

1. Para los siguientes casos escribir las hipótesis nula y alternativa, y determinar si se trata de un test unilateral a la izquierda, unilateral a la derecha o bilateral:
- a) De acuerdo a la Sociedad Norteamericana de Cáncer, el riesgo de desarrollar cáncer de colon es 1 en 16. Un estudio sugiere que tomar una aspirina día por medio por 20 años puede reducir dicho riesgo aproximadamente a la mitad. De todos modos, los beneficios no se manifiestan hasta al menos década después.
  - b) Supone que trabajas para una compañía que produce ollas con una vida útil promedio de siete años. Para ganar ventajas competitivas, sugieres usar un nuevo material que supuestamente extiende la vida. Quieres probar la hipótesis de que la vida útil promedio de las ollas hechas con este nuevo material es mayor que el de las convencionales.
  - c) Basado en una encuesta previa, el porcentaje de personas que dijeron que votarían al candidato *A* fue 50 %. Todos los candidatos presidenciales tendrán comerciales televisivos diarios y un debate político final durante la semana anterior a las elecciones. Quieres probar la hipótesis de que la proporción de personas que dicen que votarán al candidato *A* ha cambiado.

### Soluciones

- a)
  - $H_0$ : El riesgo de desarrollar cáncer de colon tomando una aspirina diaria durante 20 años es  $\frac{1}{16}$ .
  - $H_1$ : El riesgo de desarrollar cáncer de colon tomando una aspirina diaria durante 20 años es menor a  $\frac{1}{16}$ .
  - Test unilateral a la izquierda.
- b)
  - $H_0$ : Las ollas producidas con el nuevo material tienen una vida útil promedio de siete años.
  - $H_1$ : Las ollas producidas con el nuevo material tienen una vida útil mayor a siete años.
  - Test unilateral a la derecha.

c)

- $H_0$ : La proporción de personas que dicen que votaran al candidato  $A$  luego de los comerciales y el debate es del 50 %.
- $H_1$ : La proporción de personas que dicen que votaran al candidato  $A$  luego de los comerciales y el debate no es del 50 %.
- Test bilateral.

2. El Titanic, el barco más grande jamás construido hasta aquel momento, partió de Inglaterra hacia Nueva York el 10 de abril de 1912. Muchos pensaban que nunca podría hundirse, pero esto ocurrió unos días después de partir al chocar contra un iceberg. Solamente 201 de los 710 pasajeros y tripulantes sobrevivieron. Un tema de interés puede ser determinar si todos tuvieron igual chance de sobrevivir, de modo que se plantean:

- $H_0$ : Hombres y mujeres tuvieron la misma chance de sobrevivir.
- $H_1$ : Hombres y mujeres no tuvieron la misma chance de sobrevivir.

Llamamos con  $p_h$  a la proporción de hombres que sobrevivieron y con  $p_m$  la proporción de mujeres que sobrevivieron.

- a) Utilizando esta notación, rescribe las hipótesis.
- b) Supone que los datos obtenidos fueron estadísticamente significativos. ¿Qué hipótesis fue sustentada?

## Soluciones

a)

- $H_0$ :  $p_h = p_m$ .
- $H_1$ :  $p_h \neq p_m$ .

b) Fue sustentada  $H_1$ .

3. Los gráficos de frecuencia que siguen proveen los modelos para un dado legal y un dado cargado a favor del 1 y 2. Por ejemplo, la chance de obtener un «2» cuando tiras el dado legal es  $\frac{3}{18}$  y cuando tiras el cargado es  $\frac{5}{18}$ .



