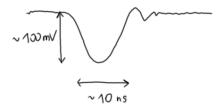
Relazione laboratorio particelle Esperienza 0: efficienza di un contatore

Andrea Marasciulli Giacomo Petrillo Roberto Ribatti

Dal 13 al 19 novembre 2017*

Scegliamo di usare, in ordine dal basso verso l'alto, i PMT 2, 3, 4. Accendiamo il PMT 2 a 1500 V. Schizzo dei segnali del PMT visti sull'oscilloscopio:



Con il trigger a $-27\,\mathrm{mV}$, contando a mano su 1 min, otteniamo $\sim 1\,\mathrm{Hz}$.

Amplificazione

Stimiamo l'energia rilasciata da una particella nello scintillatore. Supponiamo MIP, quindi ${\rm d}E/\rho{\rm d}\ell=1.5\,{\rm MeV\,g^{-1}\,cm^2}$. Lo spessore dello scintillatore è $\sim 1\,{\rm cm}$ e la densità $\sim 1\,{\rm g\,cm^{-3}}$, quindi rilascia $1.5\,{\rm MeV}=2.4\times 10^{-13}\,{\rm J}$.

Stimiamo l'energia del segnale in uscita. È $\int {\rm d}t\, I\cdot V\approx \Delta t\cdot V^2/R$ dove $R=50\,\Omega,$ quindi otteniamo $10\times 10^{-9}\cdot (100\times 10^{-3})^2/50=2\times 10^{-12}\,{\rm J}.$

L'amplificazione complessiva è quindi ~ 10 .

Dipendenza rate dall'alimentazione

Aumentiamo la tensione di alimentazione a $1600\,\mathrm{V}$. La frequenza di segnali aumenta notevolmente, per contarli a mano alziamo 1 il trigger a $150\,\mathrm{mV}$, otteniamo $85/1\,\mathrm{min}$.

Con 1800 V otteniamo $\sim 100\,\mathrm{Hz}$ e con 2000 V $\sim 1\,\mathrm{kHz}$ (frequenze misurate dall'oscilloscopio).

^{*}Compilazione LATEX di questo documento: 11 febbraio 2018.

¹Trattando la logica negativa, useremo alto-basso riferito al modulo e spesso tralasceremo il segno –, la strumentazione suggerisce questo approccio perché la vite della soglia del discriminatore aumenta (abbassa) la soglia in verso orario.

Documentazione discriminatore

Non troviamo la documentazione del nostro discriminatore tra quella fornita; poiché è a 4 canali e l'unica documentazione per uno a quattro canali è il CAEN N84, e inoltre a parte colore e etichette appare identico, leggiamo la documentazione per quello e chiameremo il nostro «N84».

Documentazione: ritardo 14 ns, durata 6-400 ns, soglia massima 400 mV.

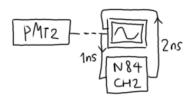
Verifica discriminatore

Montiamo questo circuito:



Girando la vite della durata vediamo che l'intervallo impostabile è circa $40-300\,\mathrm{ns}$. È di tipo "restarting" perché per soglia abbastanza bassa si vedono durate doppie in uscita, con soglia a opportuni valori intermedi si vedono alternativamente durate doppie oppure due singole, ravvicinate ma non più di tanto. L'ampiezza di uscita è $750\,\mathrm{mV}$ come atteso dallo standard NIM. Verifichiamo la durata impostabile anche per il canale 2, è la stessa.

Modifichiamo il circuito in modo da visualizzare sia l'ingresso che l'uscita del discriminatore:



Misuriamo la soglia del discriminatore con l'oscilloscopio in questo modo: triggeriamo sull'ingresso del discriminatore, se la soglia del discriminatore è minore di quella del trigger si vede sempre l'uscita del discriminatore, viceversa a volte scompare. Trovando due soglie del trigger più vicini possibili in modo che con una a volte scompare l'uscita (verificato su un tempo abbastanza lungo rispetto alla differenza delle soglie) e con l'altra no, si ottiene una misura della soglia del discriminatore. Il problema di questa procedura è che il trigger dell'oscilloscopio funziona in modo diverso dal discriminatore, quindi non è detto che a parità di soglia vengano selezionati gli stessi segnali. Con la soglia del discriminatore al massimo otteniamo le soglie del trigger 368 e 376 mV, mentre il TP del discriminatore segna 0.411 V, quindi lo scarto è circa 8 %.

