测试题解答 2.1

证 (1) 要证明 A 为重言式，只需证明 $A\Leftrightarrow 1$. 演算如下:

$p\rightarrow(p\vee\neg q\vee r)$

$\Leftrightarrow\neg p\vee(p\vee\neg q\vee r)$ （蕴涵等值式）

$\Leftrightarrow(\neg p\vee p)\vee(\neg q\vee r)$ （结合律）

$\Leftrightarrow 1\vee(\neg q\vee r)$ （排中律）

$\Leftrightarrow 1$ （零律）

得证 $p\rightarrow(p\vee\neg q\vee r)$为重言式.

(2) $\neg(p\leftrightarrow q)$

$\Leftrightarrow\neg((p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p))$ （等价等值式）

$\Leftrightarrow\neg((\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee p))$ （蕴涵等值式）

$\Leftrightarrow\neg(\neg p\vee q)\vee\neg(\neg q\vee p))$ （德摩根律）

$\Leftrightarrow (p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$ （德摩根律、交换律）

得证$\neg(p\leftrightarrow q)\Leftrightarrow(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$，即$\neg(p\leftrightarrow q)\leftrightarrow(p\wedge\neg q)\vee(\neg p\wedge q)$为重言式.

测试题解答 2.2

证 (1) 要证明 A 为矛盾式，只需证明 $A\Leftrightarrow 0$. 演算如下：

$\neg((p\vee q)\wedge\neg p\rightarrow q)$

$\Leftrightarrow\neg(\neg((p\vee q)\wedge\neg p)\vee q)$ （蕴涵等值式）

$\Leftrightarrow(p\vee q)\wedge\neg p\wedge\neg q$ （德摩根律）

$\Leftrightarrow(p\vee q)\wedge\neg(p\vee q)$ (结合律、德摩根律)

$\Leftrightarrow 0$ （矛盾律）

得证$\neg((p\vee q)\wedge\neg p\rightarrow q)$为矛盾式.

(2) $(\neg(p\rightarrow q)\wedge q)\wedge r$

$\Leftrightarrow(\neg(\neg p\vee q)\wedge q)\wedge r$ （蕴涵等值式）

$\Leftrightarrow p\wedge(\neg q\wedge q)\wedge r$ （德摩根律、结合律）

$\Leftrightarrow p\wedge 0\wedge r$ （矛盾律）

$\Leftrightarrow 0$ （零律）

得证$(\neg(p\rightarrow q)\wedge q)\wedge r$ 为矛盾式.

测试题解答 2.3

证 (1) $((p\vee q)\wedge\neg(p\wedge q)$

$\Leftrightarrow\neg\neg((p\vee q)\wedge\neg(p\wedge q))$

$\Leftrightarrow\neg((\neg p\wedge\neg q)\vee(p\wedge q))$

$\Leftrightarrow\neg((\neg p\vee p)\wedge(\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee p)\wedge(\neg q\vee q))$

$\Leftrightarrow\neg((\neg p\vee q)\wedge(\neg q\vee p))$

$\Leftrightarrow\neg((p\rightarrow q)\wedge(q\rightarrow p))$

$\Leftrightarrow\neg(p\leftrightarrow q)$

(2) $(p\wedge q)\rightarrow r$

$\Leftrightarrow\neg(p\wedge q)\vee r$

$\Leftrightarrow\neg p\vee\neg q\vee r$

$\Leftrightarrow\neg q\vee(\neg p\vee r)$

$\Leftrightarrow q\rightarrow(p\rightarrow r)$