

2016

गणित

MATHEMATICS

समय : 3 घण्टे]
Time : 3 hours]

[पूर्णांक : 80
[Max. Marks : 80

- निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
(ii) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में बँटे हुए हैं। खण्ड 'अ' में एक-एक अंक वाले 10 प्रश्न, खण्ड 'ब' में दो-दो अंक वाले 5 प्रश्न, खण्ड 'स' में तीन-तीन अंक वाले 10 प्रश्न एवं खण्ड 'द' में छः-छः अंक वाले 5 प्रश्न हैं।
(iii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों का उत्तर एक शब्द या वाक्य या प्रश्न की यथार्थ आवश्यकतानुसार देना है।
(iv) प्रश्न पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, तथापि दो अंकों वाले एक प्रश्न में, तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। विकल्प वाले प्रश्नों में आपको केवल एक विकल्प ही करना है।
(v) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिये गये मापन के सर्वथा अनुरूप हो।
(vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।
(vii) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिये और अन्त तक करते जाइए, जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

- Note :** (i) All questions are compulsory.
(ii) The question paper consists of 30 questions divided into four Sections 'A', 'B', 'C' and 'D'. Section 'A' comprises of ten questions of 1 mark each, Section 'B' comprises of five questions of 2 marks each, Section 'C' comprises of ten questions of 3 marks each and Section 'D' comprises of five questions of 6 marks each.
(iii) All questions in Section 'A' are to be answered in one word or sentence or as per the exact requirement of the question.
(iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in one question of 2 marks, three questions of 3 marks each and two questions of 6 marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
(v) In questions on construction, drawing should be neat and exactly as per the given measurement.
(vi) Use of calculator is not permitted.
(vii) Start from the first question and proceed to the last. Do not waste your time over a question which you cannot solve.

[1]

[P.T.O.

खण्ड - 'अ'
(SECTION - 'A')

- संख्या 7429 को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।
Express the number 7429 as a product of its prime factors. 1
- एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए, जिसके शून्यांकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः $\sqrt{2}$ व $\frac{1}{3}$ हैं।
Find a quadratic polynomial with the given number $\sqrt{2}$ and $\frac{1}{3}$ as the sum and product of its zeroes respectively. 1
- जाँच कीजिए कि समीकरण युग्म $x + 3y = 6$ और $2x - 3y = 12$ संगत है।
Check whether the pair of equations $x + 3y = 6$ and $2x - 3y = 12$ is consistent. 1
- समान्तर श्रेणी के प्रथम दो पद लिखिए जबकि $a = -1$ और $d = \frac{1}{2}$
Write the first two terms of A. P. if $a = -1$ and $d = \frac{1}{2}$. 1
- यदि $\tan A = \frac{4}{3}$ तो $\sin A$ तथा $\cos A$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

6. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए—
Fill in the blanks—
(क) एक वृत्त की समांतर स्पर्श रेखाएँ हो सकती हैं।
A circle can have parallel tangents at the most.
(ख) वृत्त तथा उसकी स्पर्श रेखा के उभयनिष्ठ बिन्दु को कहते हैं।
The common point of a tangent to a circle and the circle is called
7. दो समरूप त्रिभुजों की भुजाएँ 4 : 9 के अनुपात में हैं। इन त्रिभुजों के क्षेत्रफलों का क्या अनुपात होगा ? 1
Sides of two similar triangles are in the ratio 4 : 9. What will be the ratio of areas of these triangles ?
8. उस घनाम का आयतन बताइए जिसकी भुजाएँ 5 सेमी, 8 सेमी व 12 सेमी हैं। 1
Find the volume of the cuboid whose sides are 5 cm, 8 cm and 12 cm.
9. माध्य, माध्यिका तथा बहुलक के बीच सम्बन्ध लिखिए। 1
Write the relation between mean, median and mode.
10. यदि $P(E) = 0.05$ है तो 'E नहीं' की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 1
If $P(E) = 0.05$, what is the probability of 'not E' ?

खण्ड - 'ब'
(SECTION - 'B')

11. दो ऐसे क्रमागत विषम घनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 290 हो। 2
Find two consecutive odd positive integers, sum of whose squares is 290.