Il ritardo è dato da quello dei cavi (3 ns) più quello del discriminatore. Puntando i cursori dell'oscilloscopio otteniamo un ritardo di 20 ns quindi il ritardo del discriminatore è circa 17 ns.

Ci è difficile misurare il jitter del discriminatore perché il trigger dell'oscilloscopio funziona in modo diverso dal discriminatore, perciò facciamo una stima superiore in questo modo: mettiamo la soglia del trigger ai 376 mV trovati prima che facevano circa coincidere i segnali selezionati, triggerando il segnale del

PMT, e guardiamo a occhio sull'oscilloscopio la variazione temporale del fronte finale dell'uscita del discriminatore; otteniamo $\pm 1\,\mathrm{ns}$.

Documentazione contatore

Non troviamo la documentazione, leggiamo quella del 130 PCZ che ci somiglia. Frequenza massima 70 MHz (sul nostro c'è scritto $100\,\mathrm{MHz}$), conta fino a 10^8-1 , l'input deve durare almeno 7 ns, l'output "clock" è un'onda quadra (duty $50\,\%$) a $1\,\mathrm{kHz}$.

Clock del contatore

Si può collegare il clock all'ingresso 8 per misurare il tempo. Si può impostare in modo che dopo $10^n\ (n=2,\ldots,7)$ conteggi si fermi. Se avviamo il conteggio con il pulsante «start» o con l'ingresso corrispondente e lo facciamo fermare in automatico con il clock, introduciamo un'incertezza sul tempo totale dovuta al non allineamento dello start con il clock². L'incertezza è dell'ordine del periodo del clock.

Visualizziamo il clock sull'oscilloscopio, che calcola una frequenza di 0.999 96 kHz, cioè la discrepanza è di 3 s al giorno.

Primo test di conteggio

Montiamo questo circuito:



Il trigger dell'oscilloscopio è impostato a 376 mV. Mettiamo lo stop a 1000 conteggi di clock (1 s) e facciamo un po' di conteggi. Il valore dei conteggi gira intorno a 20; la frequenza calcolata dall'oscilloscopio oscilla ampiamente perché probabilmente la calcola su intervalli di tempo piccoli rispetto al tasso di conteggi, quando si stabilizza per qualche secondo gira intorno a 30 Hz, quindi non troviamo incongruenze.

Distribuzione dei conteggi

Ci aspettiamo che, per un tasso costante, i conteggi siano poissoniani con media = tasso × tempo. Lo stimatore di massima verosimiglianza per la media è il conteggio ottenuto (la media aritmetica per più estrazioni) e ha bias nullo e varianza minima. La varianza dello stimatore è la media, quindi, con la convenzione standard di calcolare la varianza nella stima, per k conteggi il risultato per la media μ sarà scritto come

$$\ll \mu = k \pm \sqrt{k} \gg .$$

²Potremmo darlo per ovvio, però notiamo che quasi sicuramente i comandi manuali/ingresso non vengono allineati dallo strumento con il fronte successivo del clock perché gli ingressi possono definire intervalli di tempo con molta più granularità di 1 ms.

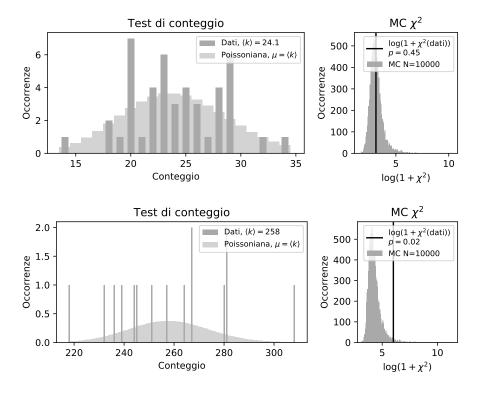


Figura 1: Test di conteggio sul PMT2. Il primo istogramma riporta 45 conteggi da 1000 cicli, il secondo 15 conteggi da 10000 cicli.

