



INSTITUCIÓN EDUCATIVA PRIVADA  
**ADUNI SCHOOL**



COMPENDIO ACADÉMICO DE:  
**ARITMÉTICA**

**6**  
PRIMARIA



# ÍNDICE

## ARITMÉTICA MATEMÁTICA

- 01** { Razón Aritmética } (Página 5 - 9)
- 02** { Razón Geométrica } (Página 10 - 14)
- 03** { Proporciones: Aritmética y geométrica } (Página 15 - 19)
- 04** { Magnitudes proporcionales: Magnitudes directamente proporcionales - Gráficos } (Página 20 - 24)
- 05** { Magnitudes inversamente proporcionales - Gráficos } (Página 25 - 29)
- 06** { Regla de tres simple } (Página 30 - 34)
- 07** { Regla de tres compuesta } (Página 35 - 39)
- 08** { Números decimales: Valor posicional } (Página 40 - 44)
- 09** { Comparación - Aproximaciones - Clasificación de números decimales } (Página 45 - 49)

- 10** { Generatriz de un número decimal } (Página 50 - 54)
- 11** { Adición y sustracción de números decimales } (Página 55 - 59)
- 12** { Multiplicación de números decimales } (Página 60 - 64)
- 13** { Operaciones combinadas de adición, sustracción y multiplicación de números decimales } (Página 65 - 69)
- 14** { División de números decimales } (Página 70 - 74)
- 15** { Fracciones y su clasificación } (Página 75 - 79)
- 16** { Adición y sustracción de fracciones } (Página 80- 84)
- 17** { Multiplicación y división de fracciones } (Página 85- 89)
- 18** { Operaciones combinadas con números naturales, fracciones y decimales } (Página 90 - 94)

- 19** { Divisibilidad: Múltiplos y divisores de un número } (Página 95 - 99)
- 20** { Criterios de divisibilidad por 2 - 4 - 8 - 5 - 25 } (Página 100 - 104)
- 21** { Criterios de divisibilidad por 3 - 9 - 11 y divisibilidad compuesta } (Página 105 - 109)
- 22** { Números primos: Factores primos de un número } (Página 110 - 114)
- 23** { Cantidad de divisores de un número } (Página 115 - 119)

- 24** { MCD y MCM } (Página 120 - 124)
- 25** { Propiedades relacionadas al MCD y MCM } (Página 125 - 129)
- 26** { Tanto por ciento de una cantidad } (Página 130 - 134)
- 27** { Teoría de conjuntos } (Página 135 - 139)
- 28** { Operaciones con conjuntos } (Página 140 - 144)



## RAZÓN ARITMÉTICA

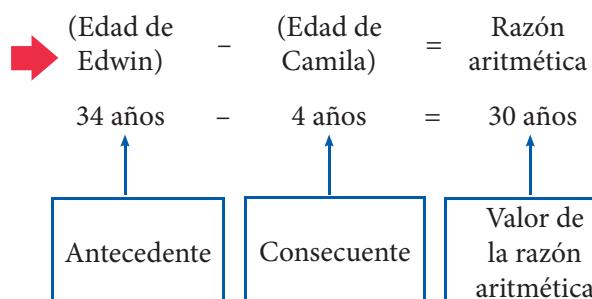
### RAZÓN

Es la comparación entre dos cantidades por medio de una sustracción o por medio de una división.

### Razón Aritmética (R.A)

Es la comparación de dos cantidades mediante una sustracción.

Ejemplo:

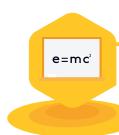


La razón aritmética 30, nos da a entender que la edad de Edwin es mayor o excede a la edad de Camila en 30 años.

En general:

Razón aritmética (R.A)

$$a - b = \text{razón aritmética}$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Si la razón aritmética entre dos números es 120, calcula el menor si el mayor es 186.

#### Resolución:

Representando en forma general una razón aritmética, tenemos:

$$a - b = \text{razón aritmética}$$

Según el dato del problema, el mayor es 186 y la razón aritmética es 120, entonces, reemplazando en el esquema:

$$186 - b = 120$$

$$\backslash b = 66$$

#### Resolución:

- Si el antecedente vale 540 y el consecuente, 361, calcula el valor de la razón aritmética.

#### Resolución:

- Calcula la razón aritmética entre 8732 y 6978.



Nivel intermedio

4. Los pesos de Luis y Camila suman 74 kg; si Camila pesa 12 kg, calcula la razón aritmética entre sus pesos.

**Resolución:**

Sean:

Peso de Luis: L

Peso de Camila: C

$$\Rightarrow L + C = 74 \text{ kg}$$

Por dato: C = 12 kg

$$\text{Luego, Luis pesará: } 74 - 12 = 62 \text{ kg}$$

Como piden la razón aritmética entre los pesos de Luis y Camila, tenemos:

$$\Rightarrow L - C = 62 - 12 = 50$$

**Respuesta:**

Razón aritmética es 50.

5. Los pesos de Leonardo y Rebeca suman 36 kg; si Rebeca pesa 10 kg, calcula la razón aritmética entre sus pesos.

**Resolución:**

6. Tengo tres animales en mi granja: una gallina, un pato y un pavo. Si la gallina pesa 2kg; el pato pesa el doble del peso de la gallina; y el pavo, la suma de los anteriores, calcula la razón aritmética entre el peso del pavo y la gallina.

**Resolución:**

Nivel avanzado

7. Si se sabe que el precio de un pantalón es S/.78 y el de una camisa es S/. 39. ¿Cuál será la razón aritmética de los precios de dichas prendas si el precio del pantalón aumentase en S/. 25 y el de la camisa disminuyese en S/. 13?

**Resolución:**

Precio inicial del pantalón: S/. 78; aumentado en S/. 25, será:  $78 + 25 = S/. 103$

Precio inicial de la camisa: S/. 39; disminuido en S/. 13, será:  $39 - 13 = S/. 26$

$\Rightarrow$  Piden la razón aritmética después del suceso:  $S/. 103 - S/. 26 = S/. 77$

**Respuesta:**

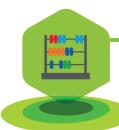
$\therefore$  La razón aritmética es S/. 77.

8. Si se sabe que el precio de un vestido es S/. 57 y el de una blusa es S/. 42. ¿Cuál será la razón aritmética de los precios de dichas prendas, si el vestido aumenta en S/. 19 su precio y la blusa disminuye en S/. 12 su precio?

**Resolución:**

9. Edwin va al cine con sus dos menores hijos; si el precio para adultos, que es S/. 18 excede al precio para niños en S/. 7, ¿cuánto recibió de vuelto si pagó con S/. 100?

**Resolución:**



## Práctica

1. La razón aritmética de dos números es 28; si el mayor vale 214, ¿cuánto vale el menor?

- a) 192
- b) 186
- c) 156
- d) 166
- e) 178

Resolución:

2. Si cuando yo nací mi papá tenía 40 años y mi mamá, 29 años, ¿cuál es la razón aritmética de las edades de mis padres?

- a) 31 años
- b) 19 años
- c) 15 años
- d) 11 años
- e) 10 años

Resolución:

3. Luis y José tienen juntos S/. 2860; si Luis tiene S/. 1700, calcula la razón aritmética de las cantidades que tienen Luis y José.

- a) S/. 540
- b) S/. 620
- c) S/. 580
- d) S/. 630
- e) S/. 720

Resolución:

4. Un pantalón cuesta S/. 98 y un polo, S/. 23; si el pantalón incrementa su precio en S/. 17, ¿cuál será la nueva razón aritmética de dichos precios?

- a) S/. 102
- b) S/. 69
- c) S/. 84
- d) S/. 77
- e) S/. 92

Resolución:

5. Rubén va al teatro con sus dos pequeños sobrinos; si el precio para adultos, que es S/. 20, excede al precio para niños en S/. 12, ¿cuánto recibió de vuelto si pagó con S/. 100?

- a) S/. 66
- b) S/. 72
- c) S/. 58
- d) S/. 64
- e) S/. 54

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula la razón aritmética entre la cantidad de días que trae un año bisiesto y la cantidad de días que tiene el mes de marzo.

- a) 357 días
- b) 341 días
- c) 335 días
- d) 329 días
- e) 318 días

Resolución:

2. Tengo tres animales en mi corral: una oveja, una ternera y un toro. Si la oveja pesa 120 kg; la ternera pesa el triple de lo que pesa la oveja; y el toro, la suma de las anteriores, calcula la razón aritmética entre el peso del toro y la oveja.

- a) 500 kg
- b) 280 kg
- c) 360 kg
- d) 400 kg
- e) 320 kg

Resolución:

3. Si:  $a + b = 108$ ; además,  $b = 20$ . Calcula la razón aritmética de  $a$  y  $b$ .

- a) 68
- b) 88
- c) 78
- d) 58
- e) 66

Resolución:

4. Si la razón aritmética de dos números es 240, y el menor de ellos es 105, calcula el número mayor.

- a) 145
- b) 135
- c) 115
- d) 160
- e) 125

Resolución:

5. Si A excede a B en 20 unidades y B excede a C en 30 unidades, calcula la razón aritmética de A y C si C es igual a 60 unidades.

- a) 70
- b) 30
- c) 50
- d) 40
- e) 20

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula la razón aritmética de 11738 y 3999.

- a) 7419      d) 987  
b) 7739      e) 1523  
c) 7327

Resolución:

2. Si el antecedente es 275 y la razón aritmética es 90, calcula el consecuente.

- a) 165      d) 109  
b) 235      e) 95  
c) 185

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Las edades de Ángel y Daniela suman 85 años; si Daniela tiene 25 años, calcula la razón aritmética entre sus edades.

- a) 60 años      d) 35 años  
b) 39 años      e) 28 años  
c) 45 años

Resolución:

4. Si:  $a + b = 120$ ; además:  $a = 45$  y  $c = 55$ , calcula la razón aritmética de  $b$  y  $c$ .

- a) 25      d) 18  
b) 20      e) 27  
c) 30

Resolución:

5. Si se sabe que el precio de un televisor es S/.1800 y el de una licuadora, S/.250, ¿Cuál será la razón aritmética de los precios de dichos artefactos si el precio del televisor aumenta en S/.200 y el de la licuadora disminuye en S/.100?

- a) S/. 1850      d) S/. 1550  
b) S/. 2000      e) S/. 1650  
c) S/. 1900

Resolución:

6. Se sabe que un libro cuesta S/.75 y un maletín, S/.90. Si el libro es recargado con S/.35 adicionales y el maletín es descontado en S/.23, ¿Cuál será la razón aritmética de los precios actuales?

- a) S/. 85      d) S/. 62  
b) S/. 73      e) S/. 51  
c) S/. 43

Resolución:



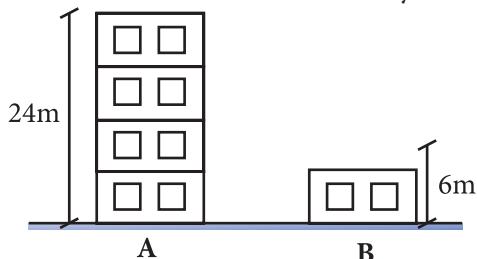
## RAZÓN GEOMÉTRICA

### RAZÓN GEOMÉTRICA (R.G)

Es la comparación de dos cantidades mediante una división.

Ejemplo:

Compara las alturas de los edificios «A» y «B».



Si comparamos dividiendo sus alturas, tenemos:

$$\frac{24 \text{ m}}{6 \text{ m}} = \frac{4}{1}$$

Razón geométrica      su valor

### Interpretación

- «Las alturas de A y B están en la relación de 4 a 1»
- «Las alturas de A y B son entre sí como 4 es a 1»
- «Las alturas de A y B son proporcionales a los números 4 y 1, respectivamente»
- «La altura de A es 4 veces la altura de B», etc.

En general,

Razón geométrica (R.G)

$$\frac{a}{b} = \text{razón geométrica} \quad b \neq 0$$

### Propiedad

$$\text{Si: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$$

$$\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = k ; \frac{a-c}{b-d} = k$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Dados los números 540 y 360, calcula el valor de la razón geométrica de dichos números en el orden que aparecen.

**Resolución:**

Representando en forma general una razón geométrica, tenemos:

$$\frac{a}{b} = \text{razón geométrica}$$

Según el dato y en el orden que aparece, tenemos:

$$R.G = \frac{540}{360} = \frac{\cancel{54}^6}{\cancel{36}^4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

∴ El valor de la R.G. será  $\frac{3}{2}$

- Dado los números 180 y 360, calcula el valor de la razón geométrica de dichos números en el orden que aparecen.

**Resolución:**

- Si:  $\frac{a}{b} = \frac{3}{5}$ ; además,  $a = 63$ . Calcula «b».

**Resolución:**

## Nivel intermedio

4. Si se sabe que  $\frac{M}{N} = \frac{7}{3}$ ; y que  $M = 49$ , calcula la razón aritmética de «M» y «N».

**Resolución:**

Del enunciado:

$$\frac{M}{N} = \frac{7k}{3k}$$

Por dato:  $M = 49 \Rightarrow 7k = 49$   
 $k = 7$

Luego:  $N = 3(7) = 21$

Piden calcular la razón aritmética de «M» y «N»:  
 $\Rightarrow M - N = 49 - 21 = 28$

**Respuesta:**

28.

5. Si se sabe que  $\frac{P}{Q} = \frac{8}{3}$ ; y que  $P = 72$ , calcula la razón aritmética de «P» y «Q».

**Resolución:**

6. Si dos números están en la relación de 2 a 5 y la suma de ambos es 35, calcula el menor de ellos.

**Resolución:**

**Resolución:**

Del enunciado

$$\frac{\text{Precio del saco de arroz}}{\text{Precio del saco de azúcar}} = \frac{3k}{2k}$$

Producto de ambos precios:

$$(3k)(2k) = 15\,000$$

$$6k^2 = 15\,000$$

$$k^2 = 2500$$

$$k = 50$$

El precio del saco de arroz será:  $3(50) = \$/.150$

**Respuesta:**

\\$/. 150

8. El precio de una caja de leche es a 4 como el precio de una caja de vino es a 7. Si el producto de ambos precios es numéricamente igual a 25 200, calcula el precio de una caja de vino.

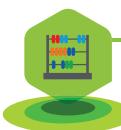
**Resolución:**

9. Las edades actuales de Andrés y Roger son proporcionales a 6 y 5; pero si hace 6 años dichas edades eran proporcionales a 3 y 2, calcula la edad actual de Andrés.

**Resolución:**

## Nivel avanzado

7. El precio del saco de arroz es como 3 y el precio del saco de azúcar es como 2. Si el producto de ambos precios es numéricamente igual a 15 000, calcula el precio del saco de arroz.



## Práctica

1. Si:  $\frac{m}{n} = \frac{3}{7}$ ; además,  $m = 24$ , calcula «n».

- a) 39
- b) 48
- c) 56
- d) 40
- e) 52

Resolución:

2. Si:  $a = 640$  y  $b = 80$ , calcula la razón geométrica de «a» y «b», (en ese orden).

- a) 8
- b) 6
- c) 12
- d) 4
- e) 10

Resolución:

3. Si dos números están en la relación de 4 a 9 y la suma de ambos es 39, calcula el menor de ellos.

- a) 9
- b) 24
- c) 12
- d) 18
- e) 15

Resolución:

4. Los pesos de Martín y de Alejandro están en la relación de 7 a 5. Si la diferencia de sus pesos es 6 kg, ¿cuánto pesa Alejandro?

- a) 24 kg
- b) 18 kg
- c) 12 kg
- d) 20 kg
- e) 15 kg

Resolución:

5. Las edades actuales de Francisco y Manuel son proporcionales a 5 y 4. Si hace 3 años dichas edades eran proporcionales a 7 y 5, calcula la edad actual de Francisco.

- a) 8 años
- b) 12 años
- c) 15 años
- d) 10 años
- e) 6 años

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si la razón geométrica de dos números es  $\frac{1}{4}$  y el mayor de ellos es 144, calcula el menor.

a) 72  
b) 36  
c) 60  
d) 44  
e) 120

Resolución:

2. Si:  $\frac{M}{N} = \frac{5}{3}$ ; además,  $M + n = 64$ , calcula « $2M$ ».

a) 50  
b) 90  
c) 60  
d) 80  
e) 40

Resolución:

3. Dos números son entre sí como 4 es a 11; si las sumas de estos números es 135, calcula la razón aritmética de dichos números.

a) 63  
b) 60  
c) 72  
d) 56  
e) 54

Resolución:

4. Si:  $\frac{a}{7} = \frac{b}{8}$ ; además,  $a \times b = 224$ , calcula « $b$ ».

a) 18  
b) 14  
c) 16  
d) 12  
e) 20

Resolución:

5. En un recipiente se mezcla vino y agua en la relación de 4 a 1. Si el volumen de vino excede en 12 litros al volumen del agua, calcula el volumen total.

a) 25 litros  
b) 18 litros  
c) 16 litros  
d) 30 litros  
e) 20 litros

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Si el antecedente vale 350 y el consecuente, 35, calcula la razón geométrica.
- a) 15      c) 35      e) 20  
b) 10      d) 30

Resolución:

4. Si dos números son entre sí como 2 es a 9. Si la suma de ambos números resulta 22, calcula el producto de ellos.
- a) 64      c) 72      e) 92  
b) 76      d) 81

Resolución:

2. Los pesos de Tania y Margarita suman 108 kg. Si Tania pesa 48 kg, calcula la razón geométrica de los pesos de Tania y Margarita (en ese orden).
- a)  $4/5$       c)  $3/5$       e)  $3/4$   
b)  $2/3$       d)  $5/3$

Resolución:

5. Las edades de dos hermanos son proporcionales a 7 y 8. Si el producto de ambas edades es numéricamente igual a 896, calcula la edad del hermano menor.
- a) 28 años      d) 30 años  
b) 32 años      e) 24 años  
c) 36 años

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Si:  $\frac{F}{G} = \frac{7}{2}$ ; además,  $F = 56$ , calcula la razón aritmética de «F» y «G».
- a) 42      c) 50      e) 40  
b) 54      d) 36

Resolución:

6. Tres números se encuentran en la relación de 2, 3 y 5. Si el menor de los números es 60, calcula la razón aritmética de los otros dos.
- a) 120      d) 50  
b) 60      e) 30  
c) 80

Resolución:



# PROPORCIONES: ARITMÉTICA Y GEOMÉTRICA

## PROPORCIÓN

Es la igualdad de dos razones equivalentes, ya sean aritméticas o geométricas.

### Clases de proporciones

#### A. Proporción Aritmética (P.A.)

Es la igualdad de 2 razones aritméticas equivalentes.

Ejemplo:

- ❖ En la familia Pérez hay 5 varones y 3 mujeres, y en la familia Dulanto hay 6 varones y 4 mujeres.

Podemos observar lo siguiente:

- ❖ En la familia Pérez hay  $(5 - 3 = 2)$ , 2 varones más que mujeres.
- ❖ En la familia Dulanto hay  $(6 - 4 = 2)$ , 2 varones más que mujeres.

La comparación por sustracción en ambos casos es equivalente.

Igualando tenemos:

$$\underbrace{5 - 3 = 6 - 4}_{\text{proporción aritmética}}$$

En general:

$$a - b = c - d$$

Proporción aritmética

Donde:

- ✓ a y c : antecedentes
- ✓ b y d : consecuentes
- ✓ b y c : términos medios
- ✓ a y d : términos extremos

#### Propiedad fundamental

«En una P.A., la suma de los términos extremos es igual a la suma de los términos medios».

Sea la P.A.:

$$a - b = c - d \Rightarrow a + d = b + c$$

Propiedad

#### B. Proporción Geométrica (P.G.)

Es la igualdad de 2 razones geométricas equivalentes.

Ejemplo:

- ❖ El peso de Rocío es 54 kg y el de su hija Camila es 9 kg; mientras que el peso de Aurora es 60 kg y el de su hija Gabriela es 10 kg.

Observar lo siguiente:

- ❖ Al realizar el cociente  $\left(\frac{54}{9} = 6\right)$ , el peso de Rocío es el séxtuplo del peso de su hija Camila; y en el cociente  $\left(\frac{60}{10} = 6\right)$ , el peso de Aurora, también es el séxtuplo del peso de su hija Gabriela.

La composición por cociente en ambos casos es equivalente.

Igualando, tenemos:

$$\frac{54}{9} = \frac{60}{10}$$

proporción geométrica

En general:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Proporción geométrica

Dónde:

- ✓ a y c : antecedentes
- ✓ b y d : consecuentes
- ✓ b y c : términos medios
- ✓ a y d : términos extremos

#### Propiedad fundamental

«En una P.G., el producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios».

Sea P.G.:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = b \times c$$

Propiedad



e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Dada la proporción aritmética:  $20 - 13 = x - 10$ , calcula el valor de «x».

**Resolución:**

Resolvamos la siguiente proporción:

$$20 - 13 = x - 10$$

$$7 = x - 10$$

$$7 + 10 = x$$

$$x = 17$$

2. Calcula «n» en la siguiente proporción geométrica:  $\frac{n}{6} = \frac{6}{9}$ .

**Resolución:**

3. Dada la proporción geométrica:  $\frac{3}{a} = \frac{a}{27}$ . Calcula el valor de «a».

**Resolución:**

### Nivel intermedio

4. En una proporción geométrica, el producto de los términos medios es 180; si uno de los términos extremos vale 5, calcula el otro término extremo.

**Resolución:**

Sea la proporción geométrica:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

$\Rightarrow$  Por dato:  $b \times c = 180$

Además; un término extremo vale 5 si  $a = 5$ ; luego, por propiedad fundamental:

$$a \times d = b \times c$$

Reemplazando:  $5 \times d = 180$

$\backslash d = 36$  **Respuesta:** 36.

5. En una proporción aritmética, la suma de los términos medios es 32, si uno de los términos extremos es 28, calcula el otro término extremo elevado al cuadrado.

**Resolución:**

### Nivel avanzado

6. Dado el siguiente esquema:  $\frac{8}{a} = \frac{a}{32}$   
Además:  $24 - a = 10 - b$

Calcula « $a \times b$ »

**Resolución:**

Resolviendo la proporción geométrica, tenemos:

$$\frac{8}{a} = \frac{a}{32} \Rightarrow a^2 = 256$$

$$\boxed{a = 16}$$

Luego, reemplazando en la proporción aritmética, tenemos:

$$24 - a = 10 - b$$

$$24 - 16 = 10 - b \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

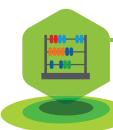
Piden calcular:  $a \times b = 16 \times 2 = 32$

**Respuesta:**

32

7. Dada la proporción geométrica:  $\frac{30}{x} = \frac{3x}{90}$   
Además:  $\frac{x}{y} = \frac{3}{11}$   
Calcula la razón aritmética de «y» y «x».

**Resolución:**



## Práctica

1. Calcula el valor de « $2x$ » en la proporción geométrica:  $\frac{32}{x} = \frac{x}{2}$

- a) 20
- b) 18
- c) 16
- d) 8
- e) 9

Resolución:

2. Resuelve y da como respuesta  $m + 7$ .

$$948 - 816 = 142 - m$$

- a) 17
- b) 11
- c) 10
- d) 27
- e) 14

Resolución:

3. En una proporción aritmética, la suma de los términos extremos es 136; si uno de los términos medios es 80, calcula el otro término medio, pero duplicado.

- a) 120      d) 110
- b) 108      e) 142
- c) 112

Resolución:

4. Calcula « $m + n$ » si la suma de los términos medios de la siguiente proporción aritmética es 19.

$$(m + 3) - 7 = (2n + 8) - 11$$

- a) 8                  d) 7
- b) 6                  e) 5
- c) 9

Resolución:

5. Dada la proporción geométrica:

$$\frac{80}{a} = \frac{2a}{10} \quad \text{Además: } \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

Calcula la razón aritmética de « $b$ » y « $a$ ».

- a) 5
- b) 15
- c) 30
- d) 10
- e) 20

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula la suma de antecedentes de la siguiente proporción aritmética: 3230

$$- 2500 = 2730 - 2000$$

- a) 6210      d) 4890  
b) 5960      e) 6240  
c) 5670

Resolución:

2. Si:  $\frac{768}{96} = \frac{48}{6}$  es una proporción geométrica, calcula la suma de los consecuentes.

- a) 90      d) 114  
b) 98      e) 102  
c) 104

Resolución:

3. A partir de los siguientes esquemas, calcula  $a + b$ .

$$28 - a = 47 - 38 \quad \frac{b}{7} = \frac{6}{14}$$

- a) 21  
b) 22  
c) 23  
d) 42  
e) 32

Resolución:

4. Si:  $\frac{25}{6} = \frac{m}{12}$   
Calcula el producto de los antecedentes.

- a) 1050  
b) 1250  
c) 1350  
d) 950  
e) 1400

Resolución:

5. Dada la siguiente proporción geométrica:  $\frac{n+1}{4} = \frac{12}{8}$

Calcula el valor de « $n^3$ »

- a) 216      d) 343  
b) 27      e) 64  
c) 125

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Calcula «P»:  $\frac{P}{15} = \frac{8}{10}$
- a) 8      d) 14  
b) 20      e) 12  
c) 10

Resolución:

4. Dada la proporción geométrica:  $\frac{m}{16} = \frac{18}{12}$   
Si S./m es el precio de una camisa, ¿cuánto se pagará por media docena de camisas?
- a) S/.132      d) S/.162  
b) S/.144      e) S/.192  
c) S/.124

Resolución:

2. Calcula «m + 7».

$$\frac{m-1}{2} = \frac{m+2}{5}$$

- a) 10      d) 5  
b) 8      e) 11  
c) 3

Resolución:

5. Dado el siguiente esquema:
- $$\frac{9}{a} = \frac{a}{4}$$
- Además:  $30 - a = 50 - b$   
Calcula: «a × b»
- a) 192      d) 206  
b) 156      e) 124  
c) 146

Resolución:

## Nivel intermedio

3. En una proporción geométrica, el producto de los términos extremos es 600; si uno de los términos medios es 12, calcula el otro término medio.
- a) 100      b) 40      c) 30      d) 50      e) 60

Resolución:



## MAGNITUDES PROPORCIONALES: MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES - GRÁFICOS

### MAGNITUD

Es todo aquello susceptible a ser medidos, sufre variación. Se expresa a través de un valor numérico, seguido de su unidad de medida.

Ejemplos:

MAGNITUD	CANTIDAD
Longitud	100 m
Tiempo	40 días
Obreros	20 obreros
Peso	45 kg
Precio	S/. 200
etc.	

Relaciones entre magnitudes

- Magnitudes directamente proporcionales (DP).
- Magnitudes inversamente proporcionales (IP).

### Magnitudes Directamente Proporcionales (DP)

Dadas las magnitudes A y B, se dice que son directamente proporcionales (DP), cuando al aumentar o disminuir una de ellas, la otra, también aumenta o disminuye en la misma proporción. Su cociente siempre es constante.

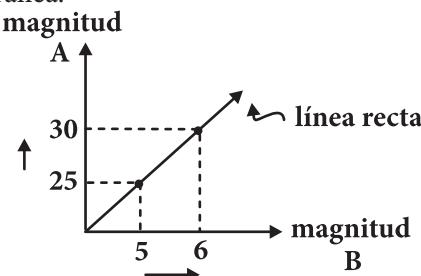
Sean las magnitudes A y B; si A DP B, entonces se cumple:

$$\frac{A}{B} = \text{constante}$$

### Gráfica para Magnitudes Directamente Proporcionales

La gráfica en el plano cartesiano es una línea recta diagonal ascendente.

Sea la gráfica:



$$\Rightarrow A \text{ DP } B; \frac{A}{B} = \text{Cte}$$

Del gráfico:

$$\frac{30}{6} = \frac{25}{5} = 5 \leftarrow \text{constante de proporcionalidad directa.}$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Si A DP B, cuando A = 20, B = 40, calcula «A» cuando B = 18.

Resolución:

$$\text{Si } A \text{ DP } B \Rightarrow \frac{A}{B} = \text{Cte}$$

Reemplazamos con los datos:  $\frac{20}{40} = \frac{A}{18}$  despejan-

$$\text{do } «A», \text{ tenemos: } \frac{20 \times 18}{40} = A \quad | A = 9$$

Respuesta:

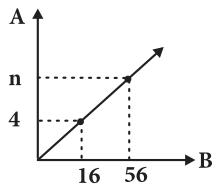
9

2. Si A DP B; cuando A = 13, B = 39, calcula «A» cuando B = 27.

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Calcula «n» si las magnitudes «A» y «B» son directamente proporcionales.



