

UNIVERSITÀ DI PISA

---

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea Triennale in Informatica

Tesi di Laurea

# SIMILARITÀ DI SOTTOGRAFI NELLE RETI COMPLESSE

Relatori:

Prof. ROBERTO GROSSI

Prof. ANDREA MARINO

Laureando:

GASPARE FERRARO

---

ANNO ACCADEMICO 2016-2017



Ai miei genitori  
per non avermi tagliato i viveri



# Introduzione

Il T<sub>E</sub>X fu pensato ai lontani tempi in cui i terminali grafici erano un lusso stravagante e l'unico modo di comunicare coi calcolatori era di battere tasti della tastiera. Ancora oggi chi scrive in T<sub>E</sub>X deve inserire i comandi di formattazione mescolati al testo ed è meglio se ha un manuale a portata di mano. Per rialzare il morale basta che si rammenti che il T<sub>E</sub>X è ancora solidamente il più sofisticato sistema di impaginazione per testi scientifici, e che è gratis.

## 1 Prima sezione

Per cominciare a scrivere in T<sub>E</sub>X bisogna individuare i *caratteri speciali*, o *caratteri di controllo*, che servono a distinguere il testo dai comandi. Chi lavora con la tastiera italiana dovrà faticare all'inizio, perché alcuni di quei caratteri importanti si raggiungono solo attraverso certe combinazioni di tasti, che per di più cambiano da un sistema operativo a un altro. Consultate il manuale del vostro calcolatore o chiedete aiuto agli esperti se non vi raccapezzate.

Questa è un'equazione numerata:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2. \quad (1)$$

Notate il numero di equazione al margine destro. Ne ripareremo nel prossimo capitolo. Notate anche il numero di sezione. In questo esempio di tesi, le sezioni dell'introduzione sono numerate con un singolo numero, mentre nei capitoli seguenti... beh, guardate voi stessi.

- Il carattere speciale principe del T<sub>E</sub>X è il `\`, chiamato “*backslash*” (che significa grosso modo “fendente inverso”, da non confondere con `/`, che è lo “*slash*”, o linea di frazione), che serve per annunciare i comandi. Vi conviene imparare subito il suo posto sulla tastiera. Come carattere coincide con il segno meno della teoria degli insiemi ( $A \setminus B$ ), che però si raccomanda di ricavare col comando `\setminusminus`.
- Le *parentesi graffe* `{}` sono pure fondamentali e vanno individuate subito sulla tastiera. Servono per delimitare le zone di azione di un comando.

Quando le graffe vanno stampate, come nella formula  $\{a\}$ , basta farle precedere dal backslash: `\{a\}`.

- Il segno del *dollaro* `$` serve per delimitare le formule inglobate nel testo. Ad esempio per ottenere  $A \setminus B$  scriviamo `$A\setminus B$`.
- Gli *accenti* ‘ e ’ preceduti da backslash servono per accentare il carattere che segue: per ottenere à, è, é, ù si batte `\`a`, `\`e`, `\`e`, `\`u`. Addirittura la ì accentata è patologicamente complicata: si ottiene battendo `\i`. Se trovate farraginoso questo metodo di scrivere le lettere accentate, non siete gli unici. Per questo viene in aiuto il pacchetto “*inputenc*”, che viene caricato col comando

`\usepackage[latin1]{inputenc}`

(su windows o unix). Con questo pacchetto attivo il L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X interpreta correttamente gli accenti da tastiera `\`i`, `\`E`, `\`E`, ecc. Il backslash rimane per gli accenti e segni diacritici non italiani: `\o` per l’Hôpital, `\o` per Gödel, `\n` per España, `\c{c}` per garçon, ecc. Battendo due volte gli accenti, come in ‘*virgolette*’ si ottengono le “virgolette” aperte e chiuse.

- Il *percento* `%` dice al T<sub>E</sub>X di ignorare il resto della riga di input, per inserire “commenti” al testo sorgente che non andranno stampati.
- Il “*cappuccio*” `^` e la *sottolineatura* `_`, che servono soprattutto per gli esponenti e gli indici nelle formule: per avere  $a_i^2$  battere `$a_i^2$`, o, indifferentemente `$a^2_i$`.
- Le *parentesi quadre* `[]` e i segni di *disuguaglianza* `<>` servono nelle formule matematiche e in certe tastiere sono nascosti.
- L’ “*ampersand*”, o “e commerciale” `&`, che separa gli argomenti di un allineamento.
- La “*tilde*” `~`, che posta fra due parole vieta al T<sub>E</sub>X di andare a capo in quel punto. Per esempio scriveremo `Prof.~Tizio` se siamo pignoli e non vogliamo che “Prof.” càpiti a fine riga e “Tizio” sia spedito a capo. L’accento tilde sulla lettera seguente (come in España o São Paulo) si ottiene con `\~` (`España`, `São Paulo`). La tilde nelle formule matematiche è diversa: per avere  $\tilde{a}$  bisogna battere `$\tilde{a}$`.
- Lo “*hash*” `#` serve come segnaposto per gli argomenti delle funzioni. Troppo complicato da spiegare qui.

