

《概率论与数理统计》第 1、2 章作业

一、 (多选) 设 A, B, C 为三个事件, 在以下选项中关系成立的是 ()。

- a) $A \cup B = A\bar{B} \cup B$;
- b) $\bar{A}B = A \cup B$;
- c) $(AB)(A\bar{B}) = \emptyset$;
- d) 若 $AB = \emptyset$, 且 $C \subset A$, 则 $BC = \emptyset$;
- e) 若 $A \subset B$, 则 $A \cup B = B$;
- f) 若 $A \subset B$, 则 $AB = A$;
- g) 若 $A \subset B$, 则 $\bar{B} \subset \bar{A}$;
- h) $(\overline{A \cup B})C = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$;

二、 设某个试验的样本空间 $S = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$, 事件 $A = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, 0 \leq y \leq 1\}$, 事件 $B = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq y \leq 1\}$, 试写出下列事件的集合:

(1) $A\bar{B}$; (2) $A \cup \bar{B}$; (3) $\overline{A\bar{B}}$; (4) \overline{AB} .

三、 一医生根据以往的病历资料得到下面的信息:

他的患者中有 5% 的人认为自己患癌症, 且确实患癌症;

有 15% 的人认为自己患癌症, 但实际上未患癌症;

有 10% 的人认为自己未患癌症, 但确实患癌症;

最后 70% 的人认为自己未患癌症, 且确实未患癌症。

以 A 表示事件“一患者认为自己患癌症”, 以 B 表示事件“该患者确实患癌症”,

求下列概率:

(1) $P(A), P(B)$; (2) $P(B|A)$; (3) $P(B|\bar{A})$; (4) $P(A|\bar{B})$; (5) $P(A|B)$.

四、 假定某射击手对指定目标射击三次, 已知他每次的命中率为 0.4。该目标如果被击中一次能被摧毁的概率为 0.2, 被击中两次能被摧毁的概率为 0.5, 被击中三次能被摧毁的概率为 0.8.

- 1) 求目标能被摧毁的概率;
- 2) 如果目标被摧毁, 求其因击中三次而被摧毁的概率。

五、 两名篮球队员独立地轮流投篮, 直到某人投中为止, 第一名队员投中的概率为 0.4, 第二名队员投中的概率为 0.6, 求每名队员投篮次数的分布律。

六、 设离散型随机变量 X 的分布律为

$$P(X = k) = \frac{a}{2k + 1}, k = 0, 1, 2.$$

- 1) 计算常数 a ;
- 2) 计算 $P(1.5 \leq X \leq 2.5)$.

七、 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x \leq 1, \\ b - x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{else,} \end{cases}$$

且 $P(X < 1) = 0.5$. 求常数 a, b 及 X 的分布函数 $F(x)$ 。

八、 设随机变量 X 的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ 0.3, & -2 \leq x < -1, \\ 0.9, & -1 \leq x < 2, \\ 1, & 2 \leq x, \end{cases}$$

求随机变量 $Y = |X|$ 的分布律。

九、 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $\Phi(x)$ 为 X 的分布函数, 记 $Y = X^3$, 求 Y 的概率密度及分布函数。

要求: 字迹工整