

Taller de Tesina y Naturaleza de la Física 2020

Galileo: la refutación de la cinemática de Aristóteles

por Adolfo E. Trumper

La cinemática de Aristóteles tenía la virtud de describir coherentemente la caída de los cuerpos graves y la subida de los cuerpos ligeros mediante la teoría de las 4 causas. Además, mediante el mecanismo del auto-reemplazo Aristóteles logró describir, también coherentemente, el movimiento de los proyectiles, apelando al horror que la naturaleza le tenía al vacío. Luego, cualquiera que quisiera refutar su sistema de pensamiento debía lograr *explicaciones alternativas que tuvieran el mismo grado de consistencia de Aristóteles*. Sin embargo, el mayor desafío, era enfrentar las ideas de una personalidad, que además de ser genial, gozaba de una fama tal que, quince siglos después de su muerte, sus ideas sobre los fenómenos naturales se habían transformado en un dogma. Como ya hemos visto, la permanencia de la mecánica aristotélica durante la Edad Media se debió a que su filosofía se transformó en el andamiaje teórico del cristianismo.

La teoría del ímpetu de los matemáticos del 1300

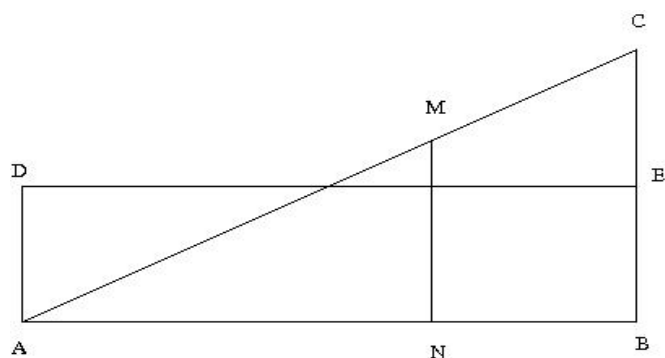
Las primeras críticas a las ideas aristotélicas se filtraron por el lado más débil. ¿Cómo podía ser que el aire cumpliera dos funciones opuestas? Por un lado, ofrecía una resistencia al movimiento y por otro era el encargado de darle el empuje continuo a la piedra una vez que ésta se desprendía del lanzador. Así, se pasó del aire a un concepto un poco más refinado en donde se decía que la fuerza motriz del lanzador le imprime al cuerpo puesto en movimiento un cierto *ímpetu, fuerza impresa, o virtud motriz*. Así como el calor era el nombre que se le daba a una cualidad que poseían los cuerpos calientes, el ímpetu era el nombre que se le daba a una cualidad que poseían los cuerpos en movimiento. Así como el calor se disipa gradualmente una vez que el fuego es alejado, lo mismo sucede con el ímpetu de una piedra a medida que se aleja de su lanzador. Si bien los primeros indicios de la teoría del ímpetu datan del siglo VI, por parte de Juan de Filipo, la misma alcanzó su máximo nivel de elaboración en el 1300 a través de los matemáticos del Merton College de Oxford y de la Universidad de París. Por medio de ella pudieron explicar que *durante la caída de un grave el aumento de su velocidad se debía al incremento del ímpetu que se sumaba en cada instante al ímpetu pre-existente*.

Esta idea fue muy importante porque además de eliminar al aire como el agente que mueve a la piedra invirtió la concepción aristotélica que sostenía que los cuerpos en caída se movían más rápidamente a medida que se encontraban más cerca de su destino final. En la teoría del ímpetu, en cambio, *la rapidez del movimiento dependía de la distancia que el cuerpo se encontraba del punto de partida*. Es decir, si dos cuerpos caen en caída libre a lo largo de una línea BC, el cuerpo que partió de un punto A más alto será el que recorrerá BC más rápidamente.

Otro paso fundamental de los seguidores de la teoría del ímpetu fue el intento de formular el problema de la caída libre en términos matemáticos lo cual llevó a reconocer a la velocidad misma, y no simplemente al ímpetu, como una cualidad del cuerpo en movimiento. Este grupo de matemáticos tuvo la habilidad de desarrollar el tratamiento de expresiones geométricas y aritméticas relativas a la variación de las cualidades en general, fundándose sobre la hipótesis de que la *intensidad* de una cualidad cualquiera (como por ejemplo, el calor o la blancura) podía ser

cuantificada numéricamente. Luego, derivaban relaciones sencillas tales como que un cuerpo de calor 8 era más caliente que uno de calor 4, o que una velocidad 8 era más veloz que una velocidad 4.

Uno de los problemas de mayor interés, desarrollado por Nicolas Oresme, se denominaba *cálculo de la cualidad* en donde se representaba geométricamente la variación de una cualidad respecto a otra cualidad que permanecía constante. Cuando esta variación era lineal (proporcional) Oresme la definía *uniforme* y cuando no era lineal, *disforme*. Por ejemplo, en el caso de una variación uniforme se representaba así:



La intensidad de la cualidad que varía uniformemente está representada por la longitud del segmento vertical MN, y crece uniformemente a medida que el punto N se mueve de A a B. Luego, la *cantidad* de la cualidad NM que varía uniformemente está dada por el triángulo ABC, la cual es igual al área del rectángulo ABED, donde E es el punto medio de BC. Por lo tanto, concluía Oresme, la cantidad de una cualidad que varía uniformemente es la misma que la de una cualidad constante igual al valor medio de la cualidad que varía uniformemente. Cuando este análisis se aplicaba a los cuerpos en movimiento se consideraba a la velocidad como la cualidad que variaba uniformemente y al tiempo como la cualidad que permanecía constante. El significado de la cantidad según Oresme era *la distancia recorrida por el cuerpo*.

Si bien *el problema de la cualidad* involucraba la matemática necesaria para tratar el movimiento acelerado, éste no fue aplicado al movimiento de los graves antes del 1500, porque ninguno osaba suponer que los cuerpos en caída libre fueran uniformemente acelerados o uniformemente disformes. Aquellos matemáticos que discutían la intensidad de una cualidad como la velocidad no la relacionaban directamente con el ímpetu, en donde todavía faltaba una explicación de la causa del movimiento de los cuerpos.

En el 1500 la teoría del ímpetu constituía un argumento poco claro, ya que no había tenido un desarrollo muy coherente. Cada matemático estaba interesado en algún aspecto particular del problema, mientras que pocos se interesaron en el problema de la cinemática como un todo. Se la utilizaba tanto para atacar la teoría aristotélica como para comprender los problemas reales con la tácita fe de tratar la teoría del ímpetu en términos matemáticos, lo cual introdujo inevitablemente

elementos de confusión. Esto último se puede evidenciar en el fatigoso camino que tuvo que recorrer Galileo.

Refutación de los enunciados Aristotélicos por parte de Galileo

Los primeros estudios de Galileo sobre el movimiento de los proyectiles y de los graves en caída libre fueron en el ámbito de la teoría del ímpetu. Siguiendo la tradición de sus predecesores, Tartaglia y Benedetti, Galileo produjo avances que, si bien no resolvieron el problema, le permitieron refutar ideas Aristotélicas muy arraigadas como *la existencia de los cuerpos ligeros, la imposibilidad del vacío y la proporcionalidad de la velocidad de caída respecto del peso*.

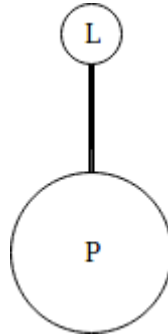
Refutación de la ligereza (2): la ligereza, decía Galileo, es relativa. Los cuerpos ligeros parecen subir espontáneamente hacia arriba pero en realidad lo hacen debido al empuje que reciben del medio más denso en el que se encuentran. En realidad todos los cuerpos son más o menos pesados. Esta concepción tiene su origen en la consideración de los cuerpos flotantes y efectivamente gran parte de este sector de la mecánica galileana derivaba de la hidrostática de Arquímedes, a quien admiraba profundamente. Galileo se ocupó tanto de cuerpos que suben en el agua (*Discurso sobre los cuerpos flotantes*, 1612) como en aquellos que caen en el aire (*De motu*, dinámica pisana, 1589–1592) y consideró entonces la resistencia del medio, tanto en agua como en aire. En sus primeros intentos de esbozar una ley alternativa, Galileo propuso que *los cuerpos caen con velocidad proporcional a la diferencia entre la densidad del cuerpo (ρ_c) y la del medio (ρ_m)*

$$V \sim (\rho_c - \rho_m),$$

mientras que Aristóteles había supuesto simplemente que la velocidad era proporcional al peso numérico del cuerpo $V \sim P_c$. Por lo tanto, en el aire, los objetos formados de la misma materia y con la misma densidad deberían caer todos con la misma velocidad independientemente de su peso.