Resolución:

Como  $A \propto B$ , entonces, del gráfico, tenemos:

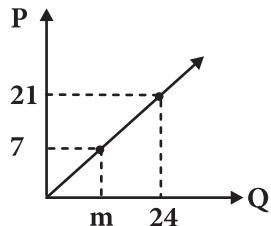
$$\frac{4}{16} = \frac{n}{56}$$

$$\text{Despejando } n: \frac{4 \times 56}{16} = n \\ \therefore n = 14$$

Respuesta:

14

4. Calcula «m» si las magnitudes «P» y «Q» son directamente proporcionales.



Resolución:

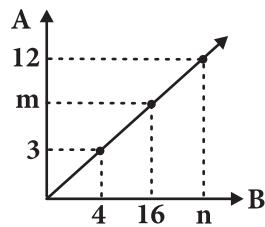
5. Si se sabe que «A» es directamente proporcional al cuadrado de «B», calcula «p».

A	100	16
B	p	2

Resolución:

## Nivel avanzado

6. Calcula «m + n», si  $A \propto \sqrt{B}$ .



Resolución:

$$\text{Si: } A \propto \sqrt{B} \Rightarrow \frac{A}{\sqrt{B}} = \text{Cte}$$

Luego, para cada par ordenado:

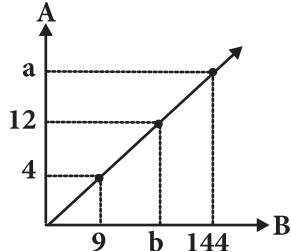
$$\frac{3}{\sqrt{4}} = \frac{m}{\sqrt{16}} = \frac{12}{\sqrt{n}} = \text{CTE}$$

$$m = 6 ; n = 64$$

Piden calcular:  $m + n = 6 + 64; \therefore m + n = 70$

Respuesta: 70

7. Calcula «a + b» si  $A \propto \sqrt{B}$ .



Resolución:

8. El peso de un elefante es DP a la raíz cuadrada de su edad. Si un elefante de 36 años pesa 300 kg, ¿qué edad tendrá cuando pese 400 kg?

Resolución:

**Práctica**

1. Si  $M \propto N$ ; cuando  $M = 6$ ,  $N = 10$ . Calcula « $M$ » cuando  $N = 15$

- a) 8
- b) 12
- c) 9
- d) 6
- e) 11

Resolución:

2. En la siguiente tabla de magnitudes directamente proporcionales, calcula « $n$ ».

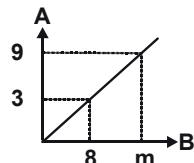
- a) 36
- b) 28
- c) 34
- d) 44
- e) 42

A	32	n
B	8	11

Resolución:

3. Calcula « $m$ » si las magnitudes « $A$ » y « $B$ » son directamente proporcionales.

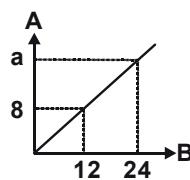
- a) 15
- b) 24
- c) 9
- d) 18
- e) 21



Resolución:

4. Si la gráfica muestra los valores que toman las magnitudes « $A$ » y « $B$ », calcula « $a_2$ ».

- a) 100
- b) 196
- c) 169
- d) 144
- e) 256



Resolución:

5. El peso de un león es DP a la raíz cuadrada de su edad. Si un león de 16 años pesa 200 kg, ¿qué edad tendrá cuando pese 250 kg?

- a) 25 años
- b) 18 años
- c) 20 años
- d) 30 años
- e) 27 años

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si se sabe que «M» es directamente proporcional al cuadrado de «N», calcula «x».

- a) 10
- b) 20
- c) 18
- d) 16
- e) 12

M	4	x
N	5	10

Resolución:

2. Si «A» es directamente proporcional a «B», calcula «m + n».

- a) 130
- b) 80
- c) 100
- d) 140
- e) 90

A	80	64	n
B	m	8	15

Resolución:

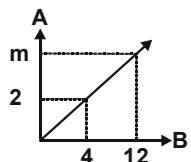
3. Dadas las magnitudes «A» y «B» donde «A» y  $\sqrt{B}$  son directamente proporcionales, si cuando «A» vale 5,  $B = 16$ , ¿qué valor toma A cuando B sea igual a 144?

- a) 16      d) 15
- b) 20      e) 25
- c) 12

Resolución:

4. Si la constante de proporcionalidad directa es la siguiente:  $\frac{A}{B^3} = \text{cte}$ , calcula «m» en el siguiente gráfico:

- a) 62
- b) 52
- c) 54
- d) 48
- e) 46



Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Si  $R \propto Q$ , cuando  $R = 8$ ,  $Q = 24$ . Calcula « $R$ », cuando  $Q = 45$ .
- a) 10   b) 5   c) 15   d) 12   e) 20

Resolución:

2. Si  $A \propto B^2$ , calcula « $m$ » en la siguiente tabla:

A	6	m
B	2	4

- a) 24   b) 12   c) 18   d) 9   e) 48

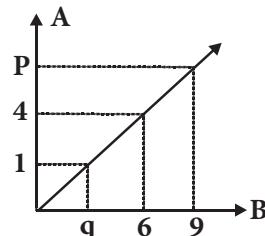
Resolución:

**Nivel intermedio**

3. Las magnitudes « $A$ » y  $\sqrt{B}$  son directamente proporcionales. Si cuando « $A$ » es 16 « $B$ » es 36, ¿qué valor tomará « $A$ » cuando  $B$  sea 81?
- a) 14                    d) 24  
b) 18                    e) 26  
c) 28

Resolución:

4. Calcula « $p + q$ » si  $A \propto B^2$ .

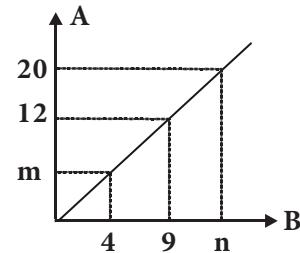


- a) 12   b) 11   c) 10   d) 9   e) 18

Resolución:

**Nivel avanzado**

5. Calcula « $m + n$ » si  $A \propto \sqrt{B}$



- a) 20   b) 25   c) 28   d) 30   e) 33

Resolución:

# TEMA 05



## MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES – GRÁFICOS

Dadas las magnitudes A y B, se dice que son inversamente proporcionales (IP) cuando al aumentar o disminuir una de ellas, con la otra magnitud, sucede todo lo contrario; es decir, disminuye o aumenta en la misma proporción. Su producto siempre es constante.

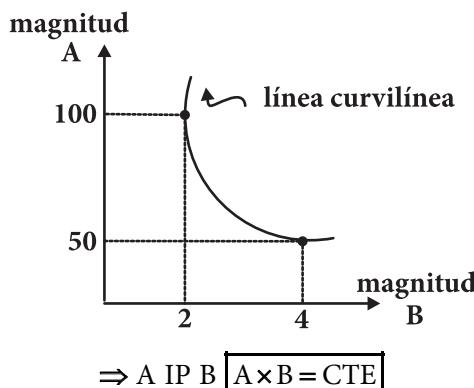
Sean A y B, dos magnitudes, si:

$$A \text{ IP } B \Rightarrow A \times B = \text{constante}$$

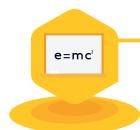
### Gráfica para Magnitudes Inversamente Proporcionales

La gráfica en el plano cartesiano es una línea curvilínea.

Sea la gráfica:



Del gráfico:  
 $100 \times 2 = 50 \times 4 = 200 \leftarrow$  constante de proporcionalidad inversa



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Si A IP B, además cuando A = 8, B = 10, calcula «A», si B = 16.

**Resolución:**

$$\text{Si: } A \text{ IP } B \Rightarrow A \times B = \text{CTE}$$

Reemplazamos con los datos:

$$8 \times 10 = A \times 16$$

Despejando «A», tenemos:

$$A = \frac{8 \times 10}{16} \Rightarrow A = 5$$

**Respuesta:** 5

- Si M IP N, además cuando M = 12, N = 6, calcula «M», si N = 24.

**Resolución:**

- Las magnitudes M y N son inversamente proporcionales; si cuando M = 30, N = 4; calcula «N», si M = 12.

**Resolución:**

## Nivel intermedio

4. Calcula el valor de «m» si A IP B.

A	20	5	m
B	1	4	10

Resolución:

Como A IP B  $\Rightarrow A \times B = \text{CTE}$

Reemplazando:

$$20 \times 1 =$$

$$\Rightarrow 20 = 10 \times m \times 10$$

$$m = 2$$

Respuesta:

2.

5. Calcula el valor de «n» si P IP Q.

P	15	n	20
Q	4	10	3

Resolución:

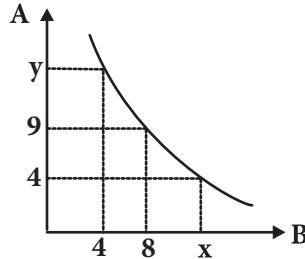
6. Calcula el valor de «x» en el siguiente cuadro si A IP  $\sqrt{B}$ .

A	4	x
B	100	16

Resolución:

## Nivel avanzado

7. Calcula «x + y», si A IP B<sup>2</sup>. A partir del siguiente gráfico:



Resolución:

Del gráfico mostrado, igualamos el producto de cada par ordenado, así:

$$y \cdot 4^2 = 9 \cdot 8^2 = 4 \cdot x^2$$

Luego:

$$y \cdot 4^2 = 9 \cdot 8^2 \quad y = 36$$

$$9 \cdot 8^2 = y \cdot 4^2 \Rightarrow x = 12$$

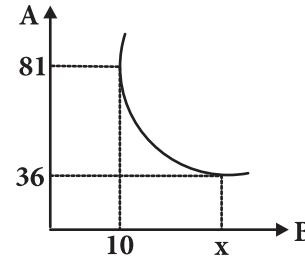
Piden:  $x + y$

$$\therefore x + y = 48$$

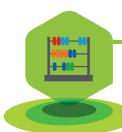
Respuesta:

48

8. Si la constante de proporcionalidad inversa es « $\sqrt{A} \times B = \text{CTE}$ », calcula «x» a partir del siguiente gráfico.



Resolución:



## Práctica

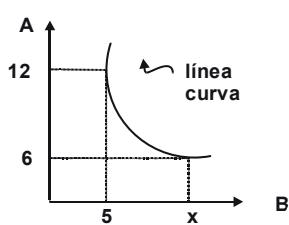
1. Si: A IP B; además, cuando A = 40; B = 4, calcula «A» si B = 16

- a) 10
- b) 9
- c) 6
- d) 12
- e) 15

Resolución:

2. Dada la siguiente gráfica de proporcionalidad inversa, calcula «x».

- a) 8
- b) 12
- c) 10
- d) 5
- e) 15



Resolución:

3. Calcula el valor de «n» a partir del siguiente cuadro si A IP  $\sqrt{B}$ .

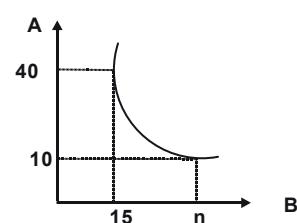
- a) 5
- b) 3
- c) 1
- d) 4
- e) 2

A	6	n
B	9	81

Resolución:

4. Calcula «n».

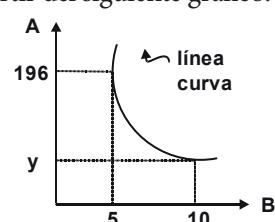
- a) 50
- b) 60
- c) 40
- d) 80
- e) 30



Resolución:

5. Si la constante de proporcionalidad inversa es la siguiente:  $\sqrt{A} \times B = \text{CTE}$ ; calcula «y» a partir del siguiente gráfico:

- a) 81
- b) 64
- c) 49
- d) 36
- e) 25



Resolución:



## Autoevaluación

1. Si: A IP B, cuando A = 80, B = 5. Calcula «A» cuando B = 40

- a) 5
- b) 10
- c) 25
- d) 40
- e) 8

Resolución:

2. Si: R IP S, cuando R = 30, S = 50. Calcula «S» cuando R = 100.

- a) 10
- b) 5
- c) 15
- d) 8
- e) 9

Resolución:

3. Si la constante de proporcionalidad inversa es la siguiente  $A \times B^3 = \text{CTE}$ ; calcula «m» a partir del siguiente cuadro.

- a) 8
- b) 4
- c) 2
- d) 3
- e) 5

A	1	m
B	10	5

Resolución:

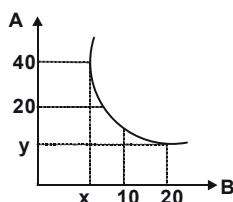
4. Las magnitudes «M» y «N» son inversamente proporcionales. Si cuando «M» vale 10, N = 6, ¿qué valor tomará «M» cuando «N» sea igual a  $\sqrt[3]{64}$ ?

- a) 25
- b) 16
- c) 18
- d) 15
- e) 30

Resolución:

5. Calcula: x + y

- a) 12
- b) 15
- c) 18
- d) 21
- e) 20



Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Si  $A \text{ IP } B$ , calcula «x».

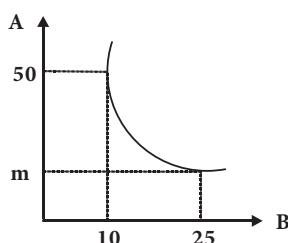
A	25	5
B	x	20

- a) 15   b) 5   c) 10   d) 2   e) 4

Resolución:

Resolución:

2. Si el gráfico muestra proporcionalidad inversa, calcula «m».



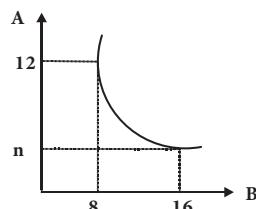
- a) 35   b) 25   c) 10   d) 20   e) 30

Resolución:

## Nivel avanzado

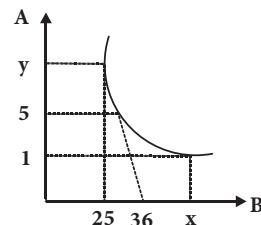
4. Si  $A \text{ IP } B^2$ , calcula «n» a partir del siguiente gráfico:

- a) 12  
b) 16  
c) 3  
d) 9  
e) 6



Resolución:

5. Calcula « $x + y$ » si  $A \text{ IP } \sqrt{B}$ .



- a) 903  
b) 280  
c) 906  
d) 630  
e) 560

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Calcula el valor de «x» si  $R \text{ IP } S$ .

R	25	3	15
S	6	50	x

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 10 | d) 9  |
| b) 15 | e) 30 |
| c) 12 |       |



## REGLA DE TRES SIMPLE

### A. Concepto

Es un método aritmético que consiste en calcular el valor desconocido de una magnitud mediante la comparación de dos magnitudes.

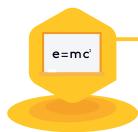
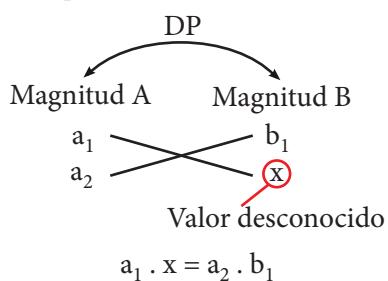
### B. Clases

#### Regla de tres simple directa (RTSD)

Es directa cuando las magnitudes que intervienen son directamente proporcionales.

Se calcula realizando una multiplicación en aspa o cruz.

Veamos el esquema:



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Si 18 mochilas cuestan S/.90. ¿Cuánto se pagará por 30 mochilas?

**Resolución:**

Reconociendo magnitudes y realizando esquema:

The diagram shows the setup for the basic level problem. It has two rows of numbers: 18 and 30 in the first row, and 90 and x in the second row. An 'X' marks the unknown x. A curved arrow labeled 'DP' (Direct Proportionality) points from the first row to the second row. Below the diagram, the proportion  $\frac{18}{30} = \frac{90}{x}$  is set up, and the solution is given as  $x = \frac{30 \times 90}{18} = 150$ , resulting in  $\therefore x = \$150$ .

Despejando:

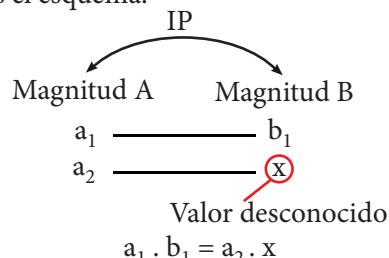
$$x = \frac{a_2 \cdot b_1}{a_1}$$

#### Regla de tres simple inversa (RTSI)

Es inversa cuando las magnitudes que intervienen son inversamente proporcionales.

Se calcula realizando una multiplicación en forma horizontal o lineal.

Veamos el esquema:



Despejando:

$$x = \frac{a_1 \cdot b_1}{a_2}$$

- Si con S/.150 puedo comprar 30 monederos. ¿Cuántos monederos compraré con S/.230?

**Resolución:**

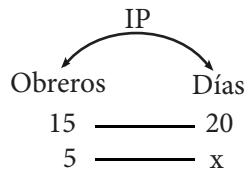
## Nivel intermedio

3. Si 15 obreros hacen una obra en 20 días. ¿En cuántos días realizarán la misma obra 5 obreros?

**Resolución:**

Magnitudes: Obreros y días

⇒ El esquema será:



$$\Rightarrow x = \frac{15 \times 20}{5} = 60$$

∴ x = 60 días

**Respuesta:**

60 días

4. Si 18 obreros pueden realizar una obra en 32 días. ¿En cuántos días realizarán la misma obra 36 obreros?

**Resolución:**

5. Con 30 albañiles se puede construir una casa en 42 días. ¿Cuántos días demorarían en construir la casa 35 albañiles?

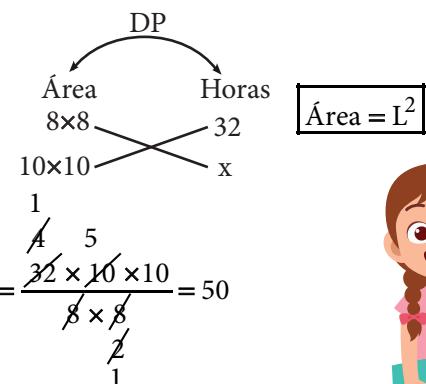
**Resolución:**

## Nivel avanzado

6. Si André puede tarrajar una pared cuadrada de 8 m de lado en 32 horas. ¿En cuánto tiempo tarrajearía otra pared cuadrada de 10 m de lado?

**Resolución:**

Hay que tener cuidado con estos tipos de problemas. Analizando el enunciado, si la pared a tarrajar tiene forma cuadrada, se formará el siguiente esquema para representar las magnitudes:



∴ 50 horas

**Respuesta:**

50 horas



7. Si Juan puede tarrajar una pared cuadrada de 6 m de lado en 24 horas. ¿En cuánto tiempo tarrajearía otra pared cuadrada de 9 m de lado?

**Resolución:**

8. Si un caballo atado a un árbol con una cuerda de 4m puede comer toda la hierba que se encuentra a su alrededor en 20 días. ¿Cuántos días tardaría en comer toda la hierba si la cuerda tuviera 2m más?

**Resolución:**



## Práctica

1. Una fábrica de polos tiene una producción de 1500 polos con 300 máquinas trabajando. Si se aumentaran 50 máquinas, ¿en cuánto aumentará su producción?

- a) 520
- b) 250
- c) 500
- d) 200
- e) 1750

Resolución:

2. Si con S/.40 puedo comprar 15 plátanos, ¿cuántos plátanos compraré con S/.80 más?

- a) 60
- b) 120
- c) 40
- d) 180
- e) 45

Resolución:

3. Si 25 obreros pueden realizar una obra en 40 días, ¿en cuántos días realizarían la misma obra 20 de dichos obreros?

- a) 40
- b) 50
- c) 10
- d) 20
- e) 60

Resolución:

4. Si 30 obreros pueden realizar una obra en 20 días, ¿en cuántos días realizarían la misma obra 25 de dichos obreros?

- a) 12
- b) 18
- c) 21
- d) 24
- e) 30

Resolución:

5. Si un burro atado a un árbol con una cuerda de 5 metros puede comer toda la hierba que se encuentra a su alrededor en 40 días, ¿cuántos días tardará en comer toda la hierba si la cuerda tuviera el doble de longitud?

- a) 160
- b) 180
- c) 150
- d) 140
- e) 120

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si con S/.100 puedo comprar 50 yoyós, ¿cuántos yoyós podré comprar con S/.50 más?

- a) 75
- b) 100
- c) 50
- d) 25
- e) 30

Resolución:

2. Si 40 albañiles pueden construir una casa en 25 días, ¿cuántos días demorarían en hacer la casa 50 albañiles?

- a) 50
- b) 60
- c) 30
- d) 40
- e) 20

Resolución:

3. Si 24 obreros pueden realizar una obra en 15 días, ¿en cuántos días realizarían la misma obra 6 obreros más?

- a) 24
- b) 20
- c) 16
- d) 12
- e) 18

Resolución:

4. Si 80 máquinas realizan una obra en 30 días, ¿en cuántos días realizarían la misma obra con 20 máquinas más?

- a) 20
- b) 19
- c) 24
- d) 30
- e) 21

Resolución:

5. Si Raúl puede tarajear una pared cuadrada de 9 metros de lado en 27 horas, ¿en cuánto tiempo tarajearía otra pared cuadrada de 12 metros de lado?

- a) 40 h
- b) 50 h
- c) 60 h
- d) 48 h
- e) 54 h

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Si con S/.700 puedo alquilar 35 disfraces. ¿Cuánto necesitaré para alquilar 50 disfraces más?
- a) S/.1500      d) S/.2600  
b) S/.2000      e) S/.2800  
c) S/.1700

Resolución:

4. Si 28 máquinas hacen una producción en 42 horas. ¿Cuántas máquinas se necesitarán para hacer la misma producción en 84 horas?
- a) 15      c) 21      e) 7  
b) 10      d) 14

Resolución:

2. Si 19 obreros hacen una obra en 20 días. ¿En cuántos días realizarán la misma obra 38 obreros?
- a) 15      c) 20      e) 10  
b) 5      d) 25

Resolución:

5. Si Ángelo puede tarajear una pared cuadrada de 3 metros de lado en 12 horas. ¿En cuánto tiempo tarajearía otra pared de 9 metros de lado?
- a) 98 h      c) 36 h      e) 80 h  
b) 108 h      d) 60 h

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Si con 22 albañiles se puede construir una casa en 36 días. ¿Cuántos días demorarían en hacer la casa 132 albañiles?
- a) 3      c) 8      e) 12  
b) 6      d) 9

Resolución:

6. Si una vaca atada a un árbol con una cuerda de 5 metros de longitud puede comer toda la hierba que se encuentra a su alrededor en 50 días. ¿Cuántos días tardará en comer toda la hierba si la cuerda tuviera 1 metro más?
- a) 60 días      c) 100 días      e) 70 días  
b) 72 días      d) 68 días

Resolución:

# TEMA 07



## REGLA DE TRES COMPUESTA

Es aquella operación matemática que se utiliza cuando en el problema participan más de dos magnitudes.

Ejemplo aplicativo:

Si 4 obreros realizan en 15 días un muro de 20 m, ¿cuántos días necesitarán 20 obreros para realizar un muro de 40 m?

**Resolución:**

Realizando el esquema de magnitudes, tenemos:

Obreros	IP	Días	DP	muro (m)
4		15		20
20		x		40

Del esquema  $4 \cdot 15 \cdot 40 = 20 \cdot x \cdot 20$

Despejando  $x = \frac{4 \cdot 15 \cdot 40}{20 \cdot 20}$

$\frac{4 \cdot 15 \cdot 40}{20 \cdot 20}$	$\cancel{4} \cancel{15} \cancel{20}$	$\cancel{20} \cancel{20}$
$\cancel{1}$		



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Si 5 hornos consumen 30 toneladas de carbón en 20 días, ¿qué cantidad de carbón consumirán 8 hornos en 25 días?

**Resolución:**

# hornos	toneladas de carbón	días
5	$\cancel{30}$	$\cancel{20}$
8	$\cancel{x}$	$\cancel{25}$

Del esquema quedará:

$$5 \cdot x \cdot 25 = 8 \cdot 30 \cdot 20$$

Despejando la incógnita:

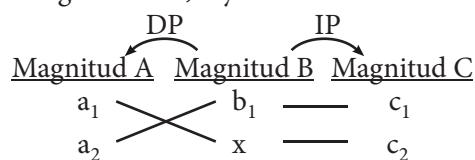
$$x = \frac{8 \cdot 30 \cdot 25}{5 \cdot 20} = \frac{8 \cdot 3 \cdot 5}{2} = 60$$

$$x = 60 \text{ toneladas de carbón}$$

$$\therefore x = 6 \text{ días}$$

En general:

Sean las magnitudes A, B y C



$$\text{Del esquema: } a_1 \cdot x \cdot c_2 = a_2 \cdot b_1 \cdot c_1$$

Despejando:

$$x = \frac{a_2 \cdot b_1 \cdot c_1}{a_1 \cdot c_2}$$

- Si 20 máquinas consumen 5000 kg de carbón en 50 días, ¿en cuántos días consumirán 50 máquinas, 10 000 kg de carbón?

**Resolución:**

- Si 20 operarios pueden producir 120 pares de zapatos en 18 días, ¿cuántas operarios pueden producir 80 pares en 24 días?

**Resolución:**

6. Si en 16 horas, 9 pintores han pintado los  $\frac{3}{8}$  de un edificio, ¿cuántas horas demorarán 12 pintores para terminar de pintar el edificio?

**Resolución:**

4. Si 5 cocinas necesitan 5 días para consumir 5 galones de kerosene, ¿cuántos galones consumiría una cocina en 5 días?

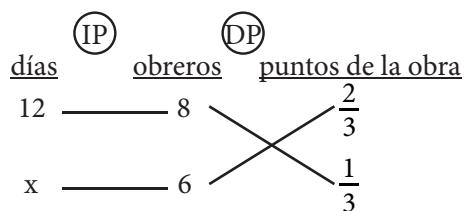
**Resolución:**

### Nivel intermedio

5. Si en 12 días, 8 obreros han hecho las  $\frac{2}{3}$  partes de una obra, ¿en cuántos días acabarán 6 obreros lo que falta de la obra?

**Resolución:**

Con respecto a la obra, si se trabajó  $\frac{2}{3}$ , lo que falta será  $\frac{1}{3}$ . Ordenando las magnitudes, tenemos:



$$\Rightarrow \cancel{12} \cdot 8 \cdot \frac{1}{\cancel{3}} = x \cdot \cancel{6} \cdot \frac{2}{\cancel{3}}$$

$$16 = 2x$$

$$x = 8 \text{ días}$$

**Respuesta:**  
8 días

7. Si 40 obreros con 60% de rendimiento y trabajando 10 h/d terminaron una obra en 8 días, ¿en cuántos días 32 obreros con 30% de rendimiento y trabajando 5 h/d terminarán la misma obra?

**Resolución:**

Realizando el esquema, tenemos:

Obreros	rendimiento	h/d	días
40	—	60	10
32	—	30	5

$$\Rightarrow 40 \cdot \cancel{60} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{8} = 32 \cdot \cancel{30} \cdot \cancel{5} \cdot x$$

$$40 \cdot 4 = 4 \cdot x$$

$$x = 40 \text{ días}$$

**Respuesta:**

40 días

8. Si tres hombres, trabajando 8 h/d, han hecho 80 m de una obra en 10 días, ¿cuántos días necesitarán 5 hombres, trabajando 6 h/d, para hacer 60 m de la misma obra?

**Resolución:**



## Práctica

1. Si 8 leones necesitan 10 minutos para consumir 20 trozos de carne, ¿cuántos trozos de carne consumirán 5 leones en 4 minutos?

- a) 15
- b) 5
- c) 10
- d) 2
- e) 8

Resolución:

2. Si 8 máquinas trabajaron 6 h/d durante 5 días, ¿cuántos días tardarán 10 máquinas para realizar el mismo trabajo si funcionan durante 8 h/d?

- a) 6 días
- b) 2 días
- c) 3 días
- d) 4 días
- e) 5 días

Resolución:

3. Si 5 obreros pueden pintar una pared cuadrada de 3 m de lado en 4 h, ¿en cuántas horas 10 obreros podrán pintar una pared cuadrada de 9 m de lado?