Errore di clock Calcoliamo approssimativamente il rapporto tra l'incertezza su μ introdotta dall'usare il clock per misurare il tempo e quella "normale" $\sqrt{\mu}$. Fissiamo l'unità di misura del tempo a un periodo del clock. L'incertezza sul tempo di misura T è quindi $\Delta T \sim 1$. Sia R il tasso. Allora $\mu = RT$, quindi

$$\frac{\Delta \mu_{\rm clock}}{\Delta \mu_{\rm normale}} = \frac{\mu \Delta T/T}{\sqrt{\mu}} = \frac{\sqrt{\mu}}{T} = \sqrt{\frac{R}{T}}.$$

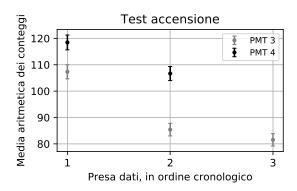
Osserviamo che T è il numero di cicli di clock usati, e che il rapporto va a zero con la radice del tempo di misura. Per le nostre misure vedremo che l'errore di clock è trascurabile.

Secondo test di conteggio

Facciamo una serie di conteggi trascrivendo i risultati. Facciamo 45 conteggi con clock 1000 e 15 con clock 10000. Verifichiamo che siano poissoniane con un test del χ^2 senza allargare i bin rispetto ai valori discreti; poiché il numero di conteggi è basso calcoliamo la distribuzione della statistica con monte carlo. Riportiamo il risultato in Figura 1. Vediamo che la poissonianità della serie da $10\,\mathrm{s}$ è in dubbio.

Tempo dall'accensione

Può darsi che il PMT, dopo l'accensione, ci metta un po' ad arrivare in una condizione stazionaria di funzionamento. I PMT 3 e 4 li abbiamo lasciati spenti, quindi li usiamo per fare un test. Accendiamo il PMT3 e subito prendiamo una serie di 15 conteggi con clock 1000. Poi accendiamo il PMT4 e prendiamo una serie, poi proseguiamo alternando PMT 3 e 4, per un totale di 5 serie. Grafichiamo le medie con la varianza nell'ipotesi di poissoniane:



Chiaramente il tasso varia nel tempo, quindi in futuro aspetteremo sempre qualche minuto dopo che abbiamo acceso i PMT e almeno 1 minuto quando cambiamo tensione di alimentazione.

Luce ambientale

Verifichiamo la sensibilità alla luce esterna passando una torcia vicino allo scintillatore e al PMT e verificando se il numero di conteggi cambia sensibilmente. Testiamo i PMT 2, 3, 4.

PMT	Risultato
4	Troviamo un "buco ottico" sull'attacco della gui-
	da ottica al PMT, puntando la torcia i conteggi
	passano da $\approx 100 \text{ a} \approx 200.$
3	Anche qui l'attacco del PMT alla guida ottica è
	problematico; la luce entra riflettendosi sulla base
	del PMT. I conteggi variano da ≈ 100 a ≈ 280 .
2	Tutto ok.

Sistemiamo tutto con il nastro isolante e ricontrolliamo. I conteggi sono minori di prima del rattoppo e rimangono stabili puntando la torcia.

Alimentazione

Variamo l'alimentazione dei vari PMT per vedere come cambia il numero di conteggi. I risultati di queste misure sono riportati in Figura 2.

Il grafico mostra chiaramente l'assenza di qualsiasi plateau tranne nei punti a conteggio nullo. La pendenza è crescente, quindi scegliamo la tensione più bassa che ci dia un tasso abbastanza elevato per fare le misure in tempi ragionevoli. Scegliamo 1800 V.

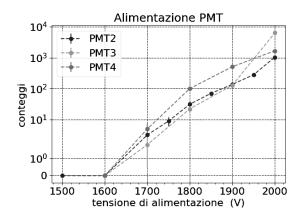


Figura 2: Numero di conteggi in funzione della tensione di alimentazione.

Conteggio atteso

Dal $Particle\ Physics\ Booklet\ 2016\ sappiamo\ che il flusso di muoni³ su una superficie orizzontale al livello del mare è circa <math>130\ Hz/m²$. Essendo il nostro rivelatore di area $48\ cm \cdot 40\ cm = 0.19\ m²$, ci aspettiamo il passaggio di $25\ particelle/s$.

