\frac{5}{3}$       e)  $\frac{50}{7}$   
c)  $\frac{100}{3}$

Resolución:

### Nivel intermedio

3.  $\frac{4x - 3}{3} = \frac{5x + 7}{4}$

- a)  $\frac{31}{10}$       d) -9  
b) 33      e) -33  
c) 9

Resolución:



## SISTEMA DE ECUACIONES: MÉTODO DE REDUCCIÓN

$$\begin{cases} 7x + y = 29 \dots (1) \\ 3x + 2y = 36 \dots (2) \end{cases}$$

El sistema formado por las ecuaciones ① y ② es un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, x e y.

La solución es el par de valores  $x = 2$  e  $y = 15$ ; esto es el par ordenado  $(2, 15)$  pues ambos valores satisfacen las dos ecuaciones.

C.S.: Conjunto solución	$\therefore \text{C.S.} = \{(2; 15)\}$
	$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ x & y \end{matrix}$

### Sistema de ecuaciones lineales:

Es aquel sistema que está formado por dos o más ecuaciones de primer grado.

$$\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned}$$

### Método de resolución

Utilizamos el método de reducción:

Resuelve:

$$\begin{aligned} x + y &= 15 \dots (1) \\ x - y &= 19 \dots (2) \end{aligned}$$

### Resolución

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = 15 \\ x - \cancel{y} = 19 \\ \hline 2x = 34 \\ x = 17 \end{array}$$

Reemplazamos en la ecuación ①:

$$\begin{aligned} x + y &= 15 \\ 17 + y &= 15 \\ y &= 15 - 17 \\ y &= -2 \\ x &= 17; y = -2 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{(17; -2)\}$$

### Método de reducción

Hacer opuestos los coeficientes de una incógnita.



Sumar o restar ambas ecuaciones.



Resolver la ecuación restante.



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Resuelve:

$$x + y = 8$$

$$x - y = 10$$

#### Resolución:

$$\begin{array}{r} x + \cancel{y} = 8 \dots (1) \\ x - \cancel{y} = 10 \dots (2) \\ \hline x + x = 8 + 10 \\ 2x = 18 \\ x = 9 \end{array}$$

Suma para que se elimine una variable  $+y -y = 0$



Reemplazamos el valor de  $x = 9$  en la ecuación 1:

$$\begin{aligned}x + y &= 8 && \text{Puedes reemplazarlo en la} \\9 + y &= 8 && \text{ecuación (2) y obtendrás} \\y &= 8 - 9 && \text{el mismo valor de "y"} \\y &= -1 && \text{compruébalo.} \\C.S. &= \{(9;-1)\}\end{aligned}$$

**Resolución:**

2. Resuelve:  $5x - 3y = 7$   
 $4x + 3y = 11$

**Resolución:**

3. Resuelve:  $7x + 5y = 30$   
 $3x + 5y = 20$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

4. Resuelve:  $4x + 3y = 26$   
 $x - y = -4$

**Resolución**

$$\begin{aligned}4x + 3y &= 26 \dots (1) \\x - y &= -4 \dots (2) \\(2) \times 3 & \\4x + \cancel{3y} &= 26 \\3x - \cancel{3y} &= -12 \downarrow (+) \\7x &= 14 \\x &= 2\end{aligned}$$

Reemplazamos en (1)

$$\begin{aligned}4x + 3y &= 26 \\4(2) + 3y &= 26 \\8 + 3y &= 26 \\3y &= 26 - 8 \\3y &= 18 \\y &= 6 \\∴ C.S. &= \{(2;6)\}\end{aligned}$$

5. Resuelve:  $2x - 5y = -21$   
 $-2x - 3y = -3$

### Nivel avanzado

6. Resuelve:  $5x - y = 18$   
 $x - 3y = 2$

**Resolución**

$$\begin{aligned}5x - y &= 18 \dots (1) \\x - 3y &= 2 \dots (2) \\&\text{Multiplicamos por } -5 \text{ a la ecuación (2).}\end{aligned}$$

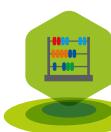
$$\begin{array}{r} \cancel{5x} - y = 18 \\ \cancel{-5x} - 15y = 10 \downarrow (+) \\ 14y = 28 \\ y = 2 \end{array}$$

Reemplazamos en (1):

$$\begin{aligned}5x - y &= 18 \\5x - 2 &= 18 \\5x &= 18 + 2 \\5x &= 20 \\x &= 4 \\∴ C.S. &= \{(4;2)\}\end{aligned}$$

7. Resuelve:  $\frac{x+y}{3} = 6$   
 $\frac{x-y}{4} = 3$

**Resolución:**



## Práctica

1. Resuelve:  $7x + 2y = 23$   
 $3x - 2y = 7$

- a)  $\{(3;1)\}$       d)  $\{(2;4)\}$
- b)  $\{(1;3)\}$       e)  $\{(-3;1)\}$
- c)  $\{(4;2)\}$

Resolución:

2. Resuelve:  $5x + 3y = 29$   
 $x + 3y = 13$

- a)  $\{(7 ; -2)\}$       d)  $\{(6;3)\}$
- b)  $\{(3;6)\}$       e)  $\{(4;2)\}$
- c)  $\{(2;4)\}$

Resolución:

3. Resuelve:  $6x + 5y = 43$   
 $x - y = -2$

- a)  $\{(5;3)\}$       d)  $\{(2;7)\}$
- b)  $\{(7;2)\}$       e)  $\{(-2;-1)\}$
- c)  $\{(3;5)\}$

Resolución:

4. Resuelve:  $2x + y = 9$   
 $-x + 2y = -7$

- a)  $\{(1;5)\}$       d)  $\{(-5;1)\}$
- b)  $\{(-1;5)\}$       e)  $\{(5;-1)\}$
- c)  $\{(-5;-1)\}$

Resolución:

5. Resuelve:  $x + y = 7$   
 $x - y = 13$

- a)  $\{(1;0)\}$       d)  $\{(-3;10)\}$
- b)  $\{(-10;-3)\}$       e)  $\{(10;-3)\}$
- c)  $\{(-10;3)\}$

Resolución:

**Autoevaluación**

1. Resuelve:  $-4x + 7y = 26$   
 $4x - 5y = -22$

- a)  $\{(-3;2)\}$       d)  $\{(2;1)\}$   
b)  $\{(-1;2)\}$       e)  $\{(-2;-2)\}$   
c)  $\{(-3;-2)\}$

Resolución:

2. Resuelve:  $6x - y = 20$   
 $x - 2y = -1$

- a)  $\{(-3;-2)\}$       d)  $\{(-2;-3)\}$   
b)  $\{(2;-3)\}$       e)  $\{(-3;2)\}$   
c)  $\{(3 ; -2)\}$

Resolución:

3. Resuelve:  $3x + y = 5$   
 $x + 3y = 5$

- a)  $\{(-1;2)\}$       d)  $\{(-1;-2)\}$   
b)  $\{(2;-1)\}$       e)  $\{(2;1)\}$   
c)  $\{(2;0)\}$

Resolución:

4. Resuelve:  $2x + 3y = 16$   
 $3x - 5y = 5$

- a)  $\{(0;-1)\}$       d)  $\{(4;3)\}$   
b)  $\{(5;2)\}$       e)  $\{(2;5)\}$   
c)  $\{(-2;-5)\}$

Resolución:

5. Resuelve:  $4x - 2y = 16$   
 $5x + 2y = 11$

- a)  $\{(-2;3)\}$       d)  $\{(1;5)\}$   
b)  $\{(3;-2)\}$       e)  $\{(-3;0)\}$   
c)  $\{(0;-4)\}$

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Resuelve:  $4x + y = 13$

$7x - y = 20$

- a)  $\{(1;3)\}$       d)  $\{(-1;-2)\}$   
 b)  $\{(2;1)\}$       e)  $\{(0;5)\}$   
 c)  $\{(3;1)\}$

Resolución:

4. Resuelve:  $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 7$

$\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 5$

- a)  $\{(3;-8)\}$       d)  $\{(-8;4)\}$   
 b)  $\{(-18;5)\}$       e)  $\{(18;5)\}$   
 c)  $\{(5;18)\}$

Resolución:

2. Resuelve:  $6x + 2y = 34$

$5x + 2y = 10$

- a)  $\{(4;5)\}$       d)  $\{(4;-5)\}$   
 b)  $\{(-5;4)\}$       e)  $\{(-4;-5)\}$   
 c)  $\{(-5;-4)\}$

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Resuelve:  $4x + 5y = 7$

$x - 10y = 13$

- a)  $\{(1;3)\}$       d)  $\{(3;1)\}$   
 b)  $\{(3;-1)\}$       e)  $\{(-1;3)\}$   
 c)  $\{(-1;-3)\}$

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Resuelve:  $3x + 7y = 37$

$x - y = -1$

- a)  $\{(-1;4)\}$       d)  $\{(4;3)\}$   
 b)  $\{(3;4)\}$       e)  $\{(-3;4)\}$   
 c)  $\{(3;0)\}$

Resolución:

6. Resuelve:  $\frac{x+y}{5} = 2$

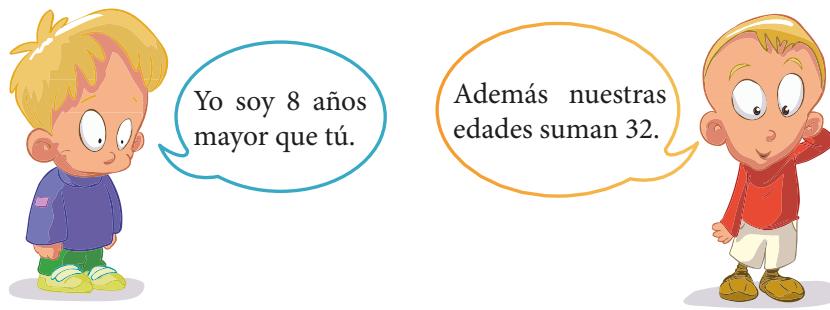
$\frac{x-y}{3} = 4$

- a)  $\{(7;0)\}$       d)  $\{(11;-1)\}$   
 b)  $\{(0;7)\}$       e)  $\{(-1;11)\}$   
 c)  $\{(11;1)\}$

Resolución:



## PLANTEO DE ECUACIONES



En esta situación queremos saber las edades de Jaimito y Miguelito.  
Pero antes no olvidemos esto:



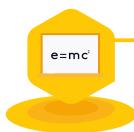
**Resolución:**

$$\begin{aligned} \text{Edad de Miguelito: } x &= 12 \\ \text{Edad de Jaimito: } x + 8 &= 12 + 8 = 20 \\ \text{Sus edades suman 32: } x + x + 8 &= 32 \\ &2x + 8 = 32 \\ &2x = 32 - 8 \\ &2x = 24 \\ &x = 12 \end{aligned}$$

∴ Miguelito tiene 12 años y Jaimito 20 años

Completa los espacios en blanco:

Enunciado	Expresión matemática
Un número cualquiera.	$x$
El doble de un número aumentado en 5.	
	$3x - 4$
La sexta parte de un número disminuido en 1.	
	$\frac{x}{3} + 2$
La suma de dos números consecutivos.	$x + x + 1$
	$x + x + 1 + x + 2$
El exceso de un número sobre 10 es 18.	$x - 10 = 18$
El exceso de un número sobre otro es igual a 9.	
El quíntuplo de la suma de un número y 4.	$5(x + 4)$
	$3(x - 2)$
El triple de la edad de Miguel disminuido en 6.	



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. El triple de un número aumentado en 11 es igual a 26. Calcula dicho número.

**Resolución:**

El número es:  $x$

El triple de un número es:  $3x$

El triple de un número aumentado en 11:  $3x + 11$  es igual a 26.

$$\begin{aligned}3x + 11 &= 26 \\3x &= 26 - 11 \\3x &= 15 \\x &= 5 \therefore \text{El número es } 5\end{aligned}$$

2. El doble de un número aumentado en 7 es igual a 25. Calcula dicho número.

**Resolución:**

3. La tercera parte de un número disminuido 8 es igual a 2. Calcula dicho número disminuido en 10.

**Resolución:**

5. Mi edad excede a la de otro en 8. Si una de ellas es el triple de la otra, calcula la suma de las edades.

**Resolución:**

### Nivel avanzado

6. El triple del dinero de Valeria, aumentado en el doble del dinero que tiene José, suma S/.45; además, el dinero que tiene Valeria disminuido en el doble del dinero de José, es S/.7. ¿Cuánto dinero tiene Valeria?

**Resolución**

El dinero que tiene Valeria:  $x$

El dinero que tiene José:  $y$

$$\begin{array}{rcl}3x + 2y &=& 45 \\x - 2y &=& 7 \\ \hline 4x &=& 52 \\ x &=& 13\end{array}$$

$\therefore$  El dinero que tiene Valeria es S/.13.

7. El dinero que tiene Alex, disminuido en el triple del dinero que tiene Paula, es de S/.6; además, el quíntuplo del dinero de Alex, aumentado en el triple del dinero que tiene Paula, suma S/.84. ¿Cuánto dinero tiene Alex?

**Resolución:**

### Nivel intermedio

4. La suma de tres números consecutivos es igual a 45. Calcula el mayor número.

**Resolución**

El primer número es:  $x$

El segundo número es:  $x + 1$

El tercer número es:  $x + 2$

La suma de tres números consecutivos es igual a 45:

$$\begin{aligned}x + x + 1 + x + 2 &= 45 \\3x + 3 &= 45 \\3x &= 45 - 3 \\3x &= 42 \quad x = 14\end{aligned}$$

$\therefore$  El mayor número es:  $x + 2 = 14 + 2 = 16$



## Práctica

1. Calcula un número cuyo cuádruple disminuido en 7 es igual a  $-35$ .

- a)  $-5$       c)  $21/2$       e)  $5$   
b)  $-7$       d)  $1/7$

Resolución:

2. La quinta parte de un número disminuido en 12 es igual a 6. Calcula dicho número aumentado en 15.

- a)  $90$       c)  $105$       e)  $45$   
b)  $110$       d)  $95$

Resolución:

3. El triple de un número disminuido en 90 es igual al mismo número aumentado en 40. Calcula dicho número disminuido en 8.

- a)  $27$       c)  $65$       e)  $57$   
b)  $64$       d)  $35$

Resolución:

4. La suma de dos números consecutivos es 57. Calcula el mayor número.

- a)  $27$       c)  $30$       e)  $31$   
b)  $29$       d)  $28$

Resolución:

5. El cuádruple de la edad de Jesús aumentado en 44 es equivalente a su séxtuplo disminuido en 4 años. ¿Qué edad tiene Jesús?

- a)  $24$       c)  $28$       e)  $16$   
b)  $30$       d)  $22$

Resolución:



## Autoevaluación

1. La edad de Martín excede a la edad de Sofía en 6. Si una de ellas es el doble de la otra, calcula el producto de las edades.

- a) 8      c) 12      e) 60  
b) 6      d) 72

Resolución:

2. El doble de la suma de un número y 13 es igual al triple de la diferencia de dicho número y 5. Calcula dicho número.

- a) 8      c) 11      e) 41  
b) 18      d) 28

Resolución:

3. La suma de tres números consecutivos es 204. Calcula los números.

- a) 65, 66 y 67      d) 67, 68 y 69  
b) 49, 50 y 51      e) 51, 52 y 53  
c) 20, 21 y 22

Resolución:

4. La suma de dos números es 48. Si uno de ellos es el triple del otro. ¿Cuál es el mayor de estos números?

- a) 12      c) 24      e) 60  
b) 36      d) 48

Resolución:

5. El quíntuplo de la suma de un número aumentado en 2, más el triple de dicho número disminuido en 2; es igual al quíntuplo del número aumento en 9. Calcula dicho número.

- a) 1      c) 3      e) 5  
b) 2      d) 4

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. El doble de un número aumentado en 12 es igual a su triple disminuido en 5. Calcula dicho número disminuido en 7.
- a) 7      c) 24      e) 0  
b) 10      d) 17

Resolución:

4. El exceso del triple de un número sobre 55 equivale al exceso de 233 sobre el mismo número. Calcula dicho número.
- a) 58      c) 62      e) 76  
b) 54      d) 72

Resolución:

2. El triple de un número aumentado con el doble del cuádruplo de dicho número es igual a 132. Calcula la tercera parte del número.
- a) 12      c) 3      e) 2  
b) 4      d) 6

Resolución:

5. El dinero que tiene Mario, disminuido en el quíntuplo del dinero que tiene Diana, es S/.10; además, el cuádruple del dinero de Mario, aumentado en el quíntuplo del dinero de Diana, suma S/.190. ¿Cuánto dinero tiene Mario?
- a) S/.60      d) S/.20  
b) S/.40      e) S/.100  
c) S/.80

Resolución:

### Nivel intermedio

3. La suma de tres números consecutivos es igual a 123. Calcula el mayor número.
- a) 40      c) 42      e) 44  
b) 41      d) 39

Resolución:

6. La suma del número de canicas de Juan y Pablo es 14. Si el número de canicas de Juan excede en 6 a las que tiene Pablo. ¿Cuántas canicas tiene Pablo?
- a) 4      d) 8  
b) 5      e) 4  
c) 10

Resolución:

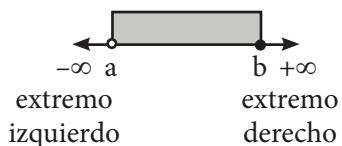


## INTERVALOS: ABIERTO Y CERRADO

### Intervalo

#### A. Definición

Es un conjunto de números reales comprendidos entre dos puntos ( $a$  y  $b$ ), denominados extremos.

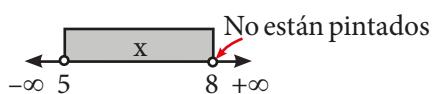


#### B. Clases de intervalos

##### 1. Intervalo abierto:

⇒ Simbólica:  $5 < x < 8$

Gráfica:



Intervalo:  $\langle 5;8 \rangle$  o  $]5;8[$

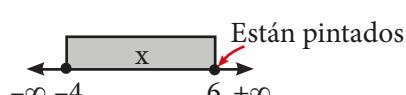
Menor valor entero = 6

Mayor valor entero = 7

##### 2. Intervalo cerrado:

⇒ Simbólica:  $-4 \leq x \leq 6$

Gráfica:



Intervalo:  $[-4;6]$

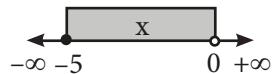
Menor valor entero = -4

Mayor valor entero = 6

##### 3. Intervalo semiabierto

⇒ Simbólica:  $-5 \leq x < 0$

Gráfica:



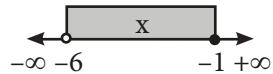
Intervalo:  $[-5;0\rangle$  o  $[-5;0[$

Menor valor entero = -5

Mayor valor entero = -1

⇒ Simbólica:  $-6 < x \leq -1$

Gráfica:



Intervalo:  $\langle -6; -1]$  o  $] -6; -1]$

Menor valor entero = -5

Mayor valor entero = -1

##### 4. Intervalo ilimitado o infinito

⇒ Simbólica:  $x \geq 5$

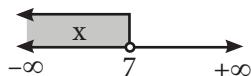
Gráfica:



Intervalo:  $[5; +\infty\rangle$

⇒ Simbólica:  $x < 7$

Gráfica:



Intervalo:  $\langle -8; 7\rangle$

#### Observación:

$>$  : Se lee «mayor que»

$<$  : Se lee «menor que»

$\geq$  : Se lee «mayor o igual que»

$\leq$  : Se lee «menor o igual que»

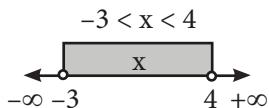
e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Grafica  $-3 < x < 4$  y represéntalo como intervalo.

Resolución:



El intervalo es  $(-3; 4)$  o  $]-3; 4[$

2. Gráfica  $-5 < x < 3$  y represéntalo como intervalo.

Resolución:

3. Gráfica  $-8 \leq x \leq -3$  y represéntalo como intervalo.

Resolución:

Resolución:

### Nivel avanzado

6. Si  $x \in (2; 4]$  entonces el menor valor que toma la fracción  $\frac{x+3}{x+2}$  es:

Resolución

Si  $x \in (2; 4]$ , entonces los valores que toma x son 3, 4.

No toma el valor de 2 porque el intervalo está abierto



Como nos piden el menor valor  $\rightarrow x = 3$

Reemplazamos en la fracción:

$$\frac{x+3}{x+2} = \frac{3+3}{3+2} = \frac{6}{5}$$

$\therefore$  La fracción es  $\frac{6}{5}$

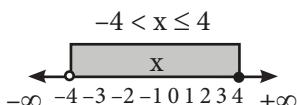
7. Si  $x \in \left\langle \frac{11}{2}; \frac{59}{4} \right\rangle$ , indica la suma del mayor y el menor valor entero que puede tomar x.

Resolución:

### Nivel intermedio

4. Si  $x \in \mathbb{N}$ , además  $-4 < x \leq 4$ , indica la cantidad de valores que puede tomar x.

Resolución



Como  $x \in \mathbb{N}$

$x = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  porque el intervalo está cerrado

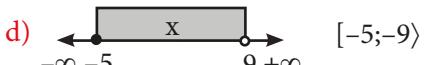
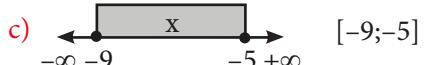
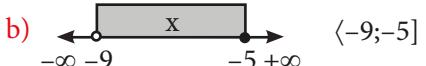
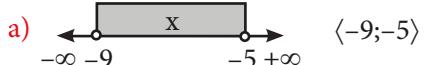
$\therefore x$  puede tomar 5 valores

5. Si  $x \in \mathbb{Z}$ , además  $-5 < x < 6$ , indica la suma de los valores que puede tomar x.



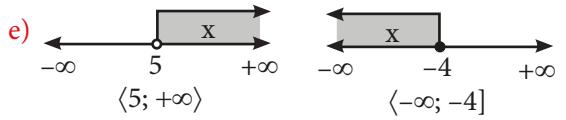
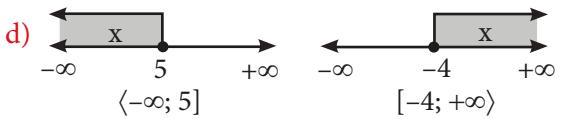
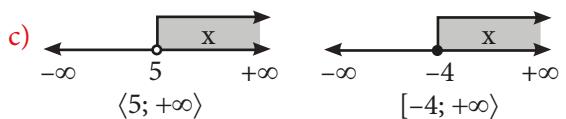
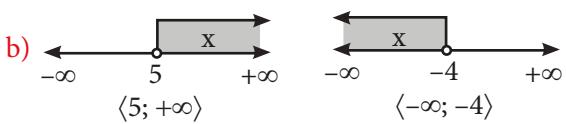
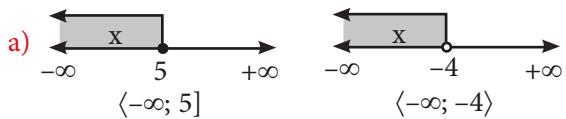
## Práctica

1. Grafica  $-9 < x \leq -5$  y represéntalo como intervalo.



Resolución:

2. Grafica  $x > 5$  y  $x \leq -4$ , luego represéntalos como intervalo.



Resolución:

3. Representa en la recta numérica el siguiente intervalo:  $\langle -3; 2 \rangle$



Resolución:



## Autoevaluación

1. ¿Cuántos números enteros hay en el intervalo  $[-6;3]$ .

- a) 9                    c) 6                    e) 5  
b) 10                  d) 8

Resolución:

2. Si  $x \in \mathbb{Z}$ , además  $-2 \leq x < 4$ , indica la suma de valores que puede tomar x.

- a) 4                    c) 8                    e) 3  
b) 6                    d) 7

Resolución:

3. Si  $x \in [2; 4)$  entonces la suma del menor a mayor valor que x es:

- a) 5                    c) 4                    e) 7  
b) 2                    d) 6

Resolución:

4. Si  $x \in (-3; 2]$ , indica la cantidad de valores enteros que puede tomar x.

- a) 6                    c) 3                    e) 5  
b) 2                    d) 4

Resolución:

5. Si  $x \in \mathbb{N}$ , además  $-5 < x < 6$ , indica la cantidad de valores que puede tomar x.

- a) 11                    c) 4                    e) 7  
b) 5                    d) 6

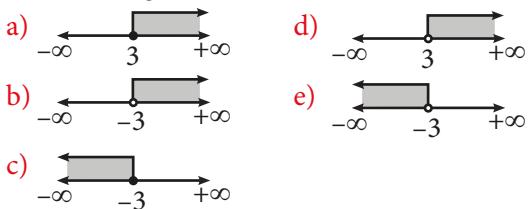
Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Gráfica el siguiente intervalo:  $(-\infty; -3]$



Resolución:

4. Si  $x \in \mathbb{Z}$ , además  $-8 < x < 10$ , indica la suma de los valores que puede tomar x.

- a) 15      c) 18      e) 19  
b) 16      d) 17

Resolución:

2. Simboliza los siguientes intervalos:  $(4; +\infty)$  y  $[-5; -1]$

- a)  $x \leq 4 ; -5 < x \leq -1$     d)  $x \leq 4 ; -5 < x \leq -1$   
b)  $x \geq 4 ; -5 \leq x < -1$     e)  $x > 4 ; -5 \leq x < -1$   
c)  $x > 4 ; -5 \leq x \leq -1$

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Si  $x \in [-4; 3]$  entonces el menor valor que toma la fracción  $\frac{x+8}{x+9}$  es:

- a)  $4/5$       c)  $11/12$       e)  $10/11$   
b) 0      d)  $5/6$

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Si  $x \in \mathbb{N}$ , además  $-5 \leq x < 5$ , indica la cantidad de valores que puede tomar x.

- a) 3      c) 5      e) 7  
b) 4      d) 6

Resolución:



## INECUACIONES DE PRIMER GRADO

TEMA  
**28**

### Definición

Una inecuación de primer grado con una variable o incógnita, es toda desigualdad relativa que se establece entre dos expresiones matemáticas y se verifica para ciertos conjuntos de valores reales asignados a su variable.

Forma:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

Ejemplos:

- $2x < 4$
- $x + 4 \leq 7$
- $3x + 1 \geq -5$
- $-4x + 3 > 8$

### Conjunto solución (C.S.)

Está formado por los valores de la variable (números) que satisfacen la desigualdad.

- $x \in \mathbb{Z}^+$  y  $x < 5$   
 $\Rightarrow$  C.S. = {1, 2, 3, 4}
- $x \in \mathbb{N}$  y  $x + 4 < 13$   
 $\Rightarrow$  C.S. = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}
- $x \in \mathbb{N}$  y  $2x > 7$   
 $\Rightarrow$  C.S. = {4, 5, 6, 7, ...}

### Resolución de una inecuación

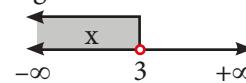
La manera de resolver una inecuación de primer grado, es similar a la usada para resolver una ecuación

de primer grado, es decir, se despeja la variable de los coeficientes y así se determina el conjunto solución. Hay que tener cuidado cuando un número negativo multiplique o divida a los términos de una desigualdad ya que cambia el sentido de la desigualdad.

Ejemplos:

- $4 + 3x < 13$   
 $3x < 13 - 4$   
 $3x < 9$   
 $x < 3$

Representamos gráficamente



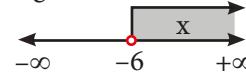
$$\therefore \text{C.S.} = \langle -\infty; 3 \rangle$$

- $7 - 2x < 19$   
 $-2x < 19 - 7$   
 $\underline{-2x < 12}$

pasa dividiendo el coeficiente negativo, pero cambia el sentido de la desigualdad:

$$\begin{aligned} x &> \frac{12}{-2} \\ x &> -6 \end{aligned}$$

Representamos gráficamente:



$$\therefore \text{C.S.} = \langle -6; +\infty \rangle$$



### Trabajando en clase

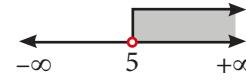
#### Nivel básico

1. Resuelve:  $x + 3 > 8$

Resolución:

$$\begin{aligned} x + 3 &> 8 \\ x &> 8 - 3 \\ x &> 5 \end{aligned}$$

Representamos gráficamente:



$$\therefore \text{C.S.} = \langle 5; +\infty \rangle$$

2. Resuelve:  $\frac{4x - 1}{5} \geq 3$

Resolución:

### Nivel avanzado

6. Resuelve:  $-6x + 7 \geq -17$

Resolución

$$-6x + 7 \geq -17$$

$$-6x \geq -17 - 7$$

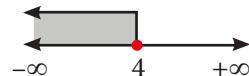
$$\cancel{-6}x \geq -24$$

pasa dividiendo el coeficiente negativo pero cambia el sentido de la desigualdad.

$$x \leq \frac{-24}{-6}$$

$$x \leq 4$$

Representamos gráficamente



$$\therefore \text{C.S.} = (-\infty; 4]$$

7. Resuelve:  $-7x - 5 \geq 30$

Resolución:

3. Resuelve:  $-2x \geq 6$

Resolución

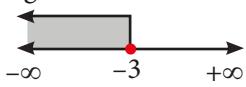
$$\cancel{-2}x \geq 6$$

pasa dividiendo el coeficiente negativo, pero cambia el sentido de la desigualdad.

$$x \leq \frac{6}{-2}$$

$$x \leq -3$$

Representamos gráficamente:



$$\therefore \text{C.S.} = (-\infty; -3]$$

4. Resuelve:  $-5x < -30$

Resolución:

5. Resuelve y calcula el mayor valor entero de x.

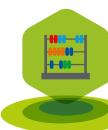
$$5(x - 1) - 8 \leq 3(x - 1)$$

Resolución:

8. Resuelve:

$$\frac{3x - 4}{2} < \frac{4x - 5}{3}$$

Resolución:



## Práctica

1. Resuelve:  $6x - 13 \geq -31$

- a)  $\langle -\infty; 3 \rangle$
- b)  $[ -3; +\infty \rangle$
- c)  $\langle -3; +\infty \rangle$
- d)  $\langle -\infty; 3 \rangle$
- e)  $\langle -\infty; -3 \rangle$

Resolución:

2. Resuelve:

$$\frac{5x - 2}{6} \leq 3$$

- a)  $\langle -\infty; 6 \rangle$
- b)  $[ 6; +\infty \rangle$
- c)  $\langle -\infty; 4 \rangle$
- d)  $\langle 4; +\infty \rangle$
- e)  $[ -4; +\infty \rangle$

Resolución:

3. Resuelve:

$$\frac{4x}{3} - 5 > 7$$

- a)  $[ -9; +\infty \rangle$
- b)  $\langle -\infty; 9 \rangle$
- c)  $[ 9; +\infty \rangle$
- d)  $\langle -\infty; 9 \rangle$
- e)  $\langle 9; +\infty \rangle$

Resolución:

4. Resuelve y determina el menor valor entero que puede tomar x.

$$2x + 9 > 11$$

- a) 2
- b) 1
- c) 3
- d) -1
- e) -2

Resolución:

5. Resolver:  $5x + 3 < 0$

- a)  $\left\langle -\infty; -\frac{3}{5} \right]$
- b)  $\left\langle \frac{3}{5}; +\infty \right\rangle$
- c)  $\left\langle -\infty; -\frac{3}{5} \right\rangle$
- d)  $\left[ -\frac{3}{5}; +\infty \right\rangle$
- e)  $\left\langle -\frac{3}{5}; +\infty \right\rangle$

Resolución:



## Autoevaluación

1. Resuelve y calcula el menor valor entero de x.

$$4(x - 2) - 10 > 2(x - 2)$$

- |      |      |      |
|------|------|------|
| a) 5 | c) 7 | e) 9 |
| b) 6 | d) 8 |      |

Resolución:

2. Resuelve:  $\frac{3x + 2}{5} < 4$  e indica el mayor valor entero que puede tomar x .

- |      |      |      |
|------|------|------|
| a) 5 | c) 4 | e) 7 |
| b) 3 | d) 6 |      |

Resolución:

3. Resuelve  $-6x \leq 42$  e indica el menor valor entero que puede tomar x .

- |           |          |      |
|-----------|----------|------|
| a) -36    | c) $1/7$ | e) 7 |
| b) $-1/7$ | d) -7    |      |

Resolución:

4. Resuelve:

$$6(x - 2) \leq 10x - 16$$

- |                                 |                                 |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $[1; +\infty)$               | d) $\langle -\infty; 1 \rangle$ |
| b) $[-1; +\infty)$              | e) $\langle -\infty; 1]$        |
| c) $\langle 1; +\infty \rangle$ |                                 |

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Resuelve:  $3x + 8 \geq 17$  e indica el menor valor entero que puede tomar x.
- a) 0      c) 2      e) 4  
b) 1      d) 3

Resolución:

2. Resuelve:

$$\frac{3x - 8}{19} > 1$$

- a)  $\langle -\infty; 9 \rangle$       c)  $[9; +\infty)$       e)  $\langle -9; +\infty \rangle$   
b)  $\langle 9; +\infty \rangle$       d)  $[-9; +\infty)$

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Resuelve:
- $$2(x - 5) + 3x \geq 2 + x + 8$$
- a)  $[0; +\infty)$       c)  $[5; +\infty)$       e)  $\langle -\infty; -5 \rangle$   
b)  $\langle 3; +\infty \rangle$       d)  $\langle -\infty; 0 \rangle$

Resolución:

4. Resuelve:

$$-12x + 45 \geq -87$$

- a)  $\langle -\infty; 11 \rangle$       d)  $[11; +\infty)$   
b)  $\langle -\infty; -11 \rangle$       e)  $\langle -11; +\infty \rangle$   
c)  $[-11; +\infty)$

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Resuelve:

$$-9x - 12 \leq 96$$

- a)  $\langle -\infty; -12 \rangle$       d)  $[-12; +\infty)$   
b)  $\langle 12; +\infty \rangle$       e)  $\langle -\infty; -12 \rangle$   
c)  $[12; +\infty)$

Resolución: