

תאריך פרסום: 5.5.2023
תאריך הגשה: 25.5.2023 (בשעה 23:59)
מתרגל אחראי: אדם עוזיאל
נושאים: ADT, Trees, AVL, B-tree

הנחיות:

- יש לקרוא הנחיות לגבי הגשת עבודות באתר הקורס ולהגיש עבודות על פי הנחיות אלו.
- אין צורך לפרט על הגדרות או משפטים שנלמדו בכיתה. עם זאת, יש להