

力系的简化与刚体平衡方程

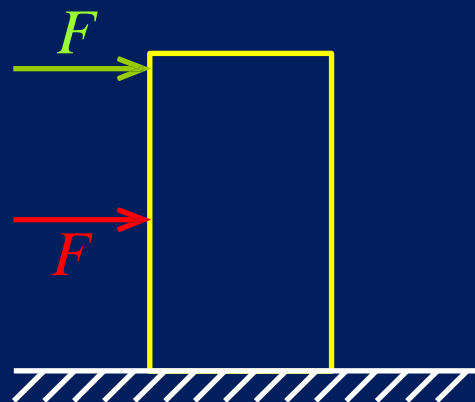
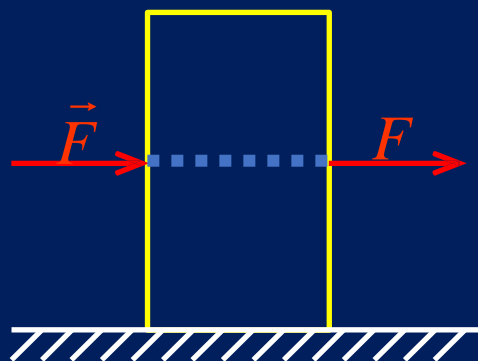
本节导读

- 力系的简化
 - 滑移矢量
 - 力偶
 - 简化中心
- 刚体的平衡方程

1.力系的简化

力是滑移矢量，可沿作用线移动

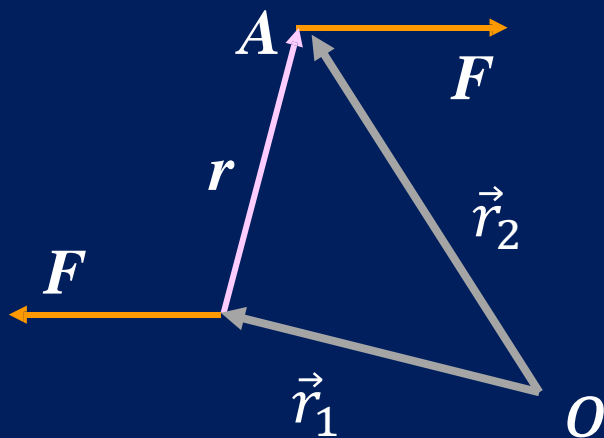
——力的可传性原理



不沿作用线时不可随意移动

1. 力系的简化

力偶



大小相等，方向相反，但作用力不共线的一对力构成一个力偶

力偶的性质

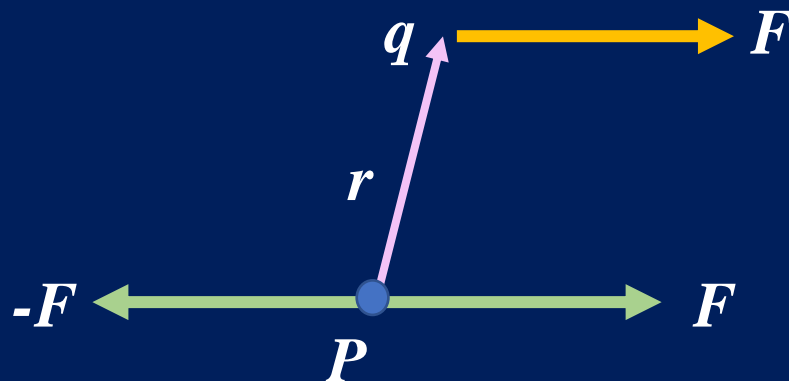
- 方向：永远垂直于力偶的作用面
- 大小： $\vec{r} \times \vec{F}$ ，与参考点位置选取无关。

因此，力偶矩是一自由矢量，可以平行于自身任意移动位置，不影响其效应

1.力系的简化

力系向简化中心的简化

q点的力 F
↓
p点的力 F + 一对力偶



所以可以把所有空间力化为过一点的力和力偶.

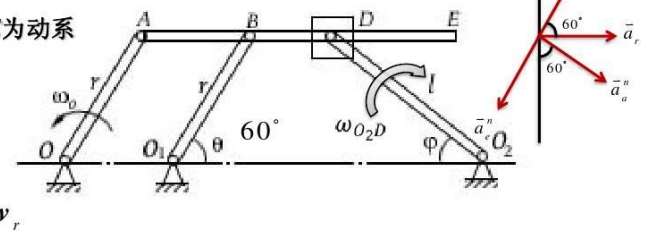
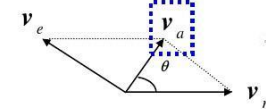
P 点叫**简化中心**，力的矢量和叫**主矢**，力偶矩的矢量和叫对简化中心的**主矩**.

习题1

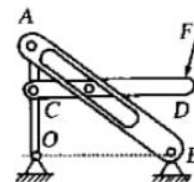
在图示平面机构中，已知： $OO_1 = AB$ ， $OA = O_1B = r = 3\text{ cm}$ ，摇杆 O_2D 在 D 点与套在 AE 杆上的套筒铰接。 OA 以匀角速度 $\omega_0 = 2\text{ rad/s}$ 转动， $O_2D = l = 3\sqrt{3}\text{ cm}$ 。试求：当 $\varphi = 30^\circ$ 时， O_2D 的角速度和角加速度。

以滑块 D 为动点， ABE 为动系

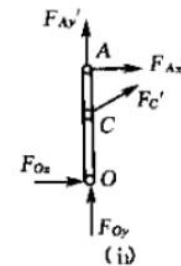
$$v_a = v_e + v_r$$



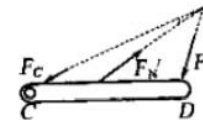
$$\frac{v_e}{v_a} = \cot 60^\circ \Rightarrow v = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_0 r \Rightarrow \omega = \frac{v}{l} = \frac{v_a}{l} = \frac{2}{3} \text{ rad/s}$$



