

Table des matières

I	Les propriétés physiques	2
1	Analyse Dimensionnelle	2
1.1	Propriété physique de bases	2
1.2	Les propriétés physiques dérivés	3
1.3	Calcul / Analyse Dimensionnel	3
2	Mesures - Incertitude - Calcul des variations	3
2.1	Calcul d'incertitudes	4
2.2	Calcul de variations	5
II	Statique du Solide	6
1	Quelques forces	6
2	Rappels sur les vecteurs	8
2.1	Produit Scalaire	9
2.2	Produit Vectorielle	9
3	Lois de la statique	9

I

Les propriétés physiques

1 Analyse Dimensionnelle

1.1 Propriété physique de bases

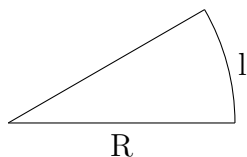
Type	Dimension	Unité (SI)
Longueur	L	mètre (m)
Temps	T	seconds (s)
Masse	M	kilogrammes (kg)
Température	Θ	Kelvin(K)
Courant	I	Ampère (A)

Remarque 1 Ne pas confondre unité et dimension.

— Unité Associé la valeur numérique d'une mesure

Remarque 2 Il existe des grandeurs ayant une unité mais sans dimensions. Par exemple un angle a pour unité le radian mais $[\text{angle}] = 1$.

$$\alpha = \frac{l}{R}\alpha = [l][R]^{-1} = L * L^{-1} = 1$$



définition d'un angle

1.2 Les propriétés physiques dérivés

Propriétés	Equation	Dimension	Unité (SI)
Surface	$s = x^2$	L^2	m^2
Volume	$s = x^3$	L^3	m^3
Fréquence	$f = \frac{1}{t}$	T^{-1}	Hz
Vitesse	$v = \frac{dl}{dt}$	$L * T^{-1}$	$m * s^{-1}$
Accélération	$a = \frac{d^2l}{dt^2}$	$L * T^{-2}$	$m * s^{-2}$
Force	$F = m * a$	$M * L * T^{-2}$	N
Energie	$E = F * L$	$M * L^2 * T^{-2}$	J
Puissance	$P = \frac{E}{t}$	$M * L^2 * T^{-3}$	W(Watt)
Pression	$P = \frac{F}{S}$	$M * L^{-1} * T^{-2}$	Pa(Pascal)
Tension	$U = \frac{P}{I}$	$M * L^2 * T^{-3} * I$	V(Volt)

1.3 Calcul / Analyse Dimensionnel

$[Q] = M^\alpha * T^\beta * L^\gamma * \Theta^\delta * I^\epsilon$ Si Q est sans dimensions, alors $\alpha = \beta = \dots = \epsilon = 0$ et $[Q] = 1$

Propriétés Générales des Equations en physique

- Toutes equations faisant intervenir des grandeurs ϕ doit etre homogène. Si $Q_1 = Q_2$ alors $[Q_1] = [Q_2]$ (une Equation aux dimensions)
- Si $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n$ alors $[Q] = [Q_1] = \dots = [Q_n]$
- $Q = f(x) \rightarrow [Q] = [f(x)]$ Si $f(x) = e^x$ ou $f(x) = \sin(x)$ Alors la dimensions de l'arguments x doit etre égale à 1. $[x] = 1$
- dimension d'un vecteur est la dimension de la norme du vecteurs et des composants.
- dimension de la dérivé d'une grandeur ϕ :

$$Q = f(x)$$

$$\left[\frac{dQ}{dx}\right] = \left[\frac{df(x)}{dx}\right] = \left[\frac{\Delta Q}{\Delta x}\right] = \frac{[Q]}{[x]} = [Q][x]^{-1}$$

2 Mesures - Incertitude - Calcul des variations

Incrtitudes Espériences sont susceptibles d'erreurs et donne des incertitudes. On donne donc une estimation.

2 approches d'estimations d'incertitudes.

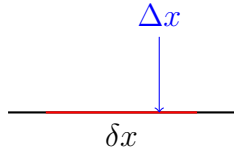
1) incrtitude due à l'expérimentation / répétition de la mesure. On estime donc l'incrtitude statistique.

2) $G_V \in [G_{exp} - \delta G; G_{exp} + \delta G]$ δG = incrtitude absolue
 $\frac{\delta G}{G}$ = incrtitude relative (ou Précision)

2.1 Calcul d'incertitudes

On Calcule G à partir d'autres grandeurs mesurées G_1, G_2, G_3, \dots , avec des incertitude $\delta G_1, \delta G_2, \dots$

$$\begin{aligned} G &= f(x) \\ G_{mesure} &= f(x_{mesure}) \\ G_{exp} &= f(x_\alpha) = f(x + \Delta x) \end{aligned}$$



$$G_{ex} = f(x_{mesure}) + \frac{df}{dx}(x_{mes})(x - x_{mes}) + \dots \quad (I.1)$$

$$G_{ex} - G_{mes} \simeq \frac{df}{dx}(x_{mes})(x - x_{mes}) \quad (I.2)$$

$$\Delta G \simeq \frac{df}{dx}(x_{mes}) * \Delta x \quad (I.3)$$

$$\delta G \simeq \left| \frac{df}{dx}(x_{mes}) \right| * \delta x \quad (I.4)$$

Exemple

$$\begin{aligned} G \rightarrow f(x) &= \text{loi expérimental} \\ &= A * x^a \end{aligned}$$

$$\delta G = \left| \frac{df}{dx} \right| \delta x = (A a x^{a-1}) \delta x$$

$$= \frac{f(x)}{x} * a * \delta x$$

$$\delta G = \left| a * \frac{G}{x} \right| * \delta x$$

$$\frac{\delta G}{G} = \left| \frac{a}{x} \right| * \delta x$$

Ecriture d'un résultat : $G = (G_{exp} + \delta G)(\text{Unité})$

$G = G_{exp}$ à $(\frac{\delta x}{x})$ près. Exemple : $V_{mesuree}$ avec δV Précision(incertitude relative) $\frac{\delta V}{V}$

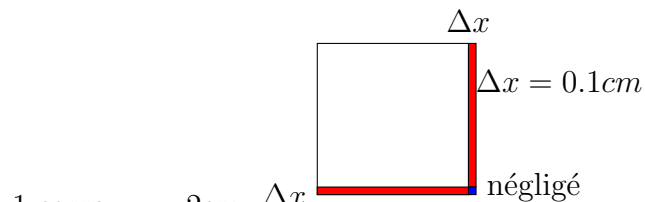
$$V = (V_{mesure} + \delta v)m * s^{-1}$$

$$\text{et } V = V_{mesure} \text{ à } \frac{\delta v}{v} \text{ près}$$

Remarque Incertitude non indiquée explicitement est évaluée d'après dernier chiffre significatif. $M = 2.50 \text{ kg}$ signifie qu'on est précis à 10^{-2} ($\delta m = 0.01 \text{ kg}$)

A contrario Si on écrit une valeur calculée, il faut bien s'arrêter au dernier chiffre significatif (on écrit pas $M = 2.50138$ sachant qu'on est précis à 10^{-2} près)

2.2 Calcul de variations



1 carre, $x = 2\text{cm}$

Si la longueur d'un côté varie, $S = x^2 = 2^2 = 4\text{cm}^2$ La variation de S quand x varie de Δx

$$\Delta S = S(x + \Delta x) - S(x_0) = 0.42\text{cm}^2$$

Autre méthode

$$\begin{aligned} \Delta S &= S(x) - S(x_0) = (x_0 + \Delta x)^2 - x_0^2 \\ &= 2x_0\Delta x + (\Delta x)^2 \end{aligned}$$

Si $\Delta x \ll x_0$, alors $(\Delta x)^2 \ll x_0$ On néglige alors $(\Delta x)^2$ (terme de second ordre) car beaucoup plus petit que x_0

$$\Delta S = 2x_0\Delta x$$

Généralisation G dépend de x, $G(x) = f(x)(x - x_0)$

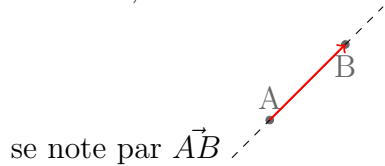
$$f(x) \simeq f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} \text{ avec } x = x_0$$

II

Statique du Solide

Statique : étude des solides en équilibre sous l'action de forces.

