

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 33

Студент
Шмунк Андрей Александрович
Р3108

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

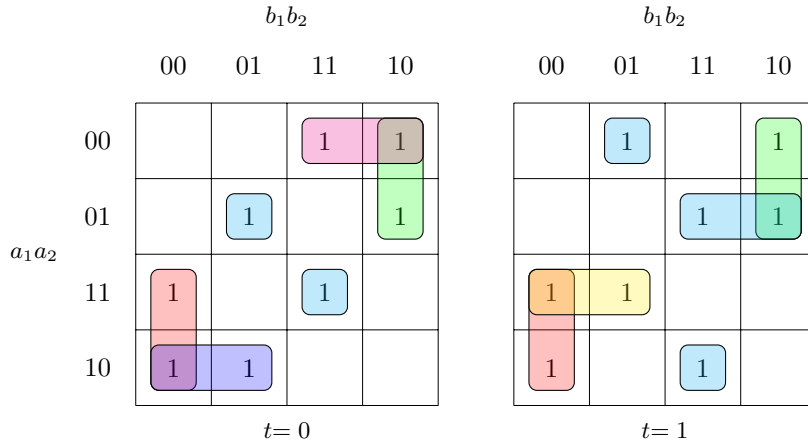
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A \pm B$ (A и B по 2 бита). При $t = 0$ — сложение, при $t = 1$ — вычитание. При переносе/заеме устанавливается бит e .

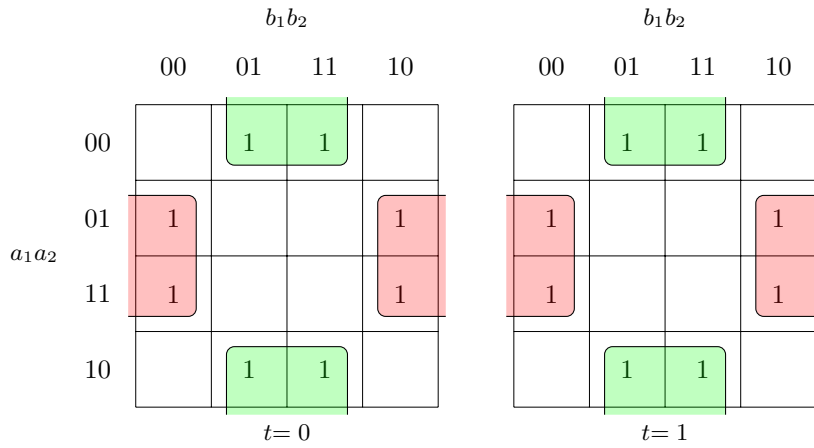
Таблица истинности

№	t	a_1	a_2	b_1	b_2	c_1	c_2	e
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0
2	0	0	0	1	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	1	1	0	0
6	0	0	1	1	0	1	1	0
7	0	0	1	1	1	0	0	1
8	0	1	0	0	0	1	0	0
9	0	1	0	0	1	1	1	0
10	0	1	0	1	0	0	0	1
11	0	1	0	1	1	0	1	1
12	0	1	1	0	0	1	1	0
13	0	1	1	0	1	0	0	1
14	0	1	1	1	0	0	1	1
15	0	1	1	1	1	1	0	1
16	1	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	1	1	1
18	1	0	0	1	0	1	0	1
19	1	0	0	1	1	0	1	1
20	1	0	1	0	0	0	1	0
21	1	0	1	0	1	0	0	0
22	1	0	1	1	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	0	1
24	1	1	0	0	0	1	0	0
25	1	1	0	0	1	0	1	0
26	1	1	0	1	0	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	1	1
28	1	1	1	0	0	1	1	0
29	1	1	1	0	1	1	0	0
30	1	1	1	1	0	0	1	0
31	1	1	1	1	1	0	0	0

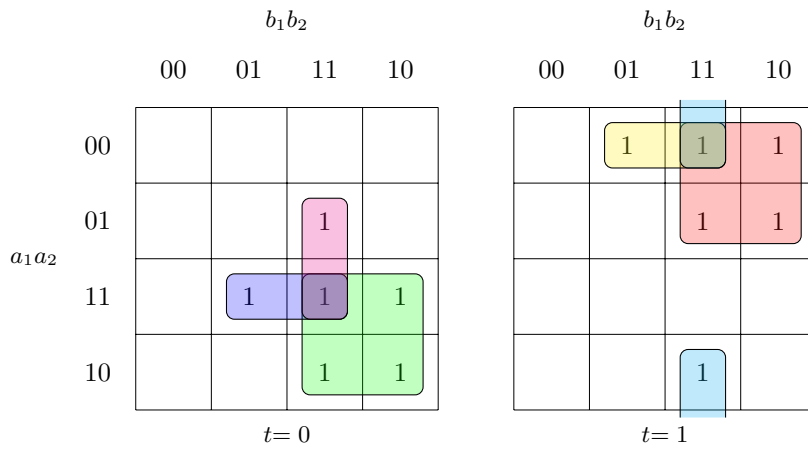
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$c_1 = a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_1 \bar{t} \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \bar{t} \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 \bar{t} \quad (S_Q = 52)$$



