Modelos Fisicos

Practica 2

12 de diciembre de 2018

1. Una particula se mueve a lo largo de una recta de forma que su posicion sigue la ley (en el SI) $x(t) = t^3 - 33t^2 + 216t$ entre $t = 0$ y $t = 24$.

   a) Calcule la velocidad y la aceleracion de este movimiento.

   b) ¿Cual es la maxima distancia de la posicion inicial a la que llega a encontrarse esta particula?

   c) ¿Cuanto vale el desplazamiento neto a lo largo del intervalo?

   d) ¿Y la distancia total recorrida?

   e) ¿Cuanto valen la maxima y la minima velocidad de este movimiento?

Solucion

a)

- $v(t) = 3t^2 - 66t + 216.$
- $a(t) = 6t - 66.$

b) $v(t) = 3t^2 - 66t + 216 = 0 \iff t = 18 \vee t = 4.$

- $x(0) = 0.$
- $x(4) = 400.$
- $x(18) = -972.$
- $x(24) = 0.$

La maxima distancia es $972m$.

c) $0m$.

d) $400m + 400m + 972m + 972m = 2744m$.

e) $a(t) = 6t - 66 = 0 \iff t = 11.$

- $v(0) = -66.$
- $v(11) = -146.$
- $v(24) = 360.$

La velocidad maxima es $360m/s$.

2. Dos moviles pasan simultaneamente, con movimiento rectilineo y uniforme por dos posiciones A y B distantes entre si 3km, con velocidades de 54 km/h y 36 km/h respectivamente, paralelas al segmento AB y del mismo sentido. Hallar analitica y graficamente la posicion y el instante de encuentro.

Solucion

- $a_A(t) = a_B(t) = 0.$
- $v_A(t) = v_{0_A} = 54.$
- $v_B(t) = v_{0_B} = 36.$
- $x_A(t) = 54t + x_{0_A} = 54t.$
- $x_B(t) = 36t + x_{0_B} = 36t + 3.$

$x_A(t) - x_B(t) = 0 \iff 54t - 36t - 3 = 0 \iff t = 1/6.$

Se encuentran a $x_A(1/6) = 9km$ de la posicion inicial de A luego de 10 minutos.

3. Dos moviles pasan simultaneamente, con movimiento rectilineo uniforme por dos posiciones A y B distantes entre si 6km, con velocidades de 36 km/h y 72 km/h respectivamente, paralelas al segmento AB y de sentidos opuestos. Hallar analitica y graficamente la posicion y el instante de encuentro.

Solucion

- $a_A(t) = a_B(t) = 0.$
- $v_A(t) = v_{0_A} = 36.$
- $v_B(t) = v_{0_B} = -72.$
- $x_A(t) = 36t + x_{0_A} = 36t.$
- $x_B(t) = -72t + x_{0_B} = -72t + 6.$

$x_A(t) - x_B(t) = 0 \iff 36t + 72t - 6 = 0 \iff t = 1/18.$

Se encuentran a $x_A(1/18) = 2km$ de la posicion inicial de A luego de 1/18 horas.

4. Dos moviles parten simultaneamente con MRU en sentidos opuestos de dos puntos A y B ubicados a 100m uno del otro. El movil que parte de A tiene una velocidad cuyo modulo es 10m/s y el que parte de B, 40 m/s. Calcular la posicion y el instante en que se encuentran y representar graficamente la posicion en funcion del tiempo para ambos moviles.

   Solucion COMPLETAR.

5. Dos particulas A y B se mueven con velocidad constante sobre un mismo eje OX en sentido contrario de manera que en $t = 0$ cuando B pasa por Q su velocidad es $vB(0) = 5m/s$, A pasa por P con velocidad $vA(0) = 6m/s$. La distancia entre los puntos A y B es 142m. Determine las desaceleraciones constantes que deben aplicar ambas particulas para que se detengan simultaneamente justo antes de chocar.

   Solucion

   - $a_A(t) = k_1$.
   - $a_B(t) = k_2$.
   - $v_A(t) = v_{0_A} + k_1 t = 6 + k_1 t$.
   - $v_B(t) = v_{0_B} + k_2 t = -5 + k_2 t$.
   - $x_A(t) = x_{0_A} + 6t + \frac{1}{2}k_1 t^2 = 6t + \frac{1}{2}k_1 t^2$.
   - $x_B(t) = x_{0_B} - 5t + \frac{1}{2}k_2 t^2 = 142 - 5t + \frac{1}{2}k_2 t^2$.