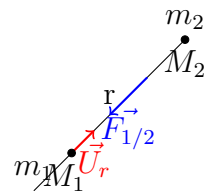
force : action exercée sur un solide / un point matériel. Elle est définie par son intensité, sa direction, son sens. La force est toujours prise comme une quantité vectorielle. Un vecteur



1 Quelques forces

La force de gravitation C'est une force attractive, elle est exercée par une masse M_1 en présence d'une autre masse M_2

$$\begin{aligned}\vec{F}_{1/2} &= -\frac{G * m_1 * m_2}{||\vec{M_1M_2}||^2} * \frac{\vec{M_1M_2}}{||\vec{M_1M_2}||} \\ &= -\frac{G * m_1 * m_2}{r^2} \vec{u}_r\end{aligned}$$



G : Constante de gravitation $G = 6.67 * 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$

m_1, m_2 : Masses des corps 1 et 2

M_1, M_2 : Position des corps 1 et 2

Remarques

Force gravitationnelle inversement proportionnelle à r^2 . Sa portée est donc infinie

Elle fait partie des forces fondamentales.

Elle est cependant mal connue aux petites échelles (subatomique).

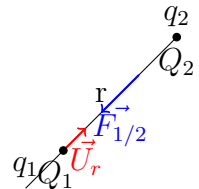
C'est la force de gravitation qui régule la distribution des structures dans la nature.

La force électrostatique Elle s'exerce entre 2 charges à l'immobiles.

$$\vec{F} = -\frac{1}{4 * \pi * \epsilon_0} * Q_1 Q_2 \frac{1}{r^2} \vec{u}_r \text{ Force de coulomb}$$

$$\epsilon_0 = 8.854 * 10^{-2} F.m^{-2}$$

ϵ_0 : Permittivité du vide



Remarque Elle est similaire dans la forme à la force de gravitation mais
 $\left. \begin{array}{l} Q = > 0 \\ Q = < 0 \end{array} \right\}$ Elle est la principal cause de la cohésion de la matière : La cohésion
 dans un atome (entre les charge e^- et e^+) et celle des molécules.

$$\begin{array}{ll} [Q] = & I.T \\ \text{Unité}(Q) = & \text{Coulomb (C)} \end{array}$$

Force de frottement fluide/visqueux Force exercée par un fluide sur un solide en mouvement par rapport au fluide.

$$\begin{array}{ll} F = & -f \cdot \vec{v} \\ f = & \text{coefficient nummérique de frottement dépend de la nature du fluide.} \end{array}$$

l'origine de cette force est l'interaction moléculaire des fluides et solides.

Remarque La forme est valable uniquement si v n'est pas trop grand.

force de frottement solide

Si $\|\vec{F}\| > \|\vec{P}\| \cdot k_s$

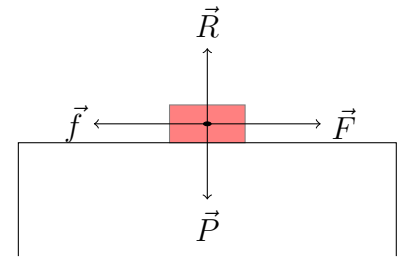
Alors le corps est en mouvement. k_s = coefficient de frottement statique

\vec{F} = Force exercé sur le corps.

Le support exerce une force

Si $\|\vec{f}_s\| < k_s mg$

Le solide reste statique : la force de frottement opposé aux mouvement est appelé force de frottement du solide statique
 F est la force de frottement statique du solide



Quand \vec{F} devient suffisante ($\|\vec{f}_c\| = k_c * mg$), le solide est en mouvement. La force de frottement opposé à la force de déplacement est appelé force de frottement du solide cinétique.

