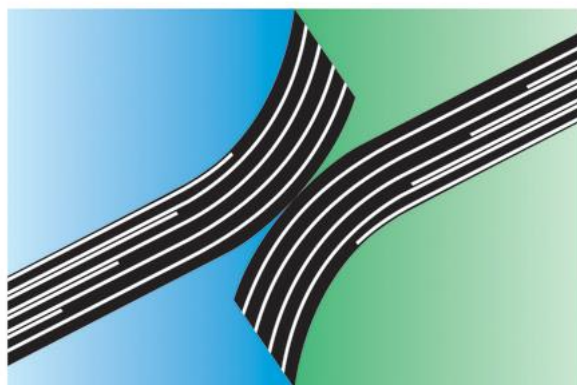


Univerza v Ljubljani
Fakulteta za strojništvo



Zobniško gonilo

Strojni elementi 2

2018 / 2019

Povzetek

1. Faza – Zasnova gonila in določitev obremenitev elementov gonil.

Avtor:	Gašper Bizjan
vpis. št.:	23170101
Datum:	24. 05. 2019
Asistent:	as. dr. Ivan Okorn

Kazalo vsebine

Uvod	3
Definicija naloge	3
Zahteve naloge	3
Skica in vhodni podatki	4
Prva faza poročila	5
Osnovni parametri gonila	5
Prestave zobniškega gonila	5
Dejanske vrtilne frekvence gredi	6
Vrtilni momenti na posameznih gredeh	6
Dejanski moči na agregatu in delovnem stroju	7
Ocena premerov gredi	8
Geometrijske veličine zobnikov	10
Število zob	10
Modul	11
Medosna razdalja	12
Širine in višine zobnikov	12
Premeri zobnikov	13
Konstrukcijska izvedba pastorka	14
Ležaji	15
Vgradnja kotalnih ležajev	15
Konstrukcijska risba	17
Obremenitve gredi in ležajev	17
Sila na zobnikih	17
Statika gredi 2	18
Vrednotenje kotalnih ležajev	24
Kontrola napetosti v kritičnem prerezu gredi	26
Kontrola upogibnih deformacij gredi	27
Vrednotenje gredne vezi	31
Vrednotenje valjastih zobnikov na bočno nosilnost	32
Tehnična dokumentacija	34
Zaključni komentar	35
Viri	35

Uvod

Zobniško gonilo je mehansko gonilo z enakomernim prenosom vrtilnega gibanja z gonilne gredi pogonskega motorja na gnano gred delovnega stroja. Njegova osnovna funkcija je prilagoditev vrtilnega momenta in frekvence vhodne gredi na tisti moment in frekvenco, ki sta potrebna na izhodni gredi.

Pri tej nalogi je obravnavan sistem valjastih zobniških dvojic.

Definicija naloge

Pri naši nalogi imamo štiripolni asinhronski elektromotor z močjo P_m in vrtilno frekvenco n_m , ki poganja preko reduktorja in jermenskega gonila s prestavo $i_j=1,5$ delovni stroj. Gred delovnega stroja se vrti z vrtilno frekvenco n_d , gred agregata pa z vrtilno frekvenco n_a .

75% razpoložljive moči na gredi 2 se porabi za pogon zobnika 4 in naprej za pogon delovnega stroja, preostanek pa za pogon agregata in pokrivanje izgub na gredi 2.

Tako moramo konstruirati in vrednotiti zobniško gonilo, ki bo zadostilo podanim zahtevam.

Dejanske vrtilne frekvence gredi agregata in delovnega stroja lahko odstopajo od podanih do 5%. Zobniki prve stopnje imajo modul m_1 , zobniki druge pa modul m_3 . Širina zobnikov naj bo cca. 10 do 15 modulov. Jermensko gonilo obremenjuje gred 3 s silo F_j .

Pri vrednotenju upoštevajte sledeče izgube: jermensko gonilo $\eta_j=0,96$, tesnilo $\eta_t=0,98$, zobniška dvojica $\eta_z=0,985$, ležaj $\eta_l=0,995$.

Zobnik 1 naj bo nameščen nad zobnikom 2 in ne v isti ravnini kot je shematsko prikazano na skici.

Zahteve naloge

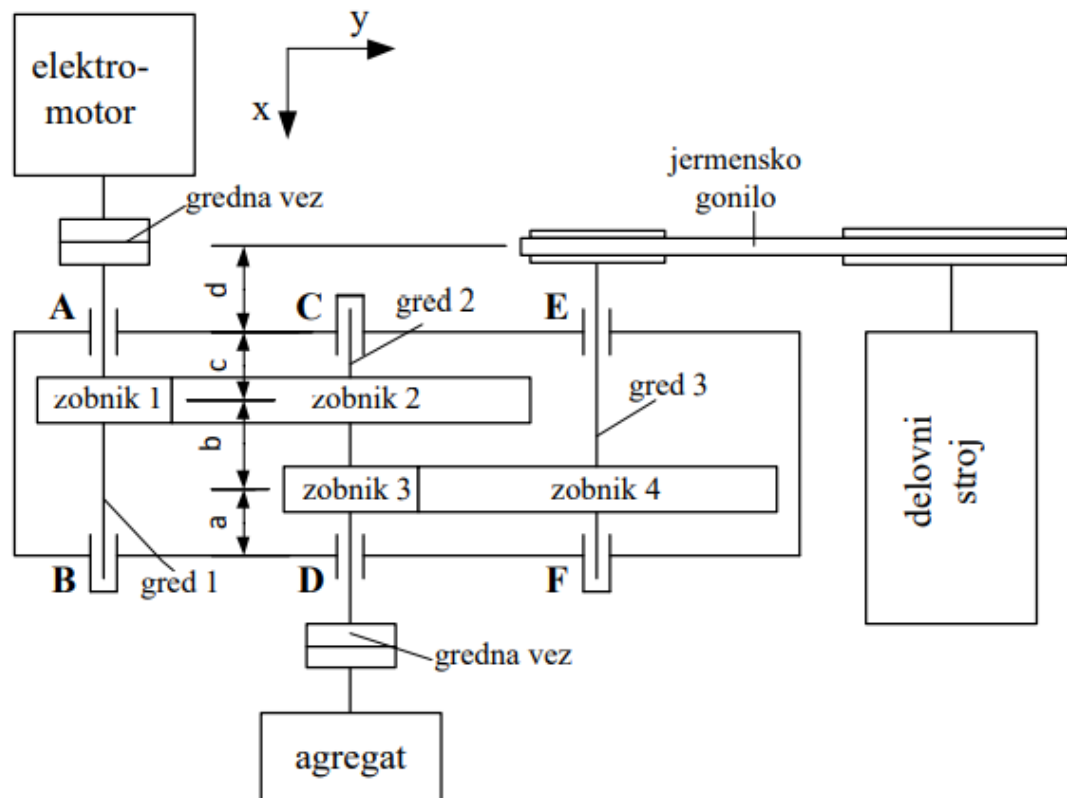
V prvi fazi naloge "Zobniško gonilo" :

1. Določimo prestavna razmerja, dejanske vrtilne frekvence gredi, vrtilne momente na posameznih gredeh in dejanski moči na agregatu in delovnem stroju.
2. Na podlagi znanih torzijskih momentov preliminarно izberemo premere gredi.
3. Določimo dimenzije vseh zobnikov in medosne razmike.
4. Glede na dimenzije gredi izberimo kotalne ležaje in jih vgradimo na gredi in v ohišje.
5. V merilu narišemo konstrukcijsko risbo zobniškega gonila. Na risbi kotirajmo vse mere, ki so pomembne za vrednotenje elementov gonila. Iz risbe mora biti razvidna funkcionalna vgradnja vseh uporabljenih elementov.
6. Določimo sile na zobnikih, obremenitev gredi 2 ter obremenitev ležajev na gredi 2. Narišemo diagrame notranjih sil in momentov za gred 2.

V drugi fazi naloge "Zobniško gonilo" :

1. Izračunamo dobo trajanja ležajev na gredi 2, ki naj bo vsaj 15000 obratovnih ur.
2. Kontrolirajmo gred 2 v najbolj obremenjenem kritičnem prerezu.
3. Kontrolirajmo povese gredi 3 pod jermenico in nagib jermenice ter ležaja E.
4. Vrednotimo gredno vez med zobnikom 2 in gredjo 2.
5. Določimo bočni tlak na zobniku 3 in izberemo ustrezen material zobnikov.
6. Narišemo sestavno risbo zobniškega gonila.
7. Narišemo delavniško risbo gredi 2.

Skica in vhodni podatki



Slika 1: Shema zobniškega gonila

Tabela 1: Podatki iz katerih izhajamo

Grupa	$P_m [kW]$	$n_m [\text{min}^{-1}]$	$n_d [\text{min}^{-1}]$	$n_a [\text{min}^{-1}]$	$m_1 [mm]$	$m_3 [mm]$	$F_j [kN]$
0	3	1420	110	430	2	3	1,5

Prva faza poročila

Osnovni parametri gonila

Prestave zobniškega gonila

Prestava gonila je definirana kot razmerje vrtilne hitrosti gonilnega kolesa (1) in vrtilne hitrosti gnanega kolesa (2). Velja tudi, da sta enaki obodni hitrosti obeh koles. Prestavo v primeru zobniških, verižnih in jermenskih gonilnih lahko izrazimo tudi kot razmerje števila zob. Tako velja:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (1)$$

n [min^{-1}].....frekvenca

ω [rad/s]..... obodna hitrost

d [mm]..... imenski premeri zobnikov

z št. zob

Podano imamo frekvenco vrtenja elektromotorja n_m in delovnega stroja n_d . Iz vhoda in izhoda lahko določimo skupno prestavno razmerje:

$$i = \frac{n_m}{n_d} = \frac{1420 \text{ min}^{-1}}{110 \text{ min}^{-1}} = 12,909 \quad (2)$$

Ker poznamo tudi vrtilno frekvenco agregata, ki je direktno povezan z drugo gredjo, ki pa je povezana preko zobnikov s prvo, ta pa z elektromotorjem, lahko določimo prestavno razmerje prvih dveh zobnikov.

$$i_{12} = \frac{n_m}{n_a} = \frac{1420 \text{ min}^{-1}}{430 \text{ min}^{-1}} = 3,302 \quad (3)$$

Manjka nam le še prestavno razmerje med zobnikoma 3 in 4. Velja, da je vsota vseh prestavnih razmerij enaka celotni prestavi sistema.

$$i = i_1 \cdot i_2 \cdot \dots \cdot i_n \quad (4)$$

$$i = i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_j$$

Podano imamo prestavo jermenskega gonila $i_j = 1,5$. Tako izračunamo zadnjo parcialno prestavo sistema:

$$i_{34} = \frac{i}{i_{12} \cdot i_j} = \frac{12,9}{3,3 \cdot 1,5} = 2,606 \quad (5)$$

Dejanske vrtilne frekvence gredi

Ker poznamo vrtilne frekvence gredi motorja n_a , agregata n_a in delovnega stroja n_d , ter vse parcialne prestave, lahko določimo vrtilne frekvence vseh gredi v zobniškem gonilu. Za gred 1 do 3 je vrtilna frekvenca:

$$\begin{aligned} n_1 &= n_m = 1420 \text{ min}^{-1} \\ n_2 &= \frac{n_1}{i_{12}} = \frac{1420 \text{ min}^{-1}}{3,3} = 430 \text{ min}^{-1} \\ n_3 &= \frac{n_2}{i_{34}} = \frac{430 \text{ min}^{-1}}{2,6} = 165 \text{ min}^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

Ker od začetne gredo do zadnje vrtilna hitrost pada, lahko predpostavimo, da je naše zobniško gonilo **reduktor**, kar pomeni, da bo moment na delovnem stroju večji kot pa na elektromotorju.

Vrtilni momenti na posameznih gredeh

Cilj gonila je pretvoriti neko začetno moč v nam bolj koristno obliko (z čim manj izgubami). V rotacijskem sistemu lahko moč P definiramo kot funkcijo torzijskega momenta M_t in obodne hitrosti ω_k . Iz znane zveze med frekvenco vrtenja in obodno hitrostjo zapišemo:

$$P = M_t \cdot \omega_k = M_t \cdot 2\pi \cdot n_k \quad (7)$$

Znana nam je začetna moč elektromotorja in vse vrtilne frekvence v sistemu – posledično poznamo začetni moment elektromotorja M_{tm} .