- a) 18 h
- b) 21 h
- c) 15 h
- d) 20 h
- e) 17 h

Resolución:

4. Si 10 sastres en 10 horas pueden hacer 50 camisas, ¿cuántas camisas podrán hacer 15 sastres en 8 horas?

- a) 65
- b) 50
- c) 80
- d) 48
- e) 60

Resolución:

5. Si 10 máquinas elaboran 1800 chalecos en 3 días de 12 h/d, ¿cuántos chalecos harán 8 máquinas en 6 días de 8 h/d?

- a) 1920
- b) 1928
- c) 1912
- d) 1860
- e) 1890

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si 45 hombres tienen provisiones para 20 días a razón de 3 raciones diarias, ¿cuántos días alcanzarán los víveres para 60 hombres a razón de 2 raciones diarias?

- a) 15 días
- b) 12 días
- c) 7 días
- d) 10 días
- e) 8 días

Resolución:

2. Si en 12 días, 8 obreros hicieron  $\frac{2}{3}$  de una obra, ¿en cuántos días harán 2 obreros el resto de la obra?

- a) 18 días
- b) 20 días
- c) 16 días
- d) 12 días
- e) 24 días

Resolución:

3. Si 16 señoritas pueden confeccionar 40 camisas en 20 días, trabajando 9 h/d, ¿en cuántos días 40 señoritas podrán confeccionar 50 camisas si trabajan 6 h/d?

- a) 20 días
- b) 18 días
- c) 10 días
- d) 15 días
- e) 12 días

Resolución:

4. Si 5 sastres pueden hacer 10 ternos en 8 días, trabajando 2 horas diarias, ¿en cuántos días 10 sastres podrán hacer 50 ternos si trabajan 5 h/d?

- a) 12 días
- b) 6 días
- c) 8 días
- d) 11 días
- e) 5 días

Resolución:

5. Si 8 máquinas con 80% de rendimiento, fabrican 1000 productos en 6 días, ¿cuántos productos fabricarán 10 máquinas, con 90% de rendimiento, en 8 días?

- a) 1850
- b) 1875
- c) 1928
- d) 1740
- e) 2400

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Si un alumno lee un libro de 400 hojas en 12 días de 4 h/d. ¿Cuántas hojas leerá dicho alumno en 10 días de 6 h/d?
- a) 150   b) 200   c) 280   d) 500   e) 300

Resolución:

2. Si 12 sastres hacen 12 sacos en 20 días, ¿cuántos sastres harán 15 sacos en 12 días?
- a) 18   b) 20   c) 21   d) 19   e) 25

Resolución:

4. Cinco balones de gas se utilizan para el funcionamiento de 5 cocinas durante 10 días. Si se tienen 10 cocinas. ¿Para cuántos días alcanzarán 20 balones de gas?
- a) 2 días   d) 20 días  
b) 8 días   e) 15 días  
c) 10 días

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Diez obreros en 8 días han avanzado  $\frac{2}{5}$  de una obra. Si se retiran dos obreros, los restantes, ¿en qué tiempo terminarán lo que falta de la obra?
- a) 15 días   d) 12 días  
b) 10 días   e) 14 días  
c) 16 días

Resolución:

5. Si 40 obreros con 48% de rendimiento y trabajando 8 h/d hicieron 600 m de una carretera en 10 días. ¿En cuántos días harán 800 m de dicha carretera, 32 obreros con 80% de rendimiento y trabajando 10 h/d?
- a) 4 días   b) 7 días   c) 8 días   d) 11 días   e) 6 días

Resolución:

6. Si doce agricultores se demoran 10 días de 8 h/d en sembrar 240 plantones, ¿cuántos plantones podrán sembrar 8 de estos agricultores en 15 días de 9 h/d?
- a) 270   b) 250   c) 240   d) 280   e) 260

Resolución:



## NÚMEROS DECIMALES: VALOR POSICIONAL



### ¿Cómo se distingue un número decimal?

Un número decimal se distingue por las siguientes características:

$\overbrace{23}^{\text{Parte entera}}, \overbrace{4718}^{\text{Parte decimal}}$   
 coma decimal

### Valor Posicional

Lectura de números decimales.

Número	Parte entera			Parte decimal				Escritura
	centenas	decenas	unidades	décimos	centésimos	milésimos	diezmilésimos	
14,032		1	4,	0	3	2		catorce unidades treinta y dos milésimos
0,0036			0,	0	0	3	6	treinta y seis diezmilésimos

### Observación

Si apreciamos un número decimal y lo queremos convertir en fracción, nos damos cuenta de que la cantidad de cifras decimales corresponde a la cantidad de ceros que aparecen en el denominador. Entonces, podemos trabajar de 2 maneras: de decimal a fracción o de fracción a decimal. A este tipo de fracciones se le denomina «fracción decimal».

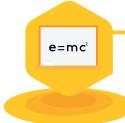
Ejemplos:

$$\bullet \quad 7,52 = \frac{752}{100}$$

dos cifras en el denominador

$$\bullet \quad \frac{5789}{1000} = 5,789$$

tres ceros en el denominador



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Calcular el doble de la parte entera más el triple de la parte decimal del siguiente número decimal:  
315,28

**Resolución:**

Dado el número decimal: 315,28

⇒ Parte entera: 315, el doble será:  $2(315) = 630$

⇒ Parte decimal: 28, el triple de la parte decimal será:  $3(28) = 84$

∴ Piden:  $630 + 84 = 714$

**Rpta.:**

714

2. Calcula el triple de la parte entera menos el doble de la parte decimal, del siguiente número decimal: 78,39

**Resolución:**

**Resolución:**

### Nivel avanzado

5. Dadas las siguientes cifras: 3; 7; 4; 9 y 1, escribe el mayor número decimal con dos cifras en la parte entera. Luego, da como respuesta la suma de cifras de la parte decimal.

**Resolución**

Dadas las cifras: 3; 7; 4; 9 y 1, se pide formar el mayor número decimal con dos cifras en la parte entera. Se colocará las cifras de mayor a menor, así:

9 7, 4 3 1

Piden como respuesta la suma de cifras de la parte decimal.

⇒  $4 + 3 + 1 = 8$

**Rpta.:**

8

6. Escribe el menor número decimal que utilizando las siguientes cifras: 3; 6; 1; 4 y 9 termina en diezmilésimos.

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Indica el valor posicional que ocupa la cifra 2 en el siguiente número decimal: 35,4327.

**Resolución:**

Representando en el tablero posicional, tenemos:

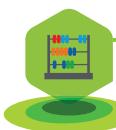
Parte entera		Parte decimal			
D	U	d	c	m	dm
3	5,	4	3	2	7

La cifra 2 ocupa la posición de los milésimos.

**Rpta.:**

milésimos

4. Indica el valor posicional que ocupa la cifra 5 en el siguiente número decimal: 138,549



## Práctica

1. ¿A qué número decimal corresponde la siguiente lectura: «ciento treinta y cinco diez milésimos»?

- a) 0,0135      d) 0,135  
b) 10,135      e) 0,00135  
c) 1,035

Resolución:

2. Escribe como se leen los siguientes números decimales:

❖ 2,82: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

❖ 0,158: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Resolución:

3. Calcula el número decimal equivalente a:

$$\frac{24685}{100000}$$

- a) 246,85      d) 0,24685  
b) 2468,5      e) 0,24658  
c) 24,658

Resolución:

4. Escribe el menor número decimal que termina en milésimos, utilizando las siguientes cifras: 5; 2; 8; 9 y 1.

- a) 98,125      d) 1,2589  
b) 15,289      e) 12,589  
c) 81,259

Resolución:

5. Dadas las siguientes cifras: 4; 8; 6; 3 y 2, escribe el mayor número decimal con dos cifras en la parte entera.

- a) 86,234      d) 86,432  
b) 0,86432      e) 8,6234  
c) 864,32

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula  $a \times b \times c$ ,  $\frac{378}{100} = \overline{a,bc}$ .

- a) 141      d) 138
- b) 128      e) 158
- c) 168

Resolución:

2. Indica el valor posicional que ocupa la cifra 1 en el número decimal: 7,314

- a) Milésimos      d) Décimos
- b) Centésimos      e) Centenas
- c) Decenas

Resolución:

3. Calcula « $m + n + p + q$ » si:

$$\frac{9735}{1000} = \overline{m,npq}.$$

Resolución:

4. Calcula el número decimal equivalente a:  $\frac{9845}{1000}$

- a) 9,845      d) 9,756
- b) 98,45      e) 0,246
- c) 9845

Resolución:

5. Dadas las siguientes cifras: 4; 7; 5; 9 y 2, escribe el mayor número decimal con tres cifras en la parte entera. Da como respuesta la suma de cifras de la parte decimal.

- a) 11      d) 6
- b) 10      e) 12
- c) 9

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. ¿Con qué número decimal puede expresarse la fracción  $\frac{7}{10}$ ?
- a) 2,8      c) 0,26      e) 0,28  
b) 0,7      d) 0,38

Resolución:

2. Escribe en números el siguiente decimal: «cuatrocientos veinte enteros setenta y cinco centésimos».
- a) 240,75      d) 75,420  
b) 240,57      e) 420,75  
c) 402,75

Resolución:

4. Dadas las siguientes cifras: 9; 7; 5; 3 y 1, escribe el menor número decimal que posea tres cifras decimales.
- a) 13,879      d) 15,379  
b) 13,579      e) 13,597  
c) 13,759

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Dadas las siguientes cifras: 3; 6; 5; 8 y 1, escribe el mayor número decimal con dos cifras en la parte entera. Da como respuesta la suma de cifras de la parte decimal.

- a) 11      c) 8      e) 10  
b) 12      d) 9

Resolución:

5. Convierte 2,86 a fracción y da como respuesta el numerador.
- a) 286      c) 143      e) 141  
b) 283      d) 144

Resolución:



## COMPARACIÓN - APROXIMACIONES - CLASIFICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

### Comparación de números decimales

- Si dos números decimales tienen diferentes signos, será menor el que tenga signo negativo (por su ubicación en la recta numérica).

Ejemplos:  $-8,75 < 2,39$   
 $7,1 > -9,745$

- Si dos números decimales tienen igual signo, se procederá de la siguiente manera:
  - Se iguala el número de decimales de uno de los números con ceros.
  - Se elimina la coma decimal.
  - Se compara los números como se fueron enteros.

Ejemplo:  
 Comparar 43,71 con 42,735  
 $\Rightarrow 43,710 > 42,735$

### Aproximaciones por redondeo

Para efectuar este procedimiento, primero se ubicará el lugar y el valor del dígito que se redondea, luego se procederá de la siguiente manera:

- Si el dígito siguiente a la derecha es menor que 5, simplemente se descarta este dígito y los restantes a la derecha de él. Ejemplo: Redondea 9,32 a décimas.

Ubicamos y reconocemos la cifra a redondear:

9, 2

Como  $2 < 5$ , eliminamos el 2:  $9,32 \rightarrow 9,3$

- Si el dígito siguiente a la derecha es mayor o igual a 5, se aumenta el dígito del lugar que se está redondeando en 1 y se descarta los dígitos restantes a la derecha de él. Ejemplo: Redondea 5,68 a décimas.

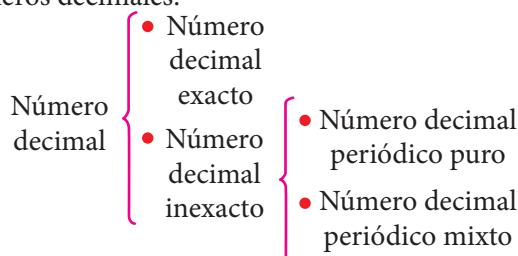
5, 8

Como  $8 > 5$  aumentamos 6 en una unidad y eliminamos la cifra a la derecha.

$5,68 \rightarrow 5,7$

### Clasificación de decimales

El siguiente esquema grafica la clasificación de los números decimales:



#### A. Número decimal exacto

Es aquel número que en la parte decimal tiene una cantidad limitada (finita) de cifras.

Ejemplos:

- 8,71
- 33,215
- 2,7486

#### B. Número decimal inexacto

##### 1. Número decimal periódico puro:

Son aquellos que en toda la parte decimal se aprecia una secuencia notable llamada «periódico», que se repite indefinidamente.

Ejemplos:

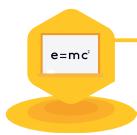
- $0,666\dots = 0,\overline{6}$
- $0,2727\dots = 0,\overline{27}$
- $2,1313\dots = 2,\overline{1}\overline{3}$

##### 2. Número decimal periódico mixto:

Es aquel número cuyo periódico comienza una o varias cifras después de la coma decimal.

Ejemplos:

- $4,5323232\dots = 4,5\overline{32}$
- $0,43333\dots = 0,\overline{4}\overline{3}$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Coloca mayor (>), menor (<) o igual (=) según corresponda.

4,55  3,981

0,752  0,725

2,66  2,6

6,13  6,12

#### Resolución:

Se tienen el mismo signo, solo debemos completar con ceros para tener la misma cantidad de cifras decimales y luego comparamos como si fueran naturales, veamos:

4,550  > 3,981

0,752  > 0,725

2,66  > 2,60

6,13  > 6,12

2. Coloca mayor (>), menor (<) o igual (=) según corresponda.

0,27  0,29

1,56   $\frac{156}{100}$

0,71  0,699

### Nivel intermedio

3. Calcula la suma de la parte periódica y no periódica del siguiente número decimal: 52,35666...

#### Resolución:

El número en referencia es un decimal periódico mixto y lo podemos expresar así:

$$52,3\overline{56} = 52,3\bar{5}\bar{6}$$

⇒ Parte periódica: 6

parte no periódica: 35

$$\text{Piden: } 6 + 35 = 41$$

Rpta.: 41

4. Calcula la suma de la parte periódica y no periódica del siguiente número decimal:

$$89,73\overline{53}5\dots$$

### Resolución:

### Nivel avanzado

5. Redondea a centésimas y señala la suma de estos dígitos:

❖ 0,3478

❖ 2,56312

❖ 12,3225

❖ 0,1555

#### Resolución

Redondeando a centésimas:

❖  $0,3\overset{5}{\cancel{4}}\overset{5}{\cancel{7}}\overset{5}{\cancel{8}} \Rightarrow 0,35$

❖  $0,3\overset{6}{\cancel{5}}\overset{6}{\cancel{3}}\overset{6}{\cancel{1}}\overset{6}{\cancel{2}} \Rightarrow 0,36$

❖  $12,3\overset{5}{\cancel{2}}\overset{5}{\cancel{1}}\overset{5}{\cancel{5}} \Rightarrow 12,32$

❖  $0,1\overset{6}{\cancel{5}}\overset{6}{\cancel{3}}\overset{6}{\cancel{3}} \Rightarrow 0,16$

Piden la suma de los dígitos que se encuentran en los centésimos:

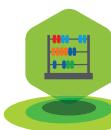
$$\Rightarrow 5 + 6 + 2 + 6 = 19$$

Rpta.:

19

6. Dadas las siguientes cifras: 4; 2; 5 y 7, calcula el mayor decimal periódico. Da como respuesta la suma de cifras de la parte entera.

### Resolución:



## Práctica

1. Compara los siguientes números decimales:

2,7888            2,78

0,315            0,0531

$\frac{281}{100}$             0,821

- a) <;>;>  
b) <;>;=      d) >;>;>  
c) <;<;<

Resolución:

2. Luego de redondear a centésimo el número decimal  $27,6\bar{7}$ . Calcula la suma de cifras de la parte decimal.

- a) 11      d) 18  
b) 14      e) 12  
c) 16

Resolución:

3. Calcula la suma de la parte entera y la parte no periódica del siguiente número decimal periódico mixto:  $271,25\bar{2}8$ .

- a) 297      d) 296  
b) 256      e) 277  
c) 286

Resolución:

4. Relaciona según corresponda:

289	•	
100		
0,25	•	• Decimal exacto
0,7888...	•	• Decimal periódico puro
152,75	•	• Decimal periódico mixto
29, $\bar{7}$	•	

Resolución:

- ¿Cuántos decimales exactos hay?  
a) 1      c) 5      e) 3  
b) 2      d) 4

5. Dadas las siguientes cifras: 8; 6; 2 y 3, calcula el mayor decimal periódico puro con dos cifras periódicas y da como respuesta la suma de cifras de la parte entera.

- a) 12      c) 9      e) 6  
b) 5      d) 14

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula la suma de cifras decimales no periódicas de los siguientes números decimales:

$23,5\bar{7}$  y  $23,8666\dots$

- a) 11                          d) 13  
b) 9                            e) 14  
c) 15

Resolución:

2. Redondea a milésimos los siguientes números decimales y señala la suma de estos dígitos.

- ◆ 0,35625  
◆ 7,666...  
◆ 8,042  
◆ 15,12543  
a) 20                            d) 19  
b) 16                            e) 21  
c) 17

Resolución:

3. Dadas las siguientes cifras: 9; 7; 6; y 1, calcula el menor decimal periódico puro con dos cifras periódicas.

- a)  $17,\overline{69}$                 d)  $16,\overline{19}$   
b)  $16,\overline{97}$                 e)  $17,\overline{96}$   
c)  $16,\overline{79}$

Resolución:

4. ¿Cuántos decimales inexactos hay en los siguientes números?

- ◆ 2,555...  
◆ 0,48  
◆ 2,15  
◆ 45,66666...  
◆ 0,69  
◆ 5,0555...  
a) 2                            c) 4                            e) 5  
b) 1                            d) 3

Resolución:

5. Dadas las siguientes cifras: 9; 7; 6 y 4, calcula el mayor decimal periódico puro con dos cifras periódicas y da como respuesta la suma de cifras de la parte entera.

- a) 10                            c) 8                            e) 9  
b) 12                            d) 15

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Compara y coloca mayor (>), menor (<) o igual (=) según corresponda.

$0,\overset{\hat{}}{6}$   0,67

$\frac{235}{100}$   0,325

$0,021$    $\frac{21}{1000}$

- a) <; >; =      d) <; =; <  
b) <; <; <      e) <; =; =  
c) >; <; >

2. Redondea a centésimos el siguiente número decimal: 9,73892

- a) 9,75      d) 9,76  
b) 9,74      e) 9,72  
c) 9,73

Resolución:

4. Luego de redondear a diezmilésimo el número decimal: 35,987654, calcula la suma de la parte entera y la parte decimal.

- a) 8999      d) 9912  
b) 8937      e) 9743  
c) 9907

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula la suma de la parte decimal periódica y no periódica del siguiente número decimal:  $74,9\overline{36}$ .

- a) 29      d) 28  
b) 45      e) 41  
c) 38

Resolución:

5. Dadas las siguientes cifras: 1; 2; 7 y 8, calcula el menor decimal periódico mixto con dos cifras en la parte entera. Da como respuesta la suma de la parte entera y la parte decimal no periódica.

- a) 17      d) 19  
b) 21      e) 20  
c) 16

Resolución:



## GENERATRIZ DE UN NÚMERO DECIMAL

### Fracción Generatriz :

Es la fracción que da origen a la expresión decimal; dicha fracción generatriz debe ser irreducible.

#### A. Generatriz de un número decimal exacto o limitado

Escribimos como numerador el número decimal sin la coma decimal; y como denominador, la unidad seguida de ceros como cifras decimales tenga el número decimal.

Ejemplos:

$$\diamond \quad 3,78 = \frac{378}{100} = \frac{189}{50} \Rightarrow \text{fracción generatriz}$$

$$\diamond \quad 1,079 = \frac{1079}{1000} \Rightarrow \text{fracción generatriz}$$

#### B. Generatriz de un número decimal periódico puro

Escribimos como numerador el número decimal sin la coma decimal, menos la parte entera; y como denominador, tantos nueves como cifras decimales tenga la parte periódica.

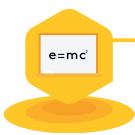
$$\text{Ejemplo 1: } 1,\overline{36} = \frac{136 - 1}{99} = \frac{135}{99} = \frac{15}{11} \Rightarrow \text{fracción generatriz}$$

$$\text{Ejemplo 2: } 0,\overline{571} = \frac{571}{999} \Rightarrow \text{fracción generatriz}$$

#### C. Generatriz de un número decimal periódico mixto

Escribimos como numerador el número sin la coma decimal, menos la parte no periódica; y como denominador, tantos nueves como cifras tenga la parte periódica, seguidos de tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.

$$\text{Ejemplo 1: } \underbrace{2,1\overline{35}}_{\substack{\text{número} \\ \text{decimal}}} = \frac{2135 - 21}{990} = \frac{2114}{990} = \frac{1057}{495} \quad \text{fracción generatriz}$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Calcula la fracción generatriz de 2,35.

**Resolución:**

$\Rightarrow 2,35$  (posee dos cifras en la parte decimal)

$$\Rightarrow 2,35 = \frac{235}{100}$$

Simplificando:

$$\frac{235}{100} = \frac{47}{20} \Rightarrow \text{fracción generatriz}$$

$$\therefore 2,35 < > \frac{47}{20}$$

**Rpta.:**

$$47/20$$

2. Determina la fracción generatriz de  $0,\overline{75}$ .

**Resolución:**

4. Relaciona según corresponda.

1,41	•	• $\frac{217}{1000}$
0,217	•	• $\frac{113 - 11}{90}$
1,13	•	• $\frac{141}{100}$
0,6	•	• $\frac{235}{100}$
2,35	•	• $\frac{6}{9}$

¿Cuántos decimales exactos hay?

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Relaciona según corresponda.

5,2	•	• $\frac{123 - 1}{99}$
0,7	•	• $\frac{123 - 21}{99}$
2,13	•	• $\frac{52 - 5}{90}$
0,52	•	• $\frac{7}{9}$
1,23	•	• $\frac{52}{100}$

¿Cuántos decimales inexactos hay?

**Resolución:**

Relacionando mediante flechas, encontramos cuatro decimales inexactos:  $0,\overline{7}$  -  $2,\overline{13}$  -  $0,\overline{52}$  -  $1,\overline{23}$

**Rpta.:**

$$4$$

### Nivel avanzado

5. Calcula el valor de  $m + n$ :  $\overline{0,mn} = \frac{13}{25}$

**Resolución**

Por fracción generatriz

$$\overline{0,mn} = \frac{\overline{mn}}{100} = \frac{13}{25}$$

$$\overline{mn} = 52$$

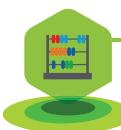
$$\therefore m + n = 7$$

**Rpta.:**

$$7$$

6. Calcula el valor de  $a \times b \times c$ :  $\overline{a,bc} = \frac{67}{50}$

**Resolución:**



## Práctica

1. Calcula  $a + b + m$ :  $0.\overline{mn} = \frac{17}{99}$

$$0.\overline{53} = \frac{\overline{ab}}{90}$$

- a) 59                          d) 67  
b) 55                          e) 13  
c) 57

Resolución:

2. Calcula  $b - a$  si la fracción generatriz de  $0.\overline{29} = \frac{a}{b}$ .

- a) 1                            d) 61  
b) 11                          e) 13  
c) 27

Resolución:

3. Calcula la fracción generatriz de  $2.\overline{6}$  y da como respuesta la suma de sus términos.

- a) 16                          d) 15  
b) 11                          e) 9  
c) 10

Resolución:

4. Calcula la suma de términos de la fracción generatriz del número decimal  $0.\overline{339}$ .

- a) 446                        d) 346  
b) 442                        e) 392  
c) 441

Resolución:

5. Calcula el valor de  $m \times n$ :  $0.\overline{mn} = \frac{4}{11}$

- a) 36                          d) 54  
b) 54                          e) 18  
c) 27

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula la fracción generatriz de  $0,2\overline{45}$  y da como respuesta su numerador.

Resolución:

2. Calcula el valor de  $a + b$ .

$$0,\overline{aba} = \frac{63}{250}$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 5  | d) 7  |
| b) 11 | e) 15 |
| c) 3  |       |

Resolución:

3. Calcula le valor de  $m \times n - p$ :  $\overline{m,np} = \frac{311}{50}$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 7  | d) 13 |
| b) 9  | e) 8  |
| c) 10 |       |

Resolución:

4. Determina la fracción generatriz de  $4,5\overline{7}$  e indica el valor del denominador.

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 33 | d) 38 |
| b) 27 | e) 35 |
| c) 40 |       |

Resolución:

5. Calcula el valor de  $m \times n + m : 0,\overline{mn} = \frac{18}{25}$ .

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 36 | d) 54 |
| b) 18 | e) 28 |
| c) 20 |       |

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Determina la fracción generatriz de  $4,0\bar{5}$ .

a)  $\frac{71}{27}$

d)  $\frac{65}{27}$

b)  $\frac{31}{18}$

e)  $\frac{73}{18}$

c)  $\frac{71}{18}$

Resolución:

4. Convierte a fracción generatriz los siguientes números decimales y señala el mayor numerador.

► 2,8

►  $0,\overline{63}$

► 0,777...

► 0,4111...

a) 28

b) 37

c) 14

d) 21

e) 29

Resolución:

2. Determina la fracción generatriz de  $3,\overline{36}$  e indica el valor del denominador.

a) 11

d) 18

b) 27

e) 90

c) 9

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula el valor de  $a + b + c$ :  $0,\overline{abc} = \frac{122}{125}$

a) 22

d) 21

b) 24

e) 18

c) 19

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Relaciona según corresponda.

$$\frac{452}{1000} \quad \bullet \quad \bullet \quad 0,0\overline{07}$$

$$0,372 \quad \bullet \quad \bullet \quad 0,6\bar{5}$$

$$\frac{7}{999} \quad \bullet \quad \bullet \quad 0,452$$

$$12,\overline{17} \quad \bullet \quad \bullet \quad \frac{372}{100}$$

$$\frac{65 - 6}{90} \quad \bullet \quad \bullet \quad \frac{1217 - 12}{99}$$

¿Cuántos decimales son periódicos puros?

a) 4

c) 5

e) 1

b) 3

d) 2



## ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

### 1. Adición de números decimales

Para sumar números decimales, debemos:

- ❖ Escribir dichos números en forma vertical con la coma alineada.
- ❖ Completar con ceros, para que todos los números tengan la misma cantidad de cifras decimales.

Ejemplo: Efectúa:  $0,8345 + 1,5 + 0,34$

U	d	c	m	dm	
0,	8	3	4	5	+
1,	5	0	0	0	
0,	3	4	0	0	
2,	6	7	4	5	

### 2. Sustracción de números decimales

Para restar números decimales, debemos:

- ❖ Escribir dichos números en forma vertical con la coma alineada.
- ❖ Completar con cero, para que todos los números tengan la misma cantidad de cifras decimales.

Ejemplo: Resta:  $4 - 2,674$

U	d	c	m	dm	
4,	0	0	0		- $\Rightarrow$ Minuendo
2,	6	7	4		$\Rightarrow$ Sustraendo
1,	3	2	6		$\Rightarrow$ Diferencia

#### Nota:

- Recuerda que solo sumamos y respetamos decimales exactos.
- Recuerda que el minuendo es mayor que el sustraendo.

Observación: En toda sustracción podemos comprobar el resultado. Así, del ejemplo anterior:

$$\begin{array}{r} 1,326 \\ + 2,674 \\ \hline 4,000 \end{array}$$

Si la cantidad de cifras decimales son diferentes, no olvides completar con ceros para que todos tengan la misma cantidad de cifras decimales.





e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Resuelve:  $0,325 + 128,7$

**Resolución:**

Escribimos los números en forma vertical con la coma alineada:

$$\begin{array}{r} 0,325 \\ 128,7 \\ \hline \end{array}$$

Luego, completamos con ceros y sumamos como si fuesen naturales:

$$\begin{array}{r} 0,325 \\ 128,700 \\ \hline 129,025 \end{array}$$

∴ la suma es 129,025

**Rpta.:**

129,025

2. Calcula P:

$$P = 32,81 + 2,731 - 0,48$$

**Resolución:**

4. Calcula  $m + n + p$ :

$$\begin{array}{ccccccc} & & +7,8 & & -5,3 & & +1,25 \\ & 2,8 & \rightarrow & m & \rightarrow & n & \rightarrow & p \end{array}$$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Calcula  $a + b + c$ :

$$\begin{array}{ccccccc} & +4,8 & & -7,2 & & +4,23 & \\ 6,3 & \rightarrow & a & \rightarrow & b & \rightarrow & c \end{array}$$

**Resolución:**

Para completar el eslabón, tenemos que conocer el valor que va en cada recuadro; veamos:

$$\begin{array}{ccccccc} & +4,8 & & -7,2 & & +4,23 & \\ 6,3 & \rightarrow & a & \rightarrow & b & \rightarrow & c \end{array}$$

Calculando a, b y c.

$$\begin{array}{ccc} \frac{a}{6,3} + & \frac{b}{11,1} - & \frac{c}{3,90} + \\ \frac{4,8}{11,1} & \frac{7,2}{3,9} & \frac{4,23}{8,13} \end{array}$$

Finalmente, piden:  $a + b + c$ .

$$\Rightarrow 11,10 +$$

$$3,90$$

$$8,13$$

$$23,13$$

**Rpta.:**

23,13

### Nivel avanzado

5. Alejandra fue al mercado y compró 1 kg de arroz a S/.4,72; 1 kg de azúcar a S/.3,95 y un litro de aceite a S/.7,23. Si pagó con un billete de S/.20, ¿cuánto recibió de vuelto?