$$c_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2 \quad (S_Q = 6)$$



$$e = \bar{a}_1 b_1 t \vee a_1 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_2 \bar{t} \vee a_2 b_1 b_2 \bar{t} \quad (S_Q = 28)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} c_1 = a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_1 \bar{t} \vee \\ \quad \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_1 b_2 \bar{t} \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 b_2 \bar{t} \\ c_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2 \\ e = \bar{a}_1 b_1 t \vee a_1 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee a_1 a_2 b_2 \bar{t} \vee a_2 b_1 b_2 \bar{t} \end{cases} \begin{aligned} (S_Q^{c_1} &= 52) \\ (S_Q^{c_2} &= 6) \\ (S_Q^e &= 28) \\ (S_Q &= 86) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t} \\ c_1 = a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 t \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_1 \bar{t} \vee \\ \quad \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 t \vee \varphi_0 a_1 b_1 \vee \varphi_0 \bar{a}_1 \bar{b}_1 \\ c_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2 \\ e = \bar{a}_1 b_1 t \vee a_1 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \varphi_0 a_1 \vee \varphi_0 b_1 \end{cases} \begin{aligned} (S_Q^{\varphi_0} &= 3) \\ (S_Q^{c_1} &= 48) \\ (S_Q^{c_2} &= 6) \\ (S_Q^e &= 24) \\ (S_Q &= 81) \end{aligned}$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t} \\ c_1 = (a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 b_1) (\bar{b}_2 \vee a_2 t \vee \bar{a}_2 \bar{t}) \vee \varphi_0 a_1 b_1 \vee \varphi_0 \bar{a}_1 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \\ \quad \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 t \\ c_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2 \\ e = \varphi_0 a_1 \vee b_1 (\varphi_0 \vee a_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 t) \vee \bar{a}_2 b_2 t (\bar{a}_1 \vee b_1) \end{cases} \begin{aligned} (S_Q^{\varphi_0} &= 3) \\ (S_Q^{c_1} &= 36) \\ (S_Q^{c_2} &= 6) \\ (S_Q^e &= 20) \\ (S_Q &= 65) \end{aligned}$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t} \\ c_1 = (\varphi_0 \vee \bar{a}_2 b_2 t) (a_1 b_1 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_1) \vee (a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 b_1) (\bar{b}_2 \vee a_2 t \vee \bar{a}_2 \bar{t}) \\ c_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 b_2 \\ e = \varphi_0 a_1 \vee b_1 (\varphi_0 \vee a_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 t) \vee \bar{a}_2 b_2 t (\bar{a}_1 \vee b_1) \end{cases} \begin{aligned} (S_Q^{\varphi_0} &= 3) \\ (S_Q^{c_1} &= 30) \\ (S_Q^{c_2} &= 6) \\ (S_Q^e &= 20) \\ (S_Q &= 59) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \bar{a}_2 b_2$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \bar{a}_2 b_2 \\ \varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t} \\ c_1 = (\varphi_0 \vee \varphi_1 t) (a_1 b_1 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_1) \vee (a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 b_1) (\bar{b}_2 \vee a_2 t \vee \bar{a}_2 \bar{t}) \\ c_2 = a_2 \bar{b}_2 \vee \varphi_1 \\ e = \varphi_0 a_1 \vee b_1 (\varphi_0 \vee a_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 t) \vee \varphi_1 t (\bar{a}_1 \vee b_1) \end{cases} \begin{aligned} (S_Q^{\varphi_1} &= 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} &= 3) \\ (S_Q^{c_1} &= 29) \\ (S_Q^{c_2} &= 4) \\ (S_Q^e &= 19) \\ (S_Q &= 57) \end{aligned}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = a_1 \overline{b_1}, \quad \overline{\varphi_2} = \overline{a_1} \vee b_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = a_1 \overline{b_1} \\ \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t} \\ c_1 = (\varphi_0 \vee \varphi_1 t) (a_1 b_1 \vee \overline{a_1} \overline{b_1}) \vee (\varphi_2 \vee \overline{a_1} b_1) (\overline{b_2} \vee a_2 t \vee \overline{a_2} \bar{t}) \\ c_2 = a_2 \overline{b_2} \vee \varphi_1 \\ e = \varphi_0 a_1 \vee b_1 (\varphi_0 \vee a_1 \bar{t} \vee \overline{a_1} t) \vee \varphi_1 t \overline{\varphi_2} \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_1} = 27) \\ (S_Q^{c_2} = 4) \\ (S_Q^e = 17) \end{array}$$