Supone que tienes un dado y no sabes si es el legal o el cargado. Se te permitirá tirar el dado una vez y en base a esa observación tienes que decidir entre las siguientes hipótesis:

- $H_0$ : El dado es legal.
- $H_1$ : El dado está cargado (a favor del 1 y 2).

a) La dirección del extremo para este test es:

- Unilateral a derecha.
- Bilateral.
- Unilateral a izquierda.
- No se puede determinar.

b) Considera la siguiente regla de decisión: Rechazar  $H_0$  si obtienes un 2 o un valor más extremo. Indica en los gráficos y calcula los valores de  $\alpha$ ,  $\beta$  y la potencia.

c) Supone que el dado es arrojado y el resultado fue estadísticamente significativo al nivel de significación  $\alpha$ . Luego, una decisión fue tomada: ¿«El dado es legal» o «El dado está cargado (a favor del 1 y 2)»?

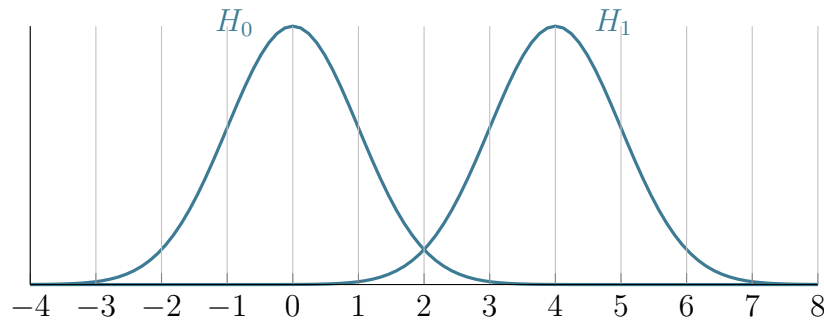
## Soluciones

a) Unilateral a izquierda.

b)  $\alpha = \frac{6}{18}$  y  $\beta = \frac{8}{18}$ .

c) El dado está cargado.

4. Considera dos bolsas, cada una conteniendo muchos billetes, e iguales por fuera. Se te mostrará sólo una de ellas. Se presentan a continuación las versiones suavizadas de los gráficos de frecuencia describiendo el contenido de cada bolsa, en términos del valor de los billetes.

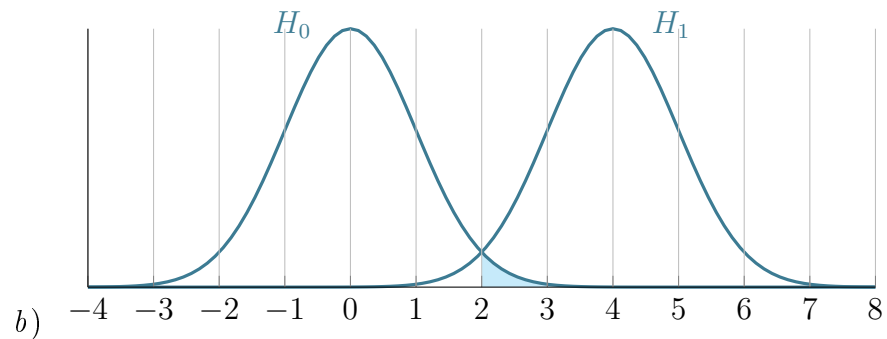


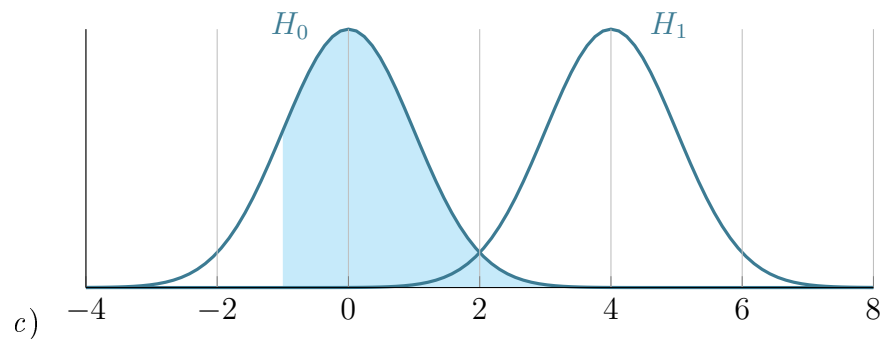
Se te permite extraer sólo un billete de la bolsa y debes decidir rechazar o no  $H_0$ .