**Resolución**

Sumando todas las compras tenemos:

$$\begin{array}{r} 4,72 + \\ 3,95 \\ 7,23 \\ \hline 15,90 \end{array}$$

Se pagó con un billete de S/.20, entonces su vuelto será:

$$\begin{array}{r} 20,00 - \\ 15,90 \\ \hline 4,10 \end{array}$$

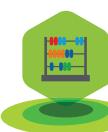
∴ S/.4.10

**Rpta.:**

4,10

6. Paolo va a una tienda y compra un polo a S/.19,74 y un pantalón a S/.78,25. Si paga con un billete de S/.100, ¿cuánto recibe de vuelto?

**Resolución:**



## Práctica

1. Calcula el valor de E.

$$\begin{array}{ccccccc} & +3,7 & & -2,21 & & +4,02 & \\ 1,5 & \longrightarrow & \square & \longrightarrow & \square & \longrightarrow & E \end{array}$$

- a) 6,03      d) 7,14  
 b) 7,11      e) 6,91  
 c) 7,01

Resolución:

2. Calcula: M + N

$$M = 8,35 + \frac{247}{1000}$$

$$N = 15,2 - \frac{147}{10}$$

- a) 9,097      d) 8,747  
 b) 9,137      e) 8,045  
 c) 7,18

Resolución:

3. La suma de dos números es 28,738.

Si a uno de ellos le falta 35,7 para ser igual a 50, ¿cuál es el otro número?

- a) 13,998      d) 14,08  
 b) 14,438      e) 15,031  
 c) 14,7

Resolución:

4. Resuelve:

$$7,008 - 5,897 + 123,7$$

- a) 125,308      d) 126,075  
 b) 124,41      e) 124,811  
 c) 121,211

Resolución:

5. Si un bidón de 7 de capacidad contiene 3,745 de agua, ¿cuántos litros de agua falta para que esté lleno?

- a) 3,128      d) 4,053  
 b) 3,255      e) 3,175  
 c) 3,915

Resolución:



## Autoevaluación

1. Compré un plumón en S/.3,28, un cuaderno a S/.2,65, una cartuchera a S/.18,6 y un folder a S/.6,92. Si tenía S/.50, ¿cuánto me queda?
- a) S/.14,15      d) S/.18,55  
b) S/.15,05      e) S/.13,85  
c) S/.14,07

Resolución:

2. Si tengo S/.2435,26 y compro un caballo a S/.1715,45 y una gallina a S/.28,437; ¿cuánto me queda?
- a) S/.691,373      d) S/.695,23  
b) S/.547,9      e) S/.631,383  
c) S/.649,71

Resolución:

3. Resuelve:

$$8,119 - 6,998 + 234,8$$

- a) 225,328      d) 226,176  
b) 224,51      e) 233,679  
c) 234,856

Resolución:

4. Calcula: M + N

$$M = 8,35 + \frac{158}{100}$$

$$N = 25,8 - \frac{258}{100}$$

- a) 30,22      d) 38,55  
b) 31,15      e) 34,67  
c) 33,15

Resolución:

5. Calcula el valor de E.



- a) 17,63      d) 14,59  
b) 17,11      e) 18,20  
c) 16,01

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**1. Efectúa:  $89,8 - 9,723$ 

- a) 78,189      d) 79,077  
 b) 80,27      e) 80,077  
 c) 79,197

Resolución:

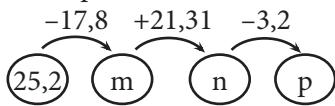
2. Calcula  $m - n$ 

$$m = 378,21$$

$$n = 289,358$$

- a) 87,842      d) 79,852  
 b) 86,122      e) 87,322  
 c) 89,725

Resolución:

**Nivel intermedio**3. Calcula  $m + n + p$ :

- a) 61,62      d) 63,59  
 b) 60,48      e) 50,41  
 c) 63,59

Resolución:

4. Si Edwin tiene S/.78,64 y se encuentra S/.50, pero luego pierde S/.42,25; ¿cuánto le queda?

- a) S/.88,67      d) S/.86,19  
 b) S/.87,8      e) S/.68,79  
 c) S/.86,39

Resolución:

**Nivel avanzado**

5. Leonardo en la hora del recreo se compra una hamburguesa a S/.5,74, una gaseosa a S/.3,20 y una galleta a S/.0,75. Si paga con un billete de S/.10, ¿cuánto recibirá de vuelto?

- a) S/.1,11      c) S/.1,23      e) S/.0,29  
 b) S/.0,31      d) S/.0,51

Resolución:



## MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

$$\begin{array}{r} 3,\underline{\underline{4}}72 \\ \times 5,\underline{\underline{8}} \\ \hline 27776 \\ 17360 \\ \hline 20,\underline{\underline{1}}376 \end{array}$$

Disponemos los números en forma vertical como números naturales.

Se multiplican como si fueran números naturales.

Se contabilizan las cifras decimales de los números que se multiplican y se traslada la coma decimal en el resultado.

### Multiplicación por 10; 100; 1000

Para multiplicar números decimales por 10; 100; 1000; se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como ceros sigan a la unidad; si faltan cifras, se completan con ceros.

Ejemplos:

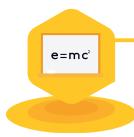
- $0,\underline{4}375 \times 100 = 43,75$
- $1,\underline{3} \times 1000 = 1300$
- $2,\underline{5}68 \times 10 = 25,68$

#### A. Multiplicación de números decimales

$$\begin{array}{r} 3, 5 \ 7 \ 4 \times \\ \quad \quad \quad 4, 2 \\ \hline \quad \quad \quad \boxed{\quad} \ 4 \ 8 \\ \quad \quad \quad \boxed{\quad} \ 2 \ 9 \ 6 \\ \hline \quad \quad \quad \boxed{\quad} \ \boxed{\quad} \ \boxed{\quad} \end{array}$$

#### B. Multiplicación por 10; 100; 1000

- ❖  $5,5876 \times 10 =$
- ❖  $0,6395 \times 100 =$
- ❖  $46,815 \times 1000 =$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Resuelve:  $48,5 \times 5,6$

**Resolución:**

Colocamos la operación verticalmente:

$$\begin{array}{r} 48,5 \\ \times \quad 5,6 \\ \hline \end{array}$$

Operamos como si fuesen números naturales, y al resultado final le colocamos la coma decimal, separando de derecha a izquierda el total de cifras decimales de sus factores.

$$\begin{array}{r} 48,5 \\ \times \quad 5,6 \\ \hline 2910 \\ 5425 \\ \hline 571,60 \end{array}$$

de derecha a izquierda  
separamos para colocar  
la coma decimal

$$\therefore 48,5 \times 5,6 = 571,6$$

**Rpta.:**

$$571,6$$

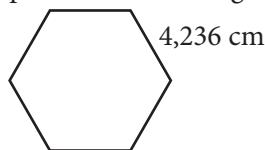
2. Determina A:

$$A = 2,8 \times 6,3 + 3,7 \times 1,3$$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Determina el perímetro del hexágono regular.



**Resolución:**

Recordemos que un hexágono regular tiene 6 lados iguales, por lo que el perímetro lo podemos calcular como el producto del número de lados por su respectiva medida:

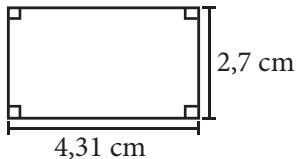
$$\begin{array}{r} 4,236 \times \\ \hline 6 \\ \hline 25,416 \end{array}$$

El perímetro será: 25,416 cm

**Rpta.:**

$$25,416 \text{ cm}$$

4. Calcula el área del rectángulo.



**Resolución:**

### Nivel avanzado

5. Para cercar un terreno se necesitan 108,7 m de alambre. Si el metro de alambre cuesta S/.5,2, ¿cuánto le falta a David, si en este momento tiene S/.498,25?

**Resolución**

El costo por metro de alambre es S/.5,2, entonces en 108,7 m necesitará.

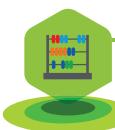
$$\begin{array}{r} 108,7 \times \\ 5,2 \\ \hline 2174 \\ 5435 \\ \hline 565,24 \end{array}$$

Si David tiene S/.498,25, entonces le falta:

$$\begin{array}{r} 565,24 - \\ 498,25 \\ \hline 66,99 \end{array}$$

**Rpta.:**

$$S/.66,99$$

**Práctica**

1. Calcula:  $A + B$

$$A = 56,73 \times 10$$

$$B = 2,8745 \times 100$$

- a) 863,72      d) 854,75  
b) 772,76      e) 935,55  
c) 849,52

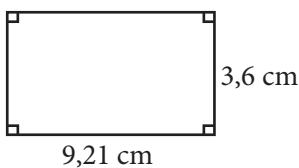
Resolución:

2. Suma la parte entera con la parte decimal del producto de la siguiente multiplicación:  $41,3 \times 5,2$

- a) 295      d) 305  
b) 279      e) 290  
c) 280

Resolución:

3. Calcula el área del rectángulo:



Resolución:

4. Si un lapisero cuesta S/.2,86, ¿cuánto se pagará por dos docenas?

- a) S/.70,14      d) S/.69,34  
b) S/.68,24      e) S/.68,64  
c) S/.66,64

Resolución:

5. Resuelve las siguientes multiplicaciones:

a)  $4,756 \times 100 =$

b)  $25,72 \times 10 =$

Resolución:



## Autoevaluación

1. El precio de un vaso y un plato es S/.2,43 y S/.7,2, respectivamente. Si tengo 6 vasos y 10 platos, ¿cuánto gastaré para completar la docena de cada utensilio?

a) S/.28,88      d) S/.27,72  
b) S/.28,98      e) S/.30,18  
c) S/.29,08

Resolución:

2. Calcula el doble de la parte entera más el triple de la parte decimal del producto total:  $325,71 \times 2,9$

a) 3565      d) 3485  
b) 4025      e) 6105  
c) 3275

Resolución:

3. Si un cuaderno cuesta S/.5,99, ¿cuánto se pagará por cinco docenas?

a) S/.370,14      d) S/.359,40  
b) S/.468,24      e) S/.368,64  
c) S/.506,64

Resolución:

4. Suma la parte entera con la parte decimal del producto de la siguiente multiplicación:  $52,4 \times 6,3$

a) 295      d) 305  
b) 279      e) 290  
c) 342

Resolución:

5. Opera:  $3,98 \times 10 + 0,678 \times 100$

a) 4026,4      d) 4869,2  
b) 4047,8      e) 5845,4  
c) 4701,4

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

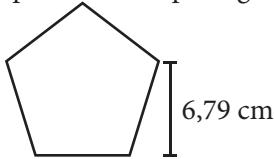
1. Opera:  $2,87 \times 10 + 0,567 \times 100$
- a) 2926,7      d) 2864,2  
b) 2825,9      e) 2858,4  
c) 2764,5

Resolución:

4. Para cercar un pequeño huerto se necesitan 51,8 m de alambre. Si el metro de alambre cuesta S/.4,8, ¿cuánto faltaría si ya se cuenta con S/.200?
- a) S/.49,44      c) S/.48,64      e) S/.32,24  
b) S/.52,14      d) S/.39,24

Resolución:

2. Determina el perímetro de pentágono regular:



- a) 34,65 cm      d) 33,95 cm  
b) 36,75 cm      e) 40,25 cm  
c) 32,05 cm

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Para instalar un teléfono en una casa se necesitan 62,5 m de cable. Si el metro cuesta S/.12,27, ¿cuánto dinero se necesitará si hasta el momento se tiene S/.548,92?
- a) S/.219,225      d) S/.217,955  
b) S/.221,655      e) S/.220,155  
c) S/.217,515

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Si un equipo de fulbito desea adquirir 11 polos a S/.22,5 cada uno, pero tan solo ha reunido S/.198,72; ¿cuánto dinero le falta?
- a) S/.48,78      d) S/.46,78  
b) S/.44,86      e) S/.42,24  
c) S/.56,18

Resolución:

**TEMA  
13**


## OPERACIONES COMBINADAS DE ADICIÓN, SUSTRACCIÓN Y MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Cuando encontremos ejercicios donde aparecen algunos o todas las operaciones ya estudiadas, surge la siguiente pregunta:

¿Por dónde empezamos a resolver?

- Para resolver estos tipos de ejercicios, se debe tener en cuenta las siguientes prioridades:
- Resolver las operaciones que se encuentran entre signos de colección:
  - ❖ paréntesis ( )
  - ❖ corchetes [ ]
  - ❖ llaves { }
- Luego, las multiplicaciones de números decimales.
- Finalmente, las adiciones y sustracciones de izquierda a derecha (poseen el mismo nivel o jerarquía).

**Nota:**

No olvidemos que para las adiciones y sustracciones, es necesario alinear la coma decimal y completar con ceros para operar como si fuesen números naturales.



Veamos un ejemplo práctico.

Calcula:  $27,3 + (31,7 \times 15,2 - 428,74)$

**Resolución**

Empezaremos por las operaciones que se encuentran entre paréntesis:

$$\begin{array}{r}
 27,3 + (31,7 \times 15,2 - 428,74) \\
 27,3 + (481,84 - 428,74) \\
 27,3 + \quad \quad \quad 53,1 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 80,4
 \end{array}$$





e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Resuelve:  $42,8 - 3,7 \times 11,2$

**Resolución:**

Según las indicaciones, la multiplicación se resuelve antes que la sustracción:

$$\begin{array}{r} 42,8 - 3,7 \times 11,2 \\ 42,8 - \quad 41,44 \\ \hline 1,36 \end{array}$$

**Rpta.:**

1,36

2. Calcula el valor de E.

$$6,1 \xrightarrow{+3,2} \boxed{\quad} \xrightarrow{-7,9} \boxed{\quad} \xrightarrow{\times 1,9} \boxed{E}$$

**Resolución:**

3. Efectúa:

$$(28,967 - 26,741) \times 3,6$$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

4. Si Roberto compró 3,6 kg de carne de res a S/.22,41 el kg y dos botellas de vino a S/.36,20 cada una, ¿cuánto gastó en la compra?

**Resolución:**

Veamos los gastos parciales:

- ❖ 3,6 kg de carne de res a S/.22,41 el kg.
- ❖ 2 botellas de vino a S/.36,20 c/u.

Entonces, el gasto total será:

$$3,6 \times 22,41 + 2 \times 36,20$$

$$\begin{array}{r} 80,676 \\ + \quad 72,4 \\ \hline 153,076 \end{array}$$

∴ gastó S/.153,076

**Rpta.:**

S/.153,076

### Nivel avanzado

5. Un cuaderno cuesta S/.7,80; un folder, S/.5,60; y un lapicero, S/.1,20. Si Lucho compra 8 cuadernos, 3 folders y 9 lapiceros y paga con S/.100, ¿cuánto recibirá de vuelto?

**Resolución**

Multiplicamos el precio de cada producto por la cantidad adquirida y luego sumamos los gastos parciales:

$$\begin{array}{r} 7,80 \times 8 + 5,60 \times 3 + 1,20 \times 9 \\ 62,4 \quad + \quad 16,8 \quad + \quad 10,8 \\ \hline 79,2 \\ \hline 90 \end{array}$$

Luego, al pagar con S/.100, el vuelto será:

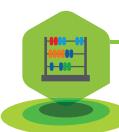
$$100 - 90 = S/.10$$

**Rpta.:**

S/.10

6.  $\{(6,18 + 4,7) - 2,3\} + (4 \times 0,43)$

**Resolución:**



## Práctica

1. Teodoro recibe de propina S/.75,82 y se encuentra S/.28,20. Si realiza un gasto de S/.59,63, ¿cuánto le queda?
- a) S/.42,7      d) S/.44,39  
b) S/.50,461      e) S/.39,72  
c) S/.41,09

Resolución:

2. Un libro de Geografía cuesta S/.17,35 y otro de Aritmética, S/.48,62. ¿Cuánto pagará Camila si adquiere 3 libros de Geografía y 4 de Aritmética?
- a) S/.306,43      d) S/.245,52  
b) S/.246,53      e) S/.202,43  
c) S/.192,74

Resolución:

3. Si Leonardo tiene S/.97,50 y su amigo Enzo, S/.12,25 más; ¿cuánto tienen entre los dos?
- a) S/.312,45      d) S/.201,75  
b) S/.209,15      e) S/.189,35  
c) S/.207,25

Resolución:

4.  $\{(5,15 + 4,5) - 2,3\} + (4 \times 0,45)$

Resolución:

5.  $(5,23 + 4,8) - 2,5 + (4,15 \times 0,43)$

Resolución:



## Autoevaluación

1. Ivette va de compras con unas amigas y adquieren las siguientes prendas: 3 blusas a S/.19,72 cada una, 4 pantalones a S/.29,80 cada uno y 5 vestidos a S/.27,24 cada uno. Si pagaron con 2 billetes de S/.200, ¿cuánto recibieron de vuelto?

a) S/.75,48                          d) S/.70,42  
b) S/.85,44                          e) S/.86,12  
c) S/.91,32

Resolución:

2. Una calculadora cuesta S/.7,20 y una regla, S/.4,25. Si Pedro decide compran 3 calculadoras y 5 reglas y paga con S/.100, ¿cuánto recibió de vuelto?

a) S/.58,16                          d) S/.51,75  
b) S/.48,25                          e) S/.57,15  
c) S/.49,18

Resolución:

3. Si Gabriel tiene S/.108,61 y su amigo Pablo, S/.23,36 más; ¿cuánto tienen entre los dos?

a) S/.223,56                          d) S/.301,75  
b) S/.240,58                          e) S/.289,35  
c) S/.318,36

Resolución:

4. Camilo recibe de propina S/.186,93 y se pierde S/.39,31. Si realiza un gasto de S/.68,74, ¿cuánto le queda?

a) S/.72,7                              d) S/.76,88  
b) S/.80,46                              e) S/.79,72  
c) S/.81,09

Resolución:

5. Determina  $A + 3,9$ :

$$A = 61,94 + 58,82 - 8,6 \times 8,6$$

a) 30,03                              d) 31,08  
b) 39,78                              e) 47,39  
c) 46,80

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Determina  $A + 2,8$ :

$$A = 50,83 + 49,71 - 7,5 \times 9,5$$

- a) 31,03      d) 32,09  
 b) 29,78      e) 27,39  
 c) 41,79

Resolución:

4. En una hacienda se va a preparar una riquísima pachamana, para lo cual compran 6 kg de carne de res a S/.18,25 el kg, 7 kg de pollo a S/.9,20 el kg y 4 kg de carne de chancho a S/.16,22 el kg. ¿Cuánto se invirtió en toda la carne?  
 a) S/.236,28      c) S/.242,18      e) S/.241,08  
 b) S/.238,78      d) S/.235,68

Resolución:

2. En una feria gastronómica, un plato de arroz con pato cuesta S/.29,75. Si se vendieron 11 docenas de platos, ¿cuánto se recaudó?

- a) S/.3927      d) S/.3817  
 b) S/.3921,7      e) S/.3815,2  
 c) S/.2977

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Una cartuchera cuesta S/.12,28; un plumón, S/.3,22; y un lapicero, S/.1,40. Si Edwin compra 2 cartucheras, 3 plumones y 6 lapiceros y paga con S/.100, ¿cuánto recibirá de vuelto?

- a) S/.40,52      c) S/.50,62      e) S/.40,42  
 b) S/.41,38      d) S/.57,38

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Si doña Justa va al mercado y adquiere 5,6 kg de azúcar a S/.2,8 el kg y 6 botellas de aceite a S/.7,72 cada una, ¿a cuánto asciende su gasto?

- a) S/.63,25      d) S/.60,85  
 b) S/.62,50      e) S/.64,28  
 c) S/.62

Resolución:



## DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

### Regla:

Para dividir dos decimales que no son homogéneos; es decir, que no tienen el mismo número de cifras decimales; convertimos estos a decimales añadiendo ceros al que tenga menos cifras decimales. Una vez homogéneos el dividendo y el divisor, se suprimen las comas y se dividen como enteros.

Ejemplo: Divide  $24,57 \div 4,5$

### Solución

- Completamos con ceros:  $24,57 \div 4,50$
- Se suprimen las comas:  $2457 \div 450$
- Se dividen como enteros:  $2457 \overline{)450}$

$$\begin{array}{r} 5,46 \\ 2250 \overline{)450} \\ 2070 \\ \hline 1800 \\ 1800 \\ \hline 2700 \\ 2700 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 24,57 \div 4,5 = 5,46$$

### División de un entero por un decimal o viceversa

Se pone coma decimal al entero y se le añaden tantos ceros como cifras decimales tenga el decimal. Una vez homogéneos el dividendo y el divisor, se suprimen las comas decimales y se dividen como enteros.

Ejemplo: Divide:  $21,06 \div 9$

### Solución:

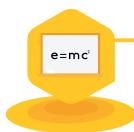
Ponemos coma decimal al entero  $21,06 \div 9,00$  y completamos con ceros.

Suprimimos las comas decimales:  $2106 \div 900$

Se dividen como enteros:  $2106 \overline{)900}$

$$\begin{array}{r} 2,34 \\ 1800 \overline{)900} \\ 3060 \\ 2700 \\ 3600 \\ 3600 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 21,06 \div 9 = 2,34$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Resuelve:

$$6,72 \div 4,8$$

**Resolución:**

Observamos que el dividendo tiene dos cifras decimales y el divisor una cifra decimal, por lo tanto, al divisor tenemos que agregarle un cero para desaparecer la coma decimal:  $6,72 \div 4,80$

$$\begin{array}{r} 672 \\ 430 \quad |480 \\ \hline 1920 \\ 1920 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore 6,72 \div 4,8 = 1,4$$

Rpta.: 1,4

2. Opera:  $7,28 \div 5,6$

**Resolución:**

4. Calcula  $a + b + c$ :  $\frac{5,67}{4,2} = \overline{a,bc}$

**Resolución:**

### Nivel avanzado

5. Si Eduardo compró 27 m de tela por S/.410,4, ¿cuánto le costaría comprar 19 m de la misma tela?

**Resolución**

Calculamos el costo de un metro de tela a través de una división así:  $410,4 \div 27$

$$\begin{array}{r} 410,4 \quad |270 \\ 270 \quad \quad \quad 15,2 \\ \hline 1404 \\ 1350 \\ \hline 540 \\ 540 \\ \hline \end{array}$$

Si un metro de tela cuesta S/.15,2, entonces 19 m costarán:  $15,2 \times 19 = \text{S/.}288,80$

Rpta.:  
S/.288,80

6. Daniel adquiere un televisor LED Full HD de 46" a S/.3908,4 para pagarlos en 12 cuotas fijas. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Calcula  $m \times n \times p$ :

$$\frac{4,75}{3,8} = \overline{m,np}$$

**Resolución:**

Dividamos:  $4,75 \div 3,8$

$$\begin{array}{r} 4,75 \quad |380 \\ 475 \quad \quad |380 \\ \hline 380 \quad \quad 1,25 \\ 380 \\ \hline 950 \\ 760 \\ \hline 1900 \\ 1900 \\ \hline \end{array}$$

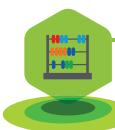
Por comparación de resultados:

$$m,np = 1,25$$

$$\therefore m \times n \times p = 1 \times 2 \times 5 = 10$$

Rpta.:

10



## Práctica

1. Resuelve:  $6,25 \div 2,5 - 2,56 \div 1,6$

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 1,2 | d) 2,1 |
| b) 0,9 | e) 0,7 |
| c) 0,8 |        |

Resolución:

2. Resuelve:

$$\frac{4812}{1000} + \frac{572}{100} - \frac{29}{10}$$

- |          |          |
|----------|----------|
| a) 7,541 | d) 7,632 |
| b) 8,062 | e) 9,212 |
| c) 7,452 |          |

Resolución:

3. Si por 35 litros de leche fresca pagué S/.66,5, ¿cuánto cuesta un litro de leche?

- |           |           |
|-----------|-----------|
| a) S/.2,3 | d) S/.0,9 |
| b) S/.1,8 | e) S/.1,7 |
| c) S/.1,9 |           |

Resolución:

4. Si Rebeca tiene S/.156,8 en monedas de S/.0,20, ¿cuántas monedas tiene?

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 562 | d) 784 |
| b) 674 | e) 728 |
| c) 754 |        |

Resolución:

5. Si Rocío adquiere una lavadora a S/.2563,2 para pagarla en 12 cuotas fijas, ¿cuál es el valor de la cuota?

- |             |             |
|-------------|-------------|
| a) S/.213,6 | d) S/.212,8 |
| b) S/.199,6 | e) S/.192,4 |
| c) S/.223,3 |             |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Resuelve:  $2,89 \div 1,7$

Resolución:

2. Efectúa:  $3,36 \div 1,5$

Resolución:

3. Si al comprar una docena de lapiceros, cuyo precio por unidad es S/.2,70, te regalan uno; ¿cuánto cuesta en realidad cada lapicero?

- |            |            |
|------------|------------|
| a) S/.1,85 | d) S/.2,25 |
| b) S/.2,50 | e) S/.1,90 |
| c) S/.2,40 |            |

Resolución:

4. ¿Cuántas monedas de S/.0,50 serían equivalentes a S/.394,50?

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 789 | d) 692 |
| b) 793 | e) 801 |
| c) 816 |        |

Resolución:

5. Calcula a . b . c . d

$$\frac{7,86}{4} = \overline{ab,cd}$$

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 180 | d) 270 |
| b) 360 | e) 250 |
| c) 220 |        |

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Efectúa:  $1,43 \div 1,3 + 3,61 \div 1,9 + 2,25 \div 1,5$

- a) 2,95      d) 3,55  
 b) 3,5      e) 4,5  
 c) 4,9

Resolución:

2. Calcula:

$$\frac{48}{10} \times \frac{261}{100} - 12,528$$

- a) 0,146      d) 1  
 b) 0      e) 2,23  
 c) 1,12

Resolución:

4. Para pagar una deuda de S/.3664,5 se realiza un fraccionamiento en siete fechas de pago con cuotas iguales; ¿cuál es el valor de cada cuota?

- a) S/.519,5      d) S/.493,5  
 b) S/.523,5      e) S/.605,5  
 c) S/.243,7

Resolución:

**Nivel intermedio**

3. Calcula a . b . c

$$\frac{6,75}{3} = \overline{a,bc}$$

- a) 18      d) 20  
 b) 36      e) 25  
 c) 22

Resolución:

5. Si Pablo compró 16 kg de uvas por S/.89,6, ¿cuánto le costaría comprar 12 kg?

- a) S/.68,12      d) S/.77,14  
 b) S/.66,2      e) S/.71,4  
 c) S/.67,2

Resolución:

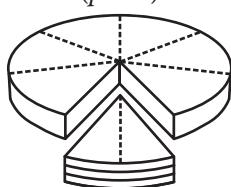


## FRACCIONES Y SU CLASIFICACIÓN

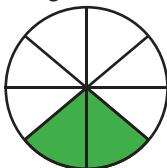
### ¿Qué es una fracción?

Es la representación de un número de partes iguales tomadas de un «todo» (unidad).

