

## 知识点：函数复合与反函数

**测试题 8.6** 对于给定的函数  $f$  和  $g$ , 求复合函数  $f \circ g$ , 如果  $f$  与  $g$  存在反函数, 求出它们的反函数.

(1)  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x)=x+1, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{Z}, g(x)=\lfloor x-1/3 \rfloor$ .

(2)  $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{C}, f(\langle x, y \rangle) = x + yi, g: \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = |x| + 1$ .

(3)  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \sqrt{x}, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = x^4 - x^2$ .

(4)  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 3 \\ -2 & x < 3 \end{cases}, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(x) = x + 2$ .

### 测试题 8.7

(1) 设  $f: A \rightarrow B, B_1 \subseteq B$ , 证明  $f(A \cap f^{-1}(B_1)) = f(A) \cap B_1$ .

(2) 设  $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow A, h: B \rightarrow A$ , 且满足  $g \circ f = h \circ f = I_B$  和  $f \circ g = f \circ h = I_A$ , 证明:  $g = h$ .

(3) 设  $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow A$ , 且  $f \circ g = I_A$ , 证明  $f$  是单射的,  $g$  是满射的.

(4) 设满射函数  $f: A \rightarrow A$ , 且  $f \circ f = f$ , 证明  $f = I_A$ .