- ¿Cuál es la dirección del test?
- Supone que el valor observado es de \$2. Sombrea el área que corresponde al p-value.
- Supone que el valor observado es de \$-1. Sombrea el área que corresponde al p-value.
- Supone que el valor observado es de \$-1. ¿El p-value será menor o mayor que 0.5?
- Supone que la regla de decisión es rechazar  $H_0$  si obtienes un valor de 2.6 o más extremo. Sombrea el área correspondiente a  $\alpha$  bajo la curva de  $H_0$ . Sombrea las áreas correspondientes a  $\beta$  y a la potencia bajo la curva de  $H_1$ . ¿Un valor observado de \$3 será estadísticamente significativo? Explicar.

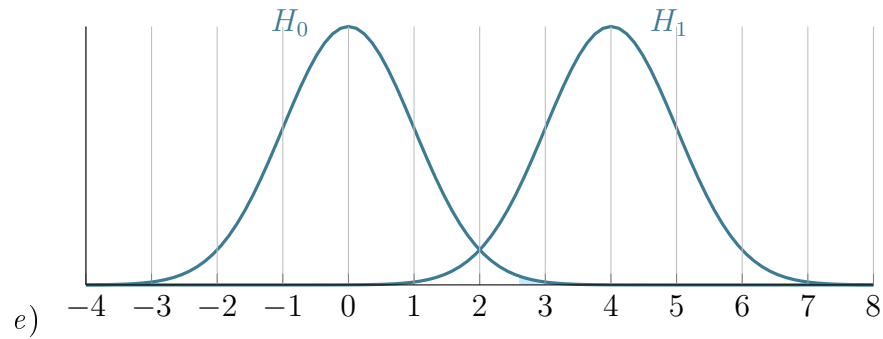
### Soluciones

- Unilateral a derecha.





d) Mayor.



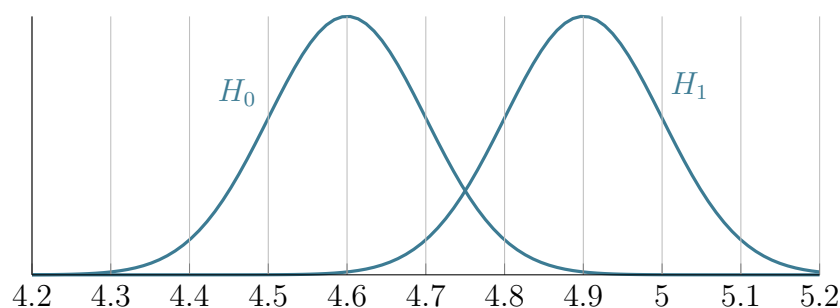
\$3 es estadísticamente significativo pues es un valor mas extremo que \$2.6.

5. La máquina  $A$  produce partes cuya longitud promedio es de 4.6mm. La máquina  $B$  produce partes cuyas longitudes varían similarmente, pero con un promedio de 4.9mm. Supone que tienes una caja de partes que crees que vienen de la máquina  $A$ , pero no estás seguro.

Probarás las siguientes hipótesis seleccionando al azar una pieza de la caja y midiéndola:

- $H_0$ : Las partes fueron producidas por la máquina  $A$ .
- $H_1$ : Las partes fueron producidas por la máquina  $B$ .

Las hipótesis para la distribución de la longitud de la pieza (en mm) se presentan a continuación como las versiones suavizadas de los gráficos de frecuencia:



- a) ¿Cuál es la dirección del test?
- b) Considera la siguiente regla de decisión: Rechazar  $H_0$  si la parte seleccionada mide 4.8mm o un valor más extremo. En el gráfico, sombrea las áreas que corresponde a  $\alpha$  y a  $\beta$ .
- c) La longitud de la parte seleccionada es 4.7mm. En el gráfico, sombrea el área que corresponde al p-value.
- d) ¿Es el resultado en c) estadísticamente significativo? Explica.