Modulo di coincidenze

Per effettuare il conteggio delle coincidenze colleghiamo le uscite dei discriminatori a un modulo di coincidenze e la sua uscita al contatore. Sono collegati al contatore anche il PMT4 e al PMT2 attraverso il discriminatore. Le soglie di entrambi sono massime, ovvero $-0.410\,\mathrm{V}$ misurate dal testpoint. Con questi settaggi i nostri rivelatori misurano circa 40 eventi al secondo, quindi facciamo un calcolo approssimativo del rate di coincidenze casuali usando la formula $R_C = R_1 R_2 \Delta t$. Siccome il modulo di coincidenze scatta quando c'è una sovrapposizione di due segnali di livello logico 1 per più di 1.5 ns, possiamo dire che il Δt vale circa il doppio della durata dell'uscita del discriminatore, ovvero 80 ns. Abbiamo allora $R_C \approx 128 \cdot 10^{-6} \approx 1 \cdot 10^{-4}$, ovvero una coincidenza casuale ogni 3 ore.

Tempi di propagazione dei segnali

Usiamo l'oscilloscopio per visualizzare le coincidenze, ovvero colleghiamo i due discriminatori utilizzati al nostro strumento ed osserviamo degli impulsi NIM quasi simultanei, in particolare vediamo che il segnale che arriva più tardi si discosta solo di qualche nanosecondo da quello precedente, ma questa asincronia non ci causa nessun problema perché vale al massimo il 10% della lunghezza dei nostri impulsi. Ciò non dovrebbe mascherare l'arrivo di una seconda coincidenza in quell'intervallo di tempo perché il rate atteso è di decine di hertz, che equivale in media al passaggio di un raggio cosmico ogni decimo di secondo in caso di accettanza geometrica unitaria.

 $^{^3}$ Gli elettroni hanno un $1/E\,{\rm d}E/{\rm d}x\gtrsim0.15\,{\rm g}^{-1}{\rm cm}^2,$ quindi supponiamo che l'edificio schermi il nostro apparato dagli elettroni.

Per trovare il miglior punto di lavoro inseriamo nel crate due delay unit che colleghiamo in serie ai discriminatori di cui sopra. Prima di effettuare i conteggi testiamo una delay unit mandandole in ingresso l'onda quadra data dal clock del contatore. Confermiamo che il ritardo minimo introdotto da questo modulo è $2.5 \pm 0.2\,\mathrm{ns}$ e che tutti gli altri inseribili sono compatibili con quanto dichiarato con un'incertezza integrale di meno del $10\,\%$ e una differenziale di meno di $0.2\,\mathrm{ns}$. La Figura 3 mostra la curva di cavo che, come atteso, mostra un massimo di conteggi quando il ritardo relativo è inferiore alla durata dell'impulso del discriminatore ed è quasi nulla altrove. La variabile utilizzata è $\Delta t = D2 - D4$ dove questi ultimi sono i ritardi selezionati per i rispettivi PMT. Nel Δt non compaiono termini dipendenti dai cavi coassiali utilizzati perché i due segnali sono stati collegati ai vari moduli NIM con cavi di uguale lunghezza.

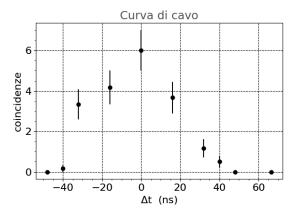


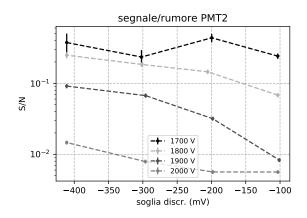
Figura 3: Numero di coincidenze in funzione della differenza dei ritardi impostati sulle delay unit.