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>v</b>
1    Prima sezione . . . . .	v
<b>Elenco delle figure</b>	<b>ix</b>
<b>1  Rudimenti di T<sub>E</sub>X</b>	<b>1</b>
1.1  Spazi . . . . .	1
1.2  Trattini . . . . .	2
1.3  Accenti, lettere insolite, e cambi di font . . . . .	2
<b>2  Enunciati e figure</b>	<b>5</b>
2.1  Enunciati . . . . .	5
2.2  Formule . . . . .	6
<b>A  Come si fanno le appendici</b>	<b>9</b>
<b>B  Esempi di Citazioni Bibliografiche</b>	<b>11</b>
<b>C  Ambiente GNU/Linux (ad esempio Ubuntu)</b>	<b>13</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>15</b>





# Elenco delle figure

2.1	teor. di Pitagora . . . . .	6
-----	-----------------------------	---



# Capitolo 1

## Rudimenti di T<sub>E</sub>X

Raccogliamo qui alcune delle cose di base per un principiante di T<sub>E</sub>X.

### 1.1 Spazi

Uno o più spazi fra due parole del testo sorgente non fanno differenza: `uno due` ha lo stesso effetto di `uno      due`. Per terminare il paragrafo e avere il rientro nella riga seguente il modo consigliato è di lasciare una o più righe bianche dopo la fine del paragrafo. Un'alternativa è di scrivere `\par` alla fine del paragrafo.

Un'altra equazione numerata:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3. \quad (1.1)$$

La spaziatura verticale è gestita in gran parte automaticamente dal L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Se si vuole uno stacco è spesso meglio vedere se non sia il caso di introdurre una nuova `\section`, `\subsection`, `\subsubsection`, `itemize` o un enunciato (*osservazione*, *corollario* ecc.), e fidarsi della spaziatura automatica.

Se proprio si vuole inserire uno spazio manualmente si può usare il comando `\hspace{lunghezza}` per gli spazi orizzontali e `\vspace{lunghezza}` per gli spazi verticali. Per esempio scrivendo

`\hspace{1cm}`

si lascia uno spazio orizzontale di 1 centimetro. Per gli spazi verticali è meglio scegliere fra i seguenti tre spazi standardizzati piccolo, medio e grande:

`\smallskip`, `\medskip`, `\bigskip`.

## 1.2 Trattini

Il T<sub>E</sub>X distingue quattro tipi di trattini orizzontali. Notate come sono diversi per lunghezza, spessore e spaziatura.

- il trattino semplice (esempio: video-proiettore), che si ottiene battendo il tasto del trattino (o segno meno): `video-proiettore`.
- il trattino medio, che per quanto ne so si usa solo fra due numeri per indicare l'intervallo fra i due, per esempio nel citare le pagine da 15 a 21 di un libro potrò scrivere “p. 15–21”. Questo trattino si ottiene battendo due volte il tasto del trattino semplice: `p. 15--21`.
- il trattino lungo, poco usato in italiano, ma che in inglese è spesso usato per delimitare un inciso—come noi useremmo una parentesi. Si ottiene battendo tre volte il trattino semplice: `inciso---come`. Nella tipografia inglese non si lasciano spazi attorno al trattino lungo.
- il segno meno, che si usa nelle formule matematiche:  $a - 1$ . Si ottiene battendo il trattino semplice, ma all'interno di una formula: `$a-1$`. Qui i dollari servono per delimitare la formula.

Un'altra equazione numerata:

$$(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4. \quad (1.2)$$

Per come è settato questo esempio di tesi, il numero di equazione è una coppia il cui primo elemento è il numero di capitolo e il secondo è il numero di formula all'interno del capitolo. Per esempio, nella formula (1.1) di pag. 1 il primo ‘1’ si riferisce al capitolo (non alla sezione!) e il secondo ‘1’ alla formula. Fanno eccezione le formule dell'introduzione, il cui numero non è una coppia ma un singolo numero d'ordine (vedi la formula (1) di pag. v).