$(S_Q = 56)$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \varphi_1 t$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_2 = a_1 \overline{b_1} \\ \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 \\ \varphi_0 = a_2 b_2 \bar{t} \\ c_2 = a_2 \overline{b_2} \vee \varphi_1 \\ \varphi_3 = \varphi_1 t \\ c_1 = (\varphi_0 \vee \varphi_3) (a_1 b_1 \vee \overline{a_1} \overline{b_1}) \vee (\varphi_2 \vee \overline{a_1} b_1) (\overline{b_2} \vee a_2 t \vee \overline{a_2} \bar{t}) \\ e = \varphi_0 a_1 \vee b_1 (\varphi_0 \vee a_1 \bar{t} \vee \overline{a_1} t) \vee \varphi_3 \overline{\varphi_2} \end{array} \right. \begin{array}{l} (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ (S_Q^{\varphi_0} = 3) \\ (S_Q^{c_2} = 4) \\ (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ (S_Q^{c_1} = 25) \\ (S_Q^e = 16) \end{array}$$

$(S_Q = 55)$

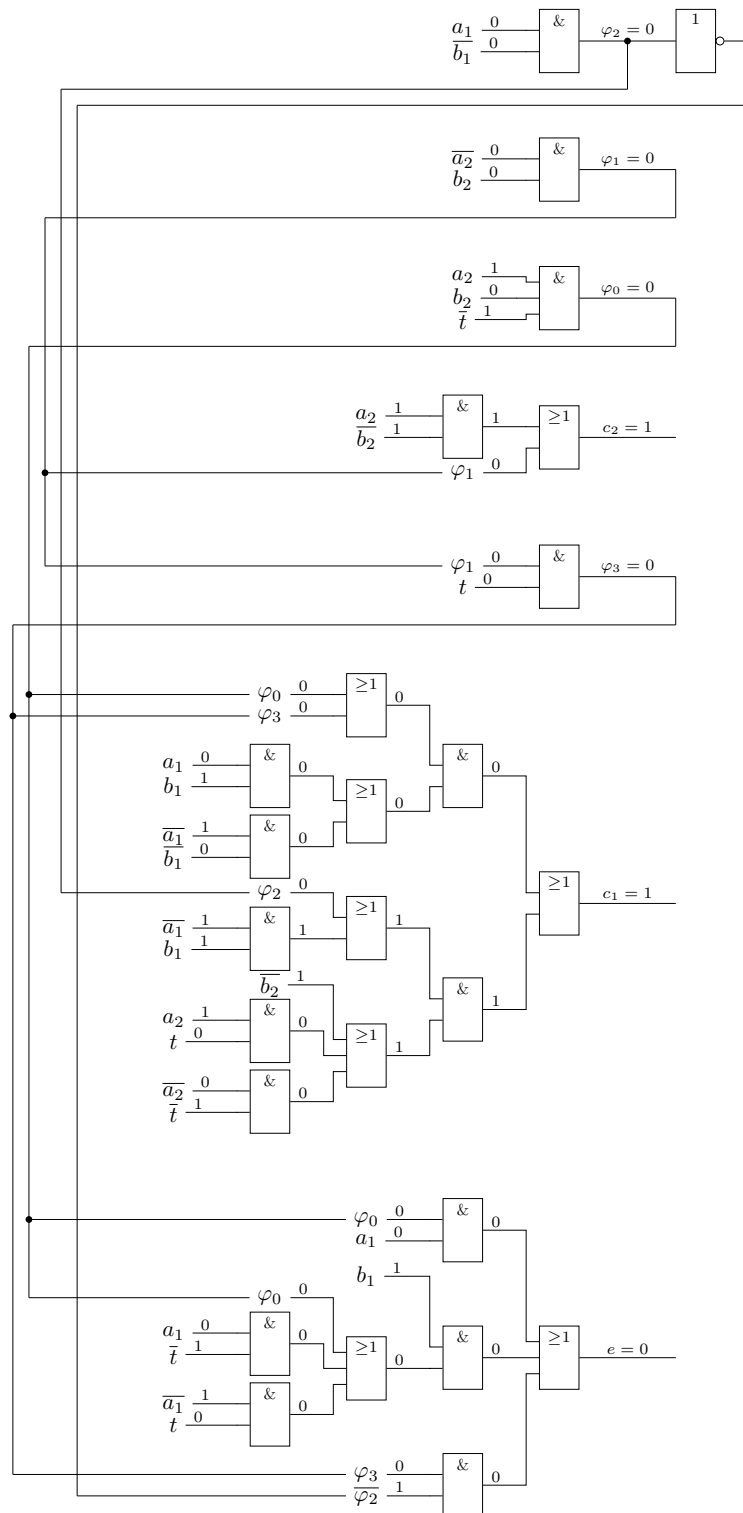
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 1, b_1 = 1, b_2 = 0, t = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$c_1 = 1, c_2 = 1, e = 0$$



Цена схемы: $S_Q = 55$. Задержка схемы: $T = 5\tau$.