

测试题解答 4.2

(1) 设 $F(x):x$ 是人, $G(x):x$ 生活在地球上. 可符号化为 $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$.

(2) 设 $F(x):x$ 是人, $G(x):x$ 长着黑头发. 可符号化为 $\exists x(F(x) \wedge G(x))$.

(3) 设 $F(x):x$ 实数, $G(x):x$ 能表示成分数. 可符号化为 $\neg \forall x(F(x) \rightarrow G(x))$. 它又可表述成存在不能表示成分数的实数, 即存在 x 既是实数又不能表示成分数, 因而又可形式化为 $\exists x(F(x) \wedge \neg G(x))$. 在第五章将会看到这两个公式是等值的.

(4) 设 $F(x):x$ 无理数, $G(x):x$ 能表示成分数. 可符号化为 $\neg \exists x(F(x) \wedge G(x))$. 它的另一个等价的说法是: 所有的无理数都不能表示成分数, 亦即对任意的 x , 只要 x 是无理数, x 就不能表示成分数, 故又可形式化为 $\forall x(F(x) \rightarrow \neg G(x))$. 同样, 这两个公式也是等值的.

本题没有指明个体域, 应取个体域为全总个体域, $F(x)$ 是特性谓词.

测试题解答 4.3

(1) $\forall x \forall y \exists z (x+y=z)$, 真.

(2) $\exists z \forall x \forall y (x+y=z)$, 假.

(3) $\exists x \exists y \forall z (x+y=z)$, 假.

(4) $\forall z \exists x \exists y (x+y=z)$, 真.