

сообщено не позднее 1 августа 2000 года.

Тетрадь с выполненными заданиями (по физике и математике) высылайте по адресу: 141700 г.Долгопрудный Московской области, Институтский пер., 9, МФТИ, ЗФТШ.

Для учащихся Украины работает Киевский филиал ЗФТШ при МФТИ. Желая поступить следует высылать работы по адресу: 252680 г.Киев, пр. Вернадского, д.36, Институт металлофизики, Киевский филиал ЗФТШ при МФТИ. Телефон: (044) 444-95-24.

Для учащихся из стран ближнего зарубежья возможно платное обучение на заочном и очно-заочном отделениях ЗФТШ. Условия обучения для прошедших конкурсный прием будут сообщены дополнительно.

Ниже приводятся вступительные задания по физике и математике. В задании по физике: задачи 1–5 предназначены для учащихся седьмых классов, 3–8 – для восьмых классов, 6–11 – для девярых классов, 10–16 – для десятых классов. В задании по математике: задачи 1–5 предназначены для учащихся седьмых классов, 2–8 – для восьмых классов, 5–11 – для девярых классов, 8–14 – для десятых классов. Номера классов указаны на текущий 1999/2000 учебный год.

Вступительное задание по математике

1. Дома Винни-Пуха и Пятачка находятся на расстоянии 1 км друг от друга. Однажды они одновременно вышли из своих домов, и каждый пошел в каком-то направлении по прямой. Винни-Пух проходил 3 км в час, а Пятачок – 4 км в час. Через некоторое время они встретились. Сколько времени могло продолжаться их путешествие? Укажите наибольшее и наименьшее время.

2. Внутри острого угла отмечена точка A . Найдите на сторонах угла точки B и C такие, чтобы периметр треугольника ABC был наименьшим.

3. Имеются три сосуда емкостей 3 л, 3 л и 7 л. Можно ли, пользуясь этими сосудами, налить в большой сосуд ровно 5 л воды?

4. Найдите все пятизначные числа вида

$$2m57n = 2 \cdot 10^4 + m \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + n$$

(m и n – цифры),

которые делятся на 15.

5. На плоскости даны три прямые

a , b и c , не проходящие через одну точку. Постройте на прямых a и b точки A и B так, чтобы отрезок AB был перпендикулярен прямой c и делился этой прямой пополам.

6. Числа x , y , z – последовательные члены арифметической прогрессии, их сумма равна 21. Числа $x - 1$, $y + 1$, $z + 21$ являются последовательными членами некоторой геометрической прогрессии. Найдите числа x , y , z .

7. Решите уравнение

$$\sqrt{2-x} = |x-1| - 2.$$

8. В корзине лежало не более 70 грибов. После разбора оказалось, что 52% из них – белые. Если отложить три самых маленьких гриба, то среди оставшихся будет ровно половина белых. Сколько грибов было в корзине?

9. Острый угол ABC ромба $ABCD$ равен 60° . Окружность проходит через точку пересечения диагоналей ромба, касается прямой AB в точке B и пересекает сторону CD в точке E . Определите, в каком отношении точка E делит отрезок CD .

10. Множество A состоит из всех точек плоскости, координаты $(x; y)$ которых удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} x^2 + (a+4)x + 4a \leq y, \\ 3x + y - (2a+4) \leq 0. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях параметра a множество A содержит отрезок $[-2; -1]$ оси Ox .

11. Решите неравенство

$$\frac{10 - 3x + \sqrt{x^2 + x - 6}}{4 - x} \geq 1.$$

12. Точки K и L являются серединами боковых сторон AB и BC равнобедренного треугольника ABC . Точка M расположена на медиане AL так, что $AM : ML = 13 : 12$. Окружность с центром в точке M касается прямой AC и пересекает прямую KL в точках P и Q . Найдите периметр треугольника ABC , если $KL = 10$, $PQ = 4$.

13. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 17 \cos 2x - 7 = 21 \sin x \cdot \cos 2y, \\ \cos x = \sqrt{3} \sin x \cdot \cos y. \end{cases}$$

14. На координатной плоскости рассматривается фигура Φ , состоящая из всех точек, координаты $(a; b)$ которых таковы, что система уравнений

$$\begin{cases} ax + by = 1, \\ 3x + ay = -1, \\ (a-1)x + (b+2)y = -2 \end{cases}$$

имеет решение. Изобразите фигуру

Φ и составьте уравнения всех прямых, каждая из которых проходит через точку $(4; 3)$ и имеет с фигурой Φ единственную общую точку.

Вступительное задание по физике

1. Автомобиль первую треть пути ехал со скоростью $v_1 = 30$ км/ч, оставшуюся часть пути он ехал со скоростью, в два раза большей средней скорости на всем пути. Найдите скорость автомобиля на второй части пути.

2. Труба массой $m = 100$ кг лежит на земле. Какую минимальную силу F надо приложить к концу трубы, чтобы его приподнять?

3. С вертолета сфотографирован пароход, идущий по озеру курсом на север. На фотографии (рис.1) запечатлен шлейф дыма от парохода. Определите по фотографии скорость парохода, если съемка проводилась при юго-западном ветре, скорость которого $v = 5$ м/с.

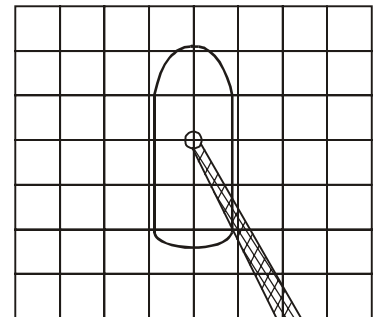


Рис. 1

4. В два цилиндрических сообщающихся сосуда наливают ртуть. Площадь сечения одного из сосудов вдвое больше площади сечения другого. Широкий сосуд доливают водой до края. На какую высоту h поднимется при этом уровень ртути в другом сосуде? Первоначально уровень ртути был на расстоянии l от верхнего края сосуда. Плотности ртути ρ и воды ρ_0 известны.

5. В сосуде с водой плавает кусок льда, удерживаемый нитью (рис.2). Сила натяжения нити $F = 10$ Н. На

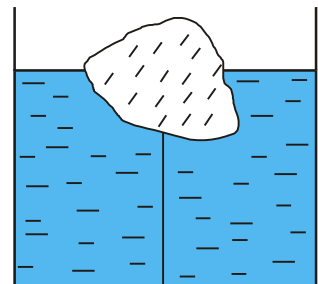


Рис. 2