Representación objetiva (pizza)



Representación gráfica



Representación numérica

$$f = \frac{2}{8} \text{ (parte)} \\ f = \frac{2}{8} \text{ (todo)}$$

La representación numérica de una fracción posee 2 términos:

- El numerador o número de partes que se toma de un «todo».  $\Rightarrow 2$
- El denominador o número de partes en que se ha dividido el todo.  $\Rightarrow 8$

### Fracción de una cantidad

Cuando se quiera tomar parte de una cantidad, se debe multiplicar la fracción por dicha cantidad, donde la palabra «de» se convierte en multiplicación. Veamos:

Calcula los  $\frac{7}{4}$  de 24

#### Resolución

$$\Rightarrow \frac{7}{4} \text{ de } 24 = \frac{7}{4} \times \cancel{24}^6 = 42$$

### Clases de fracciones

#### 1. Fracciones propias

Cuando el numerador es menor que el denominador, estas fracciones son menores que la unidad.

Ejemplos:

$$\frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{1}{12}; \text{ etc.}$$

#### 2. Fracciones impropias

Cuando el numerador es mayor que el denominador, estas fracciones son mayores que la unidad.

Ejemplos:

$$\frac{5}{2}; \frac{6}{5}; \frac{11}{3}; \text{ etc.}$$

#### 3. Fracciones reducibles

Cuando sus términos poseen divisores comunes, se pueden simplificar. Ejemplos:

$$\frac{8}{6}; \frac{10}{15}; \frac{20}{30}; \text{ etc.}$$

#### 4. Fracciones irreducibles

Cuando sus términos no poseen divisores comunes, excepto la unidad, estas no se pueden simplificar. Ejemplos:

$$\frac{5}{11}; \frac{6}{17}; \frac{11}{3}; \text{ etc.}$$

#### 5. Fracciones homogéneas

Cuando en un grupo de fracciones, sus denominadores son iguales. Ejemplos:

$$\frac{7}{6}; \frac{5}{6}; \frac{1}{6}$$

#### 6. Fracciones heterogéneas

Cuando en un grupo de fracciones, sus denominadores poseen diferentes valores. Ejemplos:

$$\frac{5}{8}; \frac{3}{7}; \frac{9}{11}$$

### Simplificación de fracciones

Significa transformarla en otra fracción equivalente y a la vez irreducible. Para lograrlo, dividimos sucesivamente los términos de la fracción entre divisores comunes hasta lograr una fracción irreducible. Ejemplo:

Simplifica:

$$\frac{15}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{10} = \frac{15 \div 5}{10 \div 5} = \frac{3}{2}$$

### Número mixto

Es aquel que posee una parte entera y una parte fraccionaria. Ejemplos:  $2\frac{1}{3}; 5\frac{3}{7}$ ; etc.

► Número mixto a fracción impropia. Ejemplo:

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 3 + 3}{7} = \frac{15 + 3}{7} = \frac{38}{7}$$

► Fracción impropia a número mixto. Ejemplo:

$$\frac{7}{3} \Rightarrow \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Convierte a fracción impropia el número mixto  $4\frac{2}{5}$  y da como respuesta la suma de términos de la fracción obtenida.

Resolución:

$$4 \frac{2}{5} = \frac{5 \times 4 + 2}{5} = \frac{22}{5}$$

Nos piden:  $22 + 5 = 27$

2. Convierte a fracción impropia el número mixto  $2\frac{3}{7}$  y da como respuesta la suma de términos de la fracción obtenida.

Resolución:

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Si Carlos tiene S/.300, y gasta  $\frac{2}{3}$  de su dinero en comprar regalos, ¿cuánto dinero invierte en regalos?

Resolución

Para resolver este problema, recordemos la fracción de una cantidad, así:

⇒ Gasta:  $\frac{2}{3}$  de su dinero

$\frac{2}{3}$  de 300

Cambiamos la palabra «de» por el signo de multiplicación y resolvemos, así:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 300 = \frac{2}{3} \times \cancel{300}^{100} = 200$$

∴ Invierte en regalos S/.200.

4. Si Luis tiene S/.240, y obsequia  $\frac{5}{8}$  de su dinero a Carolina, ¿cuánto recibe Carolina?

5. Calcula « $a + b$ », si  $\frac{11}{7}; \frac{3}{a+4}; \frac{17}{12-b}$  son fracciones homogéneas.

Resolución

Dadas las fracciones homogéneas:

$$\frac{11}{7}; \frac{3}{a+4}; \frac{17}{12-b}$$

se cumple que los denominadores son iguales, por lo tanto:

$$7 = a + 4 = 12 - b$$

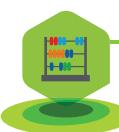
$$\begin{array}{l|l} 7 = a + 4 & 7 = 12 - b \\ \boxed{a = 3} & \boxed{b = 5} \end{array}$$

Nos piden:  $a + b = 3 + 5 = 8$

$$\therefore a + b = 8$$

6. Calcula « $m + n$ », si  $\frac{8}{m+5}; \frac{12}{13-n}$  y  $\frac{17}{11}$  son fracciones homogéneas.

Resolución:



## Práctica

1. Convierte a número mixto la fracción  $\frac{19}{4}$ .

- a)  $3\frac{3}{4}$       d)  $4\frac{2}{4}$   
 b)  $4\frac{3}{4}$       e)  $5\frac{1}{4}$   
 c)  $4\frac{1}{4}$

Resolución:

2. Reduce  $\frac{27}{36}$ .

- a)  $\frac{3}{4}$       d)  $\frac{1}{2}$   
 b)  $\frac{3}{2}$       e)  $\frac{4}{3}$   
 c)  $\frac{7}{9}$

Resolución:

3. Calcula « $m + n$ » si  $2\frac{3}{4} = \frac{m}{n}$ .

- a) 12      d) 19  
 b) 14      e) 16  
 c) 15

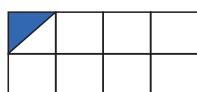
Resolución:

4. Calcula « $a_{\text{máximo}} + b_{\text{mínimo}}$ » si  $\frac{a}{30}$  es una fracción propia y  $\frac{b}{11}$  es una fracción impropia.

- a) 38      d) 37  
 b) 44      e) 41  
 c) 39

Resolución:

5. Representa mediante fracción la parte sombreada.



- a)  $\frac{1}{8}$       d)  $\frac{1}{7}$   
 b)  $\frac{1}{16}$       e)  $\frac{1}{10}$   
 c)  $\frac{1}{9}$

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si  $\frac{n}{5}$  es una fracción propia, calcula la suma de valores que puede tomar «n».

a) 10                          d) 18  
b) 12                          e) 9  
c) 15

Resolución:

2. ¿Cuánto es los  $\frac{3}{5}$  de 1500?

a) 1200                          d) 900  
b) 1000                          e) 600  
c) 480

Resolución:

3. Simplifica:  $\frac{108}{144}$

Da como respuesta la suma de términos de la fracción reducida.

a) 8                                  d) 7  
b) 9                                  e) 11  
c) 14

Resolución:

4. ¿Cuántas fracciones propias e irreducibles con denominador 6 existen?

a) 1                                  d) 5  
b) 2                                  e) 3  
c) 4

Resolución:

5. Si Enzo tiene S/.810 y regala  $\frac{5}{9}$  de su dinero a Indira, ¿cuánto recibe Indira?

a) S/.350                          d) S/.460  
b) S/.500                          e) S/.450  
c) S/.480

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Calcula « $a + b + c$ ».

$$\frac{65}{7} = \frac{a}{c} + b$$

- a) 14      d) 12      c) 19  
 b) 20      e) 18

Resolución:

4. Determina « $a$ » si la fracción  $\frac{4}{a}$  es impropia e irreductible, además  $a > 1$ .

- a) 6      c) 5      e) 3  
 b) 2      d) 4

Resolución:

2. Simplifica:  $\frac{120}{80}$

Da como respuesta el denominador de la fracción reducida.

- a) 3      c) 2      e) 8  
 b) 6      d) 9

Resolución:

5. Calcula « $p + q$ » si  $\frac{29}{30}; \frac{7}{p+18}$  y  $\frac{11}{q+13}$  son fracciones homogéneas.

- a) 30      c) 25      e) 28  
 b) 29      d) 31

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Si Daniela tiene 72 mascotas y regala  $\frac{7}{24}$  de las mascotas que tiene a Luisa, ¿cuántas mascotas recibe Luisa?

- a) 26      c) 35      e) 28  
 b) 24      d) 21

Resolución:



## ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES

### A. Adición y sustracción de fracciones homogéneas

Solo se operan los numeradores y al resultado se le coloca el denominador común.

Ejemplo 1

$$\text{Resuelve: } \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{1}{10}$$

**Resolución:**

$$\frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{3+4+1}{10} = \frac{8}{10}$$

Ejemplo 2

$$\text{Resuelve: } \frac{5}{7} + \frac{9}{7} - \frac{3}{7}$$

**Resolución:**

$$\frac{5}{7} + \frac{9}{7} - \frac{3}{7} = \frac{5+9-3}{7} = \frac{11}{7}$$

### B. Adición y sustracción de fracciones heterogéneas

Aquí podemos recurrir a 2 métodos:

#### 1. Método del aspa

Utilizado para 2 fracciones.

Por ejemplo:

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{A \times D \pm B \times C}{B \times D}$$

Ejemplo 1

$$\frac{7}{9} + \frac{2}{5} = \frac{7 \times 5 + 9 \times 2}{9 \times 5}$$

$$\frac{7}{9} + \frac{2}{5} = \frac{35 + 18}{45}$$

$$\therefore \frac{7}{9} + \frac{2}{5} = \frac{53}{45}$$

Ejemplo 2

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{5 \times 8 - 3 \times 7}{7 \times 8}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{40 - 21}{56}$$

$$\therefore \frac{5}{7} - \frac{3}{8} = \frac{19}{56}$$

#### Caso especial

$$A \pm \frac{B}{C} = \frac{A \times C \pm B}{C}$$

Ejemplo:

$$4 - \frac{3}{5} = \frac{4 \times 5 - 3}{5} \rightarrow 4 - \frac{3}{5} = \frac{17}{5}$$

#### 2. Método del MCM

Ejemplo 1

$$\text{Resuelve: } \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$$

a. Calculamos el MCM (6; 9)

$$\begin{array}{r} 6 \\ 3 \\ 1 \\ \hline 9 \\ 9 \\ 3 \\ \hline 1 \\ 1 \\ \hline \end{array} \rightarrow \text{MCM}(6; 9) = 2 \cdot 3^2 = 18$$

$$\text{b. } \frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15 + 8}{18}$$

$$\therefore \frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{23}{18}.$$

Ejemplo 2

$$\text{Resuelve: } \frac{3}{10} + \frac{5}{6} - \frac{4}{15}$$

a.  $\text{MCM}(10; 6; 15) = 30$

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{6} - \frac{4}{15} = \frac{9 + 25 - 8}{30}$$

$$\therefore \frac{3}{10} + \frac{5}{6} - \frac{4}{15} = \frac{26}{30}$$

#### Fracción parte-todo

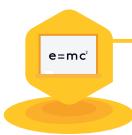
Sea la fracción:  $f = \frac{a}{b}$  (parte)  
«a» es el número de partes que se toman y «b» es el número total de partes en que se divide la unidad.

Ejemplo: Si consume las dos quintas partes de una torta, ¿qué fracción de torta está quedando?

#### Resolución

La torta entera equivale a la unidad: 1 se consume  $\frac{2}{5}$

$$\Rightarrow \text{queda: } 1 - \frac{2}{5} = \frac{5-2}{5} = \frac{3}{5}$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Resuelve:

$$\frac{15}{14} + \frac{9}{19} - \frac{5}{14} + \frac{10}{19} + \frac{4}{14}$$

**Resolución:**

Separamos los grupos de fracciones homogéneas, así:

$$\begin{array}{rcl} \frac{15}{14} + \frac{5}{14} + \frac{4}{14} & + & \frac{9}{19} + \frac{10}{19} \\ \underbrace{15 - 5 + 4}_{14} & & \underbrace{9 + 10}_{19} \\ 1 & + & 1 \\ 2 & & \end{array}$$

2. Calcula A + B.

$$A = \frac{7}{5} + \frac{4}{5} - \frac{6}{5} \quad B = 3 - \frac{4}{5}$$

**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Resuelve:

$$5\frac{1}{2} + 7\frac{1}{3}$$

**Resolución**

Convertimos los números mixtos a fracción impropia.

$$\begin{array}{r} 5\frac{1}{2} + 7\frac{1}{3} \\ \frac{11}{2} + \frac{22}{3} \\ \hline \end{array}$$

Por el método del aspa, tenemos:

$$\frac{11}{2} + \frac{22}{3} = \frac{33 + 44}{2 \times 3} = \frac{77}{6}$$

4. Si Sara compra  $\frac{1}{2}$  kg de papas,  $\frac{3}{4}$  kg de arroz y  $\frac{5}{2}$  kg de carne, ¿cuánto es el peso total de la compra?

**Resolución:**

### Nivel avanzado

5. Edwin ha estudiado  $3\frac{2}{3}$  horas, Carlos  $5\frac{3}{4}$  horas y Roberto  $6\frac{1}{2}$  horas. ¿Cuántas horas han estudiado los tres juntos?

**Resolución**

Sumando las horas de estudio, tenemos:

$$3\frac{2}{3} + 5\frac{3}{4} + 6\frac{1}{2}$$

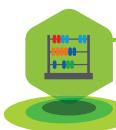
Para operar, podemos separar las partes enteras y fraccionarias, así:

$$\begin{array}{r} (3 + 5 + 6) + \left( \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \right) \\ \underbrace{14}_{14} + \frac{8 + 9 + 6}{12} \\ 14 + \frac{23}{12} \\ 14 + 1\frac{11}{12} \end{array}$$

Finalmente tenemos:  $15\frac{11}{12}$  horas.

6. Luis ha estudiado  $2\frac{1}{4}$  horas, Augusto  $3\frac{1}{2}$  horas y Nelson  $4\frac{1}{5}$  horas. ¿Cuántas horas han estudiado los tres juntos?

**Resolución:**



## Práctica

1. Calcula  $M + N$ .

$$M = \frac{7}{4} + \frac{11}{4} - \frac{9}{4}$$

$$N = 5 - \frac{3}{4}$$

a)  $\frac{21}{4}$

b)  $\frac{26}{4}$

c)  $\frac{27}{4}$

d)  $\frac{13}{2}$

e)  $\frac{25}{8}$

Resolución:

2. Magaly recorre  $\frac{5}{9}$  de su recorrido en bicicleta y el resto lo hace a pie. ¿Qué fracción de su recorrido lo hace a pie?

a)  $\frac{1}{9}$

b)  $\frac{4}{9}$

c)  $\frac{5}{9}$

d)  $\frac{2}{9}$

e)  $\frac{6}{9}$

Resolución:

3. Juliana compra  $\frac{2}{3}$  kg de harina,  $\frac{3}{5}$  kg de maíz y  $\frac{1}{3}$  kg de azúcar. ¿Cuánto es el peso total de la compra?

a)  $2\frac{3}{5}$  kg

b)  $3\frac{3}{5}$  kg

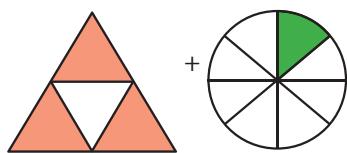
c)  $2\frac{1}{5}$  kg

d) 2 kg

e)  $4\frac{1}{5}$  kg

Resolución:

4. Determina la suma de términos de la fracción resultante.



a) 16

b) 12

c) 21

d) 15

e) 18

Resolución:

5. Resuelve:

$$\frac{7}{9} + \frac{6}{5} - \frac{3}{2}$$

a)  $\frac{43}{90}$

b)  $\frac{43}{45}$

c)  $\frac{108}{35}$

d)  $\frac{41}{90}$

e)  $\frac{83}{90}$

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula el numerador de la fracción resultante al resolver:  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{8}$

- a) 17      c) 19      e) 16  
b) 15      d) 18

Resolución:

2. Resuelve:

$$\frac{9}{5} + \frac{3}{7} - \frac{1}{2}$$

Resolución:

3. Calcula la suma de términos de la fracción resultante al operar la siguiente expresión:

$$\frac{13}{18} + \frac{4}{5}$$

- a) 218      d) 197  
b) 217      e) 227  
c) 194

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Opera:  $3\frac{2}{5} + \frac{23}{5} - 1\frac{4}{5}$
- a)  $\frac{29}{5}$       c)  $\frac{37}{5}$       e)  $\frac{19}{5}$   
 b)  $\frac{24}{5}$       d)  $\frac{31}{5}$

Resolución:

4. Si un bidón está lleno hasta sus cuatro novenas partes, ¿qué fracción le falta para que se encuentre completamente lleno?

- a)  $\frac{1}{9}$       c)  $\frac{7}{9}$       e)  $\frac{5}{9}$   
 b)  $\frac{8}{9}$       d)  $\frac{2}{3}$

Resolución:

2. ¿Cuánto le falta a  $\frac{5}{7}$  para ser igual a  $\frac{9}{4}$ ?
- a)  $\frac{51}{28}$       c)  $\frac{41}{28}$       e)  $\frac{13}{4}$   
 b)  $\frac{43}{28}$       d)  $\frac{15}{7}$

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Si Rubén ha caminado  $2\frac{2}{5}$  km; Moisés,  $3\frac{1}{4}$  km; y César,  $5\frac{1}{2}$  km; ¿cuánto han caminado los tres juntos?
- a)  $11\frac{1}{10}$  km      d)  $9\frac{17}{20}$  km  
 b)  $11\frac{3}{20}$  km      e)  $\frac{221}{20}$  km  
 c)  $11\frac{1}{20}$  km

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Efectúa:  $2\frac{3}{11} - 1\frac{1}{10}$
- a)  $2\frac{1}{110}$       c)  $1\frac{19}{110}$       e)  $\frac{129}{110}$   
 b)  $\frac{99}{110}$       d)  $1\frac{11}{110}$

Resolución:

# TEMA 17



## MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

### A. Multiplicación de fracciones

En esta operación es recomendable simplificar las fracciones que se van a multiplicar, claro está si es que poseen términos comunes; luego se procede a multiplicar, en forma horizontal, todos los numeradores y todos los denominadores.

Ejemplo:

$$\text{Calcula: } \frac{7}{15} \times \frac{25}{14} \times \frac{3}{8}$$

Resolución:

$$\frac{\cancel{7}}{15} \times \frac{\cancel{25}}{14} \times \frac{1}{\cancel{8}} = \frac{1 \times 5 \times 1}{1 \times 2 \times 8} = \frac{5}{16}$$

#### Recuerda

Las palabras «de», «del», «de los», significan multiplicación.

### B. División de fracciones

#### 1. Método: inverso multiplicativo del divisor.

Se invierte la segunda fracción convirtiéndose la división es una multiplicación de fracciones.

Ejemplo:

Divide

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{9}$$

Resolución

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{9} = \frac{3}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{27}{10}$$

se invierte  
se transforma

#### 2. Método: fracción de fracción

Se multiplican extremos y medios. Los extremos van en el numerador y los medios, en el denominador de la fracción resultante.

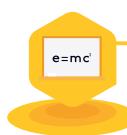
Ejemplo:

Divide

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{9}$$

Resolución

$$\text{extremos } \left( \frac{3}{5} \right) \text{ medios } \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3 \times 9}{5 \times 2} = \frac{27}{10}$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

##### 1. Calcula el valor de «N».

$$N = \frac{3}{4} \text{ de } \frac{8}{5} \text{ de } 25$$

Resolución:

Convertiendo la palabra «de» en multiplicación, tenemos:

$$N = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} \times 25$$

Simplificando:

$$N = \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{8}{\cancel{5}} \times \frac{5}{25} = \frac{3 \times 2 \times 5}{1 \times 1} = 30$$

$$\therefore N = 30$$

##### 2. Divide: $\frac{5}{11} \div \frac{2}{3}$

Resolución:

## Nivel intermedio

3. La edad de María es  $\frac{1}{2}$  de los  $\frac{2}{3}$  de la edad de Rita. Si Rita tiene 48 años, ¿cuánto tiene María?

**Resolución**

Planteando el problema, tenemos:

Edad de María:  $\frac{1}{2}$  de los  $\frac{2}{3}$  de la edad de Rita.

$$\Rightarrow \text{Edad de Rita: } \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 48$$

$$\qquad\qquad\qquad \begin{matrix} 1 \\ \cancel{2} \\ 1 \end{matrix} \times \begin{matrix} 1 \\ \cancel{2} \\ 3 \end{matrix} \times \begin{matrix} 16 \\ 48 \\ 1 \end{matrix}$$

 $\therefore$  Edad de María es 16 años

4. La propina de José es los  $\frac{5}{6}$  de los  $\frac{3}{5}$  de la propina de Rodrigo. Si éste último tiene S/.90, ¿cuánto tiene José?

**Resolución:**

5. Repartí S/. $18\frac{2}{5}$  entre varias personas y a cada uno le tocó S/. $3\frac{17}{25}$ . ¿Cuántos eran las personas?

**Resolución:**

7. En una granja hay 60 animales, entre pavos y gallinas. Si  $\frac{4}{5}$  son pavos, ¿cuántos pavos más que gallinas hay en dicha granja?

**Resolución:**

8. Resuelve:

$$\left[ \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right) \times \frac{15}{26} \right] \div \frac{1}{7}$$

**Resolución:**

## Nivel avanzado

6. En un salón de 6.<sup>º</sup> grado hay 39 alumnos. Si dos tercios son varones, ¿cuántos varones más que mujeres hay en dicho salón?

**Resolución**

Total de alumnos: 39

$$\text{Varones: } \frac{2}{3} \text{ de } 39 = \frac{2}{3} \times \cancel{39}^{13} = 26$$

Mujeres:  $39 - 26 = 13$ 

Piden: varones menos mujeres

$$\Rightarrow 26 - 13 = 13$$

ideas



## Práctica

1. Divide:  $\frac{4}{5} \div \frac{12}{25}$

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| a) $\frac{6}{5}$ | d) $\frac{1}{3}$ |
| b) $\frac{7}{5}$ | e) $\frac{2}{3}$ |
| c) $\frac{5}{3}$ |                  |

Resolución:

2. Calcula los  $\frac{2}{5}$  de  $\frac{5}{8}$  de 1000.

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 250 | d) 300 |
| b) 350 | e) 500 |
| c) 400 |        |

Resolución:

3. Si repartí S/. $19\frac{1}{5}$  entre varias personas

y a cada uno le tocó S/. $2\frac{2}{5}$ , ¿cuántas eran las personas?

- |      |      |
|------|------|
| a) 6 | d) 7 |
| b) 5 | e) 9 |
| c) 8 |      |

Resolución:

4. Calcula los  $\frac{3}{7}$  de  $\frac{2100}{6}$ .

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 150 | d) 100 |
| b) 180 | e) 200 |
| c) 220 |        |

Resolución:

5. Tenía S/.40 y gasté los  $\frac{3}{8}$ . ¿Cuánto me queda?

- |          |          |
|----------|----------|
| a) S/.21 | d) S/.20 |
| b) S/.32 | e) S/.24 |
| c) S/.25 |          |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula  $A + B$  si  $\frac{3}{8} \div \frac{A}{B} = \frac{21}{40}$
- a) 10                          d) 12  
b) 16                          e) 15  
c) 13

Resolución:

2. Divide:  $2\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$
- a)  $\frac{22}{7}$                           d)  $\frac{19}{7}$   
b)  $\frac{3}{8}$                                   e)  $\frac{11}{8}$   
c)  $\frac{5}{4}$

Resolución:

3. Resuelve:
- $$\frac{20}{30} \times \frac{6}{4} \times \frac{9}{2}$$
- a)  $\frac{5}{4}$                                   d)  $\frac{6}{5}$   
b)  $\frac{5}{2}$     e)  $\frac{9}{2}$   
c)  $\frac{11}{2}$

Resolución:

4. Calcula « $A + \frac{1}{3}$ », si:  $A = 2\frac{3}{5} \div 3\frac{9}{10}$
- a)  $\frac{3}{2}$                                   d)  $\frac{4}{3}$   
b)  $\frac{5}{3}$     e) 1  
c)  $\frac{2}{3}$

Resolución:

5. Calcula los  $\frac{3}{8}$  de los  $\frac{2}{3}$  de 96.
- a) 20                                  d) 24  
b) 12    e) 16  
c) 18

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Resuelve:  $C = \frac{2}{3} \div \frac{5}{2} \div \frac{1}{7}$
- a)  $\frac{28}{15}$       c)  $\frac{19}{14}$       e)  $\frac{28}{5}$   
 b)  $\frac{38}{7}$       d)  $\frac{29}{15}$

Resolución:

4. Si me deben  $\frac{5}{7}$  de 84 y me pagan  $\frac{4}{11}$  de 55, ¿cuánto me deben aún?
- a) S/.20      c) S/.42      e) S/.38  
 b) S/.25      d) S/.40

Resolución:

2. Simplifica:  $\left(3\frac{2}{7}\right) \times \left(\frac{5}{23}\right) \times \left(1\frac{3}{10}\right)$
- a)  $\frac{13}{14}$       c)  $\frac{4}{23}$       e)  $\frac{23}{5}$   
 b)  $\frac{12}{13}$       d)  $\frac{13}{11}$

Resolución:

5. ¿Cuánto es  $\frac{7}{3}$  de  $\frac{5}{14}$  de 60 más los  $\frac{5}{4}$  de  $\left(\frac{64}{5} \div \frac{16}{5}\right)$ ?
- a) 55      c) 35      e) 60  
 b) 50      d) 45

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Si la propina de Mirian equivale a los  $\frac{11}{5}$  de  $\frac{10}{33}$  de la propina de Juana y esta última tiene S/.120, ¿cuánto tiene Mirian?
- a) S/.60      c) S/.90      e) S/.84  
 b) S/.80      d) S/.72

Resolución:



## OPERACIONES COMBINADAS CON NÚMEROS NATURALES, FRACCIONES Y DECIMALES

Para resolver adecuadamente las operaciones combinadas, se debe seguir el siguiente procedimiento:

1. Resuelve las operaciones que se encuentran encerradas entre signos de colección.
2. Luego, en el orden que se encuentren (de izquierda a derecha), las multiplicaciones y divisiones.
3. Y finalmente, en el orden que se encuentren, las adiciones y sustracciones.

Además de seguir con el procedimiento adecuado, es necesario recordar algunas operaciones con fracciones y decimales.

### Adición y sustracción de fracciones

- Para homogéneas:

$$\frac{5}{3} - \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5-2+4}{3} = \frac{7}{3}$$

- Para heterogéneas

Ejemplo 1

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{9} = \frac{27-20}{36} = \frac{7}{36}$$

(Método del aspa)

Ejemplo 2

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \quad \text{MCM}(2; 3; 5) = 30$$

$$\Rightarrow \frac{15+10-6}{30} = \frac{19}{30} \quad (\text{Método del MCM})$$

### Multiplicación y división de fracciones

Ejemplo:  $\frac{3}{7} \times \frac{21}{5} \div \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$  De izquierda a derecha

$$\frac{3}{\cancel{7}} \times \underbrace{\frac{21}{5}}_{\text{se invierte}} \times \frac{3}{2}$$

$$\frac{9}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{27}{10}$$

### Para números decimales

Para la adición y la sustracción se alinea la coma y se opera como si fueran naturales.

Ejemplo:  $2,21 + 3,5 - 4,128$

$$\begin{array}{r} 2,21 \\ + 3,5 \\ \hline 5,71 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5,71 \\ - 4,128 \\ \hline 1,582 \end{array}$$

### Para la multiplicación

Ejemplo:  $2,31 \times 5,2$  se opera como si fuesen naturales y al producto se coloca la coma decimal, separando tres cifras decimales.

$$\therefore 2,31 \times 5,2 = 12,012$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Efectúa:

$$36 \div 9 \times 5 - 18,2$$

Resolución:

Operamos de izquierda a derecha, respetando la jerarquía de las operaciones.

$$36 \div 9 \times 5 - 18,2$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \cancel{9} \\ \hline 20 - 18,2 \\ \hline 1,8 \end{array}$$

$$\Rightarrow 20,0 - 18,2$$

2. Calcula el valor de M.

$$M = \frac{3}{4} \text{ de } 16 + \frac{5}{3} \text{ de } 81$$

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Isabel compró una blusa a S/.25,30, un pantalón a S/.53,75 y una correa a S/.15. Si pagó con un billete de S/.100, ¿cuánto recibió de vuelto?

