测试题解答 9.1

(1) 设 3 度顶点为 x 个，由握手定理可知

$$2\times8=16=1\times1+2\times2+1\times5+3x$$

解得 $x=2$，G 有 2 个 3 度顶点.

(2)设 G 的阶数为 n，由握手定理可知

$$2\times16=32\leqslant3\times4+4\times3+2(n-7)$$

解得 $n\geqslant11$，G 中至少有 11 个顶点.

(3) 设 G 的阶数为 n，边数为 m, 由握手定理

$$2m=\sum_{i=1}^{n}d(v_i)=2\times2+3\times2+1\times(n-4)=n+6$$

而 $n=m$, 得 $2m=m+6$, 解得 $m=6$, G 有 6 条边.

测试题解答 9.2

设奇度顶点度数之和为 x,

$$2m=20=2\times3+4\times2+x$$

解得 $x=6$. 由握手定理的推论可知，奇度顶点的个数只能为 6、4、2. 奇度顶点的度数小于 6, 只能是 1、3、5. 于是, 奇度顶点的个数和度数有下述 4 种可能

(1) 6 个 1 度顶点.

(2) 3 个 1 度顶点，1 个 3 度顶点.

(3) 2 个 3 度顶点.

(4) 1 个 1 度顶点，1 个 5 度顶点.

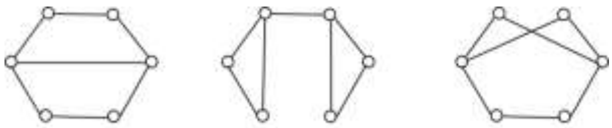
不难画出这样的图 G.

测试题解答 9.3

(1)不存在以 1,1,4,4,5,5 为顶点度数列的简单图. 用反证法证明, 假若不然，设无向简单图 G 以 1,1,4,4,5,5 为度数列. 不妨设 G 的顶点的度数为 $d(v_1)=d(v_2)=1$，$d(v_3)=d(v_4)=4$, $d(v_5)=d(v_6)=5$. 由于 G 为简单图，由 $d(v_5)=5$ 可知，v_1,v_2,v_3,v_4,v_6 均与 v_5 相邻; 同样，v_1,v_2,v_3,v_4,v_5 均与 v_6 相邻，这样一来 $d(v_1)$与

$d(v_2)$至少为 2，这与它们是 1 度顶点相矛盾.

(2) 存在以 2,2,2,2,3,3 为顶点度数列的简单图，图 9.1 给出几个(不是全部)这样的无向简单图.



(a) (b) (c)

图 9.1

测试题解答 9.4

证 由于 $d_1,d_2,\cdots,d_n$ 是互不相同的正整数，所以 $\min\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}\geqslant 1$，$\max\{d_1,d_2,\cdots,d_n\}\geqslant n$. 根据定理 9.3，简单图的顶点度数都$\leqslant n-1$，因此不存在以 $d_1,d_2,\cdots,d_n$ 为度数列的简单图.