

In dieser Stunde habt ihr draußen zwei Übungsblätter gekreuzt, die wir in der kommenden Stunde vergleichen werden. Danach haben wir uns mit Monomen, Polynomen und den sogenannten ganzrationalen Funktionen beschäftigt. Mit diesen neuen Begriffen haben wir eigentlich nur Worthülsen für bereits Bekanntes festgelegt. Ihr beschäftigt euch schon seit langem mit Geraden, Parabeln usw. ohne sie systematisch benannt zu haben. Da diese Funktionen aber ziemlich ähnliche Eigenschaften haben, lohnt es sich, sie unter dem Dach der Polynomfunktionen – in der Schule „Ganzrationale Funktionen“ genannt – zusammenzufassen. Diese Eigenschaften haben die ganzrationalen Funktionen:

- I. Sie bestehen nur aus Konstanten und Potenzen von x (nur natürlicher Exponent, also 1,2,3 usw!).
- II. Addiert oder Multipliziert man zwei von ihnen, kommt wieder eine ganzrationale Funktion heraus.
- III. Man kann eindeutig einen „Grad“ festlegen. Dieser ist der größte Exponent und entscheidet über die maximale Anzahl von Nullstellen und über das Verhalten für immer größere (bzw. kleinere) x -Werte („ x geht gegen \pm unendlich“).
- IV. Gibt es nur gerade Potenzen (also x^2 oder x^{12}), dann ist das Schaubild der ganzrationalen Funktion symmetrisch zur y -Achse. Gibt es nur ungerade Potenzen wie x^3 , so ist das Schaubild der Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung.

Polynomfunktionen haben noch viele viele andere Eigenschaften, aber diese zu untersuchen braucht Zeit und wie so oft haben wir die leider nicht im Schulunterricht...

EIN KLEINES BEISPIEL

Ein kleines Beispiel soll die Begriffe oben verdeutlichen. Nehmen wir die **Funktion**

$$f(x)=x^3-x.$$

Sie ist ganzrational, weil nur Potenzen von x mit natürlichem Exponenten vorkommen. Der Grad ist 3. Damit ist das Verhalten für x gegen unendlich klar festgelegt; für immer größere positive Zahlen explodieren die Funktionswerte. Für immer „größere“ negative Zahlen (meint ja eigentlich immer kleinere Zahlen...) bleibt das Vorzeichen erhalten und die Funktionswerte gehen gegen minus unendlich. Die Funktion ist punktsymmetrisch zum Ursprung, denn es tauchen nur ungerade Exponenten auf. Es kann maximal drei Nullstellen geben. Mehr brauchen wir gar nicht erst zu suchen! Mal zum Üben: Erst Ausklammern, dann abc und ggf. Substitution durchgehen:

$$f(x) = x(x^2-1)$$

klappt schon mal. Jetzt „verstecken sich“ die vorliegenden Nullstellen zum einen im x und zum anderen im Faktor (x^2-1) . Wir stöbern sofort $x=0$ auf, denn wird der erste Faktor Null, so auch die Funktion. Den Faktor $(x^2-1)=0$ lösen wir durch einfaches Umformen auf:

$$x^2-1 = 0 \text{ heißt } x^2 = 1 \text{ heißt } x=1 \text{ oder } x=-1 \text{ (findet man durch einfaches Wurzelziehen!)}$$

Somit gibt es tatsächlich 3 Nullstellen, nämlich 0, 1 und -1.

TAFELBILD

