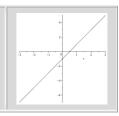
MATHEMATIK

2009-10

Übersicht Gerade



ÜBUNG*:

Stelle die Geradengleichungen der Geraden auf, die durch die folgenden Punktpaare gehen:

i)
$$P_1(0|0)$$
, $P_2(1|2)$

ii)
$$Q_1(0|0)$$
, $Q_2(1|2)$

iii)
$$R_1(-1|5)$$
, $R_2(2|2)$

Hier bietet sich auch der GTR an. Wir lösen die Aufgabe i) auf beide Weisen!

I) Per Hand mittels doppelter Punktprobe:

Für den ersten Punkt folgt sofort mit $0=m\cdot 0+c$ dass c=0 gilt. Somit wissen wir bereits: y=mx. Darein setzen wir unseren zweiten Punkt ein und so folgt $2=m\cdot 1$, also m=2. Die gesuchte Gerade heißt y=2x.

II) Mit dem GTR:

Wir geben über <STAT> und <EDIT> unsere Liste der x-Werte L1= $\{0,1\}$ und die der y-Werte L2= $\{0,2\}$ ein und gehen danach wieder über <STAT>, dann aber über <CALC> auf 4:LinReg. Nun wird uns die Gerade erstellt mit der Darstellung y=ax+b und a=2, b=0.

Zu ii) oups, das ist wie in i)...

Zu iii) y=-x+4.

ÜBUNG**:

Stelle die Geradengleichungen der Geraden auf, die wie folgt bestimmt sind:

i)
$$P_1(1|2)$$
 und **m**=2

ii)
$$Q_1(1|2)$$
 und **c**=2

iii)
$$R_1(-1|5)$$
 und m+c=2

Hier geht man wieder über Punktproben an die Lösung heran!

- i) m=2 ist bereits gegeben, also setzen wir P in die Gleichung y=2x+c ein: $2=2\cdot1+c$ und so ergibt sich c=0, also insgesamt y=2x.
- ii) Hier setzen wir Q in y=mx+2 ein und finden: $2=m\cdot 1+2$. Also ist m=0! Die Gerade ist eine Parallele zur x-Achse mit der Gleichung y=2.
- iii) m+c=2 ist bereits gegeben, also wäre beispielsweise m=2-c. Wir setzen das in unsere Ausgangsgleichung y=mx+c ein und erhalten y=(2-c) 'x+c. Punkt R wird nun darein eingesetzt und es ergibt sich: 5=(2-c) '(-1)+c. Also: 5=c-2+c=2c-2 und so ist c=3,5. Da aber m=2-c ist, muss m=-1,5 sein! So ergibt sich für unsere letzte Gerade y=-1,5x+3,5.

ÜBUNG*:

Bestimme den Schnittwinkel der Geraden aus der vorangegangen Übung mit der x-Achse!

- i) y=2x: Es gilt nach Station 2 einfach tan(Winkel)=Steigung, daher ist tan(Winkel)=2 und mittels GTR (einfach <2nd> und dann <TAN>, 2 eingeben, Klammer zu, <ENTER>: fertig) findet sich dann Winkel etwa 63° bzw. im Bogenmaß etwa 1.11.
- ii) tan(Winkel)=0. Diese Aufgabe löst man besser mit der Anschauung! Wir haben eine Parallele zur x-Achse, also gibt es keinen sinnvollen Schnittwinkel mit der x-Achse, da es keinen Schnitt gibt...
- iii) tan(Winkel)=-1,5: Winkel etwa -56°. Das Vorzeichen interpretieren wir noch schnell: Da die Gerade mit wachsendem x "fällt" (negativ steigt…), kommt ein negativer Winkel heraus. Grundsätzlich geht es aber meist nur um den Betrag, hier also 56°, das wäre auch in Ordnung.

ÜBUNG*:

Wähle dir zwei Geraden aus den obigen Übungen aus und bestimme deren relativen Schnittwinkel!

Also nehme ich i) und iii). Einmal steigt die Gerade, einmal fällt sie. Am besten macht man sich eine kleine Skizze. Auf jeden Fall addieren sich die beiden Winkel zu Schnittwinkel=63°+56°=119°. Man könnte auch den Gegenwinkel zu 180° angeben, denn für den Schnittwinkel gibt es ja immer zwei Möglichkeiten.

ÜBUNG*** (FREIWILLIGER ZUSATZ!):

Wer möchte, kann sich diesen Merksatz geometrisch herleiten. Ansonsten ist es praktisch, ihn zu kennen.

Kommt nicht mehr in der Arbeit dran! Genauso wie:

ÜBUNG**:

- i) Baue eine Normale zur Winkelhalbierenden!
- ii) Stelle eine Normale zur Geraden q: y = 2x+2 auf.
- iii) Stelle die Normale zur Geraden g: y = 2x+2 auf, die durch den Punkt P(1|4) geht.
- iv) Stelle die Normale zur Geraden g: y = 2x+2 auf, die durch den Punkt Q(2|4) geht.

Dabei muss man in (iii) und (iv) wieder an Station 1 denken; denn hier ist sofort die Steigung gegeben und ein weiterer Punkt!

Überprüfe deine Ergebnisse anschließend mit dem GTR!

Die Station solltest Du Dir aber doch wieder ansehen:

STATION 5**:

Man kann natürlich auch Geraden wie die Parabeln verschieben. Nur ist es hier viel einfacher: Wenn wir eine Gerade nach oben oder nach unten verschieben wollen, dann müssen wir nur den y-Achsenabschnitt \mathbf{c} geeignet verändern. Auch in x-Richtung ist es nicht schwer: Gehen wir von der Winkelhalbierenden y = x aus:

y = x wird um drei nach oben verschoben: y = x + 3.

Danach soll y = x + 3 doppelt so steil werden und wir verändern m: y = 2x + 3.

Jetzt wollen wir die Gerade um drei nach rechts verschieben: y = 2(x-3) + 3.

Es ist wie bei den Parabeln; das \mathbf{x} wird (hier) durch $(\mathbf{x-3})$ ersetzt! Zeichne die letzten beiden Geraden und vergewissere dich, dass das auch stimmt!