Rapporto segnale/fondo

Dopo aver tolto le delay unit abbiamo variato la tensione di un PMT e la soglia del discriminatore a cui era collegato mentre l'altro era lasciato ad un punto di lavoro costante in modo che non influenzasse le misure fatte sul primo. Abbiamo scelto il punto di lavoro costante in modo che sicuramente le coincidenze casuali fossero minori di $0.1\,\mathrm{s^{-1}}$. Abbiamo analizzato dapprima il PMT2 lasciando fisso il 4 ad una tensione nominale $V_4=1800\,\mathrm{V}$ ed una soglia $V_{thr_4}=-353\pm2\,\mathrm{mV}$. Il rapporto tra coincidenze e conteggi meno coincidenze stima il rapporto segnale/rumore. La stessa cosa è stata fatta per il PMT4 lasciando il PMT2 al punto di lavoro $V_2=1820\,\mathrm{V}$ e $V_{thr_2}=-298\pm2\,\mathrm{mV}$. Risultati in Figura 4.

Efficienza

Analisi statistica Chiamiamo k_2 , k_3 le coincidenze a due e a tre rispettivamente. Assumiamo che se una particella passa per i due scintillatori esterni allora passa anche per quello interno. Assegnamo una distribuzione poissoniana



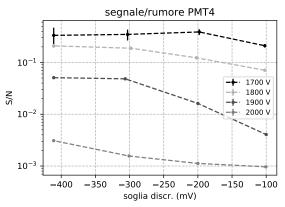


Figura 4: Rapporti S/N (a meno di una costante moltiplicativa) per il PMT2 e il PMT4 in diversi punti di lavoro.

a k_2 e binomiale a k_3 dato k_2 :

$$P(k_2; \mu) = \frac{\mu^{k_2}}{k_2!} e^{-\mu}$$

$$P(k_3|k_2; \epsilon) = \binom{k_2}{k_3} \epsilon^{k_3} (1 - \epsilon)^{k_2 - k_3}$$

dove ϵ è l'efficienza del rivelatore interno. Calcoliamo la distribuzione congiunta:

$$\begin{split} P(k_2,k_3;\mu,\epsilon) &= P(k_2;\mu) P(k_3|k_2;\epsilon) = \\ &= \frac{e^{-\mu}}{k_3!(k_2-k_3)!} \big(\mu(1-\epsilon)\big)^{k_2} \left(\frac{\epsilon}{1-\epsilon}\right)^{k_3}, \quad k_3 \leq k_2. \end{split}$$

Calcoliamo lo stimatore di massima verosimiglianza:

$$L := \log P(k_2, k_3; \mu, \epsilon) = k_2 \left(\log \mu + \log(1 - \epsilon) \right) + k_3 \left(\log \epsilon - \log(1 - \epsilon) \right) - \mu + f(k_2, k_3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \epsilon} = \frac{k_3 - k_2}{1 - \epsilon} + \frac{k_3}{\epsilon} \implies$$

$$\implies \hat{\epsilon} = \frac{k_3}{k_2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = \frac{k_2}{\mu} - 1 \implies$$

$$\implies \hat{\mu} = k_2$$

Il risultato è quello intuitivo. Notiamo che $\hat{\epsilon}$ è definito per $k_2 \neq 0$, infatti per $k_2 = 0$, ricordando che $k_3 \leq k_2$, si ha $L = -\mu + f(k_2, k_3)$ che non dipende da ϵ . Restringiamo il dominio a $k_2 \neq 0$, quindi ricalcoliamo la normalizzazione:

$$P(k_2 = 0, k_3 = 0) = e^{-\mu} \Longrightarrow$$

 $\Longrightarrow P(k_2 \neq 0, k_3) = \frac{P(k_2, k_3)}{1 - e^{-\mu}}.$

Le proprietà di $\hat{\mu}$ sono immediate, studiamo $\hat{\epsilon}$. Calcoliamo il valore atteso:

$$E[\hat{\epsilon}] = E\left[\frac{k_3}{k_2}\right] =$$

$$= \sum_{k_2 \ge k_3} \frac{k_3}{k_2} P(k_2) P(k_3 | k_2) =$$

$$= \sum_{k_2 = 1}^{\infty} \frac{P(k_2)}{k_2} \sum_{k_2 = 0}^{k_2} P(k_3 | k_2) k_3 =$$

riconosciamo che la seconda somma è la media della binomiale

$$= \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{P(k_2)}{k_2} k_2 \epsilon =$$

