

# Aufgabe 1

- a)  $n=6$  verschiedene Kugeln  
 $R=3$  Stichprobe

(1) R-te Kombination mit Anordnung

Anzahl mögliche Kombinationen:  $N_{mt} = n(n-1) \dots (n-R+1)$

$$N_{mt} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

(2) R-te Kombination ohne Anordnung

$$\begin{aligned} \text{Anzahl mögliche Kombinationen: } N_{ot} &= \frac{N_{mt}}{R!} \\ &= \frac{120}{3!} = 20 \end{aligned}$$

Um mit Sicherheit ein doppeltes Versuchsergebnis zu erhalten, müssen

$$1) N_{mt} + 1 = \underline{\underline{121}} \quad \text{bzw.}$$

$$2) N_{ot} + 1 = \underline{\underline{21}}$$

Versuche durchgeführt werden.

- b)  $n=6$  ,  $R=6$

$$(1) N_{mt} = n! = \underline{\underline{720}}$$

(Anzahl der Permutationen)

$$(2) N_{ot} = \frac{n!}{n!} = \underline{\underline{1}}$$

Aufgabe 2

Binomischer Lehrsatz:

$$(a+b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + b^n$$

a)  $a = 1000$   
 $b = 4$

$$(a+b)^2 = 1000^2 + \binom{2}{1} 1000 \cdot 4 + 4^2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{1004^2 = 1\,008\,016}}$$

b)  $a = 100$   
 $b = 5$

$$(a+b)^3 = 100^3 + \underbrace{\binom{3}{1}}_3 5 \cdot 100^2 + \underbrace{\binom{3}{2}}_3 25 \cdot 100 + 125$$

$$= 1\,000\,000 + 150\,000 + 7500 + 125$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{105^3 = 1\,157\,625}}$$

$$\begin{aligned} c) (a+ib)^3 &= a^3 + 3a^2ib + 3a(ib)^2 + (ib)^3 \\ &= a^3 - 3ab^2 + (3a^2b - b^3)i \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re}[(a+ib)^3] = a^3 - 3ab^2$$

$$\underline{\underline{\operatorname{Im}[(a+ib)^3] = 3a^2b - b^3}}$$

### Aufgabe 3

3

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

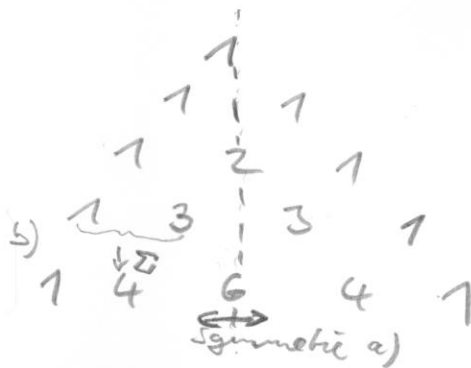
a)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!} = \frac{n!}{(n-(n-k))! (n-k)!} = \binom{n}{n-k}$$

b)

$$\begin{aligned} \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} &= \frac{n!}{(k-1)! (n+1-k)!} + \frac{n!}{k! (n-k)!} \\ &= \frac{n! k}{k! (n+1-k)!} + \frac{n! (n+1-k)!}{k! (n+1-k)!} \\ &= \frac{n! (n+1)}{k! (n+1-k)!} \\ &= \binom{n+1}{k} \quad \text{w.z. b.w.} \end{aligned}$$

c) Pascalsche Dreieck:



a) bewirkt Symmetrie der Einträge

b) Ein Element des Dreiecks ist Summe der beiden darüber liegenden Elemente.

## Aufgabe 4

④

$P(A)$  Wahrscheinlichkeit für A:

$$P(A) = \frac{g}{m} = \frac{\text{günstige Ereignisse}}{\text{mögliche Ereignisse}}$$

a)  $g = 3, m = 6$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P(W < 4) = \frac{1}{2}}}$$

b) Wahrscheinlichkeit eine zwei zu würfeln mit einem Würfel

$$g = 1, m = 6$$

$$P(W=2) = \frac{1}{6}$$

• würfeln mit zwei Würfeln:

unabhängiges Würfeln  $\Rightarrow$  Gesamt Wahrscheinlichkeit ist Produkt der Einzelwahrscheinl.

$$\Rightarrow P(W_1=2, W_2=2) = P(W_1=2) \cdot P(W_2=2) = \underline{\underline{\frac{1}{36}}}$$

c) Eine Summe von 8 erhält man bei folgenden Kombinationen der Würfel ergebnisse  $(w_1, w_2)$

$$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$$

analog b) hat jede Kombination die Wahrscheinlichkeit

$$P(w_1, w_2) = \frac{1}{36}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P(w_1 + w_2 = 8) = 5 \cdot \frac{1}{36}}}$$

(Summe der Einzel Wahrscheinlichkeiten)

d)

$$P(W \leq 2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$P(W_1 \leq 2, W_2 \leq 2, W_3 \leq 2) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \underline{\underline{\frac{1}{27}}}$$