$k_c < k_s$ avec k_c le coefficient de frottement cinématique et k_s le coefficient de frottement statique, et on a $\|\vec{f}_c\| < \|\vec{f}_s\|$

Remarque Les forces de frottements statique et cinétique ne dépende que le nature des 2 surfaces en contact. Elle ne dépend pas par exemple de la vitesse. Elle est du aux interactions entre les atomes et les molécules en surfaces.

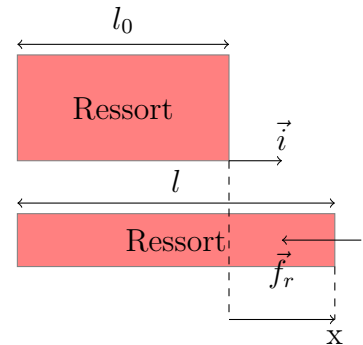
Force élastique (ou de rappel) C'est la force qu'exerce un solide pour s'opposer à une déformation.

l_0 est la longueur au repos du ressort et l la longueur du ressort après déformation

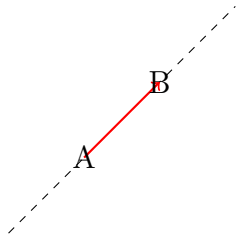
$$\begin{aligned}\vec{F}_r &= -k(l - l_0) * \vec{i} \\ &= -k.x.\vec{i}, \text{ avec } x = (l - l_0)\end{aligned}$$

k est la constante de raideur du ressort, la forme $\vec{F}_r = -k.x.\vec{i}$ n'est valable que si on comprime le ressort ($x < 0$).

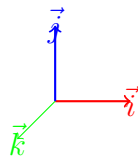
Si on déforme trop le solide (si on quitte le domaine élastique), d'après la loi de Hook, le solide entre dans le domaine plastique et ne revient plus à sa longueur original.



2 Rappels sur les vecteurs



Un vecteur est défini par sa direction D, par sa norme $||\vec{AB}||$ et son sens \vec{AB}



Base orthonormée

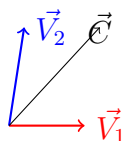
Si 3 vecteurs : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, $||\vec{i}|| = ||\vec{j}|| = ||\vec{k}||$

et $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont orthogonaux, alors $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ forment une base orthonormée. Tous les vecteurs \vec{V} peuvent être définis par : $\vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}$ avec V_x, V_y, V_z les composants de V dans $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Propriétés l'expression dans une base orthonormée

$$\begin{cases} \vec{V}_1 = V_{1x}\vec{i} + V_{1y}\vec{j} + V_{1z}\vec{k} \\ \vec{V}_2 = V_{2x}\vec{i} + V_{2y}\vec{j} + V_{2z}\vec{k} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 + \vec{V}_2 &= \vec{C} \\ \vec{C} &= (V_{2x} + V_{1x})\vec{i} + (V_{2y} + V_{1y})\vec{j} + (V_{2z} + V_{1z})\vec{k}\end{aligned}$$

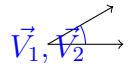


$\vec{V} = \lambda \vec{V}_1$, les composants sont multipliés par λ
 Si $\vec{V}_1 = \vec{V}_2$ alors

$$\begin{cases} \vec{V}_{1x} = \vec{V}_{2x} \\ \vec{V}_{1y} = \vec{V}_{2y} \\ \vec{V}_{1z} = \vec{V}_{2z} \end{cases}$$

2.1 Produit Scalaire

$$\begin{aligned} V &= \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 \text{ Le résultat est un nombre} \\ &= ||\vec{V}_1|| * ||\vec{V}_2|| * \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) \\ &= (V_{1x}\vec{i} + V_{1y}\vec{j} + V_{1z}\vec{k}) * (V_{2x}\vec{i} + V_{2y}\vec{j} + V_{2z}\vec{k}) \\ &= (V_{1x}V_{2x} + V_{1y}V_{2y} + V_{1z}V_{2z}) \end{aligned}$$



Le produit scalaire d'un vecteur par lui meme :

$$\begin{aligned} V &= \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 \quad \text{Le résultat est un nombre} \\ &= V_{1x}^2 + V_{1y}^2 + V_{1z}^2 \\ &= ||\vec{V}_1|| * ||\vec{V}_1|| \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_1) \\ &= \sum V_{1i}^2 \quad i = x, y, z \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0 & \vec{V}_1, \vec{V}_2 \text{ non nulle} \\ ||\vec{V}_1|| * ||\vec{V}_2|| \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = 0 \\ \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = 0 \\ (\vec{V}_1, \vec{V}_2) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

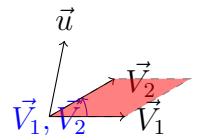
Si \vec{V}_1 perpendiculaire à \vec{V}_2 , alors $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$

2.2 Produit Vectorielle

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = ||\vec{V}_1|| * ||\vec{V}_2|| * \sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2) * \vec{u} \\ \vec{V} &\perp \vec{V}_1 \\ \vec{V} &\perp \vec{V}_2 \\ \text{Si } \vec{V}_1 // \vec{V}_2 \text{ alors } \sin(\vec{V}_1, \vec{V}_2) &= 0 \text{ et } \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{0} \end{aligned}$$

Composantes du produit vectorielle

$$\vec{V} = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \begin{pmatrix} V_{1x} & V_{2x} \\ V_{1y} & V_{2y} \\ V_{1z} & V_{2z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (V_{1y} * V_{2z}) - (V_{2y} * V_{1z}) + \\ (V_{1z} * V_{2x}) - (V_{2z} * V_{1x}) + \\ (V_{1x} * V_{2y}) - (V_{2x} * V_{1y}) \end{pmatrix}$$



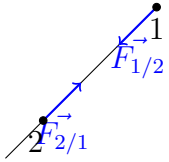
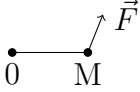
3 Lois de la statique

Un ensemble de points matériels soumis à des forces est en équilibre statique ou immobile alors

1ère loi de la statique : $\sum(\vec{F}) = \vec{0}$

2ème loi : Soit 2 systèmes 1, 2 en interaction mutuelles. La force exercée par 1 sur 2 est égale à l'inverse de la force exercée par 2 sur 1 (même direction, même norme, sens opposé) $\vec{F}_{1/2} = -\vec{F}_{2/1}$

$\vec{F}_{1/2}$ s'exerce en 1, et $\vec{F}_{2/1}$ s'applique en 2.



Le moment de \vec{F} par rapport à O est égale à : $\overrightarrow{M_0(\vec{F})} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$ Loi de la statistique en rotation dit qu'il existe un point P par rapport auquel $\sum(M_0(\vec{F}_i)) = \vec{0}$ Le moment d'une force est la capacité de cette force à faire tourner un objet au niveau du point d'étude.

Exemple

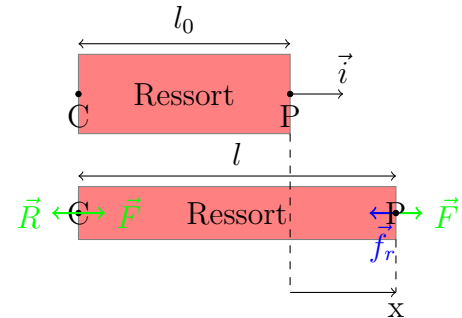
Quelles force appliqué en P est nécessaire pour que le système soit en équilibre ?

Quelles est la force en C pour que le système reste fixe en C ?

$\sum \vec{F} = \vec{0}$ en P Bilan des forces en P : \vec{F}, \vec{f}_r

Expression des forces :

$$\begin{aligned}\vec{f}_r &= k(l - l_0)(\vec{i}) \\ &= -kx\vec{i}\end{aligned}$$



Application de la loi de la statique

$$\begin{aligned}\vec{F} + \vec{f}_r &= \vec{0} \\ \vec{F} &= -\vec{f}_r \\ &= -(-kx\vec{i}) \\ &= kx\vec{i}\end{aligned}$$

Bilan des forces en C :

$$\begin{aligned}\vec{F} + \vec{R} &= \vec{0} \\ \vec{R} &= -\vec{F} = -(-kx\vec{i}) = -kx\vec{i} \\ \vec{R} &= -kx\vec{i}\end{aligned}$$