ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE PARIS-SACLAY

(Université Paris-Saclay)

Compte rendu de TP

Matière : *Automatique non-linéaire et Filtrage de Kalman*

TP2 - Éstimation de la position et de la vitesse d'un mobile par filtrage de Kalman

Nom de l'étudiant : Gatien Séguy & Maxime Degraeve

Établissement : ENS Paris-Saclay (Département EEA)

Encadrante : Jean-Pierre Barbot

Date : 29 janvier 2026

Table des matières

I Introduction

I.1 Préparation 1

Pour $t \geq kT$, on a :

$$\begin{cases} \sigma(t) = v_k + \int_{kT}^{t} \gamma(\tau)\, d\tau \\ d(t) = d_k + \int_{kT}^{t} v(\tau)\, d\tau \end{cases}$$

Si $kT \geq t \geq (k+A)T$: $\gamma(\tau) = \gamma_k$ D'où : $v(t) = v_k + \gamma_k(t - kT)$ et aux instant d'échantillonnage :

$$\begin{cases} v_{k+1} = v_k + \gamma_k T \mid \text{ pour } t = (k+1)T \\ d_{k+1} = d_k + \frac{\gamma_k}{2} T^2 \end{cases}$$

Le vecteur d'état :

$$x_{k+1} = \begin{pmatrix} d_{k+1} \\ v_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_k \\ v_k \end{pmatrix} + 0u_k + b_k \mid \quad \text{avec } b_k = \begin{pmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T \end{pmatrix} \gamma_k = B\gamma_k$$

$$\mathbb{Q} = \mathbb{E}[b_k \cdot b_k^T] = \begin{pmatrix} T^2/2 \\ T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T^2/2 & T \end{pmatrix} \sigma_\gamma$$

D'où :

$$\boxed{\mathbb{Q} = \begin{pmatrix} \frac{T^2}{2} & \frac{T^3}{2} \\ \frac{T^3}{2} & \frac{T^2}{2} \end{pmatrix}}$$

On a également

$$\begin{cases} x_{k+1} = Ax_k + b_k \\ y_{k+1} = d_k + w_k = C_k x_k + w_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x_k + w_k \end{cases}$$

$$x_k = \begin{pmatrix} d_k \\ v_k \end{pmatrix}$$