   Buscamos k_1 y k_2 tales que para algun tiempo α resulten $x_A(\alpha) = x_B(\alpha)$ y $v_A(\alpha) = v_B(\alpha) = 0$. Por un lado tenemos:

   $$x_A(\alpha) = x_B(\alpha) \iff 6\alpha + \frac{1}{2}k_1\alpha^2 - 142 + 5\alpha - \frac{1}{2}k_2\alpha^2 = 0$$

   y por el otro:

   $$6+k_1\alpha = 0 \iff \boxed{k_1\alpha = -6} \wedge -5+k_2\alpha = 0 \iff \boxed{k_2\alpha = 5}$$

   Reemplazando obtenemos: $11\alpha - 142 - \frac{6}{2}\alpha - \frac{5}{2}\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{284}{11}$.

   Luego: $k_1 = -\frac{33}{142}$ y $k_2 = \frac{55}{284}$.

6. Hallar a que velocidad hay que realizar un tiro parabolico para que llegue a una altura maxima de 100m si el angulo de tiro es de 30.

Solucion

- $\overline{a}(t) = (a_x(t), a_y(t))$.
- $a_x(t) = 0$.
- $a_y(t) = -g$.
- $\overline{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$.
- $v_x(t) = v_{0x}$.
- $v_y(t) = v_{0y} - gt$.
- $v(t) = \sqrt{v_{0x}^2 + (v_{0y} - gt)^2}$.
- $\overline{p}(t) = (x(t), y(t))$.
- $x(t) = v_{0x}t$.
- $y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$.

Sea $\alpha / v_y(\alpha) = 0 \iff v_{0y} = g\alpha \iff \alpha = v_{0y}/g$, luego en dicho tiempo la altura sera maxima.

Ahora: $100 = y(\alpha) = y(v_{0y}/g) = \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g}$ de donde $v_{0y} = \sqrt{200g}$.

Ademas $v_{0x} = v(0)\cos(30) \iff v_{0x} = \sqrt{v_{0x}^2 + 200g}\cos(30)$ de donde $v_{0x}^2 = (v_{0x}^2 + 200g)\cos(30)^2 \iff v_{0x}^2\left[1 - \cos(30)^2\right] = 200g\cos(30)^2$.

Finalmente $v_{0x} = \frac{\sqrt{200g}\cos(30)}{\sin(30)} = \sqrt{200g}\cot(\pi/6)$. En resumen:

- $v_{0x} \approx 76,68$.
- $v_{0y} \approx 44,27$.
- $v_0 \approx 88,54$.

7. Hallar a que angulo γ hay que realizar un tiro parabolico para que el alcance y la altura maxima sean iguales.

Solucion Sean $\alpha \neq 0 / y(\alpha) = 0$ y $\beta / v_y(\beta) = 0$, luego el alcance sera $x(\alpha)$ y la altura maxima $y(\beta)$ de donde:

- $0 = v_{0y}\alpha - \frac{1}{2}g\alpha^2 = \alpha\left(v_{0y} - \frac{1}{2}g\alpha\right) \iff 0 = v_{0y} - \frac{1}{2}g\alpha \iff \alpha = 2v_{0y}/g$.
- $0 = v_{0y} - g\beta \iff \beta = v_{0y}/g$.

Buscamos que $x(\alpha) = y(\beta)$, es decir:

$$\frac{2v_{0y}v_{0x}}{g} = \frac{v_{0y}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_{0y}^2}{g} \iff v_{0y}v_{0x} = v_{0y}^2 \iff v_{0x} = v_{0y}$$

por lo que $v(0)\cos(\gamma) = v(0)\sin(\gamma) \iff \cos(\gamma) = \sin(\gamma) \iff \gamma = 45$.

8. Desde el origen de un sistema de coordenadas se lanza una particula con velocidad v0 formando un angulo de 37 con la horizontal y choca al cabo de 3s con una pared en el punto (x, y). Si se cambia el angulo de lanzamiento a 53 con la horizontal, manteniendo la misma velocidad de lanzamiento v0, la particula impacta en la pared en el punto $(x, y + 7)$.

   a) Determinar el tiempo que demora el proyectil lanzado a 53 sobre la horizontal en llegar a la pared.

   b) Determine la velocidad de lanzamiento de la particula.

   Soluciones

   a) COMPLETAR.

   b) COMPLETAR.

9. Desde una altura de 20m, con respecto al eje X de un sistema de coordenadas ubicado en Tierra, se lanza una particula A con una velocidad de 50m/s y formando un angulo de 30 con la horizontal. Simultaneamente y desde la posicion X=200m se dispara verticalmente hacia arriba un proyectil B de modo que cuando la particula A llega a Tierra, el proyectil B esta en su altura maxima. Calcular:

   a) El tiempo transcurrido para que la distancia que separa A de B sea minima.

   b) La velocidad relativa de A respecto a B en m/s.

   Soluciones

   a) COMPLETAR.

   b) COMPLETAR.