231 (HXI)

[2]

12. यदि $\cot \theta = \frac{7}{8}$ तो मान निकालिए : 2
If $\cot \theta = \frac{7}{8}$, then evaluate : $\frac{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिये : $\frac{1 - \cos A}{1 + \cos A} = \operatorname{cosec} A - \cot A$
Prove that :

13. X-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो (2, -5) और (-2, 9) से समदूरस्थ है। 2
Find the point on the X-axis which is equidistant from (2, -5) and (-2, 9).
14. 6 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। केन्द्र से 10 सेमी दूर स्थित एक बिन्दु से वृत्त पर स्पर्श रेखा युग्म की रचना कीजिए और उनकी लम्बाइयों मापिए। 2
Draw a circle of radius 6 cm. From a point 10 cm away from its centre, construct the pair of tangent to the circle and measure their lengths.
15. 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गई एक गड्ढी में से एक पत्ता निकाला जाता है। निम्नलिखित को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए — 1+1 = 2
(क) लाल रंग का बादशाह (ख) एक फेस कार्ड अर्थात् तस्वीर वाला पत्ता
One card is drawn from a well-shuffled deck of 52 cards. Find the probability of getting —
(a) a king of red colour (b) a face card

खण्ड - 'स'
(SECTION - 'C')

16. $HCF(306, 657) = 9$ दिया है। $LCM(306, 657)$ ज्ञात कीजिए। 3
Given that $HCF(306, 657) = 9$. Find $LCM(306, 657)$.

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमय संख्या है।

Prove that $3 + 2\sqrt{5}$ is irrational.

17. $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए, यदि आपको इसके दो शून्यक $\sqrt{2}$ और $-\sqrt{2}$ ज्ञात हैं। 3
Find all the zeroes of $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$, if you know that two of its zeroes are $\sqrt{2}$ and $-\sqrt{2}$.
18. यदि किसी समान्तर श्रेणी (A.P.) के प्रथम 7 पदों का योग 49 है और प्रथम 17 पदों का योग 289 है, तो इसके प्रथम n पदों का योग ज्ञात कीजिए। 3
If the sum of first 7 terms of an A.P. is 49 and that of 17 terms is 289, find the sum of first n terms.

19. यदि हम भिन्न के अंश में 1 जोड़ दें तथा हर में से 1 घटा दें, तो भिन्न 1 में बदल जाती है। यदि हर में 1 जोड़ दें, तो यह $\frac{1}{2}$ हो जाती है। रेखिक समीकरण के युग्म बनाकर उनको हल कर भिन्न ज्ञात कीजिए। 3
- If we add 1 to the numerator and subtract 1 from the denominator, a fraction reduces to 1. It becomes $\frac{1}{2}$ if we only add 1 to the denominator. Form the pair of linear equations and find the fraction by solving them.

20. सिद्ध कीजिए : $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$ (जहाँ θ न्यून कोण है) 3
 Prove that : (where θ is acute angle)

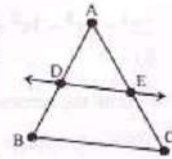
अथवा (OR)

- सिद्ध कीजिए : $(\operatorname{cosec} A - \sin A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{\tan A + \cot A}$ (जहाँ A न्यून कोण है)
 Prove that : (where A is acute angle)

21. बिन्दुओं A (7, 6), B (3, 5), C (7, -4) से बनने वाले त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3
 Find the area of a triangle ABC formed by the point A (7, 6), B (3, 5), C (7, -4).
22. बिन्दुओं (5, -6) और (-1, -4) को जोड़ने वाले रेखाखण्ड को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है? इस प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए। 3
 Find the ratio in which the y-axis divides the line segment joining the points (5, -6) and (-1, -4). Also find the point of intersection.

23. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ (कर्ण के अतिरिक्त) 4 सेमी तथा 3 सेमी लम्बाई की हों। फिर एक अन्य त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी भुजाएँ दिये हुए त्रिभुज की संगत भुजाओं की $\frac{5}{3}$ गुनी हों। 3
 Draw a right angle triangle whose sides (other than Hypotenuse) are of lengths 4 cm and 3 cm. Then construct another triangle whose sides are $\frac{5}{3}$ times the corresponding sides of the given triangle.

24. यदि कोई रेखा एक त्रिभुज ABC की भुजाओं AB और AC को क्रमशः D तथा E पर प्रतिच्छेद करे तथा भुजा BC के समान्तर हो (चित्रानुसार), तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ होगा। 3
 If a line intersects sides AB and AC of a triangle ABC at D and E respectively and is parallel to BC (according to figure), prove that $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$.

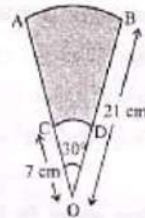


231 (HXI)

[4]

25. दी गई आकृति में AB और CD केन्द्र O तथा त्रिज्याओं 21 सेमी और 7 सेमी वाले दो संकेन्द्रीय वृत्तों के क्रमशः दो चाप हैं। यदि $\angle AOB = 30^\circ$ है, तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 3

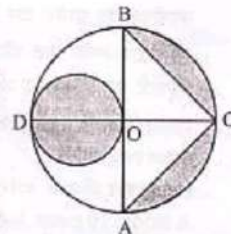
In given figure, AB and CD are respectively arcs of two concentric circles of radii 21 cm and 7 cm and centre O. If $\angle AOB = 30^\circ$, find the area of the shaded region.



अथवा (OR)

दी गई आकृति में AB और CD केन्द्र O वाले एक वृत्त के दो परस्पर लम्ब व्यास हैं तथा OD छोटे वृत्त का व्यास है। यदि OA = 7 सेमी है तो छायांकित भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

In given figure AB and CD are two diameters of a circle (with center O) perpendicular to each other and OD is the diameter of the smaller circle. If OA = 7 cm, find the area of the shaded region.



खण्ड - 'द'
(SECTION - 'D')

26. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 9 : 7 है और उनके खर्चों का अनुपात 4 : 3 है। यदि प्रत्येक व्यक्ति प्रति महीने में 2000 रु. बचा लेता है, तो उनकी मासिक आय ज्ञात कीजिए। 6
- The ratio of incomes of two persons is 9 : 7 and the ratio of their expenditures is 4 : 3. If each of them manages to save Rs 2000 per month, find their monthly incomes.

अथवा (OR)

एक मोटर बोट, जिसकी स्थिर जल में चाल 18 किमी/घंटा है, 24 किमी धारा के प्रतिकूल जाने में, वही दूरी धारा के अनुकूल जाने की अपेक्षा 1 घंटा अधिक लेती है। धारा की चाल ज्ञात कीजिए।

A motor boat whose speed is 18 km/h in still water takes 1 hour more to go 24 km upstream than to return downstream to the same spot. Find the speed of the stream.

27. झील में 200 मीटर ऊँचाई पर स्थित एक बिन्दु से बादल का उन्नयन कोण 30° है तथा झील में इसकी परछाई का अवनमन कोण 60° है तो बादल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 6
- The angle of elevation of a cloud from point 200 meter above a lake is 30° and the angle of depression of its reflection in the lake is 60° . Find the height of the cloud.

231 (HXI)

[5]

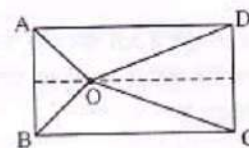
[P.T.O.]

28. आयत ABCD के अंदर स्थित O कोई बिन्दु है (देखिए संलग्न चित्र)।

सिद्ध कीजिए कि $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$ है।

O is any point inside a rectangle ABCD (see the figure).

Prove that $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$.



6

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण पर बना वर्ग शेष दो भुजाओं पर बने वर्गों के योग के बराबर होता है।

उपरोक्त का प्रयोग कर निम्न को हल कीजिए—

10 मीटर लम्बी एक सीढ़ी एक दीवार पर टिकाने पर भूमि से 8 मीटर की ऊँचाई पर स्थित एक खिड़की तक पहुँचती है। दीवार के आधार से सीढ़ी के निचले सिरे की दूरी ज्ञात कीजिए।

Prove that in a right triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the squares of the other two sides.

Using the above, solve the following —

A ladder 10 meter long reaches a window 8 meter above the ground. Find the distance of the foot of the ladder from base of the wall.

29. 32 सेमी ऊँची और आधार त्रिज्या 18 सेमी वाली एक बेलनाकार बाल्टी रेत से भरी हुई है। इस बाल्टी को भूमि पर खाली किया जाता है और इस रेत की एक शंकवाकार ढेरी बनाई जाती है। यदि शंकवाकार ढेरी की ऊँचाई 24 सेमी है तो इस ढेरी की त्रिज्या और तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 6

A cylindrical bucket, 32 cm high and with radius of base 18 cm, is filled with sand. This bucket is emptied on the ground and a conical heap of sand is formed. If the height of the conical heap is 24 cm, find the radius and slant height of the heap.

30. निम्नलिखित आँकड़ों का माध्यक 525 है। यदि बारंबारताओं का योग 100 है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए। 6
- The median of the following data is 525. Find the value of x and y, if the total frequency is 100.

वर्ग अन्तराल Class interval	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
बारंबारता Frequency	2	5	x	12	17	20	y	9	7	4

निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) इस प्रश्न पत्र में कुल 30 प्रश्न हैं, जो चार खण्डों 'अ', 'ब', 'स' तथा 'द' में बँटे हुए हैं। खण्ड 'अ' में एक-एक अंक वाले 10 प्रश्न, खण्ड 'ब' में दो-दो अंक वाले 5 प्रश्न, खण्ड 'स' में तीन-तीन अंक वाले 10 प्रश्न एवं खण्ड 'द' में छः-छः अंक वाले 5 प्रश्न हैं।

(iii) खण्ड 'अ' के सभी प्रश्नों का उत्तर एक शब्द या वाक्य या प्रश्न की यथार्थ आवश्यकतानुसार देना है।

(iv) प्रश्न पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है, तथापि दो अंकों वाले एक प्रश्न में, तीन अंकों वाले तीन प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिये गये हैं। विकल्प वाले प्रश्नों में आपको केवल एक विकल्प ही करना है।

(v) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिये गये मापन के सर्वथा अनुरूप हो।

(vi) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

(vii) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिये और अन्त तक करते जाइए, जो प्रश्न न आता हो उस पर समय नष्ट न कीजिए।

Note : (i) All questions are compulsory.

(ii) The question paper consists of 30 questions divided into four Sections 'A', 'B', 'C' and 'D'. Section 'A' comprises of ten questions of 1 mark each, Section 'B' comprises of five questions of 2 marks each, Section 'C' comprises of ten questions of 3 marks each and Section 'D' comprises of five questions of 6 marks each.

(iii) All questions in Section 'A' are to be answered in one word or sentence or as per the exact requirement of the question.

(iv) There is no overall choice. However, internal choice has been provided in one question of 2 marks, three questions of 3 marks each and two questions of 6 marks each. You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.

(v) In questions on construction, drawing should be neat and exactly as per the given measurement.

(vi) Use of calculator is not permitted.

(vii) Start from the first question and proceed to the last. Do not waste your time over a question which you cannot solve.

खण्ड - 'अ'
(SECTION - 'A')

1. q को सन्तुष्ट करने वाली शर्तों को लिखें ताकि परिमेय संख्या $\frac{p}{q}$ का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती हो।
Write the condition to be satisfied by q , so that a rational number $\frac{p}{q}$ has a non terminating decimal expansions.

2. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यांकों के योग तथा गुणनफल क्रमशः 0 और $\sqrt{5}$ हैं।
The sum and product of zeroes of a quadratic polynomial are 0 and $\sqrt{5}$ respectively. What quadratic polynomial.

3. मान लीजिए $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ और इनके क्षेत्रफल क्रमशः 64 सेमी² तथा 81 सेमी² हैं यदि EF = 18 सेमी BC का मान ज्ञात कीजिए।
Let $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ and their areas be respectively 64 cm² and 81 cm². If EF = 18 cm, find the of BC.

4. समान्तर श्रेणी $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ के लिए प्रथम पद 'a' और सार्वअंतर 'd' लिखिए।

5. प्रथम 100 घन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए।

Find the sum of the first 100 positive integers.

6. दिया है $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ तो $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$ का मान बताइए।

Given that $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$. Find the value of $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta}$.

7. एक गोले की त्रिज्या 8 सेमी है। उसका वक्रपृष्ठ ज्ञात कीजिए।

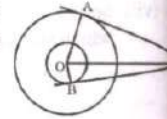
The radius of a sphere is 8 cm. Find its surface area.

8. एक निश्चित घटना की प्रायिकता कितनी होती है ?

What is the probability of a sure event ?

9. दी गई आकृति में दो संकेन्द्रीय वृत्त, जिनका केन्द्र O है, की त्रिज्यायें 5 सेमी और 3 सेमी हैं। एक बाह्य P से इन वृत्तों पर दो स्पर्श रेखायें PA तथा PB खींची जाती हैं। यदि PA = 12 सेमी है तो PB ज्ञात कीजिए।

In the given figure, two concentric circles with center O, have radii 5 cm and 3 cm. From an external point P, two tangents PA and PB are drawn to these circles. If PA = 12 cm, find PB.



231 (HWH)

[2]

231

10. निम्नलिखित बारंबारता सारणी में 'b' और 'd' का मान ज्ञात कीजिए :

अंक	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
बारंबारता	4	5	b	7	4	3	1
संचयी बारंबारता	4	9	15	22	d	29	30

In the following frequency distribution table write the value of 'b' and 'd' :

Marks	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
Frequency	4	5	b	7	4	3	1
Commulative frequency	4	9	15	22	d	29	30

खण्ड - 'ब'

(SECTION - 'B')

11. बिना आलेखित किये बताइए कि निम्नलिखित रैखिक समीकरणों का युग्म प्रतिच्छेदी रेखाओं, संपाती रेखाओं या समान्तर रेखाओं को निरूपित करेगा : $6x - 3y + 10 = 0$, $2x - y - 9 = 0$

अपने उत्तर के लिए सही औचित्य दीजिए।

Without showing the graph, state whether the following pair of linear equations represent intersecting lines, coincident lines or parallel lines : $6x - 3y + 10 = 0$, $2x - y - 9 = 0$.

Justify your answer.

12. त्रिकोणमितीय सारणी का उपयोग किये बिना $\frac{\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} + \cos 57^\circ \operatorname{cosec} 33^\circ - 2 \cos 60^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए।

Without using trigonometric table find the value of $\frac{\cos 70^\circ}{\sin 20^\circ} + \cos 57^\circ \operatorname{cosec} 33^\circ - 2 \cos 60^\circ$.

13. ABC एक त्रिभुज है, जिसमें $\angle ACB = 90^\circ$ । यदि $CD \perp AB$ तो सिद्ध कीजिए कि $CD^2 = BD \cdot AD$ ।

ABC is a triangle in which $\angle ACB = 90^\circ$. If $CD \perp AB$, prove that $CD^2 = BD \cdot AD$.

14. क्या बिन्दु $(3, 2)$, $(-2, -3)$ और $(2, 3)$ एक त्रिभुज बनाते हैं ? यदि हाँ, तो बताइए कि किस प्रकार का त्रिभुज बनता है।

Do the points $(3, 2)$, $(-2, -3)$ and $(2, 3)$ form a triangle ? If so, name the type of triangle formed.

15. 52 पत्तों की ताश की गड्डी में से एक पत्ता यादृच्छया खींचा जाता है, प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यह पत्ता होगा : 2

(क) इक्का

(ख) लाल रंग का

A card is drawn at random from a pack of 52 cards, find the probability that the card will be :

(a) an ace

(b) a red card

अथवा (OR)

एक डिब्बे में 5 लाल कंचे, 8 सफेद कंचे और 4 हरे कंचे हैं। इस डिब्बे में से एक कंचा यादृच्छया निकाला जाता है। इसकी क्या प्रायिकता है कि निकाला गया कंचा :

(क) लाल है

(ख) हरा नहीं है।

A box contains 5 red marbles, 8 white marbles and 4 green marbles. One marble taken out of the box at random. What is the probability that the marble taken out will be :

(a) red

(b) not green

231 (HWH)

[3]

[P.T.O.]