EI 10c M

## MATHEMATIK

2009-10

## Doppelstunde vom 18.05.2010

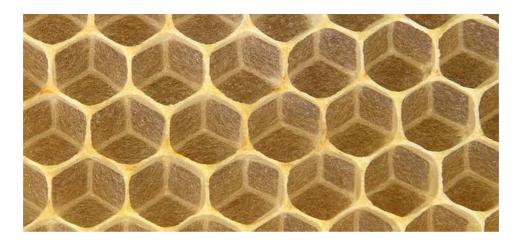


In der letzten Doppelstunde vor den Ferien gab es die 4. Klassenarbeit zurück und wir haben den Stoff des restlichen Schuljahres besprochen.

Ihr habt in der ersten Stunde eure Arbeit verbessert. Danach habe ich euch noch einige Themen vorgestellt:



- 1) Es gibt nun ein Angebot an Euch, mit mir verpassten oder nicht verstandenen Stoff schnell aufzuholen. Ich bin immer freitags in der 7. Stunde in der Bio/Physik-Sammlung. Dort könnt ihr mich einfach besuchen und mit mir eure offenen Fragen klären. Es dürfen auch gerne Fragen sein, die über den Schulstoff hinausgehen.
- 2) Als kurze Info: Ein Link zu einer guten GTR-Anleitung ist nun online. Außerdem werden über die Ferien weitere Übungsaufgaben dazu kommen.
- 3) Wir schließen erst einmal das Thema Modellieren ab und machen einen kleinen Ausflug zurück in die Wahrscheinlichkeitslehre. Ich wollte euch noch einen kleinen "Überblick" geben, an wie vielen Stellen Optimierung in der Natur und in eurem Alltag eine Rolle spielt.
- 3a) Ein Beispiel sind Bienenwaben:



Sie sind regelmäßig und sechseckig. Zufall? Nein, denn mit dieser "Pflasterung" lässt sich eine Ebene optimal überdecken. Optimal meint hier: minimaler Materialverbrauch (für die "Ränder", also die Wände zwischen den einzelnen Wabenzellen). Das macht Sinn, denn wieso mehr Material

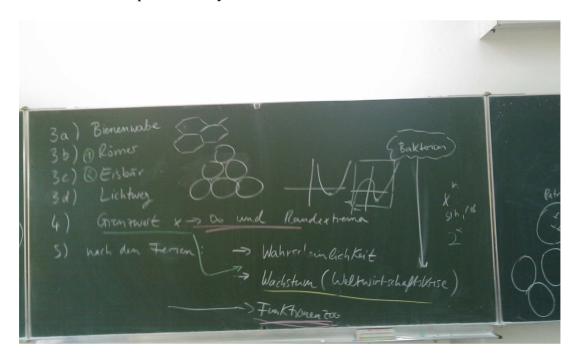
verwenden als nötig?! Spektrum der Wissenschaft hat einen Artikel hierzu in den Mathematischen Unterhaltungen veröffentlicht. Ich bin mir nicht ganz sicher, aber es wird wohl dieser Artikel sein: <a href="http://www.spektrum.de/artikel/825845">http://www.spektrum.de/artikel/825845</a> z=798888.

3b) Spannend ist auch eine Betrachtung der römischen Truppen unter mathematischen Aspekten. Wenn Kaiser Konstantin mehr von Mathematik verständen hätte – vielleicht hätte sein Weltreich länger Bestand gehabt. Ian Stewart schrieb 2000 einen schönen Artikel dazu; "Die optimale Verteidigung des Römischen Reiches". Der folgende Text ist an diesen Artikel angelehnt. Ein Link findest Du unter http://www.spektrumverlag.de/artikel/826677. Dort findest du eine Leseprobe und die Möglichkeit, den Artikel herunterzuladen. Wir werden uns, wenn die Zeit reicht, diese Fragestellung einmal genauer ansehen! Es geht hierbei um die Verteilung von Truppen in besetzten Provinzen. Ziemlich ähnlich sind Fragestellungen wie diese: Burger King will in einer amerikanischen Kleinstadt eine neue Geschäftsstelle eröffnen. Aber McDonalds ist schon da mit einer Filiale. Soll man ausweichen oder direkt nebenan bauen? Oder auch: Wo ist der beste Standort für einen Rettungswagen in der Stadt? In einem der Krankenhäuser? An der unfallträchtigsten Kreuzung? Die entsprechende mathematische Standortoptimierung (location science). Wie die meisten Theorien hat auch diese eine militärische Anwendung: Wie stationiert man Truppen innerhalb eines großen Gebietes so, dass sie jeden potenziell bedrohten Punkt in kurzer Zeit erreichen ohne ein anderes Teilgebiet ungeschützt zu lassen? Während des Zweiten Weltkriegs hatte General MacArthur so ein Problem für den Pazifik zu lösen. Seine Strategie ist als island-hopping ("Inselhüpfen") bekannt geworden. Er verlegte Truppen von einer Insel auf die andere, aber nur, wenn genug Truppen zur Sicherung zurückblieben. Diese Regel zwang ihn zu langen und komplizierten Manövern. Ähnlich erging es dem römischen Herrscher Konstantin im vierten nachchristlichen Jahrhundert, nur dass der ein ganzes Weltreich zu verteidigen hatte. Auch seine Lösung war ähnlich. Hätte Konstantin seine Legionen geschickter stationieren können? Ja, hätte er!

3c) Auch der Eisbär ist optimiert (wie alle Lebewesen). Er ist perfekt an seine Umgebung angepasst. Auch diese Optimierung schauen wir uns genauer an, wenn die Zeit reicht! In der Arktis ist es sehr kalt, was immer Wärmeverlust bedeutet. Denn beispielsweise unser Körper hat knapp 40°C, die umgebende Luft dort aber oft -40°C! Nicht so gut. Unser Körper müsste, um seine Temperatur zu halten, ständig nachheizen und das bedeutet Energieverlust und damit die Notwendigkeit, mehr Nahrung aufzunehmen und davon gibt es in der Arktis nicht so viel. Also optimiert man erst einmal an sich herum! Ein erster Trick ist eine schwarze Haut. Scheint einmal die Sonne, so kann man Wärme tanken. Das macht der Eisbär. Nun legt man sich eine schützende Fellschicht zu. Dort wird Luft "eingefangen" und bewegt sich nicht. Windet es, verliert man ja schneller Wärme. Doch mit einem Fell ist Wind egal. Die Luft über der Haut ist in Ruhe. Wieder ein Eisbärtrick. Außerdem bildet sich so ein Luftpolster, welches isoliernd wirkt und weniger Wärmeaustausch bedeutet. Sehr gut. Nun fällt uns auf, dass Wärmeaustausch über die Oberfläche (Haut) vonstatten geht. Machen wir unsere Oberfläche also möglichst klein und schrumpfen uns zu einer Ameise? Das hilft leider nicht, denn entscheidend ist nicht nur die Oberfläche, sondern auch das Volumen, denn hier lässt sich Energie speichern. Daher sollte man in kalten Regionen möglichst groß sein, da es um den Quotienten "Oberfläche zu Volumen" geht und diese Zahl wird mit wachsender Größe kleiner und damit günstiger. Eine "Polarmaus" findest du in der Arktis daher nicht. Knochenbau und andere Dinge limitieren diese Größe natürlich, doch trotzdem ist der Eisbär das größte Landraubtier der Welt. Clever! Jetzt ist aber von verschiedenen Körperformen die Kugel ideal im Verhältnis Oberfläche zu Volumen. Der Eisbär müsste also eine Kugel sein. Das geht natürlich nicht, da er auch noch als Fleischfresser jagen möchte. Aber rund ist gut. Also ist die Körperform eher gedrungen und eine Fettschicht hilft, die ideale Form möglichst zu erreichen. Die Fettschicht isoliert zudem noch. Fertig ist der Eisbär.

3d) Licht nimmt immer den "schnellsten" Weg. Das ist nicht immer der kürzeste! Genauso wie in der Mooraufgabe die Läufer verschieden schnell waren, ist auch das Licht verschieden schnell in

Medien. Im Vakuum ist es am schnellsten, in festen Stoffen etwas langsamer. Daher wählt es genauso wie die Läufer beim Laufparcour einen "optimierten" Weg. Auf diese Weise kann man übrigens sofort das sogenannte Brechungsgesetz herleiten. Dieses Prinzip, dass der Lichtweg den schnellsten Weg (eigentlich einen extremalen Weg, aber wir vereinfachen hier) wählt, ist unter dem Namen "Fermatsches Prinzip" in der Physik wohlbekannt.



4) Wir müssen noch laut Lehrplan das Thema Randextrema und Verhalten von Funktionen für sehr große x-Werte besprechen. Beides schaffen wir in einer Doppelstunde mit einer weiteren Übungsstunde, es ist kein schweres Thema.

## 5) Zur Gesamtplanung des restlichen Schuljahres:

- Wir werden also in der ersten Woche nach den Ferien kurz Wahrscheinlichkeit einschieben.
- In der zweiten Woche nach den Ferien werden wir Randextrema und Verhalten für große x-Werte behandeln.
- In der folgenden Woche vom 21. Juni werden wir den Funktionenzoo komplettieren. Das bedeutet viel Aufschreiben, aber ich möchte euch alle wichtigen Funktionen sagen, die ihr für die Kursstufe kennen sollt. Dabei "wiederholen" wir (sehr kurz!) noch einmal die entsprechenden Themen der Mittelstufe.
- In der Woche vom 28. Juni werden wir noch ein trockenes Thema abhandeln, welches ich aber auch schon einmal besprochen haben möchte und zwar "Parameter bei Funktionen". Das geht in einer Doppelstunde. Genauso noch das Thema von Abständen in Koordinatensystemen wie die Fragestellung, wie weit eigentlich ein Punkt von einer Geraden entfernt liegt. Hier aber auch nur das Prinzip, beides kommt in der Kursstufe ausführlich.
- In der folgenden Woche vom 5. Juli seid ihr am Mondsee, oder? Hier findet dann kein Matheunterricht statt! Ist es eine andere Woche, dann verschiebt sich diese Planung eben einfach.
- Die Woche vom 12. Juli ist praktisch die letzte Schulwoche, wobei wir noch den darauf folgenden Dienstag zur Verfügung haben werden. In diesen drei Doppelstunden haben wir die Möglichkeit, das Pokerprojekt durchzuführen (leider etwas kurz, ich weiß. Der Lehrplan...) oder alternativ über die aktuelle Weltwirtschaftskrise als Mathematiker zu sprechen (fände ich sehr wichtig!) oder eben noch eine Optimierung wie bei den Römern oder beim Eisbär genauer durchzunehmen. Wir werden das entscheiden. Gerne kann ich auch eine kleine Extraveranstaltung anbieten für eines dieser Themen, es muss ja nicht im regulären Unterricht stattfinden. Mal sehen!