

### 测试题解答 11.8

$$\deg(R_1)=4, \deg(R_2)=1, \deg(R_3)=3, \deg(R_0)=12.$$

### 测试题解答 11.9

(1) 由欧拉公式  $n-m+r=2$ , 解得  $r=2+m-n=2+7-5=4$ .

(2) 由欧拉公式的推广  $n-m+r=k+1$ , 解得  $k=n+r-m-1=10+3-8-1=4$ .

(3) 由定理 11.14,  $m=3n-6=18$ . 由极大平面图的连通性,  $n$ 、 $m$ 、 $r$  满足欧拉公式

$$n-m+r=2$$

解得

$$r=m-n+2=12.$$

(4) 由题设,  $2m \geq 4r$ , 即  $r \leq m/2$ . 代入欧拉公式

$$m=n+r-2 \leq 6+m/2-2$$

解得  $m \leq 8$ .

### 测试题解答 11.10

(1) 图 11.9(a) 不是极大平面图. 证明如下: 方法一用定义证. 图中  $a$  与  $c$ 、 $b$  与  $d$  均不相邻, 在  $a$  与  $c$  之间或  $b$  与  $d$  之间加一条边(只加一条)不破坏平面性, 由极大平面图的定义可知, 它不是极大平面图.

方法二用定理证明. 容易看出, 圈  $abcd$  围成的面的次数为 4, 由定理 11.10, 该图不是极大平面图.

(2) 图 11.9(b) 是极小非平面图. 证明如下: 已知  $K_5$  是极小非平面图, 并且 2 度顶点不影响图的平面性, 因而与  $K_5$  同胚的图也都是极小非平面图. 消去图中的  $e_{10}$  与  $e_{11}$ ,  $e_{11}$  与  $e_{12}$  的公共端点, 得到  $K_5$ , 即图 11.9(b) 与  $K_5$  同胚, 所以它是极小非平面图.