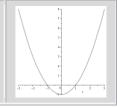
EI 10c M

MATHEMATIK

2009-10

Aufgaben zu Parabeln



Bei Parabeln gibt es einige wichtige technische Dinge, die dir bekannt sein sollen. In den Aufgaben kannst du üben, mit diesen Dingen umzugehen. Diese Dinge sind:

1) Dir sollte klar sein, dass mit drei Punkten eine Parabel eindeutig festgelegt ist. Für jede Parabel gilt die allgemeine Parbabelgleichung

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Wäre a=0, so ist die Parabel gar keine Parabel, sondern einfach eine Gerade mit b als Steigung und c als y-Achsenabschnitt. Wir gehen daher die ganze Zeit von a≠0 aus! Bei drei gegebenen Punkten kommst du durch dreimalige

Punktprobe

zum Erfolg. Das kann sehr mühselig sein!

- 2) Für a=1 sprechen wir von einer Normalparabel. Ist a<1, so ist die Parabel gestreckt, für a>1 ist sie gestaucht. a heißt daher oft der Streckfaktor.
- 3) Jede Parabel hat einen Scheitelpunkt S. Jede Parabel hat eine Symmetrieachse. Diese verläuft parallel zur y-Achse und geht durch den Scheitelpunkt S. Kennt man beispielsweise die beiden Nullstellen, dann muss der x-Wert von S genau dazwischen liegen!
- 4) Anders als die Gerade hat die Parabel keine, eine oder zwei Nullstellen. Diese kann man mittels der abc-Formel bestimmen, indem man einfach y=0 setzt.
- 5) Neben der allgemeinen Parabelform macht es oft Sinn, die faktorisierte Form oder die Scheitelpunktform anzugeben. Beide sollen dir bekannt sein! Um zwischen den einzelnen Formen wechseln zu können, solltest du mit der quadratischen Ergänzung und mit der abc-Formel vertraut sein.
- 7) In Schaubildern kann man meistens entweder die Nullstellen oder den Scheitelpunkt gut ablesen. Je nachdem stellt man zuerst die passende Form auf (faktorisierte oder Scheitelpunktform).

Das ist alles. Übrigens ist eine Parabel nie monoton, wie es die Gerade ist. Die Parabel ist gekrümmt und wenn sie links vom Scheitelpunkt fällt, so steigt sie rechts davon (Symmetrie!). In diesem Fall ist die Parabel nach oben geöffnet und es ist a>0. Für a<0 ist sie nach unten geöffnet.

ÜBUNG 1*:

Gegeben sind a, b und c, stelle die allgemeine Parabelgleichung auf:

i)
$$a=b=c=1$$

Zeichne die Parabeln in ein geeignetes Koordinatensystem. Lese die Nullstellen, wenn vorhanden, ungefähr ab und kontrolliere rechnerisch!

ÜBUNG 2**:

Gegeben sind jeweils drei Punkte. Stelle die Parabelgleichungen auf:

Überprüfe anschließend mit dem GTR! Bist du dir hier noch nicht sicher, gebe dir selbst weitere Parabeln vor. Kleine Zusatzfrage: Wenn es um Normalparabeln geht, reichen bereits **zwei Punkte! Wieso?** (Antwort: a=1 ist schon festgelegt, um b und c zu bestimmen braucht es nur noch zwei Punkte.)

ÜBUNG 3**:

Gegeben sind der Streckfaktor a und der Scheitelpunkt S. Stelle die Parabelgleichung auf!

i)
$$a=1$$
 und $S(0|0)$

ii)
$$a=-1$$
 und $S(0|0)$

iii)
$$a=3$$
 und $S(-2|0)$

iv)
$$a=-1$$
 und $S(-1|4)$

Fühlst du dich noch unsicher, zeichne die Parabeln und bestimme die Nullstelle(n)! Überprüfe mit dem GTR.

ÜBUNG 4**:

Gegeben sind der Streckfaktor a und die Nullstellen N1 und N2, wenn vorhanden. Stelle die passende Parabelgleichung auf!

ii)
$$a=1$$
, $N1(4|0)$

Für iii) gibt es mehrere Möglichkeiten. Fühlst du dich noch unsicher, zeichne die Parabeln! Überprüfe mit dem GTR.

ÜBUNG 5**:

Wandele die gegebene Form in die gesuchte Form um!

i)	gegeben:	$y = 20x^2 + x$
1/	qcqcbcii.	y — Z U A I A

faktorisierte Form.

$$y=x^2+2x$$

gesucht:

Scheitelpunktform.

$$y=(x-1)(x-2)$$

gesucht:

Scheitelpunktform.

$$y=(x-3)^2+4$$

gesucht:

allgemeine Form.

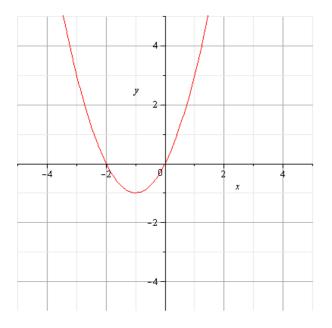
$$y=(x-3)^2-2$$

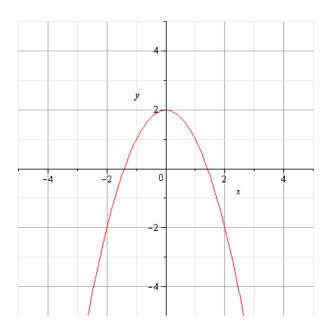
gesucht:

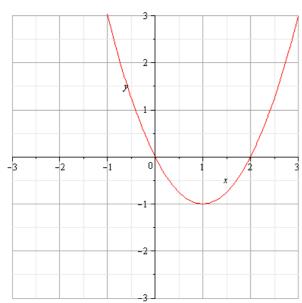
faktorisierte Form.

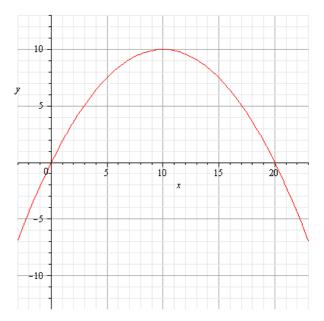
ÜBUNG 6***:

Lies aus den Schaubildern die Parabelgleichungen ab! Erinnere dich: du kannst entweder über die Nullstellen gehen oder über den Scheitelpunkt oder über drei Punkte und die zugehörigen Punktproben. Vergiss dabei nie, über den Streckfaktor a nachzudenken! Er gilt in dieser Aufgabe nicht immer a=1!









*: LEICHT **: MITTEL ***: SCHWER