

מבני נתונים – תרגיל 1

תאריך פרסום: 19.3.2023

תאריך הגשה: 23:59, 6.4.2023

מתרגל אחראי: אדם עוזיאל.

הנחיות:

- יש לקרוא תחילה את הנהלים להגשת עבודות במודל.
- יש לרשום שמות מלאים + ת"ז.
- העבודה חייבת להיות מוקלדת במלואה.
- יש להגיש את העבודה במערכת ההגשה במודל.
- ההגשה הינה בזוגות בלבד.
- יש לכתוב הוכחות פורמאליות עבור חסמים אסימפטוטיים, בדומה לדוגמאות שנלמדו בכיתה.
- אין צורך לפרט דברים שנלמדו בכיתה, אלא אם נתבקשתם לעשות זאת. עם זאת, יש להוכיח כל טענה שלא נלמדה בהרצאה או בתרגול.
- $\log(n)$ מתייחס ללוגריתם בבסיס 2.
- שאלות לגבי העבודה יש לשאול בפורום באתר הקורס או בשעות הקבלה של אדם עוזיאל.
- לא יענו שאלות בפורום ביומיים האחרונים של ההגשה (5-6.4.2023).

שאלה 1 (18 נק'):

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

1. קיימת פונקציה $f(n)$ כך ש- $f(n-k) \neq \theta(f(n))$ כאשר $k \geq 1$ הוא קבוע חיובי.
2. יהיו $f(n), g(n)$ פונקציות כך ש- $f(n), g(n) \geq 1$ לכל n . אזי $f(n) + g(n) = O(f(n) \cdot g(n))$
3. אם $f(n) = O(n)$ אז $2^{f(n)} = O(2^n)$.

שאלה 2 (18 נק'):

מהי סיבוכיות זמן הריצה של קטעי הקוד הבאים (במונחים של θ) במקרה הגרוע?

נסחו את תשובותיכם באופן מפורש (דהיינו ללא שימוש בסכומים, מכפלות או סימן עצרת). הסבירו ונמקו את דרך ההגעה לפתרון. סימן החץ מייצג השמה.

סעיף א':

Func1(n)

```
for (i ← 1; i ≤ n; i++)
    for (j ← 1; j ≤ 20; j++)
        for (k ← n; k ≤ n+5; k++)
            x ← n
            while (x > 1)
                x ← x/2
        print(x)
```

סעיף ב':

Func2(n):

```
i ← 1
while i < n
    for j ← 1 to i
        k ← n
        while k > j
            k ← k/2
        k ← j
        while k > 1
            k ← k/2
    i ← i+1
```

Func3(n):val \leftarrow 0for (i \leftarrow 1; i \leq n; i \leftarrow i*2) for (j \leftarrow 1; j \leq i; j++)

val++

שאלה 3 (20 נק):

מצאו חסם עליון ותחתון אסימפוטטיים עבור $T(n)$ בכל אחת מנוסחאות הנסיגה לפי אחת משלושת השיטות שנלמדו בכיתה. הניחו כי $T(n)$ קבועה עבור n קבוע. מצאו חסמים הדוקים ככל שניתן והראו את הדרך לפתרון.

$$1. \quad T(n) = T(n-1) + n$$

$$2. \quad T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{n}{\log(n)}, \text{ רמז: ניתן להעזר בפתרון בנוסחת טור הרמוני:}$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \cong \log(n), n \rightarrow \infty$$

$$3. \quad T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + n^2$$

$$4. \quad T(n) = T\left(\frac{3n}{5}\right) + 2T\left(\frac{n}{5}\right) + n$$

$$5. \quad T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + 2021 \cdot n^2 + n^e + 17$$

$$6. \quad T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$$

שאלה 4 (24 נק):

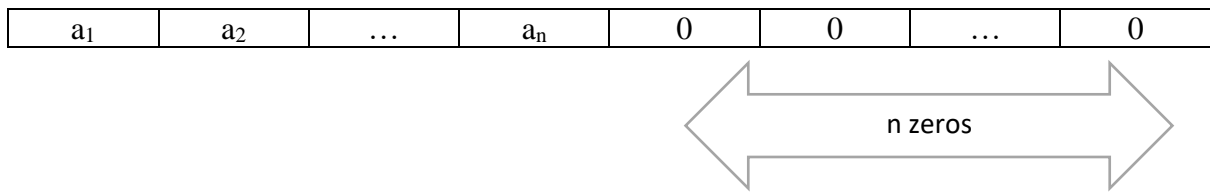
סדרו את הפונקציות הבאות לפי סדר אסימפוטטי Ω (...) מן הגדולה לקטנה. אם שתי פונקציות בסידור מקיימות $f_i = \theta(f_k)$ אז ציינו והוכיחו את שני הכיוונים (Ω & O), אחרת מספיק להוכיח רק כיוון אחד. תנו הוכחה פורמלית לתשובותיכם לגבי כל זוג עוקב של פונקציות בסידור.

| | | | |
|---------------------------|----------------------------------|----------------------------|---------------------------------|
| $f_1(n) = 2017$ | $f_2(n) = 2^{\log_{\sqrt{2}} n}$ | $f_3(n) = 2^{\sqrt{n}}$ | $f_4(n) = \frac{1}{n}$ |
| $f_5(n) = 3^n$ | $f_6(n) = 2^{3^n}$ | $f_7(n) = n^n$ | $f_8(n) = 3^{2^n}$ |
| $f_9(n) = \log(\sqrt{n})$ | $f_{10}(n) = \log(2^n n^2)$ | $f_{11}(n) = \log(n^{10})$ | $f_{12}(n) = n^2 + \log(n) + n$ |

שאלה 5 (20 נק')

נתון מערך A ובו n מספרים שלמים וחייביים ממוינים ולאחריהם n אפסים.

A :



בהינתן מערך A , תארו אלגוריתם בזמן ריצה $O(\log(n))$ המוצא את האינדקס של מספר חיובי נתון x , אם x נמצא ב- A . במידה ו- x לא נמצא ב- A יש להחזיר -1. הסבירו מדוע הוא עומד במגבלת זמן הריצה.

הערה – גודל מערך A אינו ידוע מראש. כלומר, בפתרון לא ניתן להשתמש ב- $A.length$.

בהצלחה!