

测试题解答 5.1

$$(1) (F(a) \wedge F(b) \wedge (F(c)) \rightarrow (G(a) \vee G(b) \vee G(c))).$$

(2)方法一. 对公式不做变化, 直接消量词. 先消去 $\forall y$, 得

$$\forall x((F(x) \rightarrow G(a)) \wedge (F(x) \rightarrow G(b)) \wedge (F(x) \rightarrow G(c)))$$

再消去 $\forall x$, 得

$$((F(a) \rightarrow G(a)) \wedge (F(a) \rightarrow G(b)) \wedge (F(a) \rightarrow G(c))) \wedge$$

$$((F(b) \rightarrow G(a)) \wedge (F(b) \rightarrow G(b)) \wedge (F(b) \rightarrow G(c))) \wedge$$

$$((F(c) \rightarrow G(a)) \wedge (F(c) \rightarrow G(b)) \wedge (F(c) \rightarrow G(c)))$$

方法二. 先缩小量词辖域,

$$\forall x \forall y (F(x) \rightarrow G(y))$$

$$\Leftrightarrow \forall x (F(x) \rightarrow \forall y G(y))$$

$$\Leftrightarrow \exists x F(x) \rightarrow \forall y G(y)$$

然后再消去量词, 得

$$(F(a) \vee F(b) \vee F(c)) \rightarrow (G(a) \wedge G(b) \wedge G(c))$$

$$(3) (F(a) \wedge F(b) \wedge (F(c) \wedge (G(a) \vee G(b) \vee G(c))) \rightarrow H(y),$$

注意 $H(y)$ 中的 y 是自由出现, 因而消去量词后, 仍然含个体变项 y .