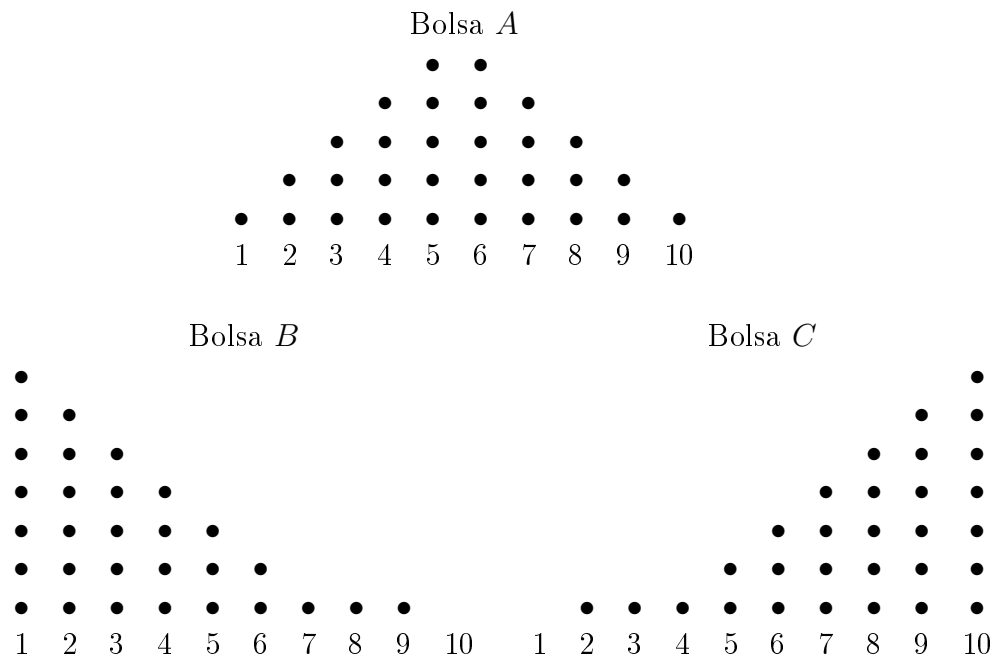
### Soluciones

- a) Unilateral a derecha.
- b) COMPLETAR.
- c) COMPLETAR.
- d) No es estadísticamente significativo pues no se rechaza  $H_0$ .

6. Se tienen tres bolsas idénticas,  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Cada una contiene 30 vales y se te mostrará sólo una de ellas. Se plantean las siguientes hipótesis:

- $H_0$ : La bolsa mostrada es la  $A$ .
- $H_1$ : La bolsa mostrada es la  $B$  o la  $C$ .

Los gráficos de frecuencia que describen los contenidos de cada bolsa, en términos de los valores de los vales, se presentan a continuación.



Se te permite seleccionar sólo un vale de la bolsa y debes decidir rechazar o no  $H_0$ .

- a) Considera la siguiente regla de decisión: Rechazar  $H_0$  si el vale seleccionado es  $\leq \$1$  o  $\geq \$10$ . ¿Cuál es el nivel de significación  $\alpha$ , correspondiente a esta regla de decisión?
- b) Supone que el valor observado es  $\$3$ . Calcula el p-value.
- c) Recuerda que  $\beta$  es la probabilidad de no rechazar  $H_0$  siendo cierta  $H_1$ . Si  $H_1$  fuese verdadera, la bolsa mostrada es la  $B$  o la  $C$ . Calcula  $\beta$  suponiendo que la bolsa mostrada es la  $B$  por un lado, y por otro suponiendo que la bolsa mostrada es la  $C$ .

