1. Generalidades

1. Se arrojan en forma sucesiva dos dados. Sea X la suma de los números observados. Determine el recorrido de X y represente la función de probabilidad puntual y la distribución acumulada para la variable X. Calcule e interprete la esperanza matemática, varianza y desvío estándar de X.

2. La función de distribución acumulada $F(t)$ de una variable aleatoria T es:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t < 3 \\ \frac{1}{3} & 3 \leq t < 4 \\ \frac{1}{2} & 4 \leq t < 5 \\ \frac{2}{3} & 5 \leq t < 6 \\ 1 & 6 \leq t \end{cases}$$

   a) Determine la función de probabilidad puntual de la variable aleatoria T.

   b) Calcule $P(3 < T \leq 5)$.

   c) Calcule e interprete la esperanza matemática, varianza y desvío estándar de T.

3. La siguiente tabla muestra la función de distribución acumulada de una variable aleatoria X:

x	1	2	3	4
$P(X \leq x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$	1

   Determine:

   a) La función de probabilidad puntual de X.

   b)

      1) $P(1 \leq X \leq 3)$,
      2) $P(X < 3)$ y
      3) $P(X > 1,4)$.

   c) Calcule e interprete la esperanza matemática, varianza y desvío estándar de X.

2. Algunas variables aleatorias discretas famosas

4. A fin de verificar sus estados financieros las compañías tienen auditores permanentes para revisar los asientos contables. Se sabe que un empleado efectúa un asiento erróneo con probabilidad 0,05. Un auditor verifica 3 asientos al azar.

   a) Encuentre la distribución de probabilidad de la v. a. Y: «número de asientos erróneos detectados».

   b) Calcule la probabilidad de que el auditor detecte más de un error.

   Nota No se considera la posibilidad de que el auditor cometa errores.

5. Considere en la situación del problema anterior la v. a. Z: «número de asientos revisados hasta encontrar el primer asiento erróneo».

   c) Determine el recorrido de Z.

   d) Calcule $P(Z = 5)$.

6. De un lote de 20 artículos 4 son defectuosos. Se eligen al azar 3 artículos. Sea X: «número de artículos defectuosos encontrados». Determine la distribución de X cuando los artículos se extraen con reposición y cuando se extraen sin reposición. En ambos casos calcular la función de probabilidad acumulada.

7. Un lote de 25 piezas contiene 3 que son defectuosas. Un comprador utiliza el siguiente plan de muestreo para la aceptación: «Si en una muestra de tamaño 5 (donde las extracciones se realizan sin reposición) encuentra al menos una pieza defectuosa, rechaza el lote; de lo contrario lo acepta».

   Calcule la probabilidad de que el lote sea aceptado. Además, halle el número promedio de lotes rechazados, cuando se inspeccionaron 100 lotes.

8. Supongamos que un mecanismo es inspeccionado regularmente al finalizar cada día para chequear si aún funciona correctamente. Sea p la probabilidad del suceso «el mecanismo falla durante cualquier día

dado». Considere la variable aleatoria X: «número de inspecciones necesarias para obtener la primera falla».

e) Determine la distribución de probabilidades de X.

f) Halle la probabilidad de que sean necesarios 5 días para encontrar la primera falla.

g) Halle p de modo que la probabilidad hallada en b) sea máxima.

9. Un «gran» lote de llantas para autos contiene el 20 % de llantas defectuosas. De ese lote se seleccionarán 5 llantas para colocar en un auto.

h) Calcule la probabilidad de que sea necesario seleccionar 8 llantas del lote para obtener 5 en buen estado.

i) Calcule el número promedio de selecciones para obtener 5 llantas en buen estado.

10. El número de moléculas que hay en un cm^3 de aire es una v. a. con distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 3$.

j) Calcule la probabilidad de que en $1cm^3$ de aire no se encuentre ninguna molécula.

k) Calcule la probabilidad de que en $1cm^3$ de aire se encuentre a lo sumo dos moléculas.

l) ¿Cuál es el mínimo volumen de aire en el que la probabilidad de encontrar por lo menos una molécula es mayor o igual que 0,99?

11. Se sabe que el número de grietas que aparecen en una longitud dada de palanquilla sigue una ley de Poisson. ¿Qué valor debe tener el promedio de grietas por metro, para que la probabilidad de encontrar al menos una grieta en 4 metros sea menor que 0.5?

12. El número de clientes que entran en un negocio es una v. a. de Poisson con tasa 30 clientes/hora.

m) Calcule la probabilidad de que en un período de 2 minutos no ingresen clientes al negocio.

n) Se observa el número de clientes que ingresan al negocio durante 15 intervalos de 2 minutos. Calcule la probabilidad de que en a lo sumo 5 de esos intervalos no se registren ingresos.

13. El número de defectos en un rollo de alambre de 100 metros es una v. a. con distribución de Poisson de tasa λ. La probabilidad de que un rollo de 100 metros de alambre tenga al menos un defecto es 0,4.

    ñ) Calcule la probabilidad de que en 50 metros de alambre se encuentren a lo sumo dos defectos.

    o) Calcule la probabilidad de que en 10 rollos de 100 metros de alambre c/u, haya a lo sumo uno con uno o más defectos.

    p) Calcule la esperanza matemática de la variable aleatoria «número de rollos de 100 metros entre los 10 rollos, que tienen al menos un defecto».

3. Práctica suplementaria

1. Una variable aleatoria X puede tomar cuatro valores: 0, 10, 20 o 30 con probabilidades $\frac{(1+3a)}{4}$, $\frac{(1-a)}{4}$, $\frac{(1+2a)}{4}$, $\frac{(1-4a)}{4}$, respectivamente.

    a) Averigüe el o los valores de a para que ésta sea una distribución de probabilidades.

    b) Para los valores de a) hallados, obtenga:

        1) $E(2X+1)$.

        2) $V(2X+1)$.

2. COMPLETAR.

3. COMPLETAR.

4. COMPLETAR.

5. COMPLETAR.

6. COMPLETAR.

7. COMPLETAR.

8. COMPLETAR.

9. COMPLETAR.

10. COMPLETAR.

11. COMPLETAR.