

知识点：群与半群

测试题 14.7 针对给定集合和运算，判断是否构成半群、独异点和群.

(1) $S = \{n\sqrt{2} \mid n \in \mathbf{Z}\}$, 运算 $+$ 为普通加法.

(2) $T = \{m + n\sqrt{2} \mid n \in \mathbf{Z}\}$, 运算 \cdot 为普通乘法.

(3) \mathbf{R} 为实数集, \circ 运算定义为 $a \circ b = 2(a+b)$.

(4) \mathbf{R} 为实数集, $*$ 运算定义为: $\langle a, b \rangle * \langle c, d \rangle = \langle a+c, b+d \rangle$.

(5) 设 S 是 2 阶实数可逆矩阵的集合, 运算为矩阵加法 $+$.

(6) $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix} \mid a, b \text{ 为实数, } a^2 + b^2 \neq 0 \right\}$, 运算为矩阵乘法 \times .