$$= \epsilon \sum_{k_2=1}^{\infty} P(k_2) = \epsilon,$$

quindi $\hat{\epsilon}$ ha bias nullo. Calcoliamo la varianza:

$$Var[\hat{\epsilon}] = E[\hat{\epsilon}^2] - E[\epsilon]^2$$

$$E[\hat{\epsilon}^2] = \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{P(k_2)}{k_2^2} \sum_{k_3=0}^{k_2} P(k_3|k_2)k_3^2 =$$

la seconda somma è $E[k_3^2|k_2]$

$$= \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{P(k_2)}{k_2^2} \left(k_2 \epsilon (1 - \epsilon) + k_2^2 \epsilon^2 \right) =$$

$$= \epsilon (1 - \epsilon) \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{\mu^{k_2}}{k_2 k_2!} \frac{e^{-\mu}}{1 - e^{-\mu}} + \epsilon^2 \sum_{k_2=1}^{\infty} P(k_2) =$$

$$= \frac{\epsilon (1 - \epsilon)}{e^{\mu} - 1} \sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{\mu^{k_2}}{k_2 k_2!} + \epsilon^2.$$

Si può dimostrare che⁴

$$\sum_{k_2=1}^{\infty} \frac{\mu^{k_2}}{k_2 k_2!} = \operatorname{Ei}(\mu) - \log \mu - \gamma,$$

dove Ei è la funzione integrale esponenziale che è già implementata nelle librerie standard e γ è la costante di Eulero-Mascheroni ≈ 0.6 . Quindi infine

$$\operatorname{Var}[\hat{\epsilon}] = \epsilon (1 - \epsilon) \frac{\operatorname{Ei}(\mu) - \log \mu - \gamma}{e^{\mu} - 1}.$$

Vediamo l'andamento per μ grande. Vale $\mathrm{Ei}(\mu) \approx e^{\mu}/\mu$, dunque

$$\operatorname{Var}[\hat{\epsilon}] \approx \frac{\epsilon(1-\epsilon)}{\mu}$$

com'è intuitivo, la varianza scende come $1/\mu$ cio
è come il tempo di misurazione.

Quindi come errore indicheremo $\sqrt{\operatorname{Var}[\hat{\epsilon}]}|_{\epsilon=\hat{\epsilon},\mu=\hat{\mu}}$. Notiamo che questa notazione è poco utile quando ϵ è vicina a 0 o 1 oppure μ piccolo.

Misura Per misurare l'efficienza del PMT3 è necessario eseguire i rapporti tra le coincidenze di tutti i tre rivelatori e quelle dei due più esterni. Per fare ciò abbiamo usato un secondo modulo di coincidenze per visualizzare quelle di tutti e tre. Non avendo ancora analizzato i dati riguardanti la sezione precedente, abbiamo stimato il punto di lavoro $V_{\rm alim}=1800\,{\rm V}$ e $V_{\rm thr}=-200\,{\rm mV}$ essere adeguato per i fotomoltiplicatori esterni. Quindi abbiamo variato soglia e alimentazione di quello centrale e disegnato il grafico di Figura 5. I dati misurati sono riportati in Tabella 1.

Tasso Per stimare il tasso, abbiamo bisogno dell'efficienza dei PMT 2 e 4. Possiamo stimarla con l'efficienza del PMT3 nello stesso punto di lavoro. Le coincidenze 2&4 vengono contate sempre nello stesso punto di lavoro, quindi possiamo sommare tutte le prese dati. Il tasso allora è dato da

$$R = \frac{\sum c_{24}}{\epsilon_0^2 \sum t}.$$

dove le somme sono sulle prese dati, t sono i tempi di acquisizione, ϵ_0 è l'efficienza del PMT3 alimentato a 1800 V con soglia $-200.3\,\mathrm{mV}$ e c_{24} sono i conteggi

 $^{^4\}mathrm{L'abbiamo}$ calcolato con Wolfram Alpha.