## 1.3 Accenti, lettere insolite, e cambi di font

Alcuni esempi di lettere o accenti stranieri:

Weierstraß	Weierstraß
Gödel	Gödel
naïve	naïve
Øystein	Øystein
Ångström	Ångström
Stanisław Świerczkowski	Stanis{\l}aw \’Swierczkowski
Pál Erdős	Pál Erd\H{o}s
Tōkyō	T\=oky\=o
L’Hôpital	L’Hôpital

Se ve ne servono degli altri consultate un manuale.

Varie *forme* dei caratteri e i comandi per ottenerle:

Testo normale (upright)	<code>\textup{Testo normale (upright)}</code>
<i>corsivo</i> (“ <i>italic</i> ”)	<code>\textit{corsivo ('‘italic’')}</code>
<i>inclinato</i> (“ <i>slanted</i> ”)	<code>\textsl{inclinato ('‘slanted’')}</code>
MAIUSCOLETTE (“SMALL CAPS”)	<code>\textsc{maiuscolette ('‘small caps’')}</code>

Varie *serie* (o pesantezza) di caratteri:

serie media (normale)	<code>\textmd{serie media (normale)}</code>
<b>serie grassetta</b> (“ <b>boldface</b> ”)	<code>\textbf{grassetto ('‘boldface’')}</code>

Varie *famiglie* di caratteri:

famiglia romana (normale)	<code>\textrm{famiglia romana (normale)}</code>
senza grazie (“sans serif”)	<code>\textsf{senza grazie ('‘sans serif’')}</code>
telescrivente (“‘typewriter’”)	<code>\texttt{telescrivente ('‘typewriter’')}</code>

Forme, serie e famiglie si possono combinare: battendo

`\textsf{\textbf{Cosa?}}`

si ottiene **Cosa?** Non tutte le combinazioni però sono supportate.

Attenzione! Una tesi di laurea non è il luogo per sbizzarrirsi con l'uso di caratteri strani. La parola d'ordine è *sobrietà* e da evitare sono le *pacchianate*. Normalmente non avrete bisogno di altro che di evidenziare qualche parola qua e là nel testo, e per questo si raccomanda di usare il comando `\emph`. Per esempio per produrre *testo enfatico* basta battere `\emph{testo enfatico}` e lasciare il resto al L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Chi deve inserire nel testo dei listati di programmi di calcolatore, si veda i manuali riguardo i comandi `\verb`, `\verbatim` e i pacchetti `verbatim`, `moreverb` e simili.

Il pacchetto `hyperref`, (chiamato automaticamente da `uniudtesi`, agevola i riferimenti a internet:

- gestisce automaticamente i font adatti, e
- rende “cliccabili” i riferimenti nelle versioni su schermo (dvi o pdf).

Per esempio, scrivendo `\url{http://www.dimi.uniud.it}` viene

`http://www.dimi.uniud.it`

# Capitolo 2

## Enunciati e figure

Il primo paragrafo dei capitoli non ha il rientro.  
Gli altri paragrafi hanno il rientro.

### 2.1 Enunciati

Ora seguono due enunciati, in carattere inclinato, che condividono la numerazione progressiva. Notare che la spaziatura è automatica!

**Teorema 2.1** (di Pitagora). *Il quadrato costruito sull'ipotenusa è uguale alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.*

*Dimostrazione.* Si osservi la figura 2.1 a pagina 6 (nel file `pdf` i riferimenti sono cliccabili). Il  $\text{\LaTeX}$  ha un suo modo di decidere se mettere la figura subito di seguito o spedirla in fondo alla pagina corrente o in cima alla pagina dopo, a seconda di quanto grande è la figura e di quanto spazio c'è.

Esistono anche modi per far girare i testo attorno alle figure. Chi vuole consulti i manuali.

Osservate comunque che in questo stile i paragrafi nelle dimostrazioni non hanno rientro e c'è un quadratino alla fine.  $\square$

**Definizione 2.2.** Si dice che la successione reale  $x_n$  tende a  $+\infty$  se per ogni  $M \in \mathbb{R}$  esiste  $n_M \in \mathbb{N}$  tale che per ogni  $n \geq n_M$  si ha che  $x_n \geq M$ .

Possiamo riferirci alla definizione 2.2 tramite la sua etichetta. Il riferimento sarà “cliccabile” se si è caricato il pacchetto `uniudtesi` (il quale chiama a sua volta `hyperref`.)