10. Hallar la aceleracion de un esquiador que se desliza por la ladera de una colina inclinada 30 con la horizontal, con rozamiento despreciable. ¿Cual sera la inclinacion de la pista, cuando su aceleracion sea 8m/s?

Solucion Sobre el esquiador actuan dos fuerzas: su peso y la normal. Ubicando el eje y en la direccion de la fuerza normal obtenemos:

- Eje y: La sumatoria de las fuerzas es 0.
- Eje x: $g\sin(30)$.

La aceleracion es aproximadamente $4.9m/s^2$. Si la aceleracion es $8m/s^2$ entonces $8 = g\sin(\alpha) \iff \alpha = \arcsin(8/g) \approx 54,72$.

11. Desde el piso, se lanza hacia arriba una pelota con una velocidad de 40m/s. Calcule el tiempo transcurrido entre los dos instantes en que su velocidad tiene una magnitud de 2,5m/s y la distancia respecto al piso que se encuentra le pelota en ese instante.

    Soluciones COMPLETAR.

12. La longitud de un resorte en reposo es 20cm. Sabiendo que su constante elastica es 50N/m, hallar su nueva longitud si se le estira aplicando una fuerza de 2,5N.

    Solucion $2,5 = 50\delta \iff \delta = 0,05$. Su nueva longitud es $25cm$.

13. Un resorte vertical se estira 10cm cuando se pone una masa de 1,5kg. Calcule:

    a) Constante del resorte.

    b) Fuerza que se debe hacer para que se estire 15cm.

    Solucion

    a) $1,5g = k \cdot 0,1 \iff k = 147$. La constante del resorte es $147N/m$.

    b) $F = 147 \cdot 0,15 = 22,05$. La fuerza necesaria es de $22,05N$.

14. Dos resortes S1 y S2 de longitudes iguales a 0,5m pero con diferentes constantes elasticas K1 = 50 N/m y K2 = 100 N/m, estan unidos a dos soportes A y B, que se encuentran a la misma altura. Un cuerpo C de masa 2,5 kg, esta entre los dos resortes y es estirado hacia abajo hasta que la longitud de los resortes se duplica. ¿Cual es la aceleracion que adquiere el cuerpo C cuando se deja libre?

Solucion Sobre el cuerpo C actuan tres fuerzas: F_A, F_B y P; todas sobre el eje y, P hacia abajo y las restantes hacia arriba. En total:

$$K_1 0,5 + K_2 0,5 - 2,5g = 50,5$$

y como $F = ma$ tenemos $50,5 = 2,5a \iff a = 20,2$. Por lo tanto la aceleracion es de $20,2m/s^2$.

15. Una particula de masa 1kg se mueve a lo largo del eje X bajo la accion de una fuerza cuya magnitud es F = 42 sin 8t, donde F esta medido en N y t en s. Cuando t = 0s la velocidad de la particula es 40m/s. Calcule:

    a) La velocidad de la particula cuando t = 0,2s.

    b) Si en t = 0s, x = 0m, determine la posicion de la particula en t = 0,2s.

    Soluciones

    a) COMPLETAR.

    b) COMPLETAR.

16. Sobre un cuerpo de masa 2kg que apoya sobre una superficie horizontal sin rozamiento, se le aplica una fuerza F = 10N, que forma un angulo de 60 respecto a la masa. Determine la aceleracion del cuerpo que apoya sobre la superficie respecto a un sistema referencial inercial.

    Soluciones COMPLETAR.

17. Un hombre cuya masa es de 80kg se pesa en un ascensor. ¿Cuanto indicara la balanaza en los siguientes casos?

    a) El ascensor sube con velocidad constante de 2m/s.

    b) El ascensor baja con velocidad constante de 2m/s.

    c) El ascensor empieza a subir aumentando su velocida a razon de 2m/s por segundo.

    d) El ascensor sube frenando con una aceleracion de 2m/s.

e) El ascensor empieza a bajar con una aceleracion de 2m/s.

f) El ascensor baja frenando con una aceleracion de 2m/s.

g) Se corta la soga del ascensor.

Soluciones

a) COMPLETAR.

b) COMPLETAR.

c) COMPLETAR.

d) COMPLETAR.

e) COMPLETAR.

f) COMPLETAR.

g) COMPLETAR.

18. El paracaidista junto con el paracaidas tienen una masa de 120kg. Si la fuerza de rozamiento con el aire es de 1100N.

a) Esquematizar las fuerzas aplicadas sobre el paracaidista.

b) ¿Cual sera la aceleracion del paracaidista?

c) ¿Cuanto deberia valer la fuerza de rozamiento con el aire para que el paracaidas caiga con velocidad constante?

Soluciones

a) COMPLETAR.

b) COMPLETAR.

c) COMPLETAR.