Z upoštevanjem izgub, ki izhajajo iz ležajev, tesnil in medzobniškega trenja, z upoštevanjem prestav, lahko dobimo moment na gonjeni gredi po enačbi:

$$M_{t_1} = M_{t_2} \cdot \eta \cdot i$$

Izračunamo posamezne torzijske momente v sistemu (upoštevamo še razdelitev na agregat in delovni stroj):

$$\begin{aligned} M_{tm} &= \frac{P_m}{\omega_m} = \frac{P_m}{2\pi n_m} = \frac{3kN}{2\pi \frac{1420}{60s}} = 20,17 Nm \\ M_{t_1} &= M_{tm} \cdot \eta_l^2 \cdot \eta_t = 19,57 Nm \\ M_{t_{z2}} &= M_{t_1} \cdot i_{12} \cdot \eta_z = 63,67 Nm \\ M_{t_2} &= M_{t_{z2}} \cdot \eta_l^2 \cdot \eta_t = 61,77 Nm \\ M_{ta} &= 0,25 \cdot M_{t_{z2}} \cdot \eta_l^2 \cdot \eta_t = 15,44 Nm \\ M_{t_3} &= 0,75 \cdot M_{t_{z2}} \cdot i_{34} \cdot \eta_z \cdot \eta_l^2 \cdot \eta_t = 118,9 Nm \\ M_{td} &= M_{t_3} \cdot i_j \cdot \eta_j = 171,26 Nm \end{aligned} \quad (8)$$

Iz motorja se moment (M_{tm}) prenese na gred 1 in zobnik 1 (M_{t_1}).

Nato se prenese na zobnik 2 $M_{t_{z_2}}$ in na gred 2 M_{t_2} . Od gredi 2 se moment razdeli.

25% gre v agregat in za pokrivanje izgub (M_{ta}), 75% (kar je na zobniku 2) pa na zobnik 3, preko njega pa na zobnik 4 (M_{t_3}).

Na koncu se preko gredi 3 in jermena prenese v delovni stroj (M_{td}).

Kot vidimo smo na izhodu dobili kar 5x večji moment kot smo ga imeli na začetku. To potrjuje, da je zobniško gonilo reduktor.

Dejanski moči na agregatu in delovnem stroju

Z znanimi vrtilnimi frekvencami in moment na gredeh agregata in delovnega stroja, lahko z enačbo (7) izračunamo dejanski moči agregata P_a in delovnega stroja P_d :

$$\begin{aligned} P_a &= \frac{M_{ta}}{\omega_a} = \frac{M_{ta}}{2\pi \cdot n_a} = 15,44 Nm \cdot 2\pi \cdot \frac{430}{60s} = 695,41W \\ P_d &= \frac{M_{td}}{\omega_d} = \frac{M_{td}}{2\pi \cdot n_d} = 171,26 Nm \cdot 2\pi \cdot \frac{110}{60s} = 1972,74W \end{aligned} \quad (9)$$

Preverimo celotni teoretični izkoristek zobniškega gonila:

$$\eta = \frac{P_a + P_d}{P} = \frac{695,41W + 1972,74W}{3000W} = 88,9\% \quad (10)$$

Vidimo, da izguba ni zanemarljiva tudi pri tako enostavnem gonilu. Vendar funkcionalnost pretvarjanja vhodne moči v poljubno hitrost vrtenja ali moment, ki nam jo omogoča zobniško gonilo, je neprecenljiva.

Ocena premerov gredi

Gredi prenašajo vrtilne momente in so obremenjena na torzijo in upogib. Trenutno poznamo le torzijske momente, ne poznamo pa upogibnih momentov, velikosti prereza, hrapavosti in zarezniških učinkov.

Toda premer gredi lahko v osnovi ocenimo po enačbi:

$$\tau_t = \frac{M_t}{\omega_p} = \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} \leq \tau_{t,dop} \quad (11)$$

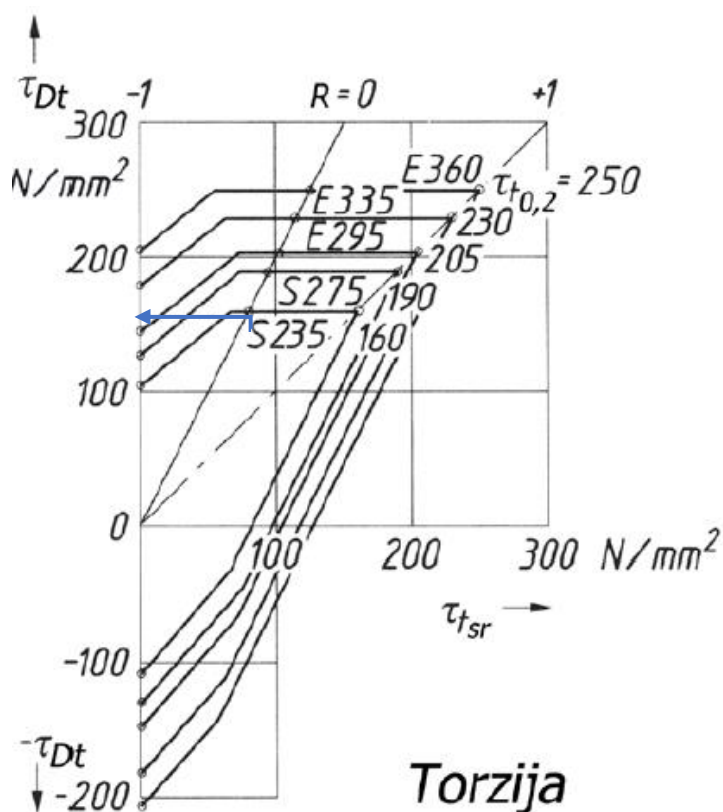
Izpostavimo premer:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{t,dop}}} \quad (12)$$

Dopustno napetost določimo preko trajne dinamične trdnosti gredi. Smer vrtenja našega delovnega stroja more biti konstantna. Tudi vse naše gredi se vrtijo le v eno smer in posledično lahko smatramo *utripno obremenitev* ($R=0$).

$$\tau_{t,dop} = \frac{\tau_{Dt}^{R=0}}{s_D} \approx \frac{\tau_{Dt}^{R=0}}{10} = \frac{155 \text{ N/mm}^2}{10} \quad (13)$$

V povečani varnosti s_D sta zajeta vpliv upogiba in zarezneža učinka. Trajne dinamične trdnosti razberemo iz Smithovega diagrama (slika 2). Odločimo se za osnovno *konstrukcijsko jeklo* S235.



Slika 2: Smithovi diagrami za gredi iz konstrukcijskega jekla

Sedaj lahko iz *enačbe (12)* izračunamo prvo oceno dimenzije vseh treh gredi:

$$\begin{aligned}d_1 &\geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t_1}}{\pi \cdot \tau_{t,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 19,57 Nm}{\pi \cdot 15,5 N/mm}} = 18,59 mm \approx 19 mm \\d_2 &\geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t_2}}{\pi \cdot \tau_{t,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 61,77 Nm}{\pi \cdot 15,5 N/mm}} = 27,27 mm \approx 28 mm \\d_3 &\geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{t_3}}{\pi \cdot \tau_{t,dop}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 118,93 Nm}{\pi \cdot 15,5 N/mm}} = 33,93 mm \approx 34 mm\end{aligned}\tag{14}$$

Geometrijske veličine zobnikov

Število zob

Število zob v zobniški dvojici je odvisno od parcialne prestave te zobniške dvojice.

$$z_2 = i \cdot z_1 \quad (15)$$

Kjer je z_2 število zob gnanega zobnika in z_1 število zob gonilnega zobnika oziroma pastorka. Pozorni moramo biti na mejno število zob $z_m = 17$, ki določa najmanjše možno število zob preden je potrebno opraviti pozitivni profilni pomik.

Število zob pastorka izberemo po nekaj napotkih:

- z večjim številom zob se večja (pri konstantnem modulu) tudi premer zobnika
- imamo reduktor: število zob se bo večalo
- vztrajnostni moment z velikostjo zobnika narašča; pri velikih hitrostih je dobro imeti čim manjši zobnik

Pri izbiri si lahko tudi pomagamo s tabelo priporočil (*Tabela 2*).

Tabela 2: Priporočilo za izbiro števila zob pastorka

a) glede na obratovalne zahteve

Zahteve	Primeri uporabe	z_1
Korenska in bočna trdnost izravnani	Gonila v splošnem strojništvu (majhne in srednje vrtilne frekvence)	20...30
Korenska trdnost pomembnejša od bočne trdnosti	Dvigala, nekatera vozila	14...20
Bočna trdnost pomembnejša od korenske trdnosti	Močno obremenjena hitrotekoča gonila, ki trajno obratujejo	>35
Zelo miren in tih tek	Hitrotekoča gonila	

b) glede na toplotno obdelavo in prestavo

Toplotna obdelava materiala zobnika	i	Število zob z_1 pri prestavi i			
		1	2	3	4
Poboljšanje do 230 HB		32...60	29...55	25...50	22...45
Poboljšanje nad 230 HB		30...50	27...45	23...40	20...35
Nitirano		24...40	21...35	19...31	16...26
Cementirano		21...32	19...29	16...25	14...22
Nodularna litina		26...45	23...40	21...35	18...30

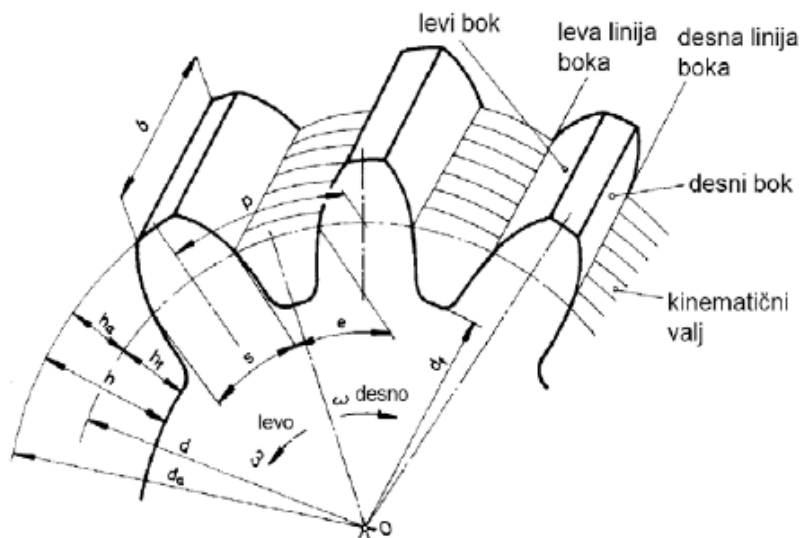
Uporabimo b) del tabele in izberemo:

- pri prestavi $i_{12} = 3,3$ število zob $z_1 = 17$ (Nitirana površina zobnika ali podobna trdota)
- pri prestavi $i_{34} = 2,6$ število zob $z_3 = 24$ (Nitirana površina zobnika ali podobna trdota)

Izračunajmo neznano število zob za zobniška para. Število zob zaokrožimo na celoštevilsko vrednost.

$$\begin{aligned} z_2 &= z_1 \cdot i_{12} = 17 \cdot 3,3 = 56,14 \approx 56 \\ z_4 &= z_3 \cdot i_{34} = 24 \cdot 2,6 = 62,55 \approx 63 \end{aligned} \quad (16)$$

Modul



Slika 3: Dimenzije valjastega zobnika

Definirajmo modul zobnika:

$$\begin{aligned}\pi \cdot d_1 &= p \cdot z_1 \\ d_1 &= \frac{p}{\pi} \cdot z_1 = m \cdot z_1 \\ m &= \frac{p}{\pi}\end{aligned}\tag{17}$$

p [mm] delitev
 m [mm] modul
 z imenski premeri zobnikov
 d [mm] premer razdelnega kroga

Moduli zobnikov v isti zobniški dvojici imajo enako delitev in modul. V našem primeru imamo podana dva modula za obe zobniški dvojici.

Ločimo normalni modul m_n in čelni modul m_t . V našem primeru je to:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}\tag{18}$$

β predstavlja kot pri zobnikih s poševnimi zobmi. Tu definiramo naše zobnike kot ravne in je torej $\beta = 0^\circ$, ter $m_t = m_n = m$.

Medosna razdalja

Razdaljo med centrosoma dveh zobnikov v zobniški dvojici imenujemo medosna razdalja.

Določimo medosno razdaljo a_{12} prvih dveh zobnikov in medosno razdaljo a_{34} drugih dveh zobnikov.

Medosna razdalja nekorrigiranega ozobja

Nekorigirana medosna razdalja zobnikov z_1 in z_2 :

$$\begin{aligned}d_1 &= m_{n_1} \cdot z_1 = \frac{m_{n_1}}{\cos \beta} \cdot z_1 = 2\text{mm} \cdot 17 = 34\text{mm} \\d_2 &= m_{n_1} \cdot z_2 = \frac{m_{n_1}}{\cos \beta} \cdot z_2 = 2\text{mm} \cdot 56 = 112\text{mm} \\a_{d12} &= \frac{d_1 + d_2}{2} = 73\text{mm}\end{aligned}\quad (19)$$

Nekorigirana medosna razdalja zobnikov z_3 in z_4 :

$$\begin{aligned}d_3 &= m_{n_3} \cdot z_3 = \frac{m_{n_3}}{\cos \beta} \cdot z_3 = 3\text{mm} \cdot 24 = 72\text{mm} \\d_4 &= m_{n_3} \cdot z_4 = \frac{m_{n_3}}{\cos \beta} \cdot z_4 = 3\text{mm} \cdot 63 = 189\text{mm} \\a_{d34} &= \frac{d_3 + d_4}{2} = 130,5\text{mm}\end{aligned}\quad (20)$$

Dejanska medosna razdalja

Ker imamo ravno ozobje in ne izvajamo profilnega pomika – torej korekcija ni potrebna ($z \geq 17$), je dejanska medosna razdalja enaka kot pri nekorigiranem:

$$\begin{aligned}a &= a_d \\a_{12} &= a_{d12} = 73\text{mm} \\a_{34} &= a_{d34} = 130,5\text{mm}\end{aligned}\quad (21)$$

Širine in višine zobnikov

Širina

Pri določanju širine zobnika upoštevamo konstrukcijski pogoj, ki pravi, da je razmerje širine zobnika 10 do 15 modulov $\psi_m = \frac{b_1}{m_n} = 10$ do 15. Vzemimo $\psi_m = 10$:

$$\begin{aligned}b_{12} &= 10 \cdot m_1 = 10 \cdot 2\text{mm} = 20\text{mm} \\b_{34} &= 10 \cdot m_3 = 10 \cdot 2\text{mm} = 20\text{mm}\end{aligned}\quad (22)$$

Kjer je b_{12} širina prvih dveh zobnikov, b_{34} pa širina drugih dveh. Na podlagi ψ_m definiramo osnovne pogoje uležajenja in tolerančni razred ozobja (Tabela 3).

Tabela 3: Razmerje širine zobnika in modula

Uležajenje	Tolerančni razred ozobja	$\psi_m = b_1/m_n$
Jeklena konstrukcija, lahko ohišje	11...12	10...15
Jeklena konstrukcija ali plavajoči pastorek	8...9	15...25
Dobro uležajenje v ohišju	6...7	20...30
Natančno paralelno in togo uležajenje	6...7	25...35
$b/d_1 \leq 1$ natančno paralelno, togo uležajenje	5...6	40...60

V osnovi bomo kasneje konstruirali jekleno lahko ohišje – za uležajenje gredi ni zahtevana prevelika natančnost.

Višina

Določimo različne višine za vse štiri zobnike. Višine so prikazane na *Sliki 3* in jih določimo z sledečimi enačbami:

- zobnika 1 in 2:

$$h_{a_{12}} = 1 \cdot m_{n_1} = 1 \cdot 2mm = 2mm$$

$$h_{f_{12}} = 1,25 \cdot m_{n_1} = 1,25 \cdot 2mm = 2,5mm$$

$$h_{12} = 2,25 \cdot m_{n_1} = 2,25 \cdot 2mm = 4,5mm$$

- zobnika 3 in 4:

$$h_{a_{34}} = 1 \cdot m_{n_1} = 1 \cdot 3mm = 3mm$$

$$h_{f_{34}} = 1,25 \cdot m_{n_3} = 1,25 \cdot 3mm = 3,75mm \quad (24)$$

$$h_{34} = 2,25 \cdot m_{n_3} = 2,25 \cdot 3mm = 6,75mm$$

Premeri zobnikov

Za ozobje kjer ni profilnega pomika veljajo naslednje enačbe, s katerimi lahko določimo različne premere zob vidne na *sliki 3*.

Premere osnovnih krogov d smo že določili z enačbama (19) in (20). Zunanji d_a in notranji premer d_f zobnikov določimo sledeče:

$$\begin{aligned} d_a &= d + 2 \cdot m_n \\ d_f &= d - 2,5 \cdot m_n \end{aligned} \quad (25)$$

Tabela 4: Premeri zobnikov

Zobnik z_n	$d [mm]$	$d_a [mm]$	$d_f [mm]$
1	34	38	29
2	112	116	107
3	72	78	64,5
4	189	195	181,5

Konstruktivska izvedba pastorka

Manjši zobnik v zobniški dvojici imenujemo pastorek. Izvajamo ga lahko na dva načina. Lahko je izdelan skupaj z gredjo (Slika 4a) ali pa sta gred in zobnik povezana preko gredne vezi (Slika 4b).

Zagotoviti moramo, da so razdelni premeri zobnika usklajeni s premerom gredi (da je izvedljiva njuna povezava).

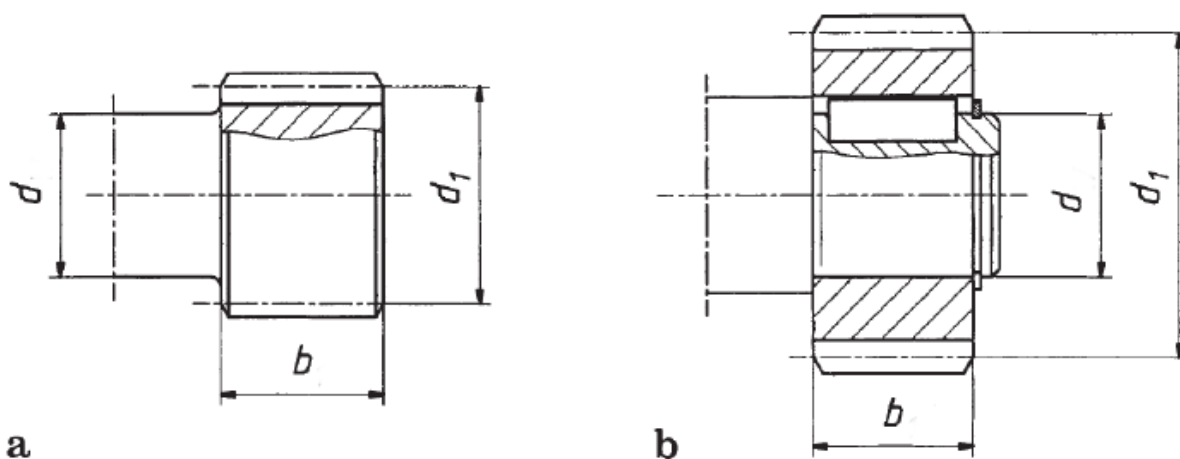
Najmanjši dovoljeni premeri pri znanih gredi znašajo:

a) primer:

$$d_1 \approx (1,2 \dots 1,4) \cdot d \quad (26)$$

b) primer:

$$d_1 \approx (2 \dots 2,5) \cdot d \quad (27)$$



Slika 4: Oblikovanje pastorka

Z upoštevanjem najmanjšega premera gredi in vseh vgrajenih elementov (ležaji, tesnila, puše) določimo premere gredi d_g na mestu kjer bodo zobniki.

Tabela 5: dovoljeni premeri pastorka a) primer

Gred z_n	d_g [mm]	d_{od} [mm]	d_{do} [mm]
1	24	28,8	33,6
2	35	42	107
3	45	54	63

Tabela 6: dovoljeni premeri pastorka b) primer

Gred z_n	d_g [mm]	d_{od} [mm]	d_{do} [mm]
1	24	48	60
2	35	70	87,5
3	45	90	112,5

Z primerjanjem osnovnih krogov z dobljenimi pogoji ugotovimo sledeče:

- prvi pastorek oz. *zobnik 1* je premajhen za (b) izvedbo in bo del gredi (a)
- drugi pastorek oz. *zobnik 3* bo narejen z gredno vezjo (b)
- vsi ostali zobniki ležijo v ali nad zgornjimi mejami in bodo narejeni z (b) izvedbo

Ležaji

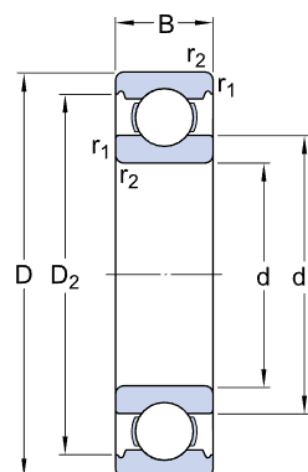
Ležaj je strojni element, ki omogoča pritrditev vrtečih delov in hkrati prenaša obremenitve z vrtečih se delov na mirujoči del naprave.

Z dokončno določenimi zobniki in premeri gredi na njihovem mestu, se lahko lotimo primarne izbire kotalnih ležajev in njihove vgradnje.

Za vgradnjo kotalnega ležaja so pomembne zunanje mere ležaja, kot so zunanji premer D , notranji premer d širina ležaja B in radij zaokrožitve robu r . Na vse gredi bodo nameščeni ustrezni **enoredni kroglični ležaji**. Na posamezni gredi bosta po dva sledeča ležaja (*prevzeto po katalogu SKF*):

Tabela 6: Izbrani ležaji

Gred	Ležaj	d [mm]	D [mm]	B [mm]	r [mm]	Tesnilo
1	60 04	20	42	12	0,6	20X32X7
2	60 06	30	55	13	1,0	30x44x7
3	60 08	40	68	15	1,0	40x52x7



Slika 5: dimenzije ležajev

Vgradnja kotalnih ležajev

Pogosta napaka vgradnje ležajev je vpetost obeh ležajev gredi in posledično statično predoločenost. Pri spremembi temperature se gred raztegne in kroglice se stisnejo. Takšen ležaj se težko vrti in ima kratko življenjsko dobo. Zato so pravilni načini uležajenja sledeči.

Ločimo več načinov vležajenja gredi:

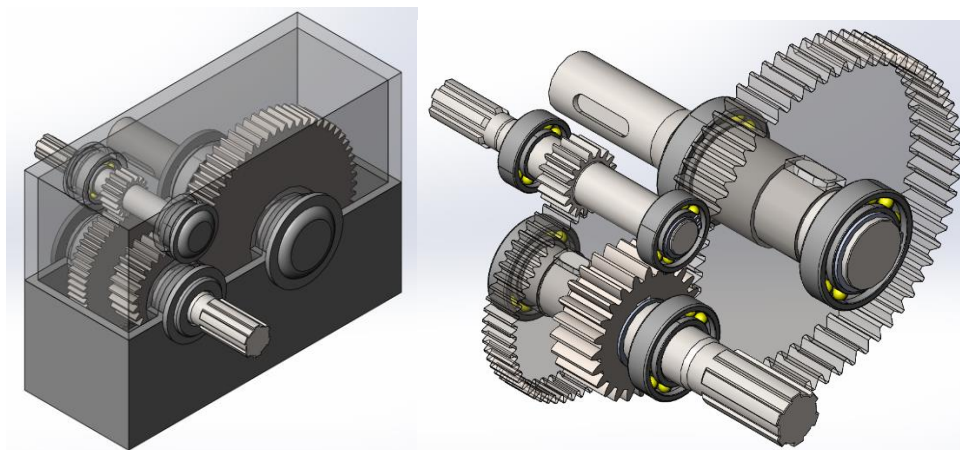
- vležajenje s prostim in vpetim ležajem
- plavajoče vležajenje
- vležajenje z nastavljivo zračnostjo

Vgradnja na prvo gred

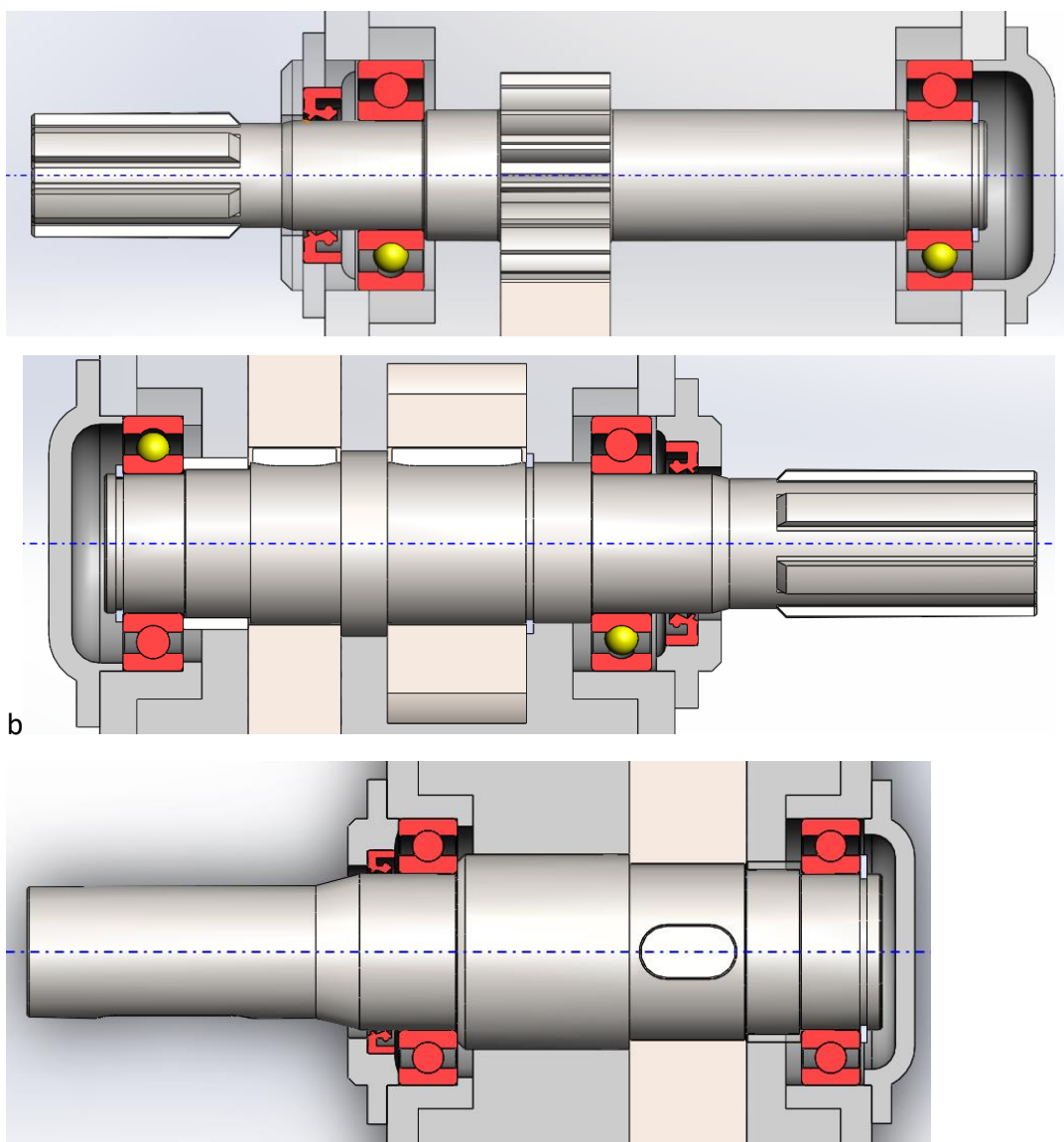
Prva gred se nahaja v drugi ravnini kot preostali dve gredi. Iz vidika izdelave ohišja to pomeni, da bi morali imeti tega iz treh delov, če bi želeli nameščanje gredi z odpiranjem. Odločimo se za boljšo izvedbo. V primeru, da so zunanji premeri ležajev največji element na gredi (premer večji od premera zobnika), lahko celotno, že uležano gred, porinemo v ohišje skozi luknje in nato namestimo pokrove. Pri prvi gredi se odločimo za plavajoče vležajenje (to lahko storimo, saj ni aksialnih sil)

Vgradnja na drugo in tretjo gred

Drugo in tretjo gred, ki se nahajata na isti višini in v isti ravnini, bomo v ohišje postavili tako, da na mestu gredi ohišje odpremo. Tako ne potrebujemo ležajev večjih od zobnikov in gred položimo na pravo mesto v ohišju. Tu lahko vležajamo z enim prostim in na drugi strani v celoti fiksnim ležajem.



Slika 6: 3D model zobniškega gonila



Slika 7: gred 1, 2 in 3 z elementi

Konstruktivska risba

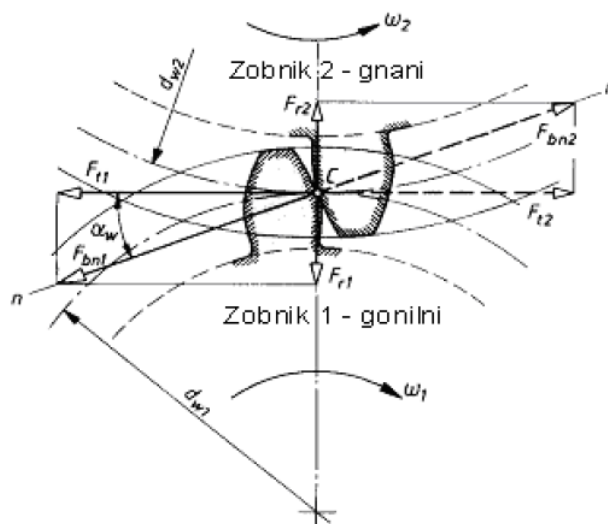
Konstruktivska risba se nahaja kot *priloga 1* v poročilu. Kasneje jo nadomesti celotna tehnična dokumentacija.

Obremenitve gredi in ležajev

Sila na zobnikih

Sila na zob deluje v smeri normale na bok zoba. Razstavimo jo na tangencialno silo F_t in radialno silo F_r . Tangencialna sila deluje na zob zobnika v smeri vrtenja (povzroča vrtenje). Radialna sila pa je usmerjena v središče zobnika.

Kot velja, da vedno delujeta dva zobnika v paru velja tudi za sile. Na gnanem zobniku delujeta nasprotno enake tangencialne in radialne sile, ki so na gonilnem zobniku.



Slika 8: Sile na zobniku z ravnimi zobmi

Obodna (tangencialno) sila:

$$|F_{t1}| = |F_{t2}| = \frac{2 \cdot M_{t1}}{d_1} = \frac{2 \cdot M_{t2}}{d_2} \quad (28)$$

in radialna sila:

$$|F_{r2}| = |F_{r1}| = F_{t1} \cdot \tan \alpha_w = F_{t1} \cdot \tan 20^\circ \quad (29)$$

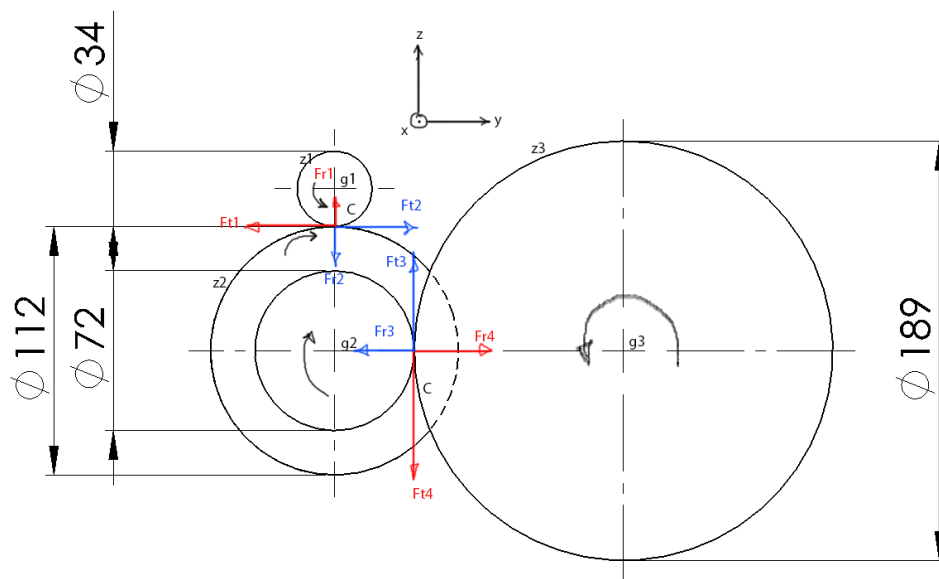
Poznamo tudi aksialno silo:

$$|F_{a1}| = |F_{a2}| = F_{t1} \cdot \tan \beta = 0 \quad (30)$$

Kot vidimo iz enačbe ni prisotna v našem gonilu, kar pomeni, da gonilo ne prenaša sil v aksialni smeri.

Zaradi izgub dejanski sili v paru nista popolnoma enaki. Praviloma izgube zanemarimo in računamo z momenti, ki delujejo na gonilnem zobniku.

Za določitev vseh sil na zobnikih lahko računamo sile, ki delujejo na gred 2 (Slika 7).



Slika 9: Shema sil na zobnike gredi 2

Sile med zobnikoma 1 in 2

$$|F_{t_1}| = |F_{t_2}| = \frac{2 \cdot M_{t_1}}{d_1} = \frac{2 \cdot 19,57 \text{ Nm}}{34 \text{ mm}} = 1151,403 \text{ N} \quad (31)$$

$$|F_{r_2}| = |F_{r_1}| = F_{t_1} \cdot \tan 20^\circ = 1151,4 \text{ N} \cdot \tan 20^\circ = 419,077 \text{ N} \quad (32)$$

Sile med zobnikoma 3 in 4

$$|F_{t_3}| = |F_{t_4}| = \frac{2 \cdot M_{t_{z_3}}}{d_3} = \frac{2 \cdot 0,75 \cdot M_{t_1} \cdot i_{12} \cdot \eta_z}{d_3} = \frac{2 \cdot 0,75 \cdot 19,57 \text{ Nm} \cdot 3,3 \cdot 0,958}{72 \text{ mm}} = 1326,45 \text{ N} \quad (33)$$

$$|F_{r_3}| = |F_{r_4}| = F_{t_3} \cdot \tan 20^\circ = 1326,45 \text{ N} \cdot \tan 20^\circ = 482,79 \text{ N} \quad (34)$$

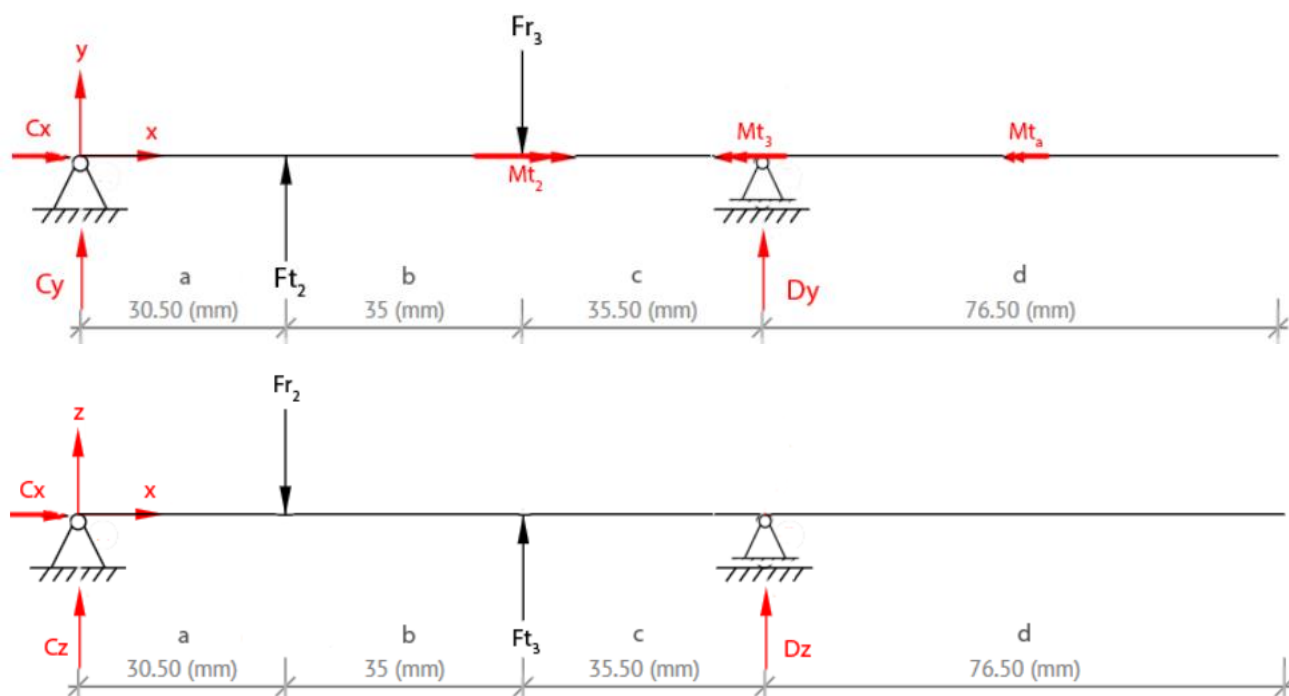
Statika gredi 2

Gred 2 statično predstavimo kot linijski nosilec z dvema podporama. Podpore so ležaji – sile, ki na njih delujejo, določimo z reakcijami v podporah.

Sile na gred delujejo v dveh ravninah, zato jih razstavimo na komponente.

Obodna sila deluje tangentno na rob gredi. Ker je nosilec brez debeline naredimo redukcijo sile F_t v sredino gredi. Zraven dobimo torzijski moment gredi M_{t_2} . Ta moment se porabi za pogon naslednje gredi v gonilu in za pogon agregata. Ker torzijske momente že poznamo (enačba 8) jih ne računamo.

Poleg sil v ležajih izračunamo še notranje sile in upogibni moment gredi 2. Vse veličine (notranje sile, torzijo in upogibni moment) predstavimo v NTM diagramu.



Slika 10: Shema reakcij v nosilcu x-y prereza (zgoraj) in x-z prereza (spodaj)

Razdalje

Na sliki 8 zgoraj vidimo razdalje med posameznimi elementi na gredi. Iz konstrukcijske risbe lahko te razdalje razberemo:

$$a = 30,5\text{mm} \quad b = 35\text{mm} \quad c = 35,5\text{mm} \quad d = 76,5\text{mm} \quad (35)$$

Sedaj lahko poračunamo reakcije v podporah.

Reakcije v podporah (ležajih)

V x-y ravnini so komponente sil v podporah nosilca:

$$\begin{aligned} C_x &= 0\text{N} \\ D_y &= \frac{F_{r_3} \cdot (a+b) - F_{t_2} \cdot a}{a+b+c} = -34,61\text{N} \\ C_y &= F_{r_3} - F_{t_2} - D_y = -634,01\text{N} \end{aligned} \quad (36)$$

V x-z ravnini so komponente sil v podporah nosilca:

$$\begin{aligned} D_z &= \frac{F_{r_2} \cdot a - F_{t_3} \cdot (a+b)}{a+b+c} = -733,67\text{N} \\ C_z &= F_{r_2} - F_{t_3} - D_z = -173,70\text{N} \end{aligned} \quad (37)$$

Ko poznamo reakcije v podporah v posameznih smereh, lahko določimo radialno obremenitev ležajev po *Pitagorovem izreku*.

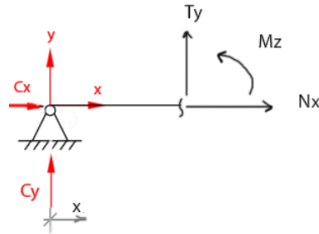
$$\begin{aligned} C &= \sqrt{C_y^2 + C_z^2} = \sqrt{(-642,7\text{N})^2 + (-173,7\text{N})^2} = 657,37\text{N} \\ D &= \sqrt{D_y^2 + D_z^2} = \sqrt{(-34,6\text{N})^2 + (-733,7\text{N})^2} = 734,48\text{N} \end{aligned} \quad (38)$$

Notranje sile in upogibna napetost

Za obe ravnini določimo notranje sile in napetosti z serijam analiz polj nosilca.

Ravnina x-y:

I. polje



$$N_x = 0$$

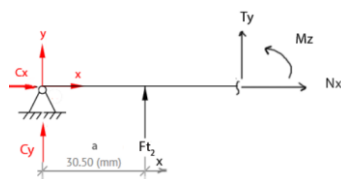
$$T_y = C_y = -634,01N$$

$$M_z(x) = C_y x$$

$$\rightarrow M_{z,\min}(x=0) = 0$$

$$\rightarrow M_{z,\max}(x=a) = C_y a = -19377,2Nmm$$

II. polje



$$N_x = 0$$

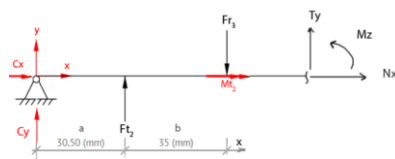
$$T_y = C_y + F_{t2} = 517,39N$$

$$M_z(x) = C_y(a+x) + F_{t2}x$$

$$\rightarrow M_{z,\min}(x=0) = C_y(a+0) = -19337,2Nmm$$

$$\rightarrow M_{z,\max}(x=b) = C_y(a+x) + F_{t2}b = -1228,42Nmm$$

III. polje



$$N_x = 0$$

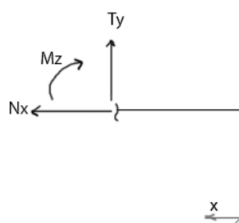
$$T_y = C_y + F_{t2} - F_{r3} = 34,6N$$

$$M_z(x) = C_y(a+b+x) + F_{t2}(b+x) - F_{r3}x$$

$$\rightarrow M_{z,\min}(x=0) = C_y(a+b+0) + F_{t2}(b+0) - F_{r3}0 = -1228,42Nmm$$

$$\rightarrow M_{z,\max}(x=a) = C_y(a+b+c) + F_{t2}(b+c) - F_{r3}c = 0$$

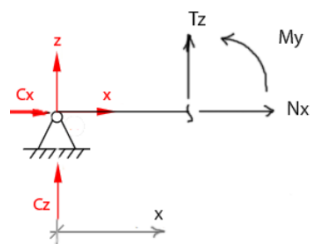
IV. polje



$$N_x = 0$$

$$T_y = 0$$

$$M_z(x) = 0$$

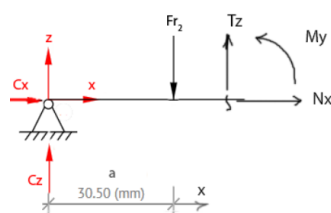
Ravnina x-z:I. polje

$$T_z = C_z = -173,70 \text{ N}$$

$$M_y(x) = C_z x$$

$$\rightarrow M_{y,\min}(x=0) = 0$$

$$\rightarrow M_{y,\max}(x=a) = C_z a = -5297,98 \text{ Nmm}$$

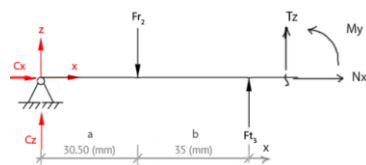
II. polje

$$T_z = C_y - F_{r2} = -592,78 \text{ N}$$

$$M_y(x) = C_z(a+x) - F_{r2}x$$

$$\rightarrow M_{y,\min}(x=0) = C_z(a+0) = -5297,98 \text{ Nmm}$$

$$\rightarrow M_{y,\max}(x=b) = C_z(a+b) - F_{r2}b = -26045,28 \text{ Nmm}$$

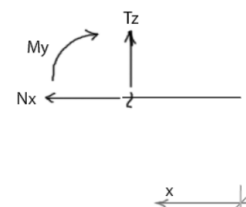
III. polje

$$T_z = C_z - F_{r2} + F_{t3} = 733,67 \text{ N}$$

$$M_y(x) = C_z(a+b+x) - F_{r2}(b+x) + F_{t3}x$$

$$\rightarrow M_{y,\min}(x=0) = C_z(a+b+0) - F_{r2}(b+0) + F_{t3}0 = -26045,28 \text{ Nmm}$$

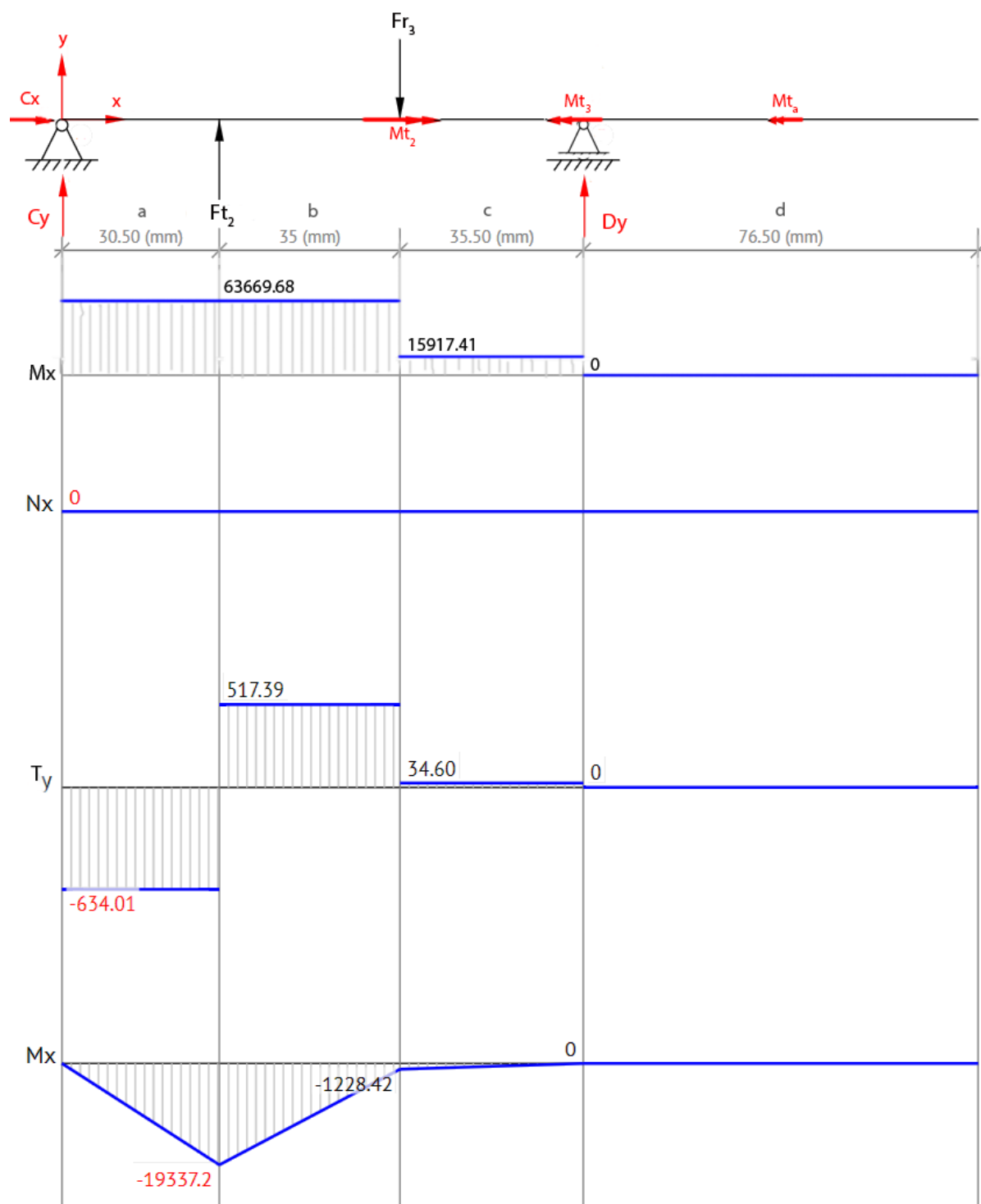
$$\rightarrow M_{y,\max}(x=a) = C_z(a+b+c) - F_{r2}(b+c) + F_{t3}c = 0$$

IV. polje

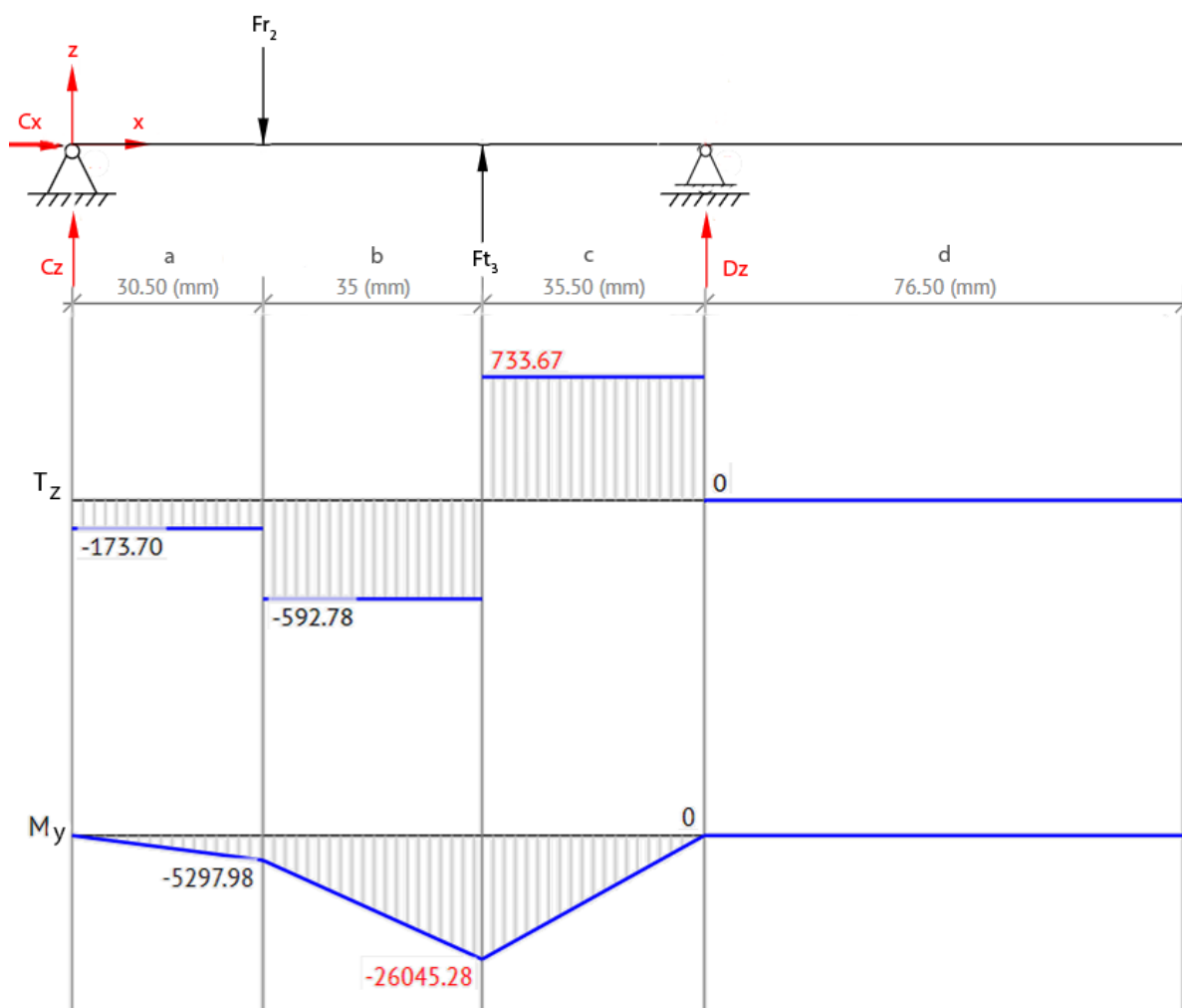
$$T_z = 0$$

$$M_y(x) = 0$$

NTM diagram (torzija, osna sila, strižna sila, upogib)



Slika 11: NTM diagram x-y ravnine



Slika 12: NTM diagram x-z ravnine

Upogibni momenti gredi

Izračunajmo največji upogibni moment na kritičnih mestih. Kritična mesta upogibnih momentov so na gredi 2 pod obema zobnikoma. Pravokotna si momenta, določena v obeh ravninah, lahko pri okroglih gredeh seštevamo po *Pitagorovem izreku*.

Moment pod zobnikom 1 (mesto dovajanja gonilne sile)

$$M_{f_2} = \sqrt{M_{f_{2y}}^2 + M_{f_{2z}}^2} = \sqrt{19337,2^2 + 5297,98^2} = 20049,8 \text{ Nmm} \quad (39)$$

Moment pod zobnikom 2 (mesto odvajanja gonilne sile)

$$M_{f_3} = \sqrt{M_{f_{3y}}^2 + M_{f_{3z}}^2} = \sqrt{1228,48^2 + 26045,28^2} = 26074,24 \text{ Nmm} \quad (40)$$

Do te točke naloge Zobniško gonilo smo določili vse strojne elemente, ki gonilo gradijo. Z znanimi dimenzijami in osnovnimi silami v ležajih, zobnikih in gredeh bomo v nadaljevanju lahko vrednotili ustreznost naših elementov in jih po potrebi spremenili oz. zamenjali. Na koncu bo sledi celotna tehnična dokumentacija.

Vrednotenje kotalnih ležajev

Po ISO76 in ISO281 sta za kotalne ležaje definirana statična nosilnost C_0 , in dinamična nosilnost C .

Statična nosilnost C_0 je obremenitev ležaja, ki povzroči plastično deformacijo 10^{-4} premera kotalnega ležaja

Dinamična nosilnost C je obremenitev ležaja, ki jo ležaj zdrži najmanj 10^6 vrtljajev brez poškodbe. Nosilnosti so določene eksperimentalno in podane v katalogih ležajev.

Vrednotimo sedaj ležaje na gredi 2. V našem primeru sta oba ležaja (C in D) enaka kroglična ležaja 6008. Kot vidimo iz dela izračuna obremenitev ležaja pa njuni obremenitvi nista enaki. Bolj nelagodna je večja obremenitev ležaja D, zato lahko vrednotimo le tega. Definirajmo radialno obremenitev ležaja D kot F_{rD} in aksialno obremenitev z F_{aD} .

$$\begin{aligned} F_{rD} &= D = 734,48N \\ F_{aD} &= 0 \end{aligned} \quad (41)$$

Vrednotenje ležajev na statično nosilnost

Kontrola statične varnosti s_0 pri statični nosilnosti ležaja C_0 [kN] in za statično ekvivalentno obremenitev ležaja P_0 [kN] je:

$$s_0 = \frac{C_0}{P_0} = \frac{C_0}{X_0 \cdot F_{rD} + Y_0 \cdot F_{aD}} = \frac{8,3kN}{1 \cdot 0,7448kN + 0} = 11,3 \quad (42)$$

Kjer sta $X_0 = 1$ in $Y_0 = 0$ koeficienta radialne oz. aksialne obremenitve iz *tab. 6, vir [1.2]*.

Izračunano statično varnost primerjamo z priporočeno $s_{0min} = 1$ za kroglične ležaje za normalno obratovanje *po tab. 7 vir [1.2]*. Vidimo, da je $s_0 > s_{0min}$ za faktor 10. Torej ustreza.

Vrednotenje ležajev na dinamično nosilnost

Imenska doba trajanja ležajev

Imenska doba trajanja ležajev L_{10} je število vrtljajev oz. obratovnih ur, ki zdrži vsaj 90% teh enakih ležajev pred pojavom prvih znakov utrujanja materiala.

Določimo jo za podano dinamično nosilnost ležaja C [kN] pri neki dinamični ekvivalentni obremenitvi P [kN].

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \cdot 10^6 = \left(\frac{C}{X \cdot F_{rD} + Y \cdot F_{aD}} \right)^p \cdot 10^6 = \left(\frac{13,8}{1 \cdot 0,73448 + 0} \right)^3 \cdot 10^6 = 6632,8 \cdot 10^6 \text{ vrt.} \quad (43)$$

Kjer je $p = 3$ za kroglične ležaje in kjer sta $X = 1$ in $Y = 0$ koeficienta radialne oz. aksialne obremenitve iz tab. 8, vir [1.2].

Razširjen izračun dobe trajanja

Za natančno določitev dobe trajanja ležaja je potrebno poznati obratovalne pogoje, predvsem kvaliteto mazanja, čistočo maziva in obratovalno temperaturo.

Dobo trajanja določimo po enačbi:

$$L_{na} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10}$$

$a_1 = 0,37$ je koeficient verjetnosti trajanja ležaja za 98% verjetnost, da ne bo prišlo do poškodbe. Določa nam oznako trajanja ležaja L_{n3} . Določeno po tab. 9, vir [1.2].

a_{ISO} je koeficient materiala in obratovalnih pogojev za kroglične ležaje. Določimo ga po diag. 12 vir [1.2] kot:

$$a_{ISO} = f\left(\frac{e_c \cdot C_u}{P}, \kappa = \frac{\nu}{\nu_1}\right) = f\left(\frac{0,55 \cdot 0,355 \text{ kN}}{0,73448 \text{ kN}}, \kappa = \frac{36,1 \text{ mm}^2/\text{s}}{50 \text{ mm}^2/\text{s}}\right) = 4,1 \quad (44)$$

$e_c = 0,55$ koeficient čistoče mazila

$C_u = 0,355 \text{ kN}$ trajna dinamična trdnost ležaja 6006

$\nu = 37 \text{ mm}^2/\text{s}$ viskoznost izbranega olja ISO VG 100 pri obratovalni temperaturi $T = 60^\circ\text{C}$ (Diag. 10, vir [1.2])

$\nu_1 = 50 \text{ mm}^2/\text{s}$ potrebna viskoznost olja pri $d_m = 42,5 \text{ mm}$ in $n = 430$ (Diag. 11, vir [1.2])

Tako lahko izračunamo končno dobo trajanja:

$$L_{3a} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10} = 0,37 \cdot 4,1 \cdot 6632,8 = 10062 \cdot 10^6 \text{ vrt.} \quad (45)$$

Da zadovoljimo pogoju 15000 obratovnih ur moramo izračunati čas trajanja v urah:

$$L_{n3h} = \frac{L_{n3}}{60 \cdot n} = \frac{10062 \cdot 10^6}{60 \cdot 430} = 390000 \text{ ur} \quad (46)$$

Vidimo, da pogoju več kot zadostimo. Pri takem prekoračenju pogojev, bi lahko uporabili tudi slabše pogoje (slabše olje, višje temperature) ali pa povečali obremenitve ležajev (oziroma uporabili slabše ležaje, ki pa jih pri podani dimenziji gredi v SKF katalogu ni).

Kontrola napetosti v kritičnem prerezu gredi

Kritični prerezu so mesta na gredi, kjer se zaradi zareznihi učinkov pojavijo povečane imenske napetosti. To povečanje upoštevamo s koeficientom zareznehi učinka β . Na kritičnem mestu se pojavijo upogibne in torzijske napetosti.

Upogibna napetost:

Uporabimo največji upogibni moment gredi 2: $M_f = M_{f_3} = 26074,24 \text{ Nm}$, ki se nahaja pod zobnikom 3. Definiramo maksimalno upogibno napetost:

$$\sigma_{f \max} = \beta_{kf} \cdot \frac{M_f}{W_x} = \beta_{kf} \cdot \frac{32 \cdot M_f}{\pi \cdot d^3} = 2,35 \cdot \frac{35 \cdot 26074,24}{\pi \cdot 35^3} = 14,557 \text{ MPa} \quad (47)$$

Torzijska napetost:

Gledamo torzijski moment na mestu največje upogibne napetosti. Ta znaša

$$M_t = M_{tz2} - M_{tz3} = 63,66 \text{ Nm} - 47,75 \text{ Nm} = 15917,42 \text{ Nm}$$

$$\tau_{t \max} = \beta_{kt} \cdot \frac{M_t}{W_p} = \beta_{kt} \cdot \frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot d^3} = 1,81 \cdot \frac{16 \cdot 15917,4}{\pi \cdot 35^3} = 3,42229 \text{ MPa} \quad (48)$$

Koeficient zareznehi učinka za upogib β_{kf} kot za torzijo β_{kt} določimo sledeče:

$$\begin{aligned} \beta_{kf} &= 1 + \eta_{kf} \cdot (\alpha_{kf} - 1) = 1 + 0,45 \cdot (4 - 1) = 2,35 \\ \beta_{kt} &= 1 + \eta_{kt} \cdot (\alpha_{kt} - 1) = 1 + 0,45 \cdot (2,8 - 1) = 1,81 \end{aligned} \quad (49)$$

$\alpha_{kf} = 4$ koeficient oblike zareze za upogibno obremenitev - mozni; primer 5 (Tab. 1, vir [1.2])

$\alpha_{kt} = 2,8$ koeficient oblike zareze za torzijsko obremenitev - mozni; primer 5 (Tab. 1, vir [1.2])

$\eta_k = 0,45$ koeficient občutljivosti materiala na zareze - $R_m = 360 \text{ MPa}$; $R_{p0.2} = 235 \text{ MPa}$; $\rho = 0,25$ (Diag. 4, vir [1.2])

Primerjalna napetost:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_{f \max}^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_{t \max})^2} = \sqrt{14,55^2 + 3 \cdot (0,674 \cdot 3,42)^2} = 15,096 \text{ MPa} \quad (50)$$

$$\alpha_0 = \frac{\sigma_{Df}^{R=-1}}{1,73 \cdot \tau_{Dt}^{R=0}} = \frac{175 \text{ MPa}}{1,73 \cdot 150 \text{ MPa}} = 0,674 \quad (51)$$

Kjer sta σ_{Df} in τ_{Dt} upogibna oz. torzijska trajna dinamična trdnost za jeklo S235 določeni iz diag.5, vir:[1.2].

Dopustna napetost:

Dopustna napetost v kritičnem prerezu je odvisna od trajne dinamične trdnosti materiala gredi, velikosti prereza in hrapavosti površine.

$$\sigma_{dop} = \frac{\sigma_{Df}^{R=-1} \cdot b_1 \cdot b_2}{s_D} = \frac{175MPa \cdot 0,86 \cdot 0,91}{1,75} = 78,26MPa \quad (52)$$

$b_1 = 0,86$ koeficient velikosti prereza - premer 35mm (diag. 7 vir [1.2])

$b_2 = 0,91$ koeficient hrapavosti površine - $R_m = 360MPa$; $R_{max} = 10\mu m$ (diag. 8 vir [1.2])

$s_D = 1,75$ dinamična varnost

Premer gredi zadosti trdnostnemu kriteriju, če je primerjalna napetost kritičnega prereza manjša kot je dopustna.

$$\begin{aligned} \sigma_p &\leq \sigma_{dop} \\ 15,1MPa &\leq 78,26MPa \end{aligned} \quad (53)$$

Kriterij je izpolnjen.

Kontrola upogibnih deformacij gredi

Posledica obremenitev gredi so njene deformacije, kjer se kot kriterij vrednotenja uporabi kriterij dopustnih deformacij. Pri prevelikih deformacijah je kljub dejstvu, da element trdnostno zdrži, ta ne funkcionalen zaradi prevelikih deformacij (lega tečajev ležajev, vprijemne razmere zobnikov, itd.). Poleg tega deformacija negativno tudi na življenjsko dobo elementov na gredi. Da do tega ne pride, mora povprečni biti v dopustnih mejah.

Določimo povprečno gredi 3 kot posledico upogibnih napetosti zaradi zobnika in jermenice, ki delujejo na gredi 3. Navedimo povprečni ter nagib pod jermenico ter nagib v ležaju E.

Osnova reševanja problematike uklona je *diferencialna enačba upogibnice* (podana za vzdolž x-osi).

$$y''(x) = -\frac{M_f(x)}{E \cdot I_z(x)} \quad (54)$$

Z upoštevanjem različnih robnih pogojev (pozicije sil in podpor, oblika gredi...) dobimo različne rešitve dane diferencialne enačbe. Enačbe veljajo za gladko gred s konstantnim prerezom in posledično konstantnim vztrajnostnim momentom.

Izračunajmo povprečni vztrajnostni moment, ki ga bomo uporabili v naših enačbah upogibnice.

$$\bar{I} = \frac{\sum_i I_i \cdot l_i}{l} = \frac{\sum_i \left(\frac{\pi d_i^4}{64} \cdot l_i \right)}{l} = 170949,878mm^4 \quad (55)$$

l_i, d_i parcialne dolžine in premeri gredi

l celotna dolžina gredi

Določimo še modul elastičnosti jekla S235: $E = 2,1 \cdot 10^6 MPa$.

Iz sheme na *Sliki 9* vidimo orientacijo sil na gredi 3. Če več sil deluje v isti ravnini, se izračuna povse oz. nagib za vsako silo posebej, nakar se določi dejansko stanje s *superpozicijo*. Če sile delujejo v dveh ravninah, jih lahko razstavimo na komponente podobno kot smo to storili za določevanje statike gredi 2. Njihove povese seštejemo s *Pitagorovim izrekom*.

Sile

Obodna in radialna sila zobnika 4 (sila med zobnikoma 3 in 4) in sila jermenice:

$$F_{t_4} = 1326,45\text{ N} \quad F_{r_4} = 482,79\text{ N} \quad F_j = 1500\text{ N}$$

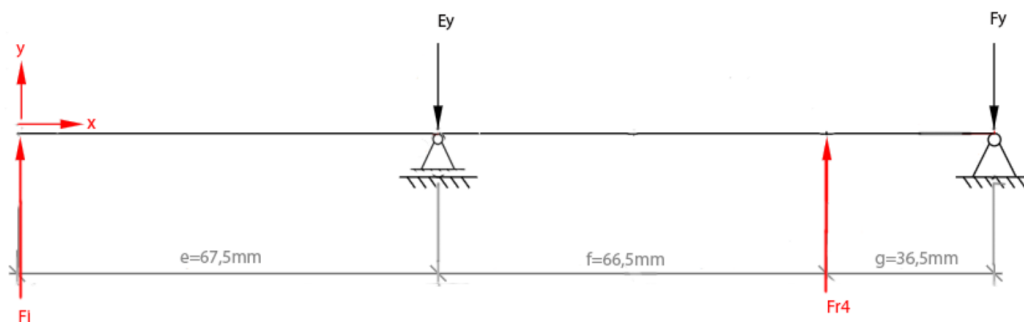
Razdalje

Iz konstrukcijske risbe razberemo razdalje med posameznimi elementi v katerih delujejo sile.

$$e = 67,5\text{ mm} \quad f = 66,5\text{ mm} \quad g = 36,5\text{ mm}$$

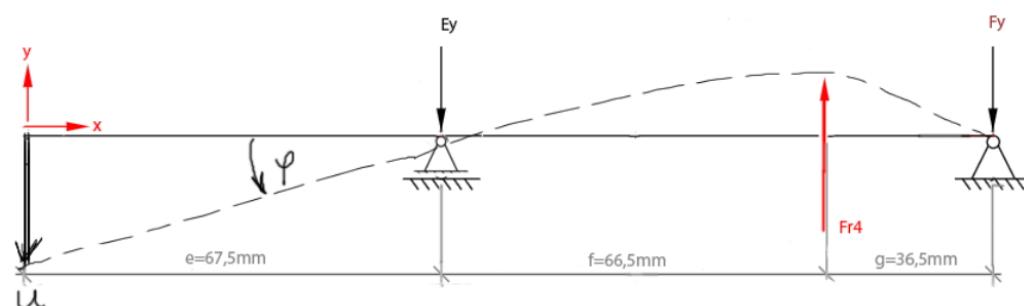
Povesi posameznih ravnin:

Ravnina x-y



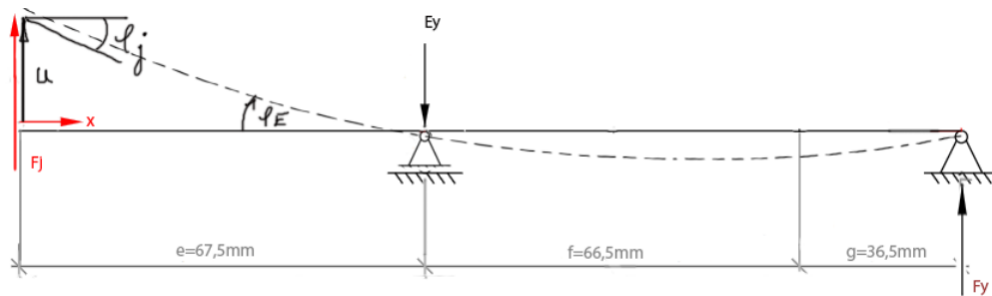
Ker ne vemo kako preračunati deformacija zaradi vsake sile uporabimo princip superpozicije.

Deformacija zaradi sile F_{r_4} :



$$\tan \varphi_{F_{r_4}} = \frac{F_{r_4} \cdot f \cdot g \cdot (f + 2g)}{6 \cdot E \cdot I \cdot (f + g)} = \frac{482,79 \cdot 66,5 \cdot 36,5 \cdot (66,5 + 2 \cdot 36,5)}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 170949,89 \cdot (66,5 + 36,5)} = 7,369 \cdot 10^{-7}$$

$$u_{F_{r_4}} = e \cdot \tan \varphi_{F_{r_4}} = 67,5 \cdot 7,369 \cdot 10^{-7} = 4,974 \cdot 10^{-5} \text{ mm}$$

Deformacija zaradi F_j :

$$\tan \varphi_{F_j} = \frac{F_j \cdot e \cdot (3e + 2f + 2g)}{6 \cdot E \cdot \bar{I}} = \frac{1500 \cdot 67,5 \cdot (3 \cdot 67,5 + 2 \cdot 66,5 + 2 \cdot 36,5)}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 170949,89} = 1,920 \cdot 10^{-5}$$

$$\tan \varphi_E = \frac{F_j \cdot e \cdot (f + g)}{e \cdot E \cdot \bar{I}} = \frac{1500 \cdot 67,5 \cdot (66,5 + 36,5)}{67,5 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 170949,89} = 9,683 \cdot 10^{-6}$$

$$u_{F_j} = \frac{F_j \cdot e^2 \cdot (e + f + g)}{3 \cdot E \cdot \bar{I}} = \frac{1500 \cdot 67,5^2 \cdot (67,5 + 66,5 + 36,5)}{3 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 170949,89} = 1,082 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Princip superpozicije:

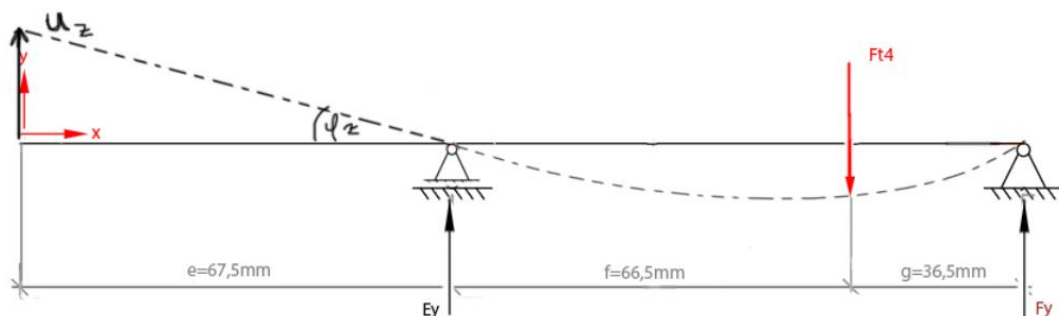
Nagib x-y (v jermenici in ležaju E):

$$\tan \varphi_{yj} = \tan \varphi_j - \tan \varphi_{F_{r4}} = 1,920 \cdot 10^{-5} - 7,369 \cdot 10^{-7} = 1,847 \cdot 10^{-5}$$

$$\tan \varphi_{yE} = \tan \varphi_E - \tan \varphi_{F_{r4}} = 9,683 \cdot 10^{-6} - 7,369 \cdot 10^{-7} = 8,946 \cdot 10^{-6}$$

Uklon x-y (v jermenici):

$$u_y = u_{F_j} - u_{F_{r4}} = 1,082 \cdot 10^{-3} - 4,974 \cdot 10^{-5} = 1,032 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Ravnina x-zDeformacija zaradi F_{t4} :

$$\tan \varphi_z = \frac{F_{t4} \cdot f \cdot g \cdot (f + 2g)}{6 \cdot E \cdot \bar{I} \cdot (f + g)} = \frac{1326,45 \cdot 66,5 \cdot 36,5 \cdot (66,5 + 2 \cdot 36,5)}{6 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \cdot 170949,89 \cdot (66,5 + 36,5)} = 2,0244 \cdot 10^{-6}$$

$$u_z = e \cdot \tan \varphi_z = 67,5 \cdot 2,0244 \cdot 10^{-6} = 0,13664 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

S principom superpozicijo smo določili skupne uklone sil delujočih v isti ravnini. Sedaj določimo s Pitagorovim izrekom skupne celotne deformacije.

Jermenica:

Nagib:

$$\tan \varphi_j = \sqrt{\tan^2 \varphi_{yj} + \tan^2 \varphi_z} = 1,8576 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \varphi_j = 1,0643 \cdot 10^{-3} \circ \quad (56)$$

Poves:

$$u_j = \sqrt{u_y^2 + u_z^2} = 1,041 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \quad (57)$$

Jermenico kontroliramo na poves. Dopustni največji poves v splošni strojearhitekturi je $u_{dop} = l/3000 = (e + f + g)/3000 = 170,5/3000 = 56,8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$, kar pomeni, da smo znotraj tolerance in uklon ni kritičen.

Ležaj E (nagib)

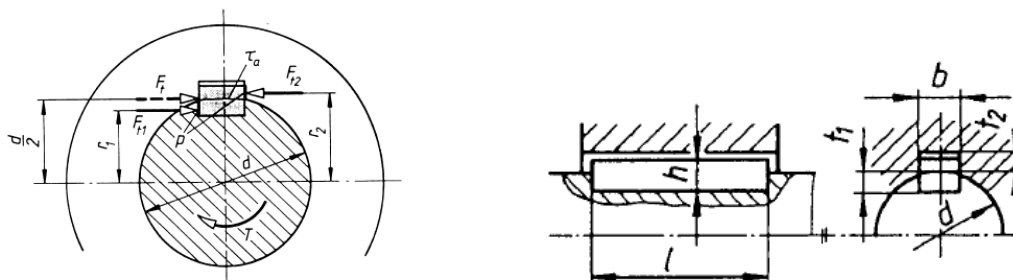
$$\tan \varphi_E = \sqrt{\tan^2 \varphi_{yE} + \tan^2 \varphi_z} = 9,1723 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \varphi_E = 5,255 \cdot 10^{-4} \circ \quad (58)$$

Ležaje deformacijsko kontroliramo s nagibom gredi. Za kroglične ležaje je $\tan \varphi_{dop} = 2 \cdot 10^{-3}$.

Tudi pri ležaju E nismo prekoračili meje nagiba.

Vrednotenje gredne vezi

Gredna vez omogoča efektiven prenos torzijskega momenta iz gredi na pesto ali obratno. V našem primeru smo se odločili za zvezo z moznikom, ki je zaradi momenta obremenjen na strig. Izkaže se, da strig ni kritičen za porušitev. Porušitev moznične zveze nastopi, če se moznik vtisne v pesto ali v gred. Kritična obremenitev je površinski tlak med moznikom in pestom oz. med zobnikom in gredjo.



Slika 13: Zveza gredi in pesta z moznikom in dimenzije moznika

Vrednotimo sedaj moznično gredno vez med zobnikom 2 in pestom. Površinski tlak med moznikom in pestom definiramo kot:

$$p = \frac{F_{t_2}}{(h - t_1) \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{1151.403 \text{ N}}{(8 - 5) \cdot 8 \cdot 1 \cdot 1} = 55,27 \text{ MPa} \quad (59)$$

Izračunajmo še površinski tlak med moznikom in gredjo:

$$p = \frac{F_{t_2}}{(h - t_2) \cdot l_k \cdot \varphi \cdot n} = \frac{1151.403 \text{ N}}{(8 - 3) \cdot 8 \cdot 1 \cdot 1} = 28,79 \text{ MPa} \quad (60)$$

F_{t_2} tangencialna sila med zobnikoma 1 in 2

$l_k = l - b = 10 - 8 = 8 \text{ mm}$ efektivna dolžina moznika

l, t_1, h, b dimenzije moznika po DIN 6885 – tab. 4, vir: [1.2]

$\varphi = 1$ koeficient nošenja pri enem mozniku

n število moznikov

Določimo še dopusten površinski tlak med moznikom in pestom, odvisen od meje plastičnosti materiala pesta $R_{p0.2}$ za jeklo Ck45 (material pesta in zobnikov) ter od faktorja varnosti s .

$$p_{dop} = \frac{R_{p0.2}}{s} = \frac{490 \text{ MPa}}{2,3} = 213,04 \text{ MPa} \quad (61)$$

In še dopustni površinski tlak med moznikom in gredjo, ki je iz jekla S235.

$$p_{dop} = \frac{R_{p0.2}}{s} = \frac{235 \text{ MPa}}{2,3} = 102,2 \text{ MPa} \quad (62)$$

Pri danih materialih sta pesto (zobnik) kot gred odporna na vtis.

Vrednotenje valjastih zobnikov na bočno nosilnost

Zobnik je dokončno uničen, ko se moment med gredmi ne prenaša več. Toda že mnogo prej lahko na podlagi kontrole ocenimo stopnjo obrabe.

Poškodbe bokov zob se ločijo na adhezijsko obrabo (zajedanje), abrazivno obrabo in jamičenje (*pitting*). Zadnja je najbolj destruktivna in najbolj pomembna za kontrolo.

Merilo za nastanek jamičenja bokov zob je kontaktna obremenitev, ki jo popišemo s Hertzovo enačbo.

Hertzov tlak v dotikalni točki je odvisen od normalne obremenitve F_n , elastičnih lastnosti materiala (E - modul elastičnosti, ν - Poissonovo število) in geometrije zobnika (širina b in krivinski radij ρ). Hertzov tlak po obodnici se spreminja v odvisnosti od krivinskega radija (Slika 5 in 6, vir [1.2]).

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_n \cdot E}{2\pi \cdot \rho \cdot b \cdot (1 - \nu)}} \quad \rho = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \quad (63)$$

Bočni (Hertzov) tlak v kotalni točki

Srednji krivinski radij se vzdolž ubirnice spreminja, kot se tudi Hertzov tlak. Preračun na bočno trdnost v kotalni točki je po DIN 3990 in ISO 6336 standardiziran. Določimo bočni tlak na zobniku 3 in na podlagi tega izberimo ustrezen material zobnikov.

$$\begin{aligned} \sigma_H &= Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot (K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot K_A \cdot K_V)} \\ &= 2,5 \cdot 190 \cdot 0,876 \cdot 1 \cdot \sqrt{\frac{1326,45}{20 \cdot 72} \cdot \frac{2,625+1}{2,625} \cdot (1 \cdot 1,16 \cdot 1,25 \cdot 1,074)} \\ &= 585,65 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (64)$$

Širina zoba: $b = b_{34} = 20 \text{ mm}$

Premmer razdelnega kroga pastorka: $d = d_3 = 72 \text{ mm}$

Zobno razmerje: $u = z_4 / z_3 = 63 / 24 = 2,625$

Koeficient oblike zobnega boka Z_H :

Upošteva ukrivljenost bokov v kotalni točki. Odčitamo iz diag. 8 vir [1.3] ali določimo po sledeči enačbi:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 \alpha_n \cdot \tan \alpha_w}} = \sqrt{\frac{2}{\cos^2 20^\circ \cdot \tan 20^\circ}} = 2,4946$$

Za ravno ozobje velja $\alpha_n = 20^\circ$ in $\beta = 0^\circ$, za ozobje brez korekcije pa $\Delta a = 0 \text{ mm}$. Posledično je $\alpha_w = \alpha_t = \alpha_n = 20^\circ$ (en. str. 9, vir [1.1]).

Koeficient elastičnosti materiala Z_E :

Upošteva vpliv materiala na kotalni tlak. Za jeklo je $Z_E = 190 \sqrt{N / \text{mm}^2}$ po tab. 7, vir [1.3]

Bočni koeficient prekritja Z_ε :

Upošteva porazdelitev sile na več bokov zob v ubiranju. Določimo ga preko diag. 9, vir [1.3] ali preko enačbe za ravno ozobje:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4 - 1,697}{3}} = 0,876$$

ε_α je čelna stopnja prekritja. Stopnja prekritja vpliva na mirnost teka in na porazdelitev sil na zobe. Definirana je kot:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a3}^2 - d_{b3}^2} + \sqrt{d_{a4}^2 - d_{b4}^2} - 2 \cdot a_{34} \cdot \sin \alpha_{wt}}{2\pi \cdot m_{t3} \cdot \cos \alpha_t} = \frac{\sqrt{78^2 - 67,658^2} + \sqrt{195^2 - 177,6^2} - 2 \cdot 130,5 \cdot \sin 20^\circ}{2\pi \cdot 3 \cdot \cos 20^\circ} = 1,697$$

Premeri temenskih krogov:

$$d_{a3} = d_3 + 2m_n = 78mm$$

$$d_{a4} = d_4 + 2m_n = 195mm$$

Premeri osnovnih krogov:

$$d_{b3} = d_3 \cdot \cos(\alpha_n) = 72 \cdot \cos(20^\circ) = 67,658mm$$

$$d_{b4} = d_4 \cdot \cos(\alpha_n) = 189 \cdot \cos(20^\circ) = 177,6mm$$

Koeficient poševnosti zoba $Z_\beta = 1$, saj imamo ravno ozobje.

Koeficient obratovanja K_A :

Upošteva dodatne zunanje dinamične obremenitve. Po tab. 4, vir [1.3] delovni stroj deluje zmerno sunkovito, pogonski stroj pa enakomerno. Sledi, da je $K_A = 1,25$.

Dinamični koeficient K_V :

Upošteva notranje dinamične sile. Za ravno ozobje tolerančnega razreda 7 določimo po tab. 5, vir [1.3] koeficienta $K_1 = 15,3$ in $K_2 = 0,0193$. Nato po enačbi izračunamo:

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{K_A \cdot F_t / b} + K_2 \right) \cdot \frac{z_3 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{1 + u^2}} = 1 + \left(\frac{15,3}{1,25 \cdot 1326,45 / 20} + 0,0193 \right) \cdot \frac{24 \cdot 1,621}{100} \cdot \sqrt{\frac{2,625^2}{1 + 2,625^2}} = 1,074$$

$$v = \pi \cdot d_3 \cdot n_2 = \pi \cdot 72mm \cdot \frac{430 \text{ min}^{-1}}{60} = 1,621m/s \quad \dots \text{ Obodna hitrost na delilnem krogu}$$

Bočni koeficient porazdelitve sil v profilni ravnini $K_{H\alpha}$:

Upošteva neenakomerno porazdelitev sile na zobe v profilni ravnini zaradi odstopkov in deformacij. Po tab. 1, vir [1.3] je za $(F_{t3}/b) \cdot K_A = (1326,45N/20mm) \cdot 1,25 = 83N/mm$ in za tolerančni razred ozobja IT=7 (DIN3961) $K_{H\alpha} = 1$.

bočni koeficient porazdelitve sile po širini zoba $K_{H\beta}$:

Iz tab. 2 ($f_{shg} = 7$), tab. 3 ($f_{H\beta} = 13$), tab. 6 (σ_{Hlim} za Ck 45) in diag. 3 ($y_{\beta x} = 14$), vir [1.3] izračunamo $F_{\beta y} = F_{\beta x} - y_{\beta} = f_{shg} + f_{H\beta} - y_{\beta} = 13\mu m$ in $F_m/b = (F_t \cdot K_v \cdot K_A)/b = 887,83MPa$, na kar iz diag 4., vir [1.3] določimo $K_{H\beta} = 1,16$.

Dopustni bočni tlak

Jamičenje bokov zob se ne pojavi, če Hertzov tlak σ_H ne preseže dopustnega σ_{HP} .

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H\lim} \cdot Z_{NT} \cdot (Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R) \cdot Z_W \cdot Z_x}{S_{H\min}} = \frac{1030MPa \cdot 1 \cdot 0,85 \cdot 1 \cdot 1}{1,2} = 730MPa \quad (65)$$

Bočna trajna dinamična trdnost $\sigma_{H\lim}$:

Je materialna lastnost, ki jo določimo iz tab. 6, vir [1.3] glede na izbran material.

Odločimo se za jeko za poboljšanje Ck45, ki je kaljen. $\sigma_{H\lim} = 1030MPa$.

Koeficient dobe trajanja $Z_{NT} = 1$

Koeficient maziva Z_L , koeficient hitrosti Z_V in koeficient hrapavosti Z_R :

Z poenostavljeno določitvijo dajo $Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R = 0,85$

Koeficient para materialov $Z_W = 1$, saj imamo enake materiale

Koeficient velikosti $Z_x = 1$

Minimalna bočna varnost $S_{H\min} = 1,2$

Primerjava

Ker je $\sigma_H < \sigma_{HP}$ bo material zadostno preživel efekt jamičenja. Vrednotenje na Hertzov tlak je zaključeno.

Tehnična dokumentacija

Tehnična dokumentacija se nahaja kot *priloga 2* poročilu.

Zaključni komentar

Preko preračunov in konstrukcije zobniškega gonila smo se naučili delovanje reduktorja. Glede na zahtevane obremenitve (momente) in dostopne pogonske moči lahko preko zobniških zvez in pravih prestavnih razmerij v delovnem stroju dobimo poljubno gonilno moč oz. moment.

Z pravilno uporabo pomožnih elementov gonila, kot so ležaji in tesnila, zagotovimo učinkovito delovanje. Ves čas pa smo sposobni z vrednotenjem ugotoviti obratovalni čas gonila.

Viri

- [1] I. Okorn, J. Klemenc: Predloge za vaje; Ljubljana, 2015, Ljubljana, založba Emka
 - [1.1] Zasnova zobniškega gonila
 - [1.2] Gredi, gredne vezi, kotalni ležaji
 - [1.3] Vrednotenje valjastih zobnikov
- [2] I. Okorn: Zapiski vaj
- [3] M. Nagode: Zapiski predavanja
- [4] S. Glodež: Tehnično risanje, 2005
- [5] J. Flaškar, S. Glodež, Z. Ren: Zobniška gonila, 2010, Ljubljana, Založba Pasadena
- [6] SKF katalogi ležajev in tesnil