

测试题解答 5.2

(1) 注意, y 是自由出现. 公式 $\exists x(F(x,f(y)) \vee F(f(x),y))$ 在 I 和 σ 下的解释为

$$\begin{aligned} & (-1 = |\sigma(y)| \vee |-1| = \sigma(y)) \vee (1 = |\sigma(y)| \vee |1| = \sigma(y)) \\ & \Leftrightarrow (-1 = 1 \vee 1 = 1) \vee (1 = 1 \vee 1 = 1) \\ & \Leftrightarrow 1 \end{aligned}$$

(2) 注意, x 的第二次出现和 y 的第一次出现是自由出现. 在 I 和 σ 下, 公式 $\forall x F(x,f(y)) \vee \forall y F(x,f(y))$ 的解释为

$$\begin{aligned} & (-1 = |\sigma(y)| \wedge 1 = |\sigma(y)|) \vee (\sigma(x) = |-1| \wedge \sigma(x) = |1|) \\ & \Leftrightarrow (-1 = 1 \wedge 1 = 1) \vee (-1 = 1) \wedge -1 = 1 \\ & \Leftrightarrow 0 \end{aligned}$$

(3) 该公式是闭式. 在 I 和 σ 下, 公式 $\forall x \forall y (F(x,y) \rightarrow F(f(x),f(y)))$ 的解释为

$$\begin{aligned} & ((-1 = -1) \rightarrow (|-1| = |-1|)) \wedge ((-1 = 1) \rightarrow (|-1| = |1|)) \\ & \wedge ((1 = -1) \rightarrow (|1| = |-1|)) \wedge ((1 = 1) \rightarrow (|1| = |1|)) \\ & \Leftrightarrow 1 \end{aligned}$$