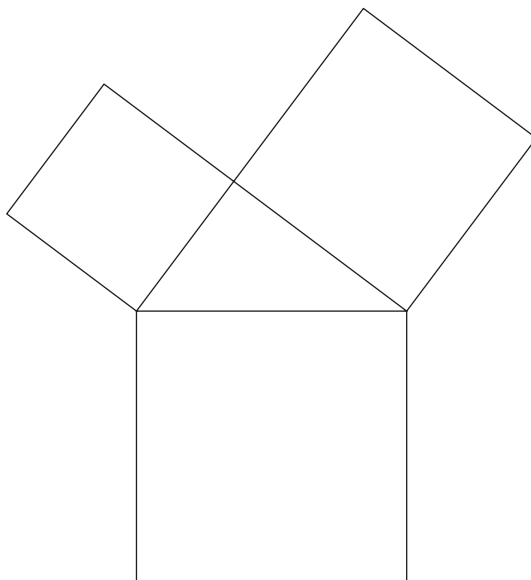


Figura 2.1: Triangolo rettangolo

## 2.2 Formule

Anche le formule si possono etichettare:

$$a + b. \tag{2.1}$$

La formula precedente dovrebbe essere la 2.1 (cliccabile). Non è obbligatorio numerare tutte le formule. Le formule non numerate si ottengono o con doppi dollari:

$$\dot{x} \quad \ddot{x} \quad \dddot{x} \quad \overset{\circ}{x}$$

o con l'asterisco:

$$\overset{\circ}{A} \quad \overset{*}{X} \quad \vec{x}$$

Testo mescolato a una formula:

$$x + y = 1 \text{ quindi } (x + y)^2 = 1 \tag{2.2}$$

$$(x + y)^2 \geq 0 \quad \text{per ogni } x, y \in \mathbb{R}$$

Carattere grassetto matematico:

$$\mathbf{y}$$



Allineamento di formule e tre modi di indicare la congruenza modulo  $n^2$ , con la seconda e terza formula numerate:

$$\begin{aligned} u &\equiv v + 1 \pmod{n!} \\ u &\equiv v + 1 \pmod{n^2} \end{aligned}$$

(2.3)

$$u \equiv v + 1 \pmod{n^2}$$

(2.4)

Una formula spezzata su due righe, ma trattata come un tutt'uno per il numero di formula:

$$\begin{aligned} f(x) &:= \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt + \\ &+ e^{-x} \end{aligned}$$

(2.5)

Due modi di scrivere le frazioni:

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}.$$

(2.6)

Una definizione per casi:

$$f(x) := \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

(2.7)

Matrici con e senza parentesi:

$$\begin{array}{cc} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Due formule di seguito senza allineamento:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(2.8)

$$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2) = a^4 - b^4$$

(2.9)

Un esempio di tavola:

gnats	gram	\$13.65
	each	.01
gnu	stuffed	92.50
emu		33.33
armadillo	frozen	8.99



# Appendice A

## Come si fanno le appendici

Le appendici si fanno con `\appendix` seguito da `\chapter{...}`



# Appendice B

## Esempi di Citazioni Bibliografiche

Pýrlå in [2] ha poi generalizzato i risultati di Bišker [1].

Il pacchetto `uniudtesi` carica automaticamente `hyperref`, che a sua volta rende “cliccabili” i riferimenti bibliografici nel documento elettronico.



# Appendice C

## Ambiente GNU/Linux (ad esempio Ubuntu)

Contributo di  
Leonardo Taglialegne

Gli ambienti GNU/Linux contengono parecchi strumenti utili per la stesura di una tesi di laurea, in particolare segnaliamo:

- Kile
- KBibTeX

Il primo è un editor per il  $\text{\LaTeX}$ , che include una tabella dei simboli, la visualizzazione della struttura, evidenziazione del codice e simili comodità, e nelle ultime versioni fornisce una visualizzazione in anteprima dei risultati di compilazione.

Il secondo è uno strumento di ricerca, modifica ed inserimento di citazioni in formato BibTeX.

I pacchetti relativi (ed altri utili) si installano, su ambienti Debian e Ubuntu con: `sudo apt-get install kile kile-l10n kbibtex texlive-science texlive-math-extra texlive-lang-italian`





# Bibliografia

- [1] J. Bišker, *On the elements of the empty set*. Mathematica Absurdica **132** (1999), 13–113.
- [2] U. Pърла, *Generalization of Bišker's theorem*. Paperopolis J. Math. **14** (2001), 125–132.