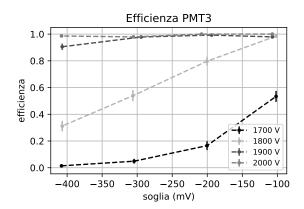


Figura 5: Efficienza del PMT3. Ogni curva corrisponde a una certa tensione di alimentazione del PMT3.

delle coincidenze a due. Risulta $R=22.0\pm1.4\,\mathrm{s^{-1}}$, dove l'errore è calcolato con propagazione al primo ordine. Questo errore non include quello sistematico sull'aver usato l'efficienza di un altro PMT, che non sappiamo stimare.

Notiamo che questo tasso è riferito a una certa accettanza geometrica. L'accettanza dipende dalla forma dei rivelatori, dalla distribuzione dei raggi rivelabili, e dalla disuniformità spaziale e angolare dell'efficienza. Possiamo dare una stima dell'accettanza considerando l'angolo solido descritto da una piramide con vertice al centro di uno dei piani esterni e base l'altro piano esterno, integrandoci la distribuzione

$$3\cos^2\theta \,\mathrm{d}(\cos\theta)\frac{\mathrm{d}\varphi}{2\pi}$$

dove θ è l'angolo dalla verticale e φ l'azimut. Risulta 72 %. Supponendo l'efficienza uniforme, questa stima è in eccesso. Abbiamo infine $R > R_{\rm min} = 30.6\,{\rm s}^{-1}$ con errore $\sigma_{R_{\rm min}} > 1.9\,{\rm s}^{-1}$.

Segnale/rumore Analogamente alla misura del tasso, occorrono le efficienze dei PMT 2 e 4, che stimiamo uguali a quella del PMT3. Il segnale è quindi dato da $S = c_{234}/\epsilon_0^2$, dove c_{234} sono le coincidenze a tre. Il rumore è definito come conteggi del PMT3 meno conteggio di segnale, quindi lo stimiamo con $N = c_3 - S$. Notiamo che questa stima non è costruita in modo che N sia necessariamente positivo. Riportiamo i risultati in Figura 6.

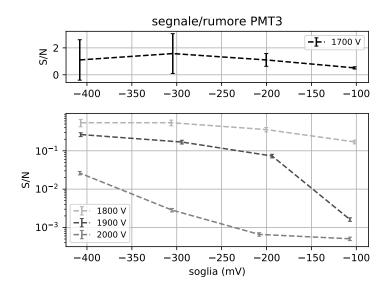


Figura 6: Rapporto segnale/rumore per il PMT3, dove segnale (S) e rumore (N) sono stimati come $S=c_{234}/\epsilon_0^2$, $N=c_3-S$, dove c_3 è il conteggio del PMT3, c_{234} il conteggio della coincidenza a tre, ϵ_0 l'efficienza calcolata per il PMT3 nel punto di lavoro dei PMT 2 e 4. Le barre d'errore sono calcolate con propagazione al primo ordine.

Alim. $[V_{nom}]$	Soglia [-mV]	PMT4	PMT3	PMT2	2&4	2&3&4
1700	408	1253	6	750	140	2
	304.4	1200	18	743	143	7
	200.3	1190	63	719	127	21
	101.8	1239	367	828	148	79
1800	407	1221	193	791	138	43
	306.1	1301	341	785	141	76
	200.3	1262	657	785	138	110
	101.8	1273	1415	799	133	131
1900	407	1322	1006	802	148	134
	294.3	1291	1468	759	138	135
	193.8	1226	3068	809	134	133
	107.1	1239	137541	783	144	141
2000	408	1235	8615	769	142	140
	305.3	1212	77732	799	143	140
	208.2	1221	319848	787	134	134
	107.1	1239	444108	791	143	143

Tabella 1: Dati per la misura dell'efficienza del PMT3. Le colonne a sinistra riportano la tensione di alimentazione del PMT3 e la soglia del discriminatore collegato al PMT3, misurata dal test point del discriminatore. Tensione di alimentazione e soglia dei PMT 2 e 5 sono rispettivamente $1800\,\mathrm{V}, -200\,\mathrm{mV}.$ Le due colonne più a destra riportano le coincidenze. Il conteggio è su un tempo di $10\,000$ cicli di clock, cioè $10\,\mathrm{s}$ a meno dell'errore di clock.