**Resolución**

Sumamos los gastos de Isabel

$$25,30 +$$

$$53,75$$

$$15,00$$

$$\underline{94,05}$$

Si pagó con S/.100, su vuelto fue:

$$100,00 -$$

$$\underline{94,05}$$

$$5,95$$

∴ Recibió de vuelto S/.5,95

4. Jorge compró una billetera a S/.35,98, un reloj a S/.87,42 y una gorra a S/.18. Si pagó con un billete de S/.200, ¿cuánto recibió de vuelto?

**Resolución:**

5. Efectúa:

$$\left(\frac{3}{5} - \frac{3}{7}\right) \div \frac{8}{35}$$

**Resolución:**

$$B = 2,321 - 1,972 + 7$$

$$\Rightarrow 2,321 -$$

$$\begin{array}{r} 1,973 \\ \hline 0,348 \end{array}$$

$$B = 0,348 + 7 = 7,348$$

$$\therefore A + B = 1 + 7,348 = 8,348$$

7. Calcula M + N.

$$M = \frac{7}{4} \div \frac{3}{5} + \frac{1}{12}$$

$$N = 8,9 - 5,32 + 11$$

**Resolución:**

8. Opera:  $\left(2\frac{1}{3} + \frac{3}{2}\right) \div \left(1\frac{5}{6} + 3\right)$

**Resolución:**

## Nivel avanzado

6. Calcula A + B.

$$A = \frac{2}{3} \div \frac{5}{2} + \frac{11}{15}$$

$$B = 2,321 - 1,973 + 7$$

**Resolución**

$$A = \frac{2}{3} \div \frac{\boxed{5}}{\boxed{2}} + \frac{11}{15}$$

$$A = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{11}{15} = \frac{4}{15} + \frac{11}{15} = 1$$



## Práctica

1. Efectúa:

$$\left(5 + \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{34}$$

a)  $\frac{5}{6}$   
b)  $\frac{6}{4}$   
c)  $\frac{2}{3}$

d)  $\frac{5}{3}$   
e)  $\frac{2}{5}$

Resolución:

2. Calcula la suma de cifras luego de resolver:

$$26 \times (61 - 55) - 40 \div (57 - 49)$$

a) 8      c) 5      e) 9  
b) 7      d) 6

Resolución:

3. Efectúa:

$$\left(\frac{11}{4} + \frac{9}{5}\right) \div \frac{13}{20}$$

a) 13      d)  $\frac{35}{6}$   
b)  $\frac{21}{20}$       e) 7  
c) 9

Resolución:

4. Determina la suma de la parte entera con la parte decimal, del resultado de la siguiente operación:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{6}{5} + 7,83$$

a) 84      d) 91  
b) 93      e) 79  
c) 97

Resolución:

5. Opera:  $\left(3\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right) \div \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{5}\right)$

a)  $\frac{73}{13}$   
b)  $\frac{73}{11}$   
c)  $\frac{73}{5}$

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si el perímetro de un cuadrado es 4,8 m, calcula la medida de su área.

a)  $2,56 \text{ m}^2$       d)  $2,89 \text{ m}^2$   
b)  $1,69 \text{ m}^2$       e)  $1,44 \text{ m}^2$   
c)  $1,21 \text{ m}^2$

Resolución:

2. Resuelve:

$$\{6 + [(21 - 8) \cdot 3 - 14] \div 5\} - 11$$

a) 1      d) 0  
b) 3      e) 4  
c) 5

Resolución:

3. Un libro de Aritmética cuesta S/.78,52 y otro de Biología, S/.56,32. Si Luisito adquiere los dos libros pagando con un billete de S/.200, ¿cuánto recibe de vuelto?

a) S/.83,12      d) S/.66,12  
b) S/.48,13      e) S/.75,16  
c) S/.65,16

Resolución:

4. Resuelve:  $(8 - 2,84) + 1,5 \times 2,3 - 0,93$

a) 5,42      d) 7,17  
b) 6,92      e) 7,68  
c) 8,13

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Opera:

$$80 \times 2 \div 10 + 72,47$$

- a) 84,31      c) 86,17      e) 88,47  
b) 78,42      d) 77,68

Resolución:

2. ¿Cuánto es  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{2}{9}$  más  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{1}{3}$ ?

- a)  $\frac{1}{2}$       c)  $\frac{1}{3}$       e)  $\frac{3}{2}$   
b)  $\frac{1}{4}$       d)  $\frac{2}{3}$

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Durante el recreo, Daniel compra una hamburguesa a S/.3,80 y un jugo a S/.1,85. Si paga con S/.10, ¿cuánto recibe de vuelto?

- a) S/.5,25      c) S/.4,35      e) S/.3,62  
b) S/.2,75      d) S/.4,45

Resolución:

4. Calcula A + B.

$$A = (1 \times 2 \times 3 \times 4 - 18) \times 7$$

$$B = 98,75 - 75,6 + 10,28$$

- a) 89,42      c) 61,12      e) 59,13  
b) 75,43      d) 77,43

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula M - N.

$$M = \frac{11}{5} \div \frac{7}{3} + \frac{37}{35}$$

$$N = 42,6 - 30,8 - 10,3$$

- a) 3,7      c) 0,5      e) 1,2  
b) 0,6      d) 4,2

Resolución:



## DIVISIBILIDAD: MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

### A. Concepto de divisibilidad

Un número es divisible por otro número entero positivo si la división entre estos es exacta.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 45 \mid 9 \\ \quad\quad\quad 0 \end{array}$$

Se lee: «45 es divisible por 9»  
 «9 es divisor de 45»

### B. Concepto de multiplicidad

Un número entero será múltiplo de otro entero positivo, cuando el primero resulte de multiplicar el segundo por una cantidad entera.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 40 = 5(8) \\ \downarrow \\ \text{Cantidad entera} \end{array}$$

Se lee: «40 es múltiplo de 5»  
 «5 es módulo de 40»

### Conclusión

$$\boxed{\text{Divisibilidad}} < > \boxed{\text{Multiplicidad}}$$

En forma general:

$$\begin{array}{c} A \mid \frac{B}{K} \Rightarrow A = B \cdot K \\ \quad\quad\quad A = \overset{\circ}{B} \end{array}$$

Donde:

$A \in \mathbb{Z}$

$B \in \mathbb{Z}$

$K \in \mathbb{Z}$

Se lee  $\left\{ \begin{array}{l} A \text{ es múltiplo de } B \\ A \text{ es divisible entre } B \\ B \text{ es divisor de } A \\ B \text{ es módulo de } A \end{array} \right.$

### C. Número no divisible

Veamos mediante un ejemplo

¿73 es divisible entre 8? → ¡No!

$$\begin{array}{r} 73 \mid \frac{8}{1} \\ \quad\quad\quad 9 \end{array} \Rightarrow 73 = 8(9) + 1$$

$\therefore 73 = \overset{\circ}{8} + 1$

Si un número no es divisible por otro, entonces se puede representar como múltiplo de aquel más el residuo.

### D. Divisores y múltiplos de un número

#### 1. Divisores

Dividen de manera exacta al número dado.

Ejemplo:

$$\text{Divisores de } 6 \Rightarrow 6 \begin{array}{c} 1 \\ | \\ 2 \\ | \\ 3 \\ | \\ 6 \end{array}$$

∴ El número 6 tiene 4 divisores

#### Nota:

- El primer divisor de todo número es la unidad.
- Todo número tiene una cantidad finita de divisores.
- El mayor divisor es el mismo número.

#### 2. Múltiplos

Es el resultado de multiplicar un número entero por otro número entero. Ejemplo: múltiplos de 4.

$$\begin{array}{c} 4 \times 0 = 0 \\ \Rightarrow 4 \begin{array}{c} | \\ 4 \times 1 = 4 \\ | \\ 4 \times 2 = 8 \\ | \\ 4 \times 3 = 12 \\ \dots \text{etc.} \end{array} \end{array}$$

#### Nota:

- El cero es el múltiplo de cualquier número (múltiplo universal).
- Todo número tiene infinitos múltiplos.

### E. Principios de divisibilidad

- ◆  $n \mid n$
- ◆  $n \mid 0$
- ◆  $n \mid n - n$
- ◆  $n \mid n \cdot k$  ;  $k \in \mathbb{Z}$
- ◆  $n \mid (n)^k$  ;  $k \in \mathbb{Z}$



e=mc<sup>2</sup>

## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. ¿Cuántos divisores tiene 18?

#### Resolución

Una forma fácil de encontrar divisores de un número menor que 100 es desdoblar al número dado como el producto de dos factores, veamos:  
Divisores de 18

$$\begin{array}{c} 18 \\ 1 \times 18 \\ 2 \times 9 \\ 3 \times 6 \end{array}$$

⇒ Los divisores de 18 son; 1; 2; 3; 6; 9 y 18.  
∴ 18 tiene 6 divisores

2. Calcula la suma de los divisores de 12.

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula el residuo de dividir A + B - C entre 5.

$$A = \overset{\circ}{5} + 1$$

$$B = \overset{\circ}{5} + 3$$

$$C = \overset{\circ}{5} + 2$$

#### Resolución

Como piden A + B - C entre 5, aplicaremos el principio de divisibilidad, así:

$$\begin{array}{r} A = \overset{\circ}{5} + 1 \\ B = \overset{\circ}{5} + 3 \\ \hline A + B = \overset{\circ}{5} + 4 \\ C = \overset{\circ}{5} + 2 \\ \hline A + B - C = \overset{\circ}{5} + 2 \end{array} \left. \begin{array}{l} (+) \\ (-) \end{array} \right\}$$

∴ El residuo es 2.

4. Calcula el residuo de dividir P + Q + R entre 7.

$$P = \overset{\circ}{1}3 + 3$$

$$Q = \overset{\circ}{1}3 + 7$$

$$R = \overset{\circ}{1}3 + 9$$

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Si  $B = \overset{\circ}{1}1 + 3$ , calcula el residuo de dividir (B + 23) entre 11.

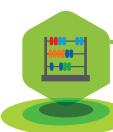
#### Resolución

Si  $B = \overset{\circ}{1}1 + 3$ , al sumarle 23, será  $B = \overset{\circ}{1}1 + 3 + 23$

$$26 \overline{)11} \quad \begin{array}{l} \\ 4 \quad 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} B = \overset{\circ}{1}1 + 26 \\ \quad \quad \quad \overset{\circ}{1} \\ B = \overset{\circ}{1}1 + 4 \end{array}$$

∴ El residuo es 4.



## Práctica

1. Determina la edad de Vanessa si coincide con la suma de los divisores de 15.

- a) 25 años                          d) 40 años  
 b) 18 años                           e) 26 años  
 c) 24 años

Resolución:

2. ¿Cuántos múltiplos de 4 hay entre 61 y 82?

- a) 5                                    d) 6  
 b) 7                                    e) 8  
 c) 4

Resolución:

3. Calcula « $a + b + c$ ».

$$74 = \overset{\circ}{10} + a$$

$$36 = \overset{\circ}{7} + b$$

$$42 = \overset{\circ}{8} + c$$

- a) 7                                    d) 8  
 b) 11                                e) 9  
 c) 6

Resolución:

4. Calcula el residuo de E entre 7.

$$E = (\overset{\circ}{7} + 2) \times (\overset{\circ}{7} + 3) - (\overset{\circ}{7} + 3)$$

- a) 4                                    d) 3  
 b) 5                                    e) 2  
 c) 6

Resolución:

5. Determina A + B.

A = cantidad de divisores de 38

B = suma de divisores de 8

- a) 26                                    d) 29  
 b) 19                                    e) 21  
 c) 31

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si la edad de Edwin coincide con la suma de los divisores impares del número 21, ¿qué edad tiene Edwin?

a) 24 años                          d) 40 años  
b) 32 años                           e) 31 años  
c) 29 años

Resolución:

2. Expresa  $246$  como  $11^{\circ}$ .

a)  $11^{\circ} + 6$                           d)  $11^{\circ} + 4$   
b)  $11^{\circ} + 2$                             e)  $11^{\circ} + 8$   
c)  $11^{\circ} + 1$

Resolución:

3. ¿Cuántos múltiplos de 7 hay entre 29 y 69?

Resolución:

4. Si  $P = 6^{\circ} + 5$ , calcula el residuo de dividir  $(P + 41)$  entre 6.

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Si  $39 = \frac{o}{7} + r$ , calcula « $r + 6$ ».
- a) 12      c) 10      e) 8  
 b) 11      d) 9

Resolución:

4. Si  $Q = \frac{o}{4} + 2$ , calcula el residuo de dividir  $(Q + 21)$  entre 4.
- a) 1      c) 0      e) 3  
 b) 2      d) 4

Resolución:

2. Calcula el residuo de dividir  $A + B + C$  entre 13.

$$A = \frac{o}{13} + 2$$

$$B = \frac{o}{13} + 12$$

$$C = \frac{o}{13} + 11$$

- a) 8      c) 9      e) 10  
 b) 12      d) 4

Resolución:

5. Calcula el residuo de  $(N + 13)$  entre 12, si  $N = \frac{o}{12} + 11$ .
- a) 9      c) 0      e) 1  
 b) 8      d) 7

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Del 20 al 68, ¿cuántos números impares son múltiplos de 5?

- a) 5      c) 8      e) 7  
 b) 4      d) 6

Resolución:



## CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR 2 - 4 - 8 - 5 - 25

TEMA  
**20**

### A. Divisibilidad por 2

Un número es divisible por 2, cuando su última cifra sea cero o par. Ejemplos:

- ❖ 2450 es 2 porque termina en cero.
- ❖ 3974 es 2 porque termina en cifra par.

### B. Divisibilidad por 4

Un número es divisible por 4, cuando sus dos últimas cifras son ceros o forman un 4, ejemplos:

- ❖ 3521<sup>00</sup> es 4 porque termina en 00.
- ❖ 4675<sup>28</sup> es 4 porque  $28 = 4$

### C. Divisibilidad por 8

Un número es divisible por 8, cuando sus tres últimas cifras son ceros o forman un 8. Ejemplos:

- ❖ 75325<sup>000</sup> es 8 porque sus tres últimas cifras son ceros.
- ❖ 748<sup>08</sup> es 8 porque  $808 = 8$ .

#### Forma práctica

$\overline{abcde} = 8$  si se cumple:

$$\frac{421}{\overline{abcde}} \Rightarrow 4c + 2d + e = 8$$

Ejemplo: ¿51 896 será 8?

Veamos:

$$\begin{aligned} &421 \\ &51896 \Rightarrow 4.8 + 2.9 + 1.6 = 56 \\ &\rightarrow 56 = 8 \Rightarrow 51896 \text{ si es } 8 \end{aligned}$$

### D. Divisibilidad por 5

Un número es divisible por 5, cuando su última cifra es cero o 5. Ejemplos:

- ❖ 384560 es 5 porque termina en cero.
- ❖ 46735 es 5 porque termina en cinco.
- ❖ Si  $\overline{x42x} = 5$ , calcula « $x^2$ ». Como empieza y termina en x, entonces  $x = 5$ ; piden  $x^2 = 25$ .

### E. Divisibilidad por 25

Un número es divisible por 25, cuando las dos últimas cifras son ceros o 25. Existen cuatro casos: 00; 25; 50; 75.

Ejemplos:

- ❖ 85<sup>00</sup> es 25 porque termina en 00.
- ❖ 38<sup>25</sup> es 25 porque termina en 25.
- ❖ 56<sup>50</sup> es 25 porque termina en 50.
- ❖ 8975 es 25 porque termina en 75.



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Si  $\overline{473m} = 2$ , calcula la suma de valores que puede tomar «m».

#### Resolución

Si  $\overline{473m} = 2$

$$\Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow m: 0, 2, 4, 6, 8$$

Piden: suma de valores de «m»

$$\Rightarrow 0 + 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

2. Si  $\overline{345n} = 4$ , calcula la suma de valores que puede tomar «n».

#### Resolución:

3. Calcula el valor de «a» si  $\overline{5297a} = 8^{\circ}$ .

Resolución:

4. Calcula el valor de « $n^3$ » si  $\overline{n672n} = 5^{\circ}$ .

Resolución:

#### Nivel intermedio

5. Si  $\overline{m7m} = 5^{\circ}$ ,  $\overline{mn} = 4^{\circ}$ , calcula la suma de valores que puede tomar «n».

Resolución

❖  $\overline{m7m} = 5^{\circ} \rightarrow \boxed{m = 5}$   
 ❖  $\overline{mn} = 4^{\circ} \rightarrow \overline{5n} = 4^{\circ}$

Los valores que pude tomar «n» son:

$$\begin{array}{c} \overline{5n} = 4 \\ \downarrow \\ 2 \\ 6 \end{array}$$

$\Rightarrow$  Piden:  $2 + 6 = 8$

6. Si  $\overline{x35x} = 5^{\circ}$ ;  $\overline{xy} = 8^{\circ}$ , calcula « $x + y$ ».

Resolución:

7. Si  $\overline{a32ba} = 25^{\circ}$ , calcula la suma de valores que toma  $ba$ .

Resolución:

#### Nivel avanzado

8. Si  $\overline{m46(m+3)} = 5^{\circ}$  y  $\overline{mn} = 4^{\circ}$ . Calcula « $m + n_{\text{máximo}}$ ».

Resolución

Del problema

❖  $\overline{m46(m+3)} = 5^{\circ}$   
 $m + 3 = 5$

$\boxed{m = 2}$

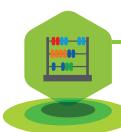
❖  $\overline{mn} = 4^{\circ} \rightarrow \overline{2n} = 4^{\circ}$   
 $\downarrow 0; 4; 8$

Piden:  $m + n_{\text{máximo}}$

$\Rightarrow 2 + 8 = 10$

9. Si  $\overline{a39(a+1)} = 5^{\circ}$  y  $\overline{ab} = 4^{\circ}$ , calcula « $a + b_{\text{mínimo}}$ ».

Resolución:



## Práctica

1. Si  $\overline{357x} = 4$ , calcula la suma de valores que puede tomar «x».

- a) 11                                  d) 6  
b) 7                                    e) 8  
c) 9

Resolución:

2. Se tienen los siguientes numerales:

$\overline{4mn10}$ ; 56; 660;  $\overline{(4n)(4n)}$  y 324  
¿Cuántos son múltiplos de 4?

- a) 2                                    d) 1  
b) 3                                    e) 5  
c) 4

Resolución:

3. Si:  $\overline{n74mn} = 25$ , calcula el máximo valor de mn.

- a) 85                                d) 25  
b) 75                                e) 50  
c) 95

Resolución:

4. Determina « $m_{\text{máximo}} + 12$ », si  $\overline{935m5} = 25$ .

- a) 16                                d) 15  
b) 20                                e) 18  
c) 19

Resolución:

5. Dados los siguientes números: 385; 1256; 998; 4256 y 9725; ¿cuántos son 8?

- a) 3                                    d) 2  
b) 4                                    e) 5  
c) 1

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si  $\overline{893}(3n) = \overset{\circ}{2}$ , calcula la suma de los valores que puede tomar «n».

a) 18                          d) 36  
b) 20                          e) 24  
c) 16

Resolución:

2. Si  $\overline{877}(n-2) = \overset{\circ}{5}$  y  $\overline{nm} = \overset{\circ}{8}$ , calcula «n  $\times m_{\text{máximo}}$ ».

a) 14                          d) 18  
b) 20                          e) 16  
c) 12

Resolución:

3. Si  $\overline{m21m} = \overset{\circ}{5}$  y  $\overline{mmp} = \overset{\circ}{8}$ , calcula  $(m + p)^3$ .

a) 216                          d) 512  
b) 125                          e) 64  
c) 343

Resolución:

4. Dados los siguientes números: 192;  $\overset{\circ}{3}428$ ; 972; 4512 y 1008, ¿cuántos son 8?

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula el máximo valor de « $p \times q$ » si  $\overline{666pq} = 25$ .
- a) 30      c) 55      e) 45  
b) 35      d) 40

Resolución:

4. Si  $\overline{897(x+4)} = 5$  y  $\overline{xp} = 8$ , calcula  $\overline{px} + \overline{xp}$ .
- a) 77      c) 96      e) 69  
b) 87      d) 78

Resolución:

2. Si  $\overline{787q} = 5$  y  $\overline{q1m} = 8$ , calcula « $q + m$ ».
- a) 7      c) 6      e) 8  
b) 5      d) 9

Resolución:

5. Si  $\overline{74(m+7)} = 4$  y  $\overline{mn} = 2$ , calcula « $m + n_{\text{máximo}}$ ».
- a) 10      c) 11      e) 12  
b) 8      d) 9

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Calcula el mayor valor que puede tomar « $a$ », si  $\overline{3876a} = 4$ .
- a) 9      c) 6      e) 4  
b) 8      d) 7

Resolución:



# CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD POR 3 - 9 - 11 Y DIVISIBILIDAD COMPUUESTA

## A. Divisibilidad por 3

Un número es divisible por  $\overset{\circ}{3}$ , cuando la suma de todas sus cifras resulte un  $\overset{\circ}{3}$ .

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 32145 \text{ es } \overset{\circ}{3} &\text{ porque al sumar sus cifras:} \\ 3 + 2 + 1 + 4 + 5 = 15 = \overset{\circ}{3} \\ \therefore 32\ 145 = \overset{\circ}{3} \end{aligned}$$

## B. Divisibilidad por 9

Un número es divisible por 9, cuando la suma de todas sus cifras resulte un  $\overset{\circ}{9}$ .

Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 725544 \text{ es } \overset{\circ}{9} &\text{ porque al sumar sus cifras: } 7 + 2 + 5 \\ + 5 + 4 + 4 = 27 = \overset{\circ}{9} \\ \therefore 725\ 544 = \overset{\circ}{9} \end{aligned}$$

## C. Divisibilidad por 11

Un número es divisible por 11, cuando la suma de sus cifras de orden impar menos la suma de las cifras de orden par, resulte un 0 o  $\overset{\circ}{11}$

Sea:  $N = \overline{abcdef}$

$N$  será  $\overset{\circ}{11}$  si se cumple:  
 $(b + d + f) - (a + c + e) = \overset{\circ}{11}$

## Forma práctica (para 11)

Colocamos los signos (+) y (-) alternadamente de derecha a izquierda a todas las cifras del número dado. Veamos:

$$N = \overline{\underset{+}{a}\underset{-}{b}\underset{+}{c}\underset{-}{d}\underset{+}{e}\underset{-}{f}}$$

Luego, realizamos una suma algebraica:

$$-a + b - c + d - e + f = \overset{\circ}{11}$$

Por ejemplo: 181357 es  $\overset{\circ}{11}$  porque  $\overline{181357}$  al realizar la suma algebraica

$$\begin{aligned} -1 + 8 - 1 + 3 - 5 + 7 = 11 = \overset{\circ}{11} \\ \therefore 181\ 357 = \overset{\circ}{11} \end{aligned}$$

## D. Divisibilidad compuesta

Sea:

```

    a
   / \
  N - b
     \ 
      c
  
```

Se cumple:  $N = \overline{\underset{m}{mcm}(a, b, c)}$

Por ejemplo:

$$\text{Si } \overset{\circ}{N} = 2; \overset{\circ}{N} = 3$$

$$N = \overline{\underset{m}{mcm}(2; 3)} = \overset{\circ}{6}$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Calcula la suma de valores que puede tomar «n», si  $\overline{14n8} = \overset{\circ}{3}$ .

Resolución

Aplicando el criterio, tenemos:

$$1 + 4 + n + 8 = \overset{\circ}{3}$$

$$\Rightarrow \overset{\circ}{n} + 13 = \overset{\circ}{3}$$

$\swarrow 2; 5; 8$

Piden suma de valores de «n».

$$2 + 5 + 8 = 15$$

2. Calcula la suma de valores que puede tomar «m», si  $\overline{821m} = \overset{\circ}{3}$ .

Resolución:



3. Indica el valor de «a» si se cumple  $\overline{535}a = 9^o$ .

Resolución:

7. ¿Cuántos valores puede tomar «x» en  $\overline{7x13} = 3^o$ ?

Resolución:

4. Calcula el valor de «n<sub>máximo</sub>» si  $\overline{821}n = 3^o$ .

Resolución:

**Nivel avanzado**

8. Si la edad de tu profesor tiene mitad, tercia y quinta parte, ¿cuál es su edad si aún no cumple 35 años?

Resolución

Sea la edad del profesor: E

$$\Rightarrow E \begin{array}{c} \overset{o}{2} \\ \diagdown \\ \overset{o}{3} \\ \diagup \\ \overset{o}{5} \\ \diagdown \\ \overset{o}{0} \end{array}$$

$$E = \frac{o}{\text{mcm}(2, 3, 5)} = 30.$$

Como aún no cumple 35 años.

$E = 30k$ , donde  $30k < 35$

$$k = 1 \Rightarrow E = 30 \text{ años}$$

∴ tu profesor tiene 30 años.

9. Si la edad de Manuel tiene sexta y séptima parte, ¿cuál es su edad si aún no cumple 45 años?

Resolución:

5. Calcular el valor de «n» si  $\overline{nnn}41 = 11^o$ .

Resolución

11

Aplicando el criterio, tenemos:

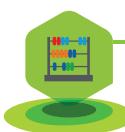
$$\begin{aligned} \cancel{\overline{n}} + \cancel{\overline{n}} + \cancel{\overline{n}} &= 11^o \\ \Rightarrow \cancel{n} - \cancel{n} + \underbrace{n}_{0} - 4 + 1 &= 11^o \\ n - 3 &= 11 \\ \therefore n &= 3 \end{aligned}$$

6. Calcula el valor de «p» si  $\overline{pp23}p = 11^o$ .

Resolución:

10. Si  $P = \frac{o}{2}$ ;  $P = \frac{o}{5}$ ;  $P = \frac{o}{7}$ , ¿cuál es el menor valor que toma P si se sabe que es mayor que 100?

Resolución:



## Práctica

1. Indica el valor de «m» si se cumple que  $\underline{546}m = 9$ .

- a) 6   d) 7  
b) 3   e) 2  
c) 5

Resolución:

2. Se tienen los siguientes números:

- I. 13 257  
II. 63 547  
III. 981 252

¿Cuál o cuáles son divisibles por 9?

- a) Solo II                                   d) Solo III  
b) I y II                                   e) Solo I  
c) I y III

Resolución:

3. ¿Cuántos números son  $3^{\circ}$ ?

- |       |       |
|-------|-------|
| • 123 | • 978 |
| • 915 | • 472 |
| • 193 | • 772 |
- a) 3   d) 4  
b) 6   e) 5  
c) 2

Resolución:

4. Determina el menor valor de «a» si  $\overline{4a7} = 3^{\circ}$ .

- a) 3   d) 4  
b) 1   e) 0  
c) 2

Resolución:

5. ¿Cuántos números son  $11^{\circ}$ ?

- |        |       |
|--------|-------|
| • 156  | • 187 |
| • 9375 | • 165 |
| • 1694 | • 495 |
- a) 4   d) 2  
b) 1   e) 3  
c) 5

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula « $a + 4$ » si  $\overline{7a321} = 9^{\circ}$ .

- a) 9                          d) 7  
b) 11                        e) 10  
c) 8

Resolución:

2. Calcula « $2a + 3$ » si  $\overline{15a9} = 11^{\circ}$ .

- a) 5                            d) 7  
b) 9                            e) 11  
c) 10

Resolución:

3. Si  $\overline{67(m - 2)1} = 9^{\circ}$ , ¿cuál es el valor de « $m$ »?

- a) 5                            d) 3  
b) 4                            e) 6  
c) 2

Resolución:

4. Si  $M = 3^{\circ}$ ;  $M = 8^{\circ}$ ;  $M = 5^{\circ}$ , ¿cuál es el menor valor que toma  $M$  si es mayor que 200?

- a) 210                        d) 220  
b) 280                        e) 360  
c) 240

Resolución:

5. En un salón de sexto de primaria, los alumnos que siempre faltan son la quinta parte del total, mientras que los alumnos que siempre llegan temprano son la novena parte del total. ¿Cuántos alumnos tiene el salón si se sabe que son menos de 50?