## Soluciones

- a)  $\alpha = \frac{2}{30}$ .
- b)  $\frac{6}{30}$ .
- c) Para ambas bolsas,  $\beta = \frac{23}{30}$ .

7. Considera nuevamente dos bolsas idénticas. Se te permite seleccionar sólo un vale de la bolsa y debes decidir rechazar o no  $H_0$ :

- $H_0$ : La bolsa mostrada es la A.
- $H_1$ : La bolsa mostrada es la B.



Conociendo solamente el contenido de cada bolsa, ¿puedes calcular  $\beta$ ? Si tu respuesta es sí, calcúlala. Si es no, explica por qué.

**Solución** No es posible determinar  $\beta$  pues este depende de una regla de decisión.

8. Determinar para cada una de las siguientes afirmaciones si es verdadera o falsa. Si es falsa, explica por qué.
- a) Si el nivel de significación es  $\alpha = 0.05$ , entonces  $\beta = 1 - 0.05 = 0.95$ .
  - b) Si la hipótesis nula es verdadera, se puede cometer un error de tipo II.
  - c) Si la decisión es no rechazar  $H_0$ , se puede cometer un error de tipo II.
  - d) Rechazar  $H_0$  implica que ésta no es cierta.



## Soluciones

- a) Falso:  $\beta$  depende de la distribución de probabilidades de  $H_1$ .
  - b) Falso: si la hipótesis nula es verdadera, solo cabe la posibilidad de un error tipo I.
  - c) Verdadero.
  - d) Falso: Solamente implica que es mas probable  $H_1$ .
9. En la prueba de hipótesis, si se elige un nivel de significación de 0.05, el valor 0.05 indica (elige la respuesta correcta):
- a) La chance de un error de tipo II es 0.05.
  - b) Si  $H_0$  es verdadera, la chance de rechazarla incorrectamente es 0.05.
  - c) El 95 % de las veces  $H_0$  es verdadera.
  - d) El 5 % de las veces  $H_0$  es verdadera.

**Solución** Si  $H_0$  es verdadera, la chance de rechazarla incorrectamente es 0.05.

10. Supone que se tienen dos cajas,  $A$  y  $B$ , que contienen 25 fichas iguales con valores monetarios inscriptos en ellas, cada una. La tabla de frecuencia para cada caja es:

Bolsa $A$	
0	1
5	1
10	2
15	3
20	4
25	6
30	8

Bolsa $B$	
0	8
5	6
10	4
15	3
20	2
25	1
30	1

Se te muestra sólo una de las cajas y se piensa que es la  $A$ . Debes decidir si esto es cierto estadísticamente al seleccionar al azar una ficha.

- a) Escribe las dos hipótesis para el test.
- b) ¿Cuál es la dirección del test?
- c) Escribe una regla de decisión tal que la probabilidad de cometer un error de tipo I sea tan cerca como sea posible a 0.10, pero no superior.
- d) ¿Cuál es el valor de  $\alpha$  y cuál es la probabilidad de cometer un error de tipo II para la regla de decisión de c)?
- e) Supone que seleccionas una ficha inscrita con \$5. Usando la regla de decisión de c), ¿qué concluyes?

### Soluciones

- a)
    - $H_0$ : La caja mostrada es la  $A$ .
    - $H_1$ : La caja mostrada es la  $B$ .
  - b) Unilateral a izquierda.
  - c) Rechazar  $H_0$  si la ficha es de valor  $\leq 5$ .
  - d)  $\alpha = \frac{2}{25}$  y  $\beta = \frac{11}{25}$ .
  - e) Los datos son estadísticamente significativos (rechazamos  $H_0$ ).
11. Las máquinas  $A$  y  $B$  son las únicas que producen varillas de acero en una fábrica de acero. Los gráficos de frecuencia que siguen dan la distribución del número de fallas en las varillas y se basan en un total de 15 varillas producidas por la máquina  $A$  y otras 15 por la máquina  $B$ .



