El 8a

## MATHEMATIK

2010-11

## 1. Arbeit – Wahrscheinlichkeit



1. Aufgabe (4 Punkte)

Gib einen Zufallsversuch mit einem sechseitigen Würfel an, bei dem die Erfolgswahrscheinlichkeit  $p=5/6\approx83\%$  beträgt. Erkläre anhand deines Beispiels, was man mit "Wahrscheinlichkeit" in der Mathematik meint.

Bei einem Würfel keine 6 werfen, denn hier ist p(keine 6)=5/6.

Wahrscheinlichkeit ist ein Maß dafür, wie oft oder wie sicher etwas eintritt. 100% bedeutet, dass es immer passiert, 0% wäre ein unmögliches Ereignis. Keine 6 zu werfen ist bereits ein relativ sicheres Ereignis. Ganz sicher kann man sich aber nicht sein, da ja in 17% der Fälle doch eine 6 fallen könnte.

2. Aufgabe (4 Punkte)

Aus einem Korb mit fünf braunen, vier gelben und drei grünen Bananen wählst du zufällig drei Früchte aus (ohne "Zurücklegen"). Mit welcher Wahrscheinlichkeit hast du nur grüne Bananen?

Im Korb liegen insgesamt 5+4+3=12 Früchte. 3 davon sind "gut". Also zieht man in 3/12 aller Fälle eine grüne Banane. Danach sind noch 2 von 11 Früchten grün und zieht man wieder eine grüne, ist noch 1 von 10 Bananen grün.

Im Wahrscheinlichkeitsbaum ist das der Pfad g-g-g und man muss die Einzelwahrscheinlichkeiten multiplizieren:  $3/12 \times 2/11 \times 1/10 = 1/220$ .

3. Aufgabe (2 Punkte)

Ein Kartenspiel besteht aus 32 Karten: Es gibt die Werte 7, 8, 9, 10, Bube, Dame, König und As in den Farben Karo, Herz, Pik und Kreuz. Du ziehst verdeckt vom Stapel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass du einen Buben oder eine Herzkarte ziehst?

Es gibt 8 Herzkarten und 4 Buben. Ein Bube ist aber Herz, daher sind es nicht 12, sondern nur 11 Karten, die "gut" sind und p(Herz oder Bube)=11/32, da es insgesamt 32 Karten gibt (je Farbe 8).

4. Aufgabe (6 Punkte)

Ein normaler Spielwürfel wird viermal geworfen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man genau 3 Fünfer?

Hier muss man etwas aufpassen. Einen Fünfer wirft man immer in 1/6 der Fälle, keinen Fünfer in 5/6 aller Fälle. Nun wirft man viermal. Davon sollen 3 Würfe eine 5 zeigen. Wir notieren die Möglichkeiten (k5=keine 5):

[5 5 5 k5] oder [5 5 k5 5] oder [5 k5 5 5] oder [k5 5 5 5].

Nun muss man die Wahrscheinlichkeiten der 5 Ausgänge berechnen und addieren. Du findest für alle die gleiche Wahrscheinlichkeit, nämlich  $1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 5/6 =$ 

5/1296. Das sieht man, wenn man einen k5-5-Baum malt. Addiert ergibt sich dann p(genau 3x 5 von 4 Würfen)=20/1296, was etwa 1,5% entspricht.

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man mindestens einen Einser?

Hier sollte man mit dem Gegenereignis arbeiten, sonst wird es richtig schwer. Das Gegenteil von mindestens einem Einser ist kein Einser. Wenn man keinen Einser will, ist p(kein Einser)=5/6.

In einem 1-kein1-Baum ist der Weg k1-k1-k1 der einzig richtige. Dieser hat die Wahrscheinlichkeit  $5/6 \times 5/6 \times 5/6 \times 5/6 = 125/1296$ . In den anderen 1171 von 1296 Fällen ist mindestens ein Einser dabei.

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man in der Summe weniger als 7 Augen?

Diese Aufgabe ist vom Typ neu. Zuerst einmal machen wir uns klar, was eigentlich gemeint ist. Würfele ich bspw. 4,5,2,1, dann habe ich 12 Augen. Das sind nicht weniger als 7 Augen. Auch 4,1,1,1, also 7 Augen, sind nicht weniger als 7 Augen. Es geht darum, 6 oder weniger Augen zu erwürfeln. Dazu gibt es eine überschaubare Anzahl an Fällen:

1,1,1,1						bzw.
1,1,1,2	1,1,2,1	1,2,1,1	2,1,1,1			bzw.
1,1,1,3	1,1,3,1	1,3,1,1	3,1,1,1			bzw.
1,1,2,2	1,2,1,2	2,1,1,2	1,2,2,1	2,1,2,1	2,2,1,1.	

Das sind dann aber auch alle Fälle. Die 1122-Fälle sind vielleicht schwer zu sehen, ich lasse die Zahlen dabei immer eine Stelle weiterrücken, um die Übersicht zu behalten. Wie wir schon bemerkt haben, gibt es 1296 mögliche Ausgänge, von denen wir 15 gut finden. Also sind es 15/1296 bzw. p(weniger als 7 Augen)=15/1296=1,2%.

5. Aufgabe (4 Punkte)



a) Wie groß ist bei diesem Glücksrad die Wahrscheinlichkeit für jede Zahl bzw. den Joker?

## Es gibt 11 gleichgroße Felder. Also ist p immer 1/11.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei zweimaligem Drehen die Summe der erdrehten Zahlen eine ungerade Zahl ist?

Es gibt die Möglichkeit, erst eine gerade Zahl zu drehen (5/11) und dann eine ungerade Zahl (5/11). Oder man dreht erst ungerade und dann gerade. In beiden Fällen ist das 25/121. Dann gibt es noch die Chance auf Joker-ungerade (1/11 x 5/11) bzw. auf ungerade-Joker (5/11 x 1/11). Alle Fälle addiert ergeben 35 von 121 Fällen. Die Joker-Fälle gaben Sonderpunkte.