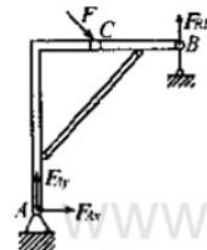
(i)



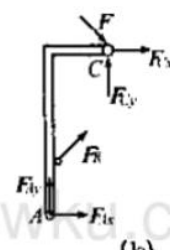
(ii)



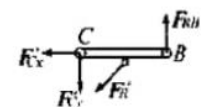
(iii)



(k)



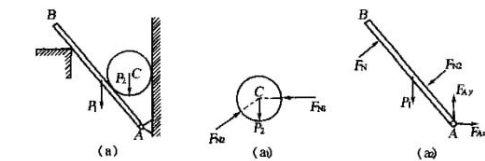
(k)



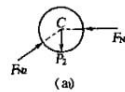
(k2)

1.2 画出题 1.2 图(a)、(b)……(o)中每个标注字符的物体的受力图。题图中未画重力的各物体的自重不计。所有接触处均为光滑接触。

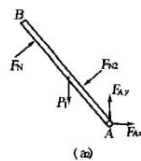
解 题 1.2 图(a)、(b)……(o)中物体的受力图在题 1.2 图(b₁)、(b₂)……(o₁)中表示。



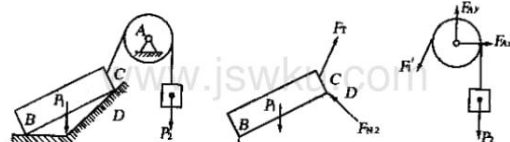
(a)



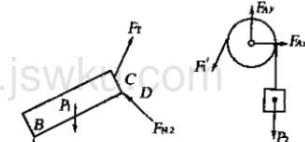
(a1)



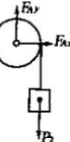
(a2)



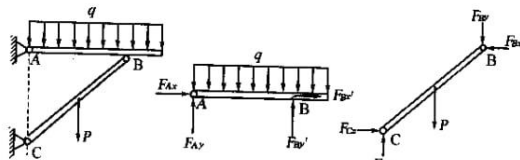
(c)



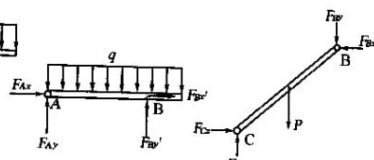
(c1)



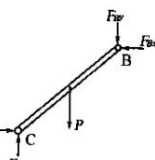
(c2)



(e)



(e1)



(e2)

2.刚体的平衡方程

若刚体处于平衡状态：

$$\begin{cases} \Sigma \vec{F} = 0 \\ \Sigma \vec{M} = 0 \end{cases}$$



不依赖于参考点的选取

$$\begin{aligned} F_x &= 0, F_y = 0, F_z = 0 \\ M_x &= 0, M_y = 0, M_z = 0 \end{aligned}$$

例1 一根均匀的棍子,重为 P ,长为 $2l$. 今将其一端置于粗糙地面上, 又以其上的 C 点, 靠在墙上, 墙离地面的高度为 h . 当棍子与地面的角度 φ 为最小值 φ_0 时, 棍子在上述位置仍处于平衡状态, 求棍与地面的摩擦因数 μ .

解: 受力分析知本题是一共面力系的平衡问题, 取棍子所在的平面为 xy 平面, 则

$$F_x = 0, N_1 \sin \varphi_0 - f = 0$$

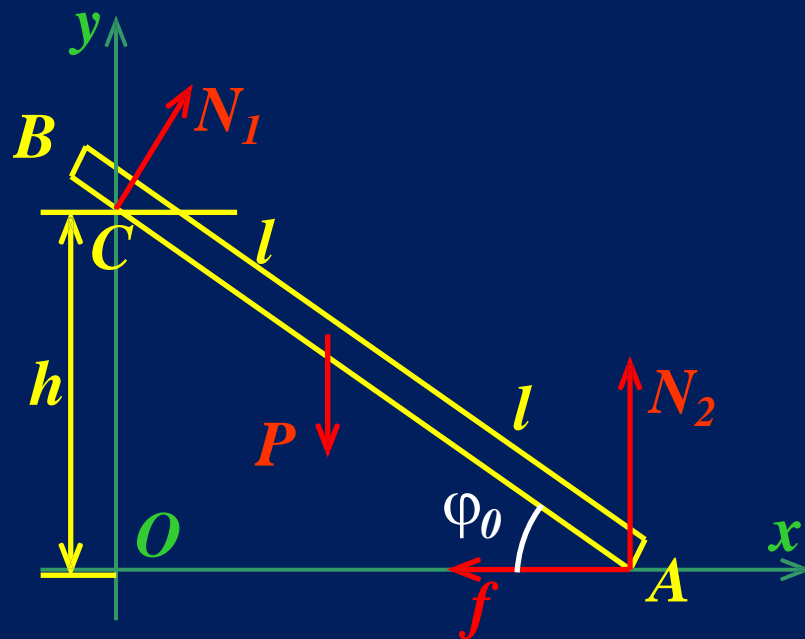
$$F_y = 0, N_1 \cos \varphi_0 + N_2 - P = 0$$

对 A 点

$$Pl \cos \varphi_0 - N_1 h / \sin \varphi_0 = 0$$

$$\text{得 } f = Pl \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 / h$$

$$N_2 = P - Pl \cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0 / h$$



$$\mu = \frac{f}{N_2} = \frac{Pl \cos \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 / h}{P - Pl \cos^2 \varphi_0 \sin \varphi_0 / h}$$