

测试题解答 2.4

可以有多种方法求解. 如可以计算真值表, 得到成真赋值, 进而得到主析取范式和公式的类型. 下面用等值演算求得主析取范式, 进而得到成真赋值和公式的类型.

$$\begin{aligned}(1) & p \rightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)) \\ & \Leftrightarrow \neg p \vee (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ & \Leftrightarrow (\neg p \wedge (\neg q \vee q)) \vee (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ & \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \\ & \Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3\end{aligned}$$

因为公式中含 2 个命题变项, 共产生 4 个极小项, 主析取范式中含全部极小项, 所以为重言式. 所有赋值 00, 01, 10 和 11 都是成真赋值.

还可以如下演算:

$$\begin{aligned}& p \rightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)) \\ & \Leftrightarrow \neg p \vee (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ & \Leftrightarrow \neg p \vee (p \wedge (q \vee \neg q)) \\ & \Leftrightarrow \neg p \vee p \\ & \Leftrightarrow 1 \\ & \Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_2 \vee m_3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) & (p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow p) \\ & \Leftrightarrow \neg(p \vee q) \vee (\neg q \vee p) \\ & \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \vee \neg q) \\ & \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee p \vee \neg q \\ & \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q) \\ & \Leftrightarrow m_0 \vee m_2 \vee m_3\end{aligned}$$

该式为非重言式的可满足式, 其成真赋值为 00, 10, 11.

$$\begin{aligned}(3) & \neg(p \rightarrow q) \wedge q \\ & \Leftrightarrow \neg(\neg p \vee q) \wedge q \\ & \Leftrightarrow (p \wedge \neg q) \wedge q \\ & \Leftrightarrow p \wedge (\neg q \wedge q) \\ & \Leftrightarrow 0\end{aligned}$$

该式为矛盾式, 无成真赋值.

测试题解答 2.5

$$(1) \neg(\neg(p \rightarrow q)) \vee (\neg q \rightarrow \neg p)$$

$$\Leftrightarrow (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow (p \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$\Leftrightarrow M_2.$$

成假赋值是 10, 类型是非重言式的可满足式.

$$(2) ((p \vee q) \wedge (p \rightarrow q)) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\Leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (\neg p \vee q)) \leftrightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\Leftrightarrow q \leftrightarrow (q \rightarrow p)$$

$$\Leftrightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p)) \wedge ((q \rightarrow p) \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg q \vee (\neg q \vee p)) \wedge (\neg(\neg q \vee p) \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (p \vee \neg q) \wedge q$$

$$\Leftrightarrow (p \vee \neg q) \wedge ((p \wedge \neg p) \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q)$$

$$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_1 \wedge M_2$$

成假赋值是 00, 01 和 10, 类型是非重言式的可满足式.

测试题解答 2.6

(1) 该式为重言式, 它的主合取范式为 1, 不含任何极大项.

(2) 该式的主析取范式是 $m_0 \vee m_2 \vee m_3$, 它的主合取范式为 M_1 , 成假赋值为 01.

(3) 该式为矛盾式, 式中含 2 个命题变项, 主合取范式含全部 4 个极大项, 为 $M_0 \wedge M_1 \wedge M_2 \wedge M_3$, 成假赋值为 00, 01, 10 和 11.

测试题解答 2.7

(1) 该式的主合取范式为 M_2 , 它的主析取范式为 $m_0 \vee m_1 \vee m_3$, 成真赋值为

00,01 和 11.

(2) 该式的主合取范式为 $M_0 \wedge M_1 \wedge M_2$, 它的主析取范式为 m_3 , 成真赋值为 11.

测试题解答 2.8

(1) 成真赋值为 011,101,111, 该式的主析取范式为 $m_3 \vee m_5 \vee m_7$, 主合取范式为 $M_0 \wedge M_1 \wedge M_2 \wedge M_4 \wedge M_6$.

(2) 成假赋值为 001,011,100,101,111, 该式的主合取范式为 $M_1 \wedge M_3 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_7$, 主析取范式为 $m_0 \vee m_2 \vee m_6$.

测试题解答 2.9

(1) 求 A 与 B 的主析取范式

$$A = (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow m_3 \vee m_6 \vee m_7$$

$$B = (p \vee (q \wedge r)) \wedge (q \vee (\neg p \wedge r))$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg p \wedge r) \vee (q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow (p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r)$$

$$\Leftrightarrow m_3 \vee m_6 \vee m_7$$

由于 A 与 B 有相同的主析取范式, 所以 $A \Leftrightarrow B$.

(2) 求 A 与 B 的主合取范式

$$A = (p \rightarrow (p \wedge q)) \vee r$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee (p \wedge q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee q) \vee r$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q \vee r$$

$$\Leftrightarrow M_4$$

$$B = (\neg p \vee q) \wedge (\neg r \rightarrow q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge (r \vee q)$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \vee (p \vee q \vee r)$$

$$\Leftrightarrow M_0 \wedge M_4 \wedge M_5$$

由于 A 与 B 的主合取范式不同，所以 $A \not\Leftrightarrow B$