Tienes una caja de varillas de acero a la que le han quitado la etiqueta que aclaraba a cuál de las dos máquinas pertenece esta producción. Seleccionarás una varilla de la caja y contarás el número de fallas que presenta. Se desean probar las siguientes hipótesis:

- $H_0$  : La caja de varillas fue producida por la máquina  $A$ .
- $H_1$  : La caja de varillas fue producida por la máquina  $B$ .

- a) ¿Cuál es la dirección del test?
- b) Se decide rechazar  $H_0$  si el número observado de fallas de la varilla de acero seleccionada es 2 o más extremo. Calcula las probabilidades de error de tipo I y de tipo II.
- c) El número observado de fallas en la varilla de acero seleccionada es 4. ¿Cuál es el p-value?
- d) ¿Son los datos estadísticamente significativos al nivel de significación  $\alpha$  de la parte b)?

### Soluciones

- a) Unilateral a izquierda.
- b)  $\alpha = \frac{3}{15}$  y  $\beta = \frac{6}{15}$ .
- c)  $\frac{10}{15}$ .
- d) No.

12. Responde cada una de las siguientes preguntas acerca del p-value de un test:

- a) Escribe dos posibles p-values para datos que son estadísticamente significativos al 0.01.
- b) Escribe dos posibles p-values para datos que son estadísticamente significativos al 0.05, pero no al 0.01.
- c) Escribe dos posibles p-values para datos que no son estadísticamente significativos al 0.10.

### Soluciones

- a) 0.001; 0.005.
- b) 0.04; 0.03.
- c) 0.15; 0.2.

13. Examina la siguiente información de un artículo:

«*Los chicos miran más y más televisión.* Un nuevo estudio acerca de los hábitos de los niños frente a la televisión reveló que los chicos entre 2 y 11 años miraron un promedio de 312.5 horas de programas infantiles en el año, mientras que el año anterior el mismo promedio fue de 295.5 horas. Los varones miran en promedio 53 horas más que las chicas por año. El estudio también encontró que el 42 % de los niños entre 6 y 11 años tienen televisor en sus habitaciones, mientras que cerca del 25 % de los pequeños entre 2 y 5 tienen el suyo propio».

Considera las siguientes hipótesis a ser probadas:

- $H_0$  : El promedio de horas que los chicos entre 2 y 11 años miran programas infantiles es el mismo que el año anterior.
- $H_1$  : El promedio de horas que los chicos entre 2 y 11 años miran programas infantiles se ha incrementado con respecto al año anterior.

Este test no fue estadísticamente significativo a un nivel de significación del 10 %.

- a) ¿Qué hipótesis fue sustentada?
- b) ¿Qué puedes decir acerca del p-value del test?
- c) ¿Qué tipo de error pudo haberse cometido?
- d) ¿La región de rechazo es unilateral a la derecha, unilateral a la izquierda o bilateral? Explica.

### Soluciones

- a)  $H_0$ .
- b) Fue mayor que  $\frac{10}{100}$ .
- c) Error tipo II.
- d) COMPLETAR.

14. Se realizó un test estadístico para probar las siguientes hipótesis, y los datos resultaron ser estadísticamente significativos:

- $H_0$ : El peso promedio de una aspirina Bayer es 325 mg.
- $H_1$ : El peso promedio de una aspirina Bayer no es 325 mg.

- a) ¿Qué hipótesis fue sustentada?
- b) ¿Cuál es la dirección de este test?
- c) Suponga que el nivel de significación fue 0.05. Escriba dos posibles valores del p-value.

### Soluciones

- a)  $H_1$ .
- b) COMPLETAR.
- c) 0.04; 0.03.

