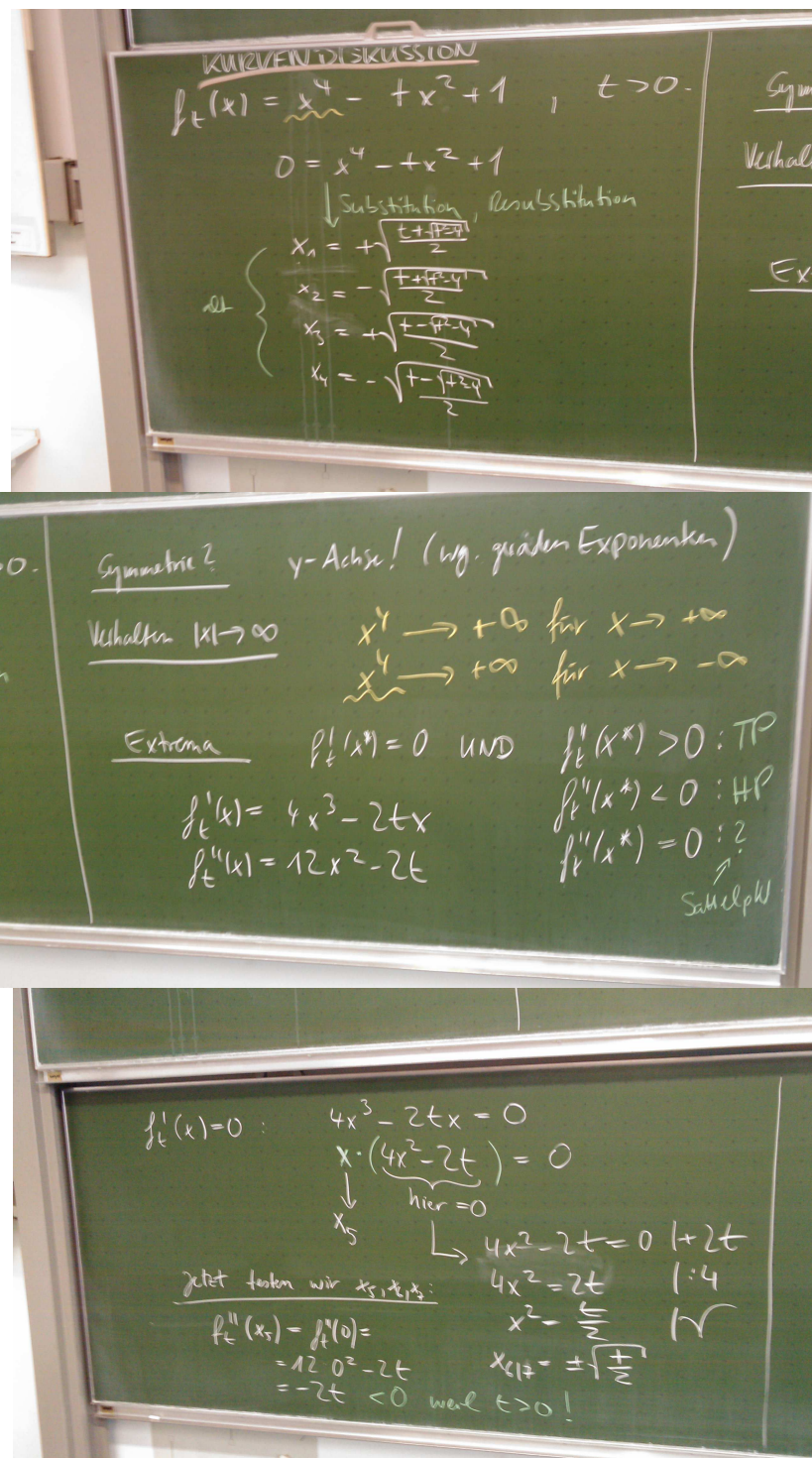


In dieser Stunde haben wir noch einmal eine Kurvendiskussion mit Parameter durchgeführt und da zum ersten Mal Wendepunkte plus deren Ortskurve bestimmt. Nächste Woche beschäftigen wir uns dann mit Tangenten und Normalen.

Tafelbild

Wir haben die HA verglichen, während wir die Funktionenschar komplett diskutiert haben:



$$\begin{aligned}
 &HP(0|1) \\
 &f_t''(x_t) = f_t''\left(\sqrt{\frac{t}{2}}\right) = 12\left(\frac{t}{2}\right) - 2t \\
 &= 12 \cdot \frac{t}{2} - 2t = 6t - 2t \\
 &= 4t > 0, \text{ da } t > 0! \\
 &TP\left(\sqrt{\frac{t}{2}} \mid -\frac{t^2}{4} + 1\right) \\
 &f_t\left(\sqrt{\frac{t}{2}}\right) = \left(\frac{t}{2}\right)^2 - \frac{t^2}{2} + 1
 \end{aligned}$$

Hier ein kleiner Zusatz (das war die HA): Wir bestimmen die Ortskurven:

$$\begin{aligned}
 &\text{Zusatz (HA): Ortskurven!} \\
 &\text{Ortskurve HP: } HP(0|1) \quad \leftarrow \text{Kein } t! \\
 &\text{Ortskurve TP: } TP\left(\sqrt{\frac{t}{2}} \mid -\frac{t^2}{4} + 1\right) \\
 &\begin{array}{l|l|l}
 x = \sqrt{\frac{t}{2}} & (\dots)^2 & y = -\frac{t^2}{4} + 1 \\
 x^2 = \frac{t}{2} & \cdot 2 & = -\frac{(2x^2)^2}{4} + 1 \\
 \boxed{2x^2 = t} & &
 \end{array}
 \end{aligned}$$

Hier haben die HP keine richtige Ortskurve. Denn alle Kurven haben den HP(0|1) gemeinsam, der damit NICHT von t abhängt. Es gibt also nur einen Orts"PUNKT"...

Jetzt kommen die Wendepunkte. Für die muss $f''=0$ sein UND f''' ungleich Null sein. Ist die 3. Ableitung doch mal Null, muss man nachschauen, ob im Kandidaten x für den Wendepunkt die 2. Ableitung einen Vorzeichenwechsel macht (Stichwort: „Wackeln“ um x).

$$\begin{aligned}
 &\text{Wendepunkte} \\
 &f_t''(x) = 12x^2 - 2t \\
 &12x^2 - 2t = 0 \quad | +2t \\
 &12x^2 = 2t \quad | \cdot \frac{1}{12} \\
 &x^2 = \frac{2t}{12} = \frac{t}{6} \quad | \sqrt{} \\
 &x_{219} = \pm \sqrt{\frac{t}{6}} \\
 &f_t'''(x) = 24x \quad \text{Teste } x_0:
 \end{aligned}$$

$$f_t'''(x_t) = f_t'''(\sqrt{\frac{t}{6}}) = 24 \cdot \sqrt{\frac{t}{6}} \neq 0$$

$$WP(\sqrt{\frac{t}{6}} | -\frac{5t^2}{36} + 1) \leftarrow t=6: WP(1 | -4)$$

$$f_t(\sqrt{\frac{t}{6}}) = \left(\sqrt{\frac{t}{6}}\right)^4 - t \cdot \left(\sqrt{\frac{t}{6}}\right)^2 + 1$$

$$= \left(\frac{t}{6}\right)^2 - t \cdot \frac{t}{6} + 1$$

$$= \frac{t^2}{36} - \frac{t^2}{6} + 1$$

Jetzt kommt der Zusatz: Die Ortskurve der Wendepunkte. Um die Ortskurve zu finden, musst du den Wendepunkt allgemein bestimmen. Das haben wir schon getan. Dann die x-Koordinate nach t auflösen und das dann in $y=\dots t\dots$ einsetzen. Dadurch bekommt man einen Zusammenhang $y=\dots x\dots$ und das ist dann der Term für die Ortskurve. Das sollt ihr als HA machen plus einen weiteren WP mit Ortskurve (wenn möglich) bestimmen:

Zusatz: Ortskurve der WP:

$$WP(\sqrt{\frac{t}{6}} | -\frac{5t^2}{36} + 1)$$

$$x = \sqrt{\frac{t}{6}} \rightarrow t = 6x^2$$

$$y = -\frac{5t^2}{36} + 1$$

$$y = -\frac{5(6x^2)^2}{36} + 1$$

$$y = -5x^4 + 1$$

HA: $f_t(x) = x^5 - t \cdot x$

WP, Ortskurve!