测试题解答 13.1

根据已知条件得到

$$\begin{cases} a_3 + c_1 a_2 + c_2 a_1 = 0 \\ a_2 + c_1 a_1 + c_2 a_0 = 0 \end{cases}$$

代入 a_0,a_1,a_2,a_3 的值得到

$$\begin{cases} 12 + 4c_1 + c_2 = 0 \\ 4 + c_1 = 0 \end{cases}$$

解得 $c_1=-4$, $c_2=4$.

测试题解答 13.2

(1) 根据公式法得到 $a_n=5\cdot 2^n-4\cdot 3^n$

(2) 用换元法. 令 $b_n=na_n$, 代入原递推方程得

$$\begin{cases} b_n + b_{n-1} = 2^n \\ b_0 = 0 \end{cases}$$

用公式法解得

$$b_n = -\frac{2}{3}(-1)^n + \frac{2^{n+1}}{3}$$

从而得到

$$\begin{cases} a_n = -\dfrac{2}{3n}(-1)^n + \dfrac{2^{n+1}}{3n} \quad n \geq 1 \\ a_0 = 273 \end{cases}$$

注意：在使用换元法时，对递推方程的初值也要换. 当解出 b_n 接着求 a_n 的时候，关于 a_n 的公式只对 $n\geq 1$ 成立. a_0 的值只能由原始的值 273 给定.

(3) 令$b_n = \log_2 a_n$，代入原方程得

$$b_n - \frac{1}{2} b_{n-1} - \frac{1}{2} = 0,$$

$b_0 = \log_2 a_0 = 2.$

求解上述方程，得

$$b_n = (\tfrac{1}{2})^n + 1$$

$$a_n = 2^{b_n} = 2^{(\frac{1}{2})^n + 1}$$

测试题解答 13.3

根据题意列出 d_n 的递推方程如下：

$$\begin{cases} d_n = 2d_{n-1} - d_{n-2} \\ d_1 = 2, \quad d_2 = 3 \end{cases}$$

用公式法解得 $d_n=n+1$.