15. Al periódico de una universidad le gustaría publicar un artículo acerca de los costos de continuar alguna carrera de grado. Una parte del artículo tratará el tema de los alquileres de departamentos. Un libro de referencia acerca de los costos de asistir a la universidad habla de un alquiler mensual promedio de \$350 para departamentos de un dormitorio, en un radio de 20 manzanas de la universidad. Los redactores del periódico deciden probar las hipótesis:

- $H_0$ : El verdadero alquiler promedio es \$350.
- $H_1$ : El verdadero alquiler promedio es mayor que \$350.

Basándose en la información recolectada, la hipótesis nula fue rechazada con un  $\alpha = 0.10$ .

- a) ¿Qué tipo de error se pudo haber cometido?
- b) Explicar cuál podría ser la consecuencia del error que elegiste en a).
- c) ¿Qué puedes decir acerca del p-value para este test?
- d) ¿Son los resultados estadísticamente significativos?

### Soluciones

- a) Error tipo I.
  - b) COMPLETAR.
  - c) Fue menor a 0.10.
  - d) Si.
16. ¿Influye el ejercicio en el peso de nacimiento de las cabras? Un estudio fue diseñado para responder esta pregunta en el cual se entrenó a cabras preñadas para que caminen en una cinta. La media del peso de nacimiento de cabras nacidas de cabras que no hicieron ejercicio fue de 1600 gramos.
- a) Escribe las hipótesis a ser probadas.
  - b) Los datos no fueron estadísticamente significativos al 1 %. ¿Qué hipótesis fue sustentada? ¿Qué tipo de error pudo haberse cometido?
  - c) Escribe un posible p-value para este test.
  - d) Supone que los datos fueron estadísticamente significativos al 5 %, pero no al 1 %. ¿Tienes que cambiar el p-value que propusiste en c)? Si no, explica por qué. Si lo tienes que cambiar, propone otro p-value adecuado.

## Soluciones

- a) COMPLETAR.
- b) Fue sustentada  $H_0$ . Puede haberse cometido error tipo II.
- c) COMPLETAR.
- d) COMPLETAR.

17. La tabla que sigue provee información sobre las hipótesis y los resultados de tres estudios diferentes:

	Hipótesis nula	Hipótesis alternativa	p-value
Estudio <i>A</i>	La verdadera esperanza de vida es 73 años.	La verdadera esperanza de vida es mayor a 73 años.	
Estudio <i>B</i>	El tiempo promedio de recuperación con el tratamiento I es el mismo que con el tratamiento II.	El tiempo promedio de recuperación con el tratamiento I no es el mismo que con el tratamiento II.	
Estudio <i>C</i>	La verdadera proporción de estudiantes que tienen un trabajo de medio tiempo es 0.40.	La verdadera proporción de estudiantes que tienen un trabajo de medio tiempo es menor a 0.40.	

- a) Completa la tabla con posibles p-values para cada estudio de modo que sean ciertas las siguientes afirmaciones:
  - 1) Para el Estudio *A*, los datos fueron estadísticamente significativos al 10 % y 1 %.
  - 2) Para el Estudio *B*, los datos no fueron estadísticamente significativos al 5 %.
  - 3) Para el Estudio *C*, los datos fueron estadísticamente significativos al 5 % pero no al 1 %.

- b)* Para cada estudio, determina si la región de rechazo habrá sido unilateral por izquierda o derecha, o bilateral.
- c)* ¿Para cuál de los estudios los resultados mostraron mayor evidencia a favor de la hipótesis nula? Explica.
- d)* Supone que en el Estudio *A* se concluyó que los datos sustentaron la hipótesis alternativa, es decir, que la verdadera esperanza de vida es mayor a 73 años, pero en realidad no lo es. En nuestro lenguaje estadístico, ¿esto recibe el nombre de error de tipo I o error de tipo II?

### **Soluciones**

- a)* COMPLETAR.
- b)* COMPLETAR.
- c)* COMPLETAR.
- d)* Error tipo I.