

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 90

Выполнил:

Шмунк Андрей Александрович

Группа Р3108

Проверил:

Доцент ПИиКТ, кандидат технических наук

Балакшин Павел Валерьевич

Санкт-Петербург 2023

## Содержание

<b>Задание .....</b>	<b>3</b>
<b>Основные этапы вычисления .....</b>	<b>4</b>
Задание 1-№74 .....	4
Задание 2-№4 .....	4
Задание 3-№46 .....	5
Задание 4-№32 .....	5
Задание 5-№88 .....	6
Задание 6-№ $((74+4+46+32+88)*4=976)$ .....	6
<b>Дополнительное задание .....</b>	<b>7</b>
<b>Вывод .....</b>	<b>7</b>
<b>Источники .....</b>	<b>7</b>

## Задание

Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр. Т.е. если номер в ISU = 123456, то вариант = 35.

На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть No1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.

Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.

Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть No2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.

Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Дополнительное задание No1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

## Основные этапы вычисления

Схема декодирования классического кода Хэмминга(7,4) представлена на Рисунок 1.

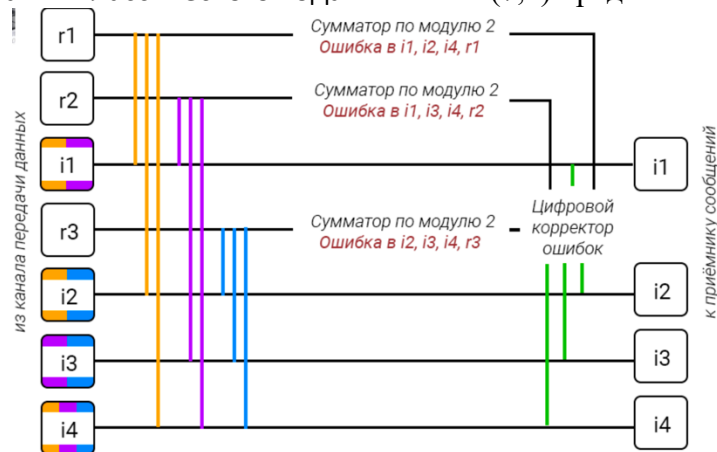


Рисунок 1

### Задание 1-№74

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
0	0	1	1	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

$$S = (s_1, s_2, s_3) = 101 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_2$$

Правильное сообщение: 0011001

### Задание 2-№4

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
0	1	0	0	0	0	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

$S=(s_1,s_2,s_3)=010 \Rightarrow$  ошибка в символе  $r_2$

Правильное сообщение: 0000000

Задание 3-№46

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
0	0	1	1	0	1	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

$S=(s_1,s_2,s_3)=011 \Rightarrow$  ошибка в символе  $i_3$

Правильное сообщение: 0011001

Задание 4-№32

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
0	0	1	1	0	1	0

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

$S=(s_1,s_2,s_3)=100 \Rightarrow$  ошибка в символе  $r_1$

Правильное сообщение: 1011010

Схема декодирования классического кода Хэмминга(15,11) представлена на Рисунок 2.

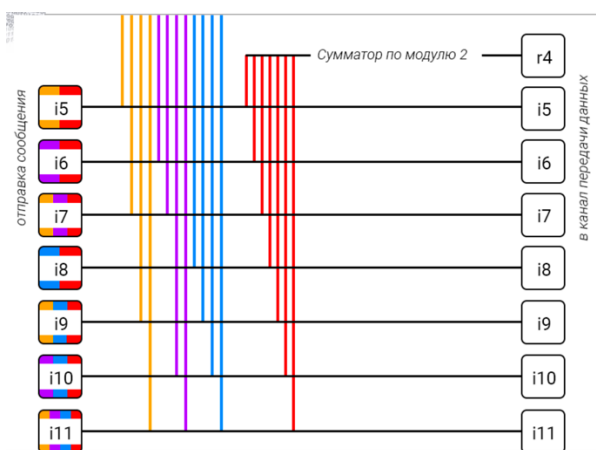


Рисунок 2

Задание 5-№88

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>
0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	s <sub>4</sub>

$$S = (s_1, s_2, s_3, s_4) = 1101 \Rightarrow \text{ошибка в символе } i_7$$

Правильное сообщение: 001010110010101

Задание 6-№((74+4+46+32+88)\*4=976)

Информационных разрядов, передаваемых в сообщении: 976

Если число проверочных разрядов равно  $r$ , то общее количество бит в сообщении вычисляется по формуле  $2^r - 1$ , информационных бит  $2^r - 1 - r$ .

Найдем  $r$ , для которого выполняется неравенство  $2^{r-1} - 1 - (r-1) < 976 < 2^r - 1 - r$ .

Подходит  $r=10$

$$2^9 - 1 - 9 = 502 < 976 < 1013 = 2^{10} - 1 - 10$$

Найдем коэффициент избыточности:  $r/(i+r) = 10/(10+976) \approx 0,010142$

Ответ:  $r=11$ , коэффициент избыточности  $\approx 0,010142$

### Дополнительное задание

Листинг программы представлен на Рисунок 3.

```
string=input()
symbols=['r1', 'r2', 'i1', 'r3', 'i2', 'i3', 'i4']
if len(string)!=7 or bool(set(string)-{'1','0'}):
    print("Строка должна быть набором из 7 символов и содержать только 0 или 1")
else:
    array= list(map(int, list(string)))
    s1= (array[0] + array[2] + array[4] + array[6])%2
    s2= (array[1] + array[2] + array[5] + array[6])%2
    s3= (array[3] + array[4] + array[5] + array[6])%2
    syndrome=(s1,s2,s3)
    if syndrome != (0,0,0):
        num=int(''.join(map(str, syndrome[::-1])),2)
        print("Найдена ошибка в символе", symbols[num-1])
        array[num-1]=1-array[num-1]
        rez=''.join(map(str, array))
        print(f"Правильное сообщение: {rez[2]}{rez[4]}{rez[5]}{rez[6]}")
```

Рисунок 3

### Вывод

В ходе данной работы я научился работать с кодом Хэмминга, обнаруживать в нем ошибки и исправлять ошибки в сообщении.

### Источники

1. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. Указания / сост. Д. В. Пьянзин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009 – 16с.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. с.286