

知识点：环与域

测试题 14.9 在整数集合 \mathbf{Z} 定义 $*$ 和 \circ 运算, $\forall a, b \in \mathbf{Z}$ 有 $a * b = a + b - 1$, $a \circ b = a + b - ab$, 证明 $\langle \mathbf{Z}, *, \circ \rangle$ 构成环.

测试题 14.10

(1) 设 $\langle R, +, \cdot \rangle$ 是环, $+$ 和 \cdot 分别为环中加法与乘法, a, b 为环中任意元素, 计算 $(a+b)^2(b-a)$.

(2) 在域 \mathbf{Z}_7 中解下列方程组:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

测试题 14.11 举出不同的环, 分别满足以下条件:

R_1 : 没有单位元, 但是存在子环 S 含有单位元.

R_2 : 有单位元, 子环 S 有单位元, 但是这两个单位元不相等.