- a) 25                            d) 45  
b) 40                            e) 48  
c) 35

Resolución:



## Tarea

## Nivel básico

1. Calcula la suma de valores que puede tomar « $p$ » si  $\overline{p7762} = 3^{\circ}$ .
- a) 15      c) 13      e) 18  
b) 16      d) 12

Resolución:

4. Si  $\overline{645(m - 3)} = 9^{\circ}$ , calcula el valor de « $2m$ ».
- a) 12      c) 8      e) 14  
b) 16      d) 18

Resolución:

2. ¿Cuántos valores puede tomar « $x$ » si  $\overline{881x} = 3^{\circ}$ ?
- a) 4      c) 1      e) 3  
b) 2      d) 5

Resolución:

## Nivel avanzado

5. Si la edad de don Alberto tiene séptima parte y novena parte, ¿cuál es su edad si aún no cumple 70 años?
- a) 60 años      d) 54 años  
b) 66 años      e) 69 años  
c) 63 años

Resolución:

## Nivel intermedio

3. Calcula el valor de « $n$ » si  $\overline{n55335} = 11^{\circ}$ .
- a) 4      c) 6      e) 5  
b) 7      d) 3

Resolución:

6. ¿Cuál es la edad de Hugo si se sabe que tiene mitad y novena parte? Además se sabe que su hermano mayor tiene 22 años.
- a) 18 años      d) 20 años  
b) 21 años      e) 15 años  
c) 12 años

Resolución:



## NÚMEROS PRIMOS: FACTORES PRIMOS DE UN NÚMERO

Los números enteros positivos, se pueden clasificar tomando en cuenta su cantidad de divisores, así tenemos:

### I. Números simples

Son aquellos que poseen uno o dos divisores. Aquí tenemos:

- ❖ La unidad: Solo posee un divisor.
- ❖ Números primos: Son aquellos números enteros que presentan únicamente dos divisores: la unidad y el mismo número.

Ejemplos:

Números	Divisores
2	1 y 2
3	1 y 3
5	1 y 5
7	1 y 7
etc.	etc.

#### Observaciones:

- Al número primo también se le llama «primo absoluto».
- El 2 es el único número primo que es par.
- La cantidad de números primos es ilimitado.
- Existen 25 números primos menores que 100 y estos son:

2 - 3 - 5 - 7 - 11 - 13 - 17 - 19 - 23
29 - 31 - 37 - 41 - 43 - 47 - 53 - 59 - 61
67 - 71 - 73 - 79 - 83 - 89 - 97

### II. Números compuestos

Son aquellos números enteros que poseen más de dos divisores.

Ejemplos:

Números	Divisores
4	1 - 2 - 4
6	1 - 2 - 3 - 6
8	1 - 2 - 4 - 8
9	1 - 3 - 9
10	1 - 2 - 5 - 10
etc.	etc.

- ❖ Números primos entre si (PESI) o coprimos. Son aquellos números que solo poseen como único divisor común a la unidad. Ejemplos: 17 y 20; 38 y 41; 27 y 29; 40 y 49; etc.

#### Factores primos de un número (descomposición canónica)

Descomponer canómicamente un número es expresarlo en el producto de sus factores primos. Veamos: Ejemplo: Descompón canómicamente el número 180.

$$\begin{array}{c|c} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

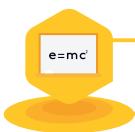
$$\Rightarrow 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

En general:  $N = a^\alpha \times b^\beta \times c^\theta \dots$

**Nota:** Cuando un número termina en ceros, de manera inmediata se extrae  $2 \times 5$  (factores primos).

Ejemplo: D. C. el número 3000.

$$\begin{array}{c|c} 3000 & 2 \times 5 \\ & 2 \times 5 \\ & 2 \times 5 \\ 3 & \Rightarrow 3000 = 2^3 \times 3 \times 5^3 \\ 3 & \\ 1 & \end{array}$$



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Calcula la suma de los cuatro primeros números primos.

**Resolución:**

Recordar que un número primo solo posee 2 divisores; los cuatro primeros serán: 2, 3, 5 y 7.

Calculando la suma, tenemos:

$$2 + 3 + 5 + 7 = 17$$

Rpta.: 17

2. Calcula la suma del tercer número primo con el segundo número compuesto.

**Resolución:**

3. Señala el grupo de números que son PESI.

- a) 20 - 40 - 8   b) 11 - 22 - 77   c) 5 - 40 - 105  
d) 7 - 14 - 15   e) 8 - 6 - 72

**Resolución:**

### Nivel intermedio

4. Descompón canónicamente el número 1500.

**Resolución**

Expresamos el número 1500, en factores primos, de la siguiente forma:

$$\begin{array}{r} 1500 \\ 150 \\ 15 \\ 5 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \times 5 \\ 2 \times 5 \\ 3 \\ 5 \\ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 1500 = 2^2 \times 3 \times 5^3$$

Rpta.:  $2^2 \times 3 \times 5^3$

5. Descompón canónicamente el número 3600.

**Resolución:**

### Nivel avanzado

6. Calcula la suma de los divisores primos de  $A \times B$ . Si:

$$A = 2^3 \times 3 \times 5^7$$

$$B = 3^3 \times 5^2 \times 11 \times 13^3$$

**Resolución**

Al multiplicar  $A \times B$ , recuerda que a bases iguales, se escribe la misma base y se suman los exponentes.

$$A = 2^3 \times 3 \times 5^7$$

$$B = 3^3 \times 5^2 \times 11 \times 13^3$$

$$\Rightarrow A \times B = 2^3 \times 3^4 \times 5^9 \times 11 \times 13^3$$

Piden suma de sus divisores primos de  $A \times B$ .

$$\Rightarrow 2 + 3 + 5 + 11 + 13 = 34$$

Rpta.: 34

7. Calcula la suma de los divisores primos de  $M \times N$ .

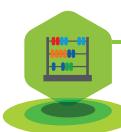
$$M = 3^5 \times 5^2 \times 7$$

$$N = 2^2 \times 3^2 \times 7^3 \times 11$$

**Resolución:**

8. Calcula la suma de los divisores primos de 9600.

**Resolución:**



## Práctica

1. Descompón canónicamente el número 540.

- a)  $2^3 \times 3^2 \times 5$       d)  $2^2 \times 3 \times 5^2$   
b)  $2^2 \times 3^3 \times 5$       e)  $2^3 \times 3 \times 5^3$   
c)  $2 \times 3^2 \times 5^2$

Resolución:

2. ¿Cuál es la suma de los dos mayores primos, menores que 100?

- a) 191      d) 186  
b) 194      e) 184  
c) 196

Resolución:

3. Calcula A + B

A= mayor primo menor que 40  
B= menor primo mayor que 30

- a) 73      d) 87  
b) 69      e) 68  
c) 66

Resolución:

4. Calcula la suma de los divisores primos de 60

- a) 12      d) 10  
b) 18      e) 20  
c) 15

Resolución:

5. La descomposición canónica:  $2^3 \times 3 \times 5^2$  corresponde al número:

- a) 600      d) 500  
b) 750      e) 850  
c) 900

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula la suma de los divisores primos de 3800.

- a) 31
- b) 26
- c) 28
- d) 22
- e) 25

Resolución:

2. Señala el grupo de números PESI.

- a) 15 - 39 - 63
- b) 7 - 35 - 46
- c) 14 - 28 - 42
- d) 17 - 51 - 34
- e) 10 - 15 - 85

Resolución:

3. Calcula la suma de los cinco mayores números primos, menores que 100.

- a) 392
- b) 397
- c) 421
- d) 407
- e) 411

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula la suma de los cinco primeros números compuestos.
- a) 37                          d) 39  
b) 36                          e) 41  
c) 42

Resolución:

4. Calcula M + N.

M = producto de los tres primeros números compuestos

N = cantidad de números primos menores que 30

- a) 202                          d) 192  
b) 186                          e) 210  
c) 208

Resolución:

2. Señala cuántos de los siguientes números son primos: 3 - 6 - 9 - 11 - 39 - 73 - 87 - 97

- a) 1                              d) 2  
b) 3                              e) 4  
c) 5

Resolución:

### Nivel avanzado

5. Calcula la suma de los divisores primos de P × Q.

$$P = 3^5 \times 5^2 \times 7$$

$$Q = 2^4 \times 3 \times 11^2$$

- a) 26                              d) 28  
b) 29                              e) 31  
c) 34

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Descompón canónicamente el número 7500.

- a)  $2^2 \times 3^2 \times 5$                       d)  $2^2 \times 3 \times 5^4$   
b)  $2^4 \times 3^3 \times 5^2$                       e)  $2 \times 3 \times 5^5$   
c)  $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

Resolución:



## CANTIDAD DE DIVISORES DE UN NÚMERO

En este capítulo, aplicaremos una fórmula sencilla, pero esencial para calcular de una manera rápida, el total de divisores que posee un número.

### Cantidad de divisores (C.D.)

Para calcular la cantidad de divisores de un número es recomendable descomponerlo canónicamente, para luego aplicar una fórmula sencilla; veamos:

Sea la descomposición canónica de N:

$$N = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\theta}$$

Entonces, tenemos:

$$CD_{(N)} = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\theta + 1)$$
Fórmula

Ejemplo:

$$\text{Si } N = 3^2 \times 5^3 \times 7 \Rightarrow CD_N = (2 + 1)(3 + 1)(1 + 1) = 24$$

### Observaciones:

- Para todo entero positivo, se cumple:
- $$CD_N = \text{div. primos} + \text{div. compuestos} + 1$$
- Los divisores primos son las bases de la descomposición canónica.
  - La cantidad de divisores propios de un número es igual a la cantidad de divisores menos uno.



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Si  $E = 2^2 \times 3 \times 5^3$ , calcula la cantidad de divisores de E.

**Resolución:**

Aplicando la fórmula:

$$CD_{(E)} = (\alpha + 1)(\beta + 1) \dots$$

$$\Rightarrow CD_{(E)} = (2 + 1)(1 + 1)(3 + 1)$$

$$CD_{(E)} = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

Rpta.: 24

2. Si  $D = 3 \times 5^2 \times 7^4$ , calcula la cantidad de divisores de D.

**Resolución:**



3. Calcula la cantidad de divisores de 600.

Resolución:

Nivel avanzado

7. Al descomponer canónicamente el número 4620, se obtiene:

$$2^e \times 3^d \times 5^w \times 7^i \times 11^n$$

Calcula: « $e + d + w + i + n$ ».

Resolución

Realizamos la D. C. de 4620, así:

4620		2 × 5
462		2
231		3
77		7
11		11
		1

$$\Rightarrow 4620 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$$

Al comparar con  $2^e \times 3^d \times 5^w \times 7^i \times 11^n$

Tenemos:

$$e = 2$$

$$d = 1$$

$$w = 1$$

$$i = 1$$

$$n = 1$$

Piden  $e + d + w + i + n = 6$

Rpta.: 6

4. Calcula la cantidad de divisores de  $A \times B$ , si se sabe lo siguiente:

$$A = 2^2 \times 3$$

$$B = 3^2 \times 5^3$$

Resolución

Multiplicando  $A \times B$ , tenemos:

$$A \times B = 2^2 \times 3^3 \times 5^3$$

$$\Rightarrow CD(A \times B) = (2+1)(3+1)(3+1)$$

$$CD(A \times B) = 3 \times 4 \times 4 = 48$$

Rpta.: 48

5. Calcula la cantidad de divisores de  $M \times N$ .

$$M = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

$$N = 2 \times 3 \times 5^2$$

Resolución:

6. ¿Cuántos divisores compuestos tiene 540?

Resolución:

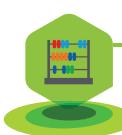
8. Al descomponer canónicamente el número 27 720, se obtiene:  $2^d \times 3^u \times 5^l \times 7^a \times 11^s$ , calcula:

$$«d + u + l + a + s»$$

Resolución:

9. Si  $2^x \times 3^3 \times 5^2$  tiene 36 divisores, calcula « $x$ ».

Resolución:



## Práctica

1. ¿Cuántos divisores compuestos tiene 640?

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 12 | d) 13 |
| b) 14 | e) 15 |
| c) 16 |       |

Resolución:

2. ¿Cuántos divisores simples tiene 1400?

- |      |      |
|------|------|
| a) 4 | d) 1 |
| b) 2 | e) 3 |
| c) 5 |      |

Resolución:

3. Calcula la cantidad de divisores de  $M \times N$

$$M = 160$$

$$N = 300$$

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 66 | d) 56 |
| b) 58 | e) 64 |
| c) 60 |       |

Resolución:

4. ¿Cuántos divisores compuestos tiene 7500?

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 31 | d) 29 |
| b) 26 | e) 28 |
| c) 30 |       |

Resolución:

5. Si  $2^3 \times 3 \times 5^m$  tiene 72 divisores, calcula «m»

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 8  | d) 9  |
| b) 7  | e) 10 |
| c) 11 |       |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Dado el número 15 000, calcula la diferencia entre los divisores compuestos y simples.

- a) 28                                  d) 30  
b) 36                                   e) 32  
c) 40

Resolución:

2. ¿Cuántos divisores más tiene A que B?

$$A = 480$$
$$B = 2^3 \times 5^2$$

- a) 12                                    d) 8  
b) 6                                      e) 10  
c) 16

Resolución:

3. El número  $A = 2^4 \times 3^2 \times 5^m$  tiene un total de 60 divisores. Calcula el valor de « $m^2$ ».

- a) 16                                    d) 25  
b) 1                                      e) 9  
c) 4

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Si  $G = 5^2 \times 11^3 \times 13$ , calcula la cantidad de divisores de  $G$ .
- a) 21                          d) 24  
 b) 30                          e) 16  
 c) 18

Resolución:

4. Determina todos los divisores de  $M \times N$ .

$$M = 2^5 \times 7^3$$

$$N = 2^4 \times 5^2$$

- a) 96                          d) 90  
 b) 144                          e) 124  
 c) 120

Resolución:

2. Calcula la cantidad de divisores de 260.

- a) 16                          d) 18  
 b) 9                            e) 8  
 c) 12

Resolución:

**Nivel avanzado**

5. Al descomponer canónicamente el número 720, se obtiene:  $2 \times 3^e \times 5^o$ . Calcula «+ e + o».

- a) 8                            d) 7  
 b) 6                            e) 5  
 c) 4

Resolución:

**Nivel intermedio**

3. Calcula la cantidad de divisores de  $P \times Q$ .

$$P = 3 \times 7 \times 13$$

$$Q = 3^2 \times 5^2$$

- a) 60                          d) 64  
 b) 36                          e) 48  
 c) 72

Resolución:



## MCD Y MCM

### Máximo común divisor (MCD)

Se llama así al mayor divisor común que tiene un conjunto de números.

#### Métodos para calcular el MCD

##### 1. Descomposición simultánea

Calcula el MCD de 60; 80 y 100.

###### Solución:

Se extraen los factores comunes solamente.

$$\begin{array}{r} 60 - 80 - 100 \\ \hline 6 - 8 - 10 \\ \hline 3 - 4 - 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \times 5 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{MCD} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

##### 2. Descomposición canónica

Calcula el MCD de 60; 80 y 100.

###### Paso 1

Realizamos la D. C. de cada número:

$$\begin{array}{r} 60 \left| \begin{array}{l} 2 \times 5 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \right. \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 80 \left| \begin{array}{l} 2 \times 5 \\ 8 \\ 4 \\ 2 \end{array} \right. \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 4 \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \left| \begin{array}{l} 2 \times 5 \\ 2 \times 5 \\ 2 \end{array} \right. \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2^4 \times 5$$

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

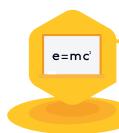
###### Paso 2

$$\text{MCD}(60; 80; 100) = 2^2 \times 5$$

factores comunes  
con los menores  
exponentes

### Mínimo común múltiplo (MCM)

Se llama así al menor múltiplo positivo común que tiene un conjunto de números.



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

##### 1. Calcula el MCD de 16; 24 y 40.

###### Resolución:

Aplicando el método de descomposición simultánea, tenemos:

#### Métodos para calcular el MCM

##### 1. Descomposición simultánea

Calcula el MCM de 15; 12 y 20.

###### Solución:

Se extraen los factores comunes y no comunes, hasta llegar a la unidad.

$$\begin{array}{r} 15 - 12 - 20 \\ \hline 15 - 6 - 10 \\ \hline 15 - 3 - 5 \\ \hline 5 - 1 - 5 \\ \hline 1 - 1 - 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ 5 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{MCM} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

##### 2. Descomposición canónica

Calcula el MCM de 15; 12 y 20.

###### Paso 1

Realizamos la D.C. de cada número:

$$\begin{array}{r} 15 \left| \begin{array}{l} 3 \\ 5 \\ 1 \end{array} \right. \\ \hline 3 \\ \hline 5 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 6 \\ 3 \end{array} \right. \\ \hline 2 \\ \hline 6 \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \left| \begin{array}{l} 2 \times 5 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right. \\ \hline 2 \\ \hline 2 \\ \hline 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$15 = 3 \times 5 \quad 12 = 2^2 \times 3 \quad 20 = 2^2 \times 5$$

###### Paso 2

$$\text{MCM}(15; 12; 20) = \underbrace{2^2 \times 3 \times 5}_{\text{factores comunes}}$$

y no comunes con los  
mayores exponentes

#### Observación

Al extraer el MCD y MCM de un conjunto de números, se cumple:

$$\boxed{\text{MCD} < \text{MCM}}$$

$$\begin{array}{r} 16 - 24 - 40 \\ \hline 8 - 12 - 20 \\ \hline 4 - 6 - 10 \\ \hline 2 - 3 - 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \text{divisores} \\ \text{comunes} \end{array} \right\}$$

$$\text{PESI} \Rightarrow \text{MCD} = 2 \times 2 \times 2$$

$$\therefore \text{MCD}(16; 24; 40) = 8 \quad \text{Rpta.: 8}$$



2. Calcula el MCD de 28; 32 y 20.

Resolución:

Resolución:

3. Calcula el MCM de 54 y 72.

Resolución:

Nivel avanzado

7. ¿Cuál es el menor número de modo que dividido entre 6; 5 y 8 da residuo igual a 3?

Resolución

Sea «N» el menor número, que cumple:

$$\stackrel{o}{N} = \stackrel{o}{6} + 3$$

$$\stackrel{o}{N} = \stackrel{o}{5} + 3$$

$$\stackrel{o}{N} = \stackrel{o}{8} + 3$$

Luego, se concluye:

$$\stackrel{o}{N} = \overline{\text{MCM}(6; 5; 8)} + 3$$

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 5 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{MCM}(6; 5; 8) = 120$$

$$\stackrel{o}{N} = \overline{120} + 3$$

$$N = 120 + 3 = 123$$

Rpta.: 123

8. ¿Cuál es el menor número de modo que dividido entre 7; 5 y 4, da residuo igual a 2?

Resolución:

Nivel intermedio

5. Determina el MCM de A y B, si:

$$A = 2^2 \times 3^5 \times 7^2$$

$$B = 2^4 \times 3 \times 5^2$$

Resolución

Aplicando el método de la descomposición canónica, tenemos:

$\text{MCM}(A, B) \Rightarrow$  todos los divisores primos con sus mayores exponentes.

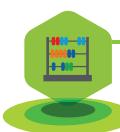
$$\Rightarrow \text{MCM}(A; B) = 2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

$$\text{Rpta.: } 2^4 \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$$

6. Determina el MCM de P y Q, si:

$$P = 3^2 \times 5^2 \times 7^3$$

$$Q = 2^4 \times 3^3 \times 5 \times 7^4$$



## Práctica

1. Calcula el MCD de A y B.

$$A = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$$

$$B = 360$$

- a)  $2^2 \times 3 \times 5^2$       d)  $2^3 \times 3^2 \times 5$   
b)  $2^3 \times 3^3 \times 5^2$       e)  $2^3 \times 5$   
c)  $3^2 \times 5$

Resolución:

2. Calcula el MCD de P y Q.

$$P = 2^5 \times 3^2 \times 7^3$$

$$Q = 2^3 \times 5^2 \times 7^2$$

- a)  $2^3 \times 7$       d)  $2^3 \times 5^2$   
b)  $2^3 \times 7^2$       e)  $2^3 \times 5^2 \times 7^2$   
c)  $2^3 \times 7^3$

Resolución:

3. Calcula el MCM de E y D.

$$E = 2 \times 5^2 \times 7^3$$

$$D = 280$$

- a)  $2^2 \times 5^2 \times 7^3$       d)  $2 \times 5 \times 7^2$   
b)  $2 \times 5 \times 7$       e)  $2^2 \times 5 \times 7^3$   
c)  $2^3 \times 5^2 \times 7^3$

Resolución:

4. Determina el MCD de P y Q.

$$P = 5 \times 35 \times 11^2$$

$$Q = 49 \times 5 \times 11^3$$

- a)  $5 \times 7 \times 11^3$       d)  $5 \times 7 \times 11^2$   
b)  $5 \times 11^2$       e)  $7 \times 11^2$   
c)  $5^2 \times 7^2 \times 11^3$

Resolución:

5. Calcula «k» si  $\text{MCD}(9k; 12k; 18k)$  es igual a 60.

- a) 18      d) 15  
b) 30      e) 20  
c) 10

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula «n» si MCM (3n; 4n; 6n) es igual a 720.

a) 60                          d) 80  
b) 100                        e) 120  
c) 30

Resolución:

2. Calcula «k», si: MCD(70 k; 80 k; 90 k) es igual a 360.

a) 36                              d) 72  
b) 24                              e) 48  
c) 32

Resolución:

3. Calcula el MCM de 80 y 90.

a) 1080                              d) 720  
b) 560                                e) 360  
c) 640

Resolución:

4. Calcula el MCM de 48; 32 y 24.

a) 64                                      d) 86  
b) 180                                    e) 96  
c) 92

Resolución:

5. Determina el MCD de 36 y 54.

a) 9                                      d) 6  
b) 18                                    e) 16  
c) 12

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Calcula el MCM de 360 y 240.
- a) 760                          d) 1080  
b) 360                          e) 720  
c) 960

Resolución:

2. Determina el MCD y MCM de 40 y 50, respectivamente.
- a) 20 y 100                          d) 10 y 1000  
b) 40 y 200                          e) 10 y 400  
c) 10 y 200

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Determina el MCM de P y Q.
- $P = 2^7 \times 3^5$   
 $Q = 3^6 \times 7^2$
- a)  $2^7 \times 3^5 \times 7$                           d)  $2^7 \times 3^6 \times 7^2$   
b)  $2^5 \times 3^5 \times 7^2$                           e)  $2^5 \times 7^2$   
c)  $3^5 \times 7^2$

Resolución:

4. Determina el MCM de A y B.

$$A = 2^3 \times 3^3 \times 5$$
$$B = 2^5 \times 3^2 \times 7$$

a)  $2^5 \times 5 \times 7$                           d)  $2^3 \times 5 \times 7$   
b)  $2^5 \times 3^3 \times 5 \times 7$                           e)  $2^5 \times 3^3 \times 7$   
c)  $2^5 \times 3^3 \times 5$

Resolución:

5. ¿Cuál es el menor número, de modo que dividido entre 5; 6 y 9 da residuo igual a 4?
- a) 102                          d) 104  
b) 92                          e) 94  
c) 96

Resolución:



## PROPIEDADES RELACIONADAS AL MCD Y MCM

### Propiedades del MCD

- El MCD de dos o más números PESI es igual a la unidad. Sean A y B números PESI.  
 $\Rightarrow \text{MCD}(A, B) = 1$
- El MCD de dos números divisibles entre sí, es el menor de ellos. Ejemplo: Sean los números 8 y 24  
 $\Rightarrow \text{MCD}(8; 24) = 8$  (el menor)
- Si dos números son multiplicados o divididos por una misma cantidad, el MCD quedará multiplicado o dividido por la misma cantidad.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Si } \text{MCD } (A, B) = 60 \\ \Rightarrow \text{MCD}(3A; 3B) = 3 \times 60 = 180 \\ \Rightarrow \text{MCD}\left(\frac{A}{5}; \frac{B}{5}\right) = \frac{60}{5} = 12 \end{aligned}$$

### Propiedades del MCM

- El MCM de dos o más números PESI (primos entre sí) es el producto de ellos. Sean A y B, que son PESI  
 $\Rightarrow \text{MCM}(A, B) = A \times B$   
Ejemplo:  
 $\text{MCM}(3; 7) = 3 \times 7 = 21$
- El MCM de dos números divisibles entre sí, es el mayor de ellos. Sean 6 y 24  
 $\Rightarrow \text{MCM}(6; 24) = 24$  (el mayor)
- Si dos números son multiplicados o divididos por un mismo número, el MCM quedará también multiplicado o dividido por ese mismo número.  
 $\Rightarrow \text{MCM}(A; B) = 60$

$$\Rightarrow \text{MCM}(2A; 2B) = 60 \times 2 = 120$$

$$\Rightarrow \text{MCM}\left(\frac{A}{5}; \frac{B}{5}\right) = \frac{60}{5} = 12$$

### Notas

Números PESI (primos entre sí)

Dos números cualesquiera serán PESI si y solo si comparten como único divisor común a la unidad, es decir, a ambos solamente se les puede dividir entre uno.

### Propiedad fundamental del MCD y el MCM

Sean los números A y B, se cumple:

$$\text{MCD}(A; B) \times \text{MCM}(A; B) = A \times B$$

¡Recuérdalo siempre!

Ejemplo:

Para los números 12 y 18 se tiene:

$$\underbrace{\text{MCD}(12; 18)}_{\begin{matrix} 6 \\ \times \\ 216 \end{matrix}} \times \underbrace{\text{MCM}(12; 18)}_{\begin{matrix} 36 \\ = \\ 216 \end{matrix}} = 12 \times 18$$

Quedando así comprobado.

### Recuerda

Para dos o más números diferentes, el MCD siempre es menor que el MCM. Si un número contiene a otro, el menor es el MCD y el mayor es el MCM.



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

- Calcula el  $\text{MCD}(3A, 3B)$ , si el  $\text{MCD}(A; B) = 18$ .

**Resolución:**

Por propiedad, si los números se multiplican por una cantidad «K», el MCD también queda multi-

plicado por esa cantidad «K». En el problema:

$$\text{MCD}(A; B) = 18$$

$$\times 3 \quad \text{MCD}(3A; 3B) = 18 \times 3 = 54$$



2. Calcula el  $\text{MCD}(4P; 4Q)$ , si se sabe que el  $\text{MCD}(P; Q) = 13$ .

Resolución:

6. Calcula el  $\text{MCD}(3A; 3B)$ , si el  $\text{MCM}(A; B) = 10$  y  $A \times B = 20$ .

Resolución:

3. Determina el  $\text{MCM}$  de  $3A$  y  $4B$ , si el  $\text{MCM}(15A; 20B) = 120$ .

Resolución:

4. Calcula el  $\text{MCM}$  de  $90$  y  $540$ .

Resolución:

### Nivel avanzado

7. Determina  $A + B$ .

$$A = \text{MCM}(14; 15)$$

$$B = \text{MCD}(36; 108)$$

Resolución

Por propiedad de números PESI

$$\checkmark \text{ MCM}(14; 15) = 14 \times 15 = 210$$
$$\Rightarrow A = 210$$

Por propiedad de números divisibles

$$\checkmark \text{ MCD}(36; 108) = 36 \text{ (el menor)}$$
$$\Rightarrow B = 36$$

Piden:  $A + B = 210 + 36 = 246$

8. Determina  $P + Q$ .

$$P = \text{MCM}(18; 7)$$

$$Q = \text{MCD}(24; 120)$$

Resolución:

### Nivel intermedio

5. Calcula el  $\text{MCD}(5P; 5Q)$ , si el  $\text{MCM}(P; Q) = 60$  y  $P \times Q = 300$

Resolución

Por la propiedad fundamental:

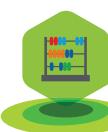
$$\text{MCD}(A; B) \times \text{MCM}(A; B) = A \times B$$

$$\Rightarrow \text{MCD}(P; Q) \times \underbrace{\text{MCM}(P; Q)}_{= 60} = P \times Q$$

$$\text{MCD}(P; Q) \times 60 = 300$$

$$\Rightarrow \text{MCD}(P; Q) = 5$$

$$\text{Piden: } \text{MCD}(5P; 5Q) = 5 \times 5 = 25.$$



## Práctica

1. Calcula « $a^3$ » si el  $\text{MCM}(40; 80) = 16a$ .

- |        |        |
|--------|--------|
| a) 625 | d) 200 |
| b) 125 | e) 25  |
| c) 5   |        |

Resolución:

2. Calcula el MCD y MCM de 27 y 29.

- |             |             |
|-------------|-------------|
| a) 1 y 683  | d) 1 y 783  |
| b) 27 y 29  | e) 27 y 783 |
| c) 29 y 783 |             |

Resolución:

3. Calcula el  $\text{MCD}(5A; 5B)$  si el  $\text{MCM}(A; B) = 180$  y  $A \times B = 540$ .

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 10 | d) 18 |
| b) 30 | e) 3  |
| c) 15 |       |

Resolución:

4. Calcula « $p - 3$ » si  $\text{MCM}(30; 90) = 9p$ .

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 7  | d) 10 |
| b) 13 | e) 8  |
| c) 9  |       |

Resolución:

5. Si  $2^3 \times 3 \times 5^m$  tiene 72 divisores, calcula « $m$ »

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 18 | d) 23 |
| b) 21 | e) 20 |
| c) 16 |       |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Calcula  $A + B$ .

$$A = \text{MCM}(36; 12)$$

$$B = \text{MCD}(3; 11)$$

- a) 38                                  d) 41  
b) 36                                   e) 35  
c) 37

Resolución:

2. Calcula « $m + 7$ », si  $\text{MCD}(38; 76) = 19$

$m$ .

