测试题解答 11.2

(a) 观察可以发现, *abedghjifca* 是图 11.2(a)的一条哈密顿回路，所以它是哈密顿图.

(b) 这是一个为简单图，阶数 n=8，最小度数δ=4，从而任意两个不相邻的顶点的度数之和大于等于 n. 由定理 11.3 的推论，它是哈密顿图. 其实也可以用观察法找到它的一条哈密顿回路，如 *abcefhgda*.

(c) 记该图为 G，G 是阶数 n=9，边数 m=24 的简单连通图. G 中顶点 a,b,c 均为 5 度顶点，并且它们除彼此相邻外，又均与顶点 d,e,f 相邻. 而 d,e,f 均为 8 度顶点，它们彼此相邻外，又均与 a,b,c 以及 g,h,i 相邻. 再看 g,h,i，它们都是 3 度顶点，彼此不相邻，而均与 d,e,f 相邻，且均不与 a,b,c 相邻. 令 $V_1=\{d,e,f\}$，于是, $G-V_1$ 由 a,b,c 为顶点的 K_3 和 3 个孤立点 g,h,i 构成, 从而

$$p(G-V_1)=4>|V_1|=3$$

根据定理 11.2，G 不是哈密顿图.

通过仔细观察能够找到一条哈密顿通路 *gdacbehfi*，因而 G 为半哈密顿图.

(d) 它不是半哈密顿图、更不是哈密顿图. 证明如下: 这是阶数 n=16，边数 m=27 的无向简单图, 记作 G.

方法一 取 $V_1=\{h, j, l, a, c, e, p\}$，则 $G-V_1$ 是 9 个孤立点，

$$p(G-V_1)=9>8=|V_1|+1$$

由定理 11.2 的推论，图 G 不是半哈密顿图.

方法二 顶点 a, c, e, h, j, l, p 彼此不相邻, 关联全部 27 条边. 在哈密顿通路上，每个顶点至多关联 2 条边，这 7 个顶点至多关联 14 条边, 剩下 13 条不能用，能用的边至多为 27–13=14，14 条边不可能构成 16 阶图中的哈密顿通路.

测试题解答 11.3

(1) 假. 强连通的有向图有经过所有顶点的回路, 但这条回路可能要多次经过同一个顶点, 不一定是哈密顿回路. 图 11.3 中的有向图是强连通的, 但不是哈密顿图.

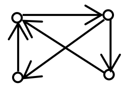

图 11.3

(2) 假. 定理 11.3 的推论中的条件“对 G 中任意不相邻的顶点 u 与 v，均有 $d(u)+d(v)\geqslant n$.”是 G 为哈密顿图的充分条件, 而不是必要条件. 例如, $n(n\geqslant 5)$阶

圈是哈密顿图，但任意不相邻的顶点 u 与 v，均有 $d(u)+d(v)=4\leqslant n-1$.

测试题解答 11.4

作无向图 $G=<V,E>$，其中 $V=\{a,b,c,d,e,f,g\}$, $E=\{(u,v)|\ u,v\in V,\ u\neq v$ 且 u 与 v 会讲同一种语言$\}$，如图 11.4(a)所示. 这个图是哈密顿图，图 11.4(b)与(c)是它的两条哈密顿回路, *acegofdba* 和 *aegfdbca*. 按任意一条哈密顿回路安排就座都可以.

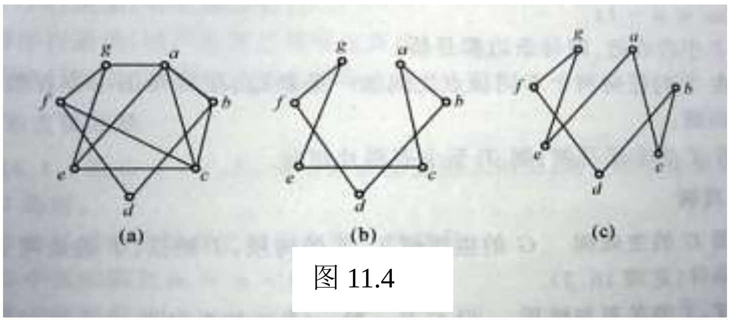

图 11.4