MATHEMATIK

2010-11

Arbeitsblatt Quadratwurzeln



Aus praktischen Gründen notiere ich die Wurzel aus einer Zahl, bspw. 4, mit Wu(4). Das macht das Tippen einfacher für mich. Der Malpunkt ist der *.

1. Aufgabe – Quadratwurzeln teilweise ausrechnen ("teilweise radizieren")

Vereinfache so weit wie möglich die Wurzel! Du solltest dich dazu fragen, ob du Quadratzahlen unter der Wurzel entdeckst!

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt{32}$ c) $\sqrt{72}$ d) $\sqrt{75}$ e) $\sqrt{98}$

f) $\sqrt{50}$

q) $\sqrt{100}$

Zu a): 8=4*2 und so kann man die Wurzel zerlegen in Wu(4)*Wu(2)=2*Wu(2), denn die Quadratwurzel aus 4 kennen wir; das ist die 2.

Zu b): 32=8*4. Und 8=4*2. Wir haben also 4*4*2 unter der Wurzel und können sofort 4*Wu(2) notieren.

Zu c): 72=8*9=2*4*9, also Wu(72)=Wu(2)*Wu(4)*Wu(9)=Wu(2)*2*3=6*Wu(2).

Zu d): 75=25*3 und so ist Wu(75)=Wu(25)*Wu(3)=5*Wu(3).

Zu e): 98=49*2 und so ist Wu(98)=Wu(49)*Wu(2)=7*Wu(2).

Zu f): 50=25*2 und so ist Wu(50)=Wu(25)*Wu(2)=5*Wu(2).

Zu g): 100=10*10 und so ist Wu(100) einfach 10.

Man sieht an diesen "Vereinfachungen", dass man bspw. wie in der d) eine große Zahl unter der Wurzel auf eine "kleine Wurzel" zurückführen kann. Da wir Wu(2) kennen (etwa 1,4), können wir 6*1,4=8,4 ausrechnen und das ist eine ganz gute Lösung für Wurzel(75); der GTR liefert ca. 8,6.

2. Aufgabe – Quadratwurzeln teilweise ausrechen und dann zusammenfassen

Vereinfache die Wurzeln zuerst so weit wie möglich. Versuche dann, die Ausdrücke zusammenzufassen!

a) $\sqrt{6} + \sqrt{3}$ b) $\sqrt{7} + \sqrt{14}$ c) $\sqrt{80} + \sqrt{45}$ d) $\sqrt{8} - \sqrt{2}$ e) $\sqrt{10} - \sqrt{15}$

Hier kann man nicht so viel machen! Die einzelnen Wurzeln kann man teilweise die **Wurzel ziehen wie in Aufgabe 1 und danach kann man etwas zusammenfassen:**

Zu d): Wu(8)=2*Wu(2). Dann hat man 2*Wu(2) minus Wu(2) und zweimal etwas minus einmal etwas, da bleibt 1x das etwas! Die Lösung ist also Wu(2)!

Wie gesagt, du kannst nur teilweise wurzelziehen und danach ausklammern! Die gleichen Zahlen kommen wieder in Aufgabe 3, schau dort nach, welches die Lösungen des "Zerlegens" der Zahlen 6,14,80,45,8,10,15 sind.

3. Aufgabe - Produkte von Quadratwurzeln berechnen (Regel 1)

Berechne die Produkte und vereinfache dann so gut es geht wie in Aufgabe 1.

a)
$$\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}$$

b)
$$\sqrt{7} \cdot \sqrt{14}$$

c)
$$\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}$$

d)
$$\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$$

b)
$$\sqrt{7} \cdot \sqrt{14}$$
 c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15}$ d) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$ e) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}$

Hier kannst du Regel 1 wieder anwenden und anders als in Aufgabe 2 bringt das eine große Vereifachung!

Zu a): Wu(6)=Wu(2)*Wu(3). Dann hat man Wu(2)*Wu(3)*Wu(3) und fasst man Wu(3)*Wu(3) zusammen, kommt (nach Definition!) gerade 3 heraus. Also insgesamt ist das Produkt Wu(6)*Wu(3) einfach 3*Wu(2).

Die anderen Teilaufgaben gehen identisch! Hier die Lösungen:

Zu b): 14=7*2 und dann findet sich 7*Wu(2).

Zu c): 15=3*5 und damit findet sich 5*Wu(3).

Zu d): 8=2*4 und damit findet sich sogar ganz einfach 4.

Zu e): 15=3*5 und 10=2*5 damit findet sich 5*Wu(6).

4. Aufgabe – Brüche von Quadratwurzeln berechnen (Regel 2)

Vereinfache so weit wie möglich, indem du die Wurzeln zusammenfasst und dann wie in Aufgabe 1 weiterrechnest!

a)
$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$

a)
$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$$
 b) $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{10}}$ c) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{7}}$ e) $\frac{8}{\sqrt{8}}$ f) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

c)
$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

d)
$$\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{7}}$$

e)
$$\frac{8}{\sqrt{8}}$$

f)
$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Die Zahlen kennen wir jetzt schon alle (sprich, wir wissen, wie man sie zerlegen kann). Nach Regel 2 kannst du Wurzelbrüche zu einer Wurzel über einem Bruch zusammenfassen. Man vertauscht sozusagen das "Wurzeln" und "Bruchrechnen"!

Zu a): Wu(6/3)=Wu(2).

Zu b): Wu(50/10)=Wu(5).

Zu c): Wu(8/2)=Wu(4)=2.

Zu d): Wu(49/7)=Wu(7).

Zu e): Hier geht's etwas anders; 8=Wu(8)*Wu(8). Dann kann man eine Wu(8) kürzen und erhält insgesamt Wu(8).

Zu f): Hier geht nicht so viel wie vorher. Man kann aber oben und unten mit Wu(2) erweitern. Dann hat man unten Wu(2)*Wu(2), was einfach 2 ist und erhält so Wu(2) durch 2 oder 0,5*Wu(2). Das ist ca. 0,7, insoweit lohnt sich so eine **Vereinfachung manchmal...**

5. Aufgabe – Ausdrücke berechnen, in denen Quadratwurzeln vorkommen (Typ 1)

Hier hast du nur natürliche Zahlen unter der Wurzel!

a)
$$\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3})$$

a)
$$\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} + \sqrt{3})$$
 b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} - \sqrt{2})$ c) $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{80} - \sqrt{45}}{\sqrt{5}}$

c)
$$\frac{\sqrt{27} - \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$d) \frac{\sqrt{80} - \sqrt{45}}{\sqrt{5}}$$

In a) und b) kann man ausmultiplizieren, in c) und d) zerlegt man den Bruch am Minuszeichen und geht dann wie in Aufgabe 4 vor.

- Zu a): Der Ausdruck ist identisch mit Wu(3)*Wu(27)+Wu(3)*Wu(3)=9+3=12.
- Zu b): Wu(2)*Wu(8) Wu(2)*Wu(2) = 4 2 = 2.
- Zu c): Der Bruch ist dann Wu(27)/Wu(3) Wu(3)/Wu(3) = 3 1 = 2.
- Zu d): Der Bruch ist dann Wu(80)/Wu(5) Wu(45)/Wu(5) = Wu(80/5) Wu(45/5)= Wu(16) - Wu(9) = 4 - 3 = 1.

6. Aufgabe – Ausdrücke berechnen, in denen Quadratwurzeln vorkommen (Typ 2)

Hier sind auch Bruchzahlen unter der Wurzel. Zerlege solche Wurzeln und vereinfache!

a)
$$3\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{6}$$

b)
$$\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{6}$$

a)
$$3\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{6}$$
 b) $\sqrt{\frac{8}{3}} + \sqrt{6}$ c) $\sqrt{\frac{8}{2}} + \sqrt{18}$ d) $\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{5}$

d)
$$\sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt{5}$$

So richtig toll sind die Ausdrücke nicht, man muss etwas rumprobieren.

Zu a): Zerlegt man den Ausdruck vorne, dann hat man 3*Wu(8)/Wu(3) und kann 3 gegen Wu(3) zu Wu(3) kürzen. Also hat man Wu(3)*Wu(8) = Wu(3)*2*Wu(2) =2*Wu(6). Dann sind es insgesamt 3*Wu(6).

Zu b): Hier kann man die erste Wurzel wieder zerlegen: Wu(8)/Wu(3) = 2*Wu(2)/Wu(3). Jetzt geht's nur noch weiter, wenn man wie in 4f) erweitert. Dann ist dieser Ausdruck 2/3*Wu(3)*Wu(2)=2/3*Wu(6). Zusammengefasst mit der Wu(6) ergibt sich 5/3*Wu(6).

Zu c): Wu(8)/Wu(2)=Wu(4)=2. Wu(18)=Wu(9)*Wu(2)=3*Wu(2). Mehr geht nicht; 2+3*Wu(2) ist das Ergebnis.

Zu d): Wu(9)=3, Wu(4)=2. Also 3/2+Wu(5) ist das Ergebnis.

7. Aufgabe – Ausdrücke berechnen, in denen Quadratwurzeln vorkommen (Typ 3)

Hier sind Kommazahlen unter der Wurzel. Schreibe diese als Brüche und komme so zu Typ 2!

a)
$$\sqrt{0.01} + 2$$

b)
$$\sqrt{0.04} + \sqrt{\frac{9}{4}}$$
 c) $\sqrt{0.75} - 3\sqrt{5}$ d) $\sqrt{1.25} + \frac{\sqrt{5}}{10}$

c)
$$\sqrt{0.75} - 3\sqrt{5}$$

d)
$$\sqrt{1,25} + \frac{\sqrt{5}}{10}$$

Kommazahlen schreiben wir immer als Brüche um! Danach zerlegen wir den Wurzelbruch und schauen, was wir haben.

Zu a): Wu(0,01)=Wu(1/100)=Wu(1)/Wu(100)=1/10. Also 2,1.

Zu b): Wu(0,04)=Wu(4/100)=2/10=0,2. Der zweite Bruch ist 3/2=1,5. Also 1,7.

Zu c): Wu(0,75)=Wu(75)/10=5/10*Wu(3)=0,5*Wu(3) und so richtig zusammenfassen kann man hier leider nichts.

Zu d): Wu(1,25)=Wu(125)/10= 5*Wu(5)/10=0,5*Wu(5). Dann ist noch Wu(5)/10 = 0.1*Wu(5). Insgesamt also 0.6*Wu(5).