En el caso de dos objetos compuestos por materia diferente y con el mismo peso, el más denso caerá con mayor velocidad (como estos escritos fueron confeccionados en la época Pisana, se cree que, de ser cierto, era ésta la teoría a ser verificada mediante el famoso experimento de la torre de Pisa). Siguiendo esta línea de pensamiento, al disminuir progresivamente la densidad del medio, los objetos deberían caer cada vez más rápido hasta que en el límite, el vacío, su velocidad debería resultar proporcional a su densidad. *Ahora resultaba que el movimiento en el vacío se volvía posible (refutación de la no existencia del vacío (4)) aunque en su teoría los objetos de materia diferente caerían con velocidades diferentes.*

Refutación de $V \sim P$ (5): supongamos que tenemos dos cuerpos, uno más pesado (P en la figura) que el otro, y asumamos que efectivamente $V \sim P$ (hipótesis), es decir, el pesado cae más velozmente que el liviano (L en la figura). Si uniésemos ambos con un hilo, como muestra la figura:



L va a frenar a P y P va a aumentar la velocidad de L. Luego, el resultado final será que el conjunto L+P irá más despacio que, por ejemplo, P:

$$V_{L+P} < V_P.$$

Pero como $P_{L+P} > P_P$ implica que $V_{L+P} > V_P$, resulta entonces que llegamos a un absurdo. Ya que asumir $V \sim P$ implica simultáneamente

$$V_{L+P} < V_P.$$

$$V_{L+P} > V_P.$$

Luego, la hipótesis $V \sim P$ que habíamos asumido como verdadera, es falsa. Este tipo de demostración, en la que se asume que una hipótesis es verdadera y se llega lógicamente a un enunciado falso, se denomina *demostración por el absurdo*.

Las primeras nociones de Galileo respecto de la aceleración de un cuerpo en caída libre son muy interesantes. Según su razonamiento un cuerpo en caída libre debía primero vencer la fuerza que lo colocó en la posición inicial, razón por la cual su movimiento inicial era acelerado. Una vez adquirida la velocidad de caída que le competía no habría ulteriores aceleraciones ya que, como sostenía Galileo en aquella época, *una fuerza constante solo podía producir una velocidad constante*. Como los cuerpos pesados debían vencer una fuerza mayor, adquirirían su velocidad típica mucho más lentamente de cómo lo hacían los cuerpos más livianos. Estas ideas, en cierto modo análogas al concepto de velocidad límite, muestran hasta qué punto Galileo estaba influenciado por la caída de los cuerpos en los fluidos.

Refutación de que el estado natural de los graves es el reposo (1): Galileo tuvo una tendencia a imaginar situaciones límites, ideales, del movimiento que lo llevaron a adoptar un punto de vista opuesto al aristotélico, el cual afirmaba que el estado natural de los cuerpos era el reposo. Galileo decía que *los cuerpos en reposo tendían a estar en reposo, que los cuerpos en movimiento tendían a estar en movimiento y que hay que hacerle algo al cuerpo para cambiar su estado de movimiento*. En un experimento idealizado de esferas rodantes en planos inclinados, en donde *se suprimen todos los impedimentos exteriores y accidentales* (idealización), Galileo decía lo siguiente: si una esfera que viene con una velocidad constante asciende por un plano inclinado su movimiento se retarda; mientras que si desciende su movimiento se incrementa. Luego, el movimiento de una esfera en un plano horizontal debería mantenerse naturalmente estable ya que no hay pendiente ni hacia arriba ni hacia abajo que modifique su estado de movimiento.

El punto de vista aristotélico no estaba equivocado, sino que era improductivo. Las idealizaciones de Galileo, en cambio, resultaron mucho más productivas en el sentido que le permitieron desarrollar cuantitativamente la descripción del movimiento. En sus obras más representativas, *Diálogo sobre los dos sistemas máximos del mundo* (el ptolemaico y el copernicano) y *Discursos y demostraciones matemáticas acerca de dos nuevas ciencias* (resistencia de materiales y movimientos), se encuentran demostraciones puramente matemáticas y experimentos pensados, algunos de los cuales se cree que no siempre responden a hechos físicos concretos. Algunos historiadores de la ciencia llegaron a sugerir que Galileo había construido su física solamente por medio de argumentaciones lógico-matemáticas. En 1970 se encontraron las anotaciones inéditas de Galileo en donde figuraba la evidencia que sus trabajos experimentales habían sido efectivamente realizados. Esto último lo veremos en el próximo apunte.

Bibliografía:

Diálogos acerca de dos nuevas ciencias, Galileo Galilei. Editorial Losada.

The origin of modern science. Herbert Butterfield. The Free Press.

Il rinascimento scientifico 1450–1630. Marie Boas. Feltrinelli editore.

Galileo and the inclined plane controversy. Paul D. Sherman, The Physics Teacher, september 1974, página 343.

Noticias del planeta Tierra. Galileo Galilei y la revolución científica. Guillermo Boido. A-Z Editora.