- a) 11                                    d) 9  
b) 5                                      e) 7  
c) 10

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Determina el  $\text{MCM}(7M; 7N)$ , si  $\text{MCM}(M; N) = 100$ .

- a) 100                  d) 170
- b) 700                  e) 1400
- c) 70

Resolución:

4. Calcula el MCD y MCM de 23 y 31.

- a) 1 y 613                  d) 31 y 613
- b) 23 y 31                  e) 23 y 713
- c) 1 y 713

Resolución:

2. Determina el  $\text{MCM}(2A; 3B)$ , si  $\text{MCM}(10A; 15B) = 300$ .

- a) 150                  d) 60
- b) 70                  e) 80
- c) 50

Resolución:

**Nivel avanzado**

5. Determina  $A + B$ .

- $A = \text{MCM}(28; 33)$   
 $B = \text{MCD}(15; 43)$
- a) 939                  d) 941
  - b) 928                  e) 932
  - c) 829

Resolución:

**Nivel intermedio**

3. Calcula el  $\text{MCD}(3A; 3B)$ , si el  $\text{MCM}(A; B) = 140$  y  $A \times B = 980$ .

- a) 24                  d) 14
- b) 20                  e) 21
- c) 28

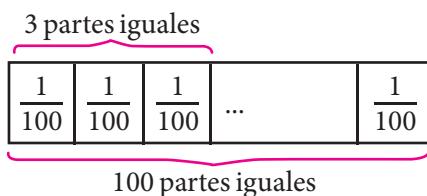
Resolución:



## TANTO POR CIENTO DE UNA CANTIDAD

### Tanto por ciento

Es el número de partes que se toman de una cantidad dividida en 100 partes iguales. Su notación es %.



### Notación

$$\frac{3}{100} \leftrightarrow 3\%$$

$$\therefore \% \leftrightarrow \frac{1}{100}$$

### Tanto por ciento notables

- $10\% \leftrightarrow \frac{10}{100} \leftrightarrow \frac{1}{10}$
- $20\% \leftrightarrow \frac{20}{100} \leftrightarrow \frac{1}{5}$
- $25\% \leftrightarrow \frac{25}{100} \leftrightarrow \frac{1}{4}$
- $50\% \leftrightarrow \frac{50}{100} \leftrightarrow \frac{1}{2}$
- $75\% \leftrightarrow \frac{75}{100} \leftrightarrow \frac{3}{4}$
- $100\% \leftrightarrow \frac{100}{100} \leftrightarrow 1$

### Porcentaje

Es el resultado de aplicar el tanto por ciento a una determinada cantidad.

### Notación

$$a\% \text{ de } b \text{ es } r$$

$$\Rightarrow \frac{a}{100} \times b = r$$

Observación  
de  
del  
de los } indican multiplicación

### Cálculo de porcentajes

1. Porcentaje de una cantidad

$$\text{El } a\% \text{ de } N = \frac{a}{100} \times N$$

Ejemplo:

$$\text{El } 20\% \text{ de } 60 = \frac{20}{100} \times 60 = 12$$

2. Cuando se tenga porcentaje de porcentaje  
Convertir cada una a fracción y luego se efectúa la multiplicación.

Ejemplo:

Calcula el 10% del 40% de 200.

$$\Rightarrow \frac{10}{100} \times \frac{40}{100} \times 200 = 8$$



### Trabajando en clase

#### Nivel básico

1. Relaciona con su equivalencia en fracción.

30%	•	•	$\frac{3}{4}$
40%	•	•	$\frac{1}{2}$
50%	•	•	$\frac{2}{5}$
75%	•	•	$\frac{3}{10}$

#### Resolución:

Recuerda:  $\% \leftrightarrow \frac{1}{100}$

Entonces, tenemos:

- ❖  $30\% \leftrightarrow \frac{30}{100} \leftrightarrow \frac{3}{10}$
- ❖  $40\% \leftrightarrow \frac{40}{100} \leftrightarrow \frac{2}{5}$



- ❖  $50\% < > \frac{50}{100} < > \frac{1}{2}$
- ❖  $75\% < > \frac{75}{100} < > \frac{3}{4}$

2. Relaciona con su equivalencia en fracción.

$60\%$	•	•	$\frac{9}{20}$
$35\%$	•	•	$\frac{1}{4}$
$45\%$	•	•	$\frac{3}{5}$
$25\%$	•	•	$\frac{7}{20}$

3. Calcula «A»;  $A = 30\%$  de 180.

Resolución:

4. Calcula «B»;  $B = 40\%$  del 10% de 500.

Resolución:

### Nivel intermedio

5. Determina A + B.

$$A = 15\% \text{ de } 40$$

$$B = 70\% \text{ del } 20\% \text{ de } 600$$

Resolución

$$A = \frac{15}{100} \times \frac{2}{4} \times 40 = 3 \times 2 = 6$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 2 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$B = \frac{70}{100} \times \frac{20}{100} \times 600 = 7 \times 2 \times 6 = 84$$

$$\text{Piden: } A + B = 6 + 84 = 90$$

$$\therefore A + B = 90$$

6. Determina P + Q.  
 $P = 60\% \text{ de } 90$   
 $Q = 20\% \text{ del } 10\% \text{ de } 900$

Resolución:

### Nivel avanzado

7. En un salón de clases hay 35 alumnos. Si el 60% son mujeres, ¿cuántos varones hay en dicho salón?

Resolución

Total de alumnos del salón = 35

Luego, tenemos:

$$\text{Mujeres} = 60\% \text{ de } 35$$

$$\text{Mujeres} = \frac{3}{100} \times \frac{7}{2} \times 35$$

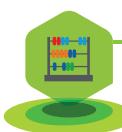
$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 7 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\text{Mujeres} = 21$$

$$\text{Piden: varones} = 35 - 21 = 14.$$

8. En una reunión hay 180 personas. Si el 70% de los asistentes son varones, ¿cuántas mujeres asistieron a dicha reunión?

Resolución:



## Práctica

1. Si Leonardo recorre el 48% de una calle de 1000m, ¿Cuántos metros avanzó?

a) 520 m                          d) 380 m  
b) 480 m                           e) 360 m  
c) 500 m

Resolución:

2. Calcula A + B.

A = 60% del 10% de 1200  
B = 25% de 2000

a) 560                              d) 572  
b) 602                              e) 624  
c) 875

Resolución:

3. Calcula el 40% el 25% del 9% de 13 000

a) 227                              d) 187  
b) 119                              e) 137  
c) 117

Resolución:

4. Determina «P – 120» si P = 40% de  $300 + 30\%$  de 400

a) 120                              d) 100  
b) 240                              e) 0  
c) 110

Resolución:

5. El 20% de un número es igual al 5% del 40% de 1000. ¿Cuál es el número?

a) 8                                    d) 5  
b) 9                                    e) 10  
c) 4

Resolución:



## Autoevaluación

1. ¿Cuánto es el 30% del 50% del 45% de 2400?

- a) 178
- b) 162
- c) 198
- d) 168
- e) 172

Resolución:

2. Calcula el 50% del 40% del 30% de 6000.

- a) 440
- b) 320
- c) 360
- d) 380
- e) 260

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Relaciona con su equivalencia en fracción.

$$20\% \quad \bullet \quad \bullet \quad \frac{13}{100}$$

$$40\% \quad \bullet \quad \bullet \quad \frac{1}{5}$$

$$65\% \quad \bullet \quad \bullet \quad \frac{13}{20}$$

$$13\% \quad \bullet \quad \bullet \quad \frac{2}{5}$$

Resolución:

Resolución:

2. Relaciona con su equivalencia en porcentaje.

$$\frac{3}{5} \quad \bullet \quad \bullet \quad 70\%$$

$$\frac{7}{10} \quad \bullet \quad \bullet \quad 100\%$$

$$\frac{11}{20} \quad \bullet \quad \bullet \quad 60\%$$

$$1 \quad \bullet \quad \bullet \quad 55\%$$

Resolución:

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Determina A + B.

$$A = 35\% \text{ de } 1600$$

$$B = 20\% \text{ del } 40\% \text{ de } 400$$

- a) 592                          d) 582  
b) 602                          e) 612  
c) 572

### Nivel avanzado

4. En un corral hay 6400 animales. Si se sabe que el 60% son vacas, ¿cuántas vacas hay en el corral?

- a) 3860                          d) 3940  
b) 3840                          e) 3680  
c) 3480

Resolución:

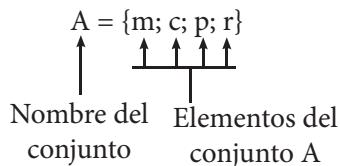


# TEORÍA DE CONJUNTOS

## I. Noción de conjunto

Conjunto es toda agrupación o reunión en la cual los objetos que lo conforman pueden ser abstractos o concretos y deben estar determinados sin ambigüedades.

### A. Notación



### B. Cardinal de un conjunto

Es el número que expresa la cantidad de elementos de un conjunto finito.

Ejemplo:

1.  $A = \{2; 3; 6; 7\}$   
 $n(A) = 4$
2.  $B = \{2; 3; \cancel{X}; 5\}$   
 $n(B) = 3$

### C. Relación de pertenencia e inclusión

#### Relación de pertenencia ( $\in$ )

Si  $m$  pertenece al conjunto  $A$ , escribimos:

$$m \in A$$

Ejemplo:  $A = \{2; \{3\}; 7\}$

- $2 \in A$
- $3 \notin A$
- $\{3\} \in A$
- $2; 7 \notin A$

#### Relación de inclusión ( $\subset$ )

Conjunto a conjunto.

Ejemplo:

$$A = \{2; 3; 7; 8; \{1\}\}$$

- $2 \not\subset A$
- $\{3\} \subset A$
- $\{1\} \not\subset A$
- $\{\{1\}\} \subset A$

## II. Determinación de un conjunto

### 1. Por comprensión

Cuando se da una característica que presentan todos los elementos de un conjunto.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} M &= \{\text{los días de la semana}\} \\ F &= \{x/x \in \mathbb{N}; x < 5\} \end{aligned}$$

### 2. Por extensión

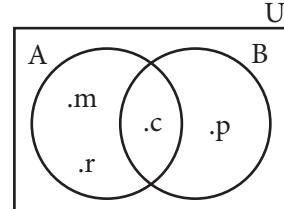
Se nombran de manera individual cada uno de sus elementos.

Ejemplo:

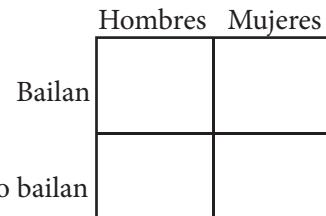
$$\begin{aligned} N &= \{\text{do; re; mi; fa; sol; la; si}\} \\ Q &= \{0; 1; 2; 3; 4\} \end{aligned}$$

## III. Gráfica de un conjunto

### Diagrama de Venn-Euler



### Diagrama de Lewis - Carroll



## IV. Clases de conjuntos

### A. Conjunto infinito

Número de elementos ilimitados.

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{-\infty; \dots; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

### B. Conjunto finito

#### 1. Conjunto vacío o nulo:

Se llama así al conjunto que carece de elementos; se denota:  $\emptyset$  ó {}.



Ejemplo:  $P = \{x/x \in \mathbb{N}; 1 < x < 2\}$

## 2. Conjunto unitario o singletón

Es el que tiene un solo elemento.

Ejemplo:

a.  $A = \{x/x \in \mathbb{N}; x < 1\}$

$$\rightarrow A = \{0\}$$

$$\rightarrow n(A) = 1$$

b.  $B = \{6; 6; 6; 6; 6\}$

$$\rightarrow n(B) = 1$$

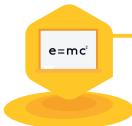
- c. Si  $C = \{5x; 60\}$  es un conjunto unitario, calcula « $x$ ».

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

## 3. Conjunto universal

Es el conjunto que sirve de referencia para el estudio de otros conjuntos incluidos en él.



## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Dado el conjunto:  $C = \{3; 2; 9; \{1\}; 4\}$ , determina el valor de verdad de las siguientes afirmaciones.

I)  $3 \in C \dots ( )$

II)  $\{9\} \subset C \dots ( )$

III)  $\{1\} \subset C \dots ( )$

IV)  $9 \notin C \dots ( )$

#### Resolución:

I) Verdadero (V), porque tal y como está es un elemento del conjunto  $C$ ,  $3 \in C$ .

II) Verdadero (V), porque  $\{9\} \subset C$ .

III)  $\{1\} \subset C$  es falso (F), porque  $\{1\} \in C$ .

IV) Falso (F), porque 9 si es un elemento de  $C$ .

2. Dado el conjunto  $A = \{2; 7; \{8\}; 12; 9\}$ , determina el valor de verdad de las siguientes afirmaciones:

I)  $\{8\} \subset A \dots ( )$

II)  $12 \in A \dots ( )$

III)  $12; 9 \in A \dots ( )$

IV)  $\{2; 7\} \subset A \dots ( )$

#### Resolución:

### Nivel intermedio

3. Si  $M = \{2; a; b\}$  es un conjunto unitario, calcula: « $a + b$ ».

#### Resolución

Si  $M$  es conjunto unitario,  $n(M) = 1$ .

Luego, tenemos:

$$2 = a = b$$

$$\rightarrow a = 2 \text{ y } b = 2$$

$$\therefore a + b = 2 + 2 = 4$$

4. Si  $R = \{8 - m; 7; n + 2\}$  es un conjunto unitario, calcula « $a + b$ ».

#### Resolución:

### Nivel avanzado

5. Determina por extensión el siguiente conjunto:  
 $R = \{2 m / m \in \mathbb{N}; 2 \leq m < 5\}$

#### Resolución

$$R = \{2 m / m \in \mathbb{N}; 2 \leq m < 5\}$$

↑  
Forma como aparecerá por extensión

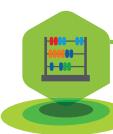
Condición de la variable

Tabulando, tenemos:

m	2m
2	$2(2) = 4$
3	$3(2) = 6$
4	$4(2) = 8 \Rightarrow R = \{4; 6; 8\}$

6. Determina por extensión el siguiente conjunto:  
 $A = \{x + 5 / x \in \mathbb{N}, 2 < x \leq 7\}$

#### Resolución:



## Práctica

1. Dado el conjunto:

$$P = \{1; 2; 1; 3; 1; 4\}$$

Determina:  $[n(P)]^2$ .

- |       |       |       |
|-------|-------|-------|
| a) 25 | c) 18 | e) 16 |
| b) 36 | d) 30 |       |

Resolución:

2. Si  $D = \{a + 5; 8; 4b\}$  es un conjunto unitario, calcula « $a + b$ »

- |      |      |
|------|------|
| a) 2 | d) 3 |
| b) 1 | e) 5 |
| c) 4 |      |

Resolución:

3. Si  $T = \{4; b + 1; c\}$  además  $T$  es un conjunto unitario, calcula « $b \times c$ »

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 15 | d) 10 |
| b) 16 | e) 12 |
| c) 8  |       |

Resolución:

4. Si  $T$  es un conjunto vacío y  $Q$  es un conjunto unitario, calcula  $n(T) \times n(Q)$

- |      |      |
|------|------|
| a) 0 | d) 3 |
| b) 1 | e) 4 |
| c) 2 |      |

Resolución:

5. Dado el conjunto universal:

$$U = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$

Además:

$$A = \{x/x \in U \wedge 9 < x < 10\}$$

$$B = \{x/x \in U \wedge 2 < x \leq 5\}$$

$$C = \{x/x \in U \wedge x \text{ es par}\}$$

Determina:  $n(A) + n(B) + n(C)$ .

- |      |      |      |
|------|------|------|
| a) 2 | c) 8 | e) 6 |
| b) 7 | d) 4 |      |

Resolución:



## Autoevaluación

1. Si  $Q = \{3b; 12; 4c\}$  es un conjunto unitario, determina « $c^b$ ».

- a) 64
- b) 81
- c) 128
- d) 27
- e) 32

Resolución:

2. Determina por comprensión el siguiente conjunto:

$$R = \{5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; 21\}$$

Resolución:



## Tarea

### Nivel básico

1. Sean los conjuntos:

$$A = \{2; 8; 5; 7; 2; 4\}$$

$$B = \{3; 7; 3; 7; 7\}$$

$$C = \{1; 1; 1; 2; 4; 1\}$$

Calcula:  $n(A) \times n(B) + n(C)$ .

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 10 | d) 11 |
| b) 9  | e) 13 |
| c) 12 |       |

Resolución:

2. Sea el conjunto:  $P = \{c; a; r; l; i; t; a\}$ , determina:  $[n(P)]^2$ .

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 36 | d) 16 |
| b) 25 | e) 64 |
| c) 49 |       |

Resolución:

### Nivel intermedio

3. Si  $B = \{a + 1; 9; b + 3\}$  es un conjunto unitario, calcula: « $a \times b$ ».

- |       |       |
|-------|-------|
| a) 48 | d) 72 |
| b) 42 | e) 63 |
| c) 49 |       |

Resolución:

4. Si  $A$  es un conjunto singletón y  $B$  es un conjunto vacío, calcula:  $[n(A) + n(B)]^{2014}$ .

- |         |      |
|---------|------|
| a) 1    | d) 2 |
| b) 0    | e) 5 |
| c) 2014 |      |

Resolución:

5. Determina por extensión el siguiente conjunto:

$$I = \{2x + 1/x \in \mathbb{N} \wedge 3 < x < 6\}$$

- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) I = {7; 9; 11}  | d) I = {{7; 13}}   |
| b) I = {9; 11}     | e) I = {7; 13; 15} |
| c) I = {9; 11; 13} |                    |

Resolución:



## OPERACIONES CON CONJUNTOS

### 1. Unión o reunión ( $\cup$ )

Está formado por todos los elementos de los conjuntos participantes.

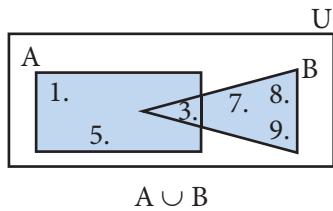
Ejemplo:

$$\text{Sea: } A = \{1; 3; 5\}$$

$$B = \{3; 7; 8; 9\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 8; 9\}$$

Gráficamente:



$$\text{Notación: } A \cup B = \{x/x \in A \text{ o } x \in B\}$$

### 2. Intersección ( $\cap$ )

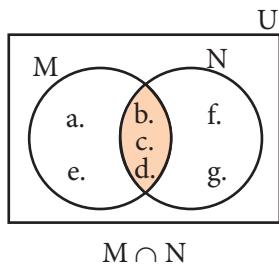
Está formado por los elementos que tienen en común los conjuntos participantes.

Ejemplo:

$$\text{Sea: } M = \{a; b; c; d; e\}$$

$$N = \{b; c; d; f; g\}$$

Gráficamente:



$$\text{Notación: } A \cap B = \{x/x \in A \text{ y } x \in B\}$$

### 3. Diferencia (-)

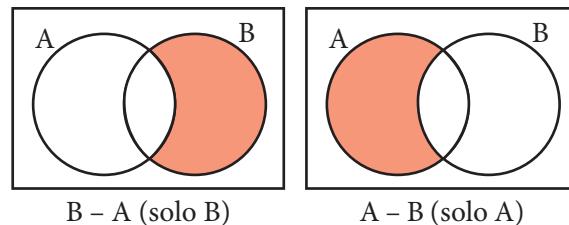
Dados los conjuntos A y B, se llama diferencia:  $A - B$ , al conjunto formado por todos los elementos que corresponden únicamente al conjunto A.

También se puede dar  $B - A$ , es decir, los elementos que corresponden únicamente a B.

$$\text{Notación: } A - B = \{x/x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x/x \in B \text{ y } x \notin A\}$$

Gráficamente:

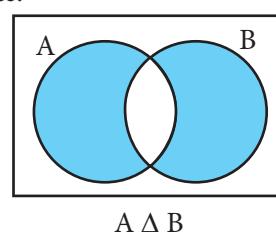


### 4. Diferencia simétrica ( $\Delta$ )

Dados los conjuntos A y B, se llama diferencia simétrica al conjunto formado por la unión de A y B, menos la intersección de A y B.

$$\text{Notación: } A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

Gráficamente:



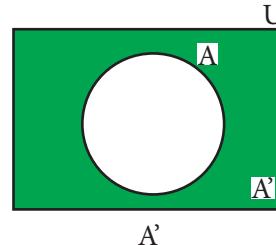
### 5. Complemento ( $A'$ )

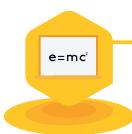
Dado el conjunto A, que está incluido en el universo U, se denomina complemento de A, al conjunto formado por todos los elementos que no pertenecen a A, pero sí al universo U.

$$\text{Notación: } A' = \{x/x \in U \text{ y } x \notin A\}$$

Es decir:  $A' = U - A$

Gráficamente:

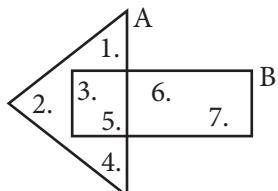




## Trabajando en clase

### Nivel básico

1. Determina:



a)  $A \cap B$

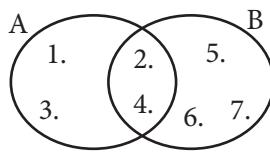
b)  $B - A$

**Resolución:**

Aplicando las operaciones, tenemos:

- ✓  $A \cap B$  los elementos comunes de A y B.  
 $\Rightarrow A \cap B = \{3; 5\}$
- ✓  $B - A$  únicamente los elementos de B.  
 $\Rightarrow B - A = \{6; 7\}$

2. Determina:



a)  $A \cup B$

b)  $A - B$

**Resolución:**

4. Calcula  $A \cup B$ , si:  $n(P) = 28$ ;  $n(Q) = 40$  y  $n(P \cap Q) = 19$ .

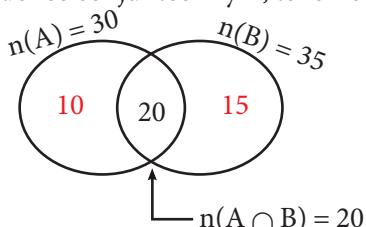
**Resolución:**

### Nivel intermedio

3. Calcula  $n(A \Delta B)$ , si:  $n(A) = 30$ ;  $n(B) = 35$  y  $n(A \cap B) = 20$ .

**Resolución**

Graficando los conjuntos A y B, tenemos:



Piden:

$$n(A \Delta B) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$$

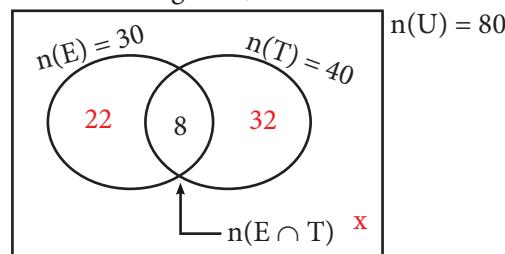
$$n(A \Delta B) = (30 + 35 + 10 + 15) - 20$$

$$n(A \Delta B) = 45 - 20 = 25$$

5. De un grupo de 80 personas, 30 estudian; 40 trabajan; 8 estudian y trabajan, ¿cuántos no estudian ni trabajan?

**Resolución**

Realizando el diagrama, tenemos:



Donde: E: estudian

T: trabajan

x: las que no estudian ni trabajan

Calculando «x».

$$\Rightarrow 22 + 8 + 32 + x = 80$$

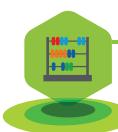
$$x = 80 - 62$$

$$x = 18$$

∴ 18 personas no estudian ni trabajan.

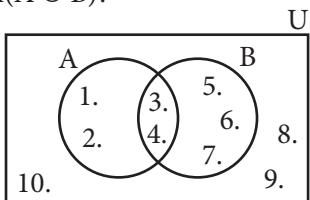
6. De 300 integrantes de un club deportivo, 160 se inscribieron en natación; 180 se inscribieron en gimnasia y 80 en ambos deportes, ¿cuántos participan en otros deportes?

**Resolución:**



## Práctica

1. Calcula  $n(A \cup B)$ :



- a) 7                          c) 3                          e) 8  
b) 4                          d) 5

Resolución:

2. Determina  $(M \cup N) - N$ , si:

$$M = \{1; 3; 5; 7; 11\}$$

$$N = \{5; 7; 11; 13; 15\}$$

- a)  $\{1; 3; 5\}$                           d)  $\{13; 15\}$   
b)  $\{1; 5; 7\}$                           e)  $\{1; 3\}$   
c)  $\{1; 5\}$

Resolución:

3. Calcula  $n(A \cup B)$ , si  $n(A) = 60$ ;  $n(B) = 40$  y  $n(A \cap B) = 28$

- a) 69                          d) 70  
b) 81                          e) 72  
c) 64

Resolución:

4. Determina  $A - B$ .

$$A = \{1; 7; 5; 8; 9\}$$

$$B = \{2; 5; 7; 11; 13\}$$

- a)  $\{1; 2; 7\}$                           d)  $\{2; 5; 7\}$   
b)  $\{1; 8; 9\}$                           e)  $\{1; 2; 5\}$   
c)  $\{1; 11; 13\}$

Resolución:

5. Del problema anterior, determina  $n(A \cap B)$ .

- a) 5                                  d) 4  
b) 1                                  e) 3  
c) 2

Resolución:



## Autoevaluación

1. Determina el conjunto  $P \cap Q$ .

$$P = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 6\}$$

$$Q = \{2; 4; 6; 8; 10\}$$

Resolución:

2. Calcula  $n(A \cap B)$ , si se sabe que  $n(A \cup B) = 28$ ,  $n(B - A) = 4$ ,  $n(A - B) = 18$

a) 6

b) 7

c) 9

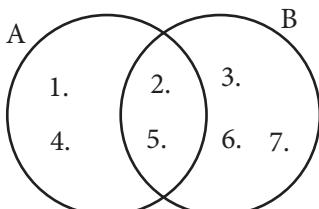
d) 4

e) 8

Resolución:

**Tarea****Nivel básico**

1. Determina:



- a)  $A \cap B$   
b)  $A - B$

Resolución:

2. Calcula:  $n(A \cap B)$ .

$$A = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 9\}$$

$$B = \{6; 7; 8; 11; 12\}$$

- a) 2                          d) 3  
b) 1                          e) 5  
c) 4

Resolución:

**Nivel intermedio**

3. Calcula  $n(A \Delta B)$ , si  $n(A) = 38$ ,  $n(B) = 36$  y  $n(A \cap B) = 18$ .

- a) 48                          d) 40  
b) 36                          e) 46  
c) 38

Resolución:

4. Calcula  $n(N \Delta M)$ , si  $n(M) = 50$ ;  $n(N) = 45$  y  $n(M \cap N) = 25$ .

- a) 35                          d) 38  
b) 40                          e) 45  
c) 50

Resolución:

5. En el mes de marzo, Luchito come pollo o pescado. Si 15 días come pollo; 22 días come pescado y 6 días come ambos, ¿cuántos días come solo pescado?

- a) 6                          c) 8                          e) 11  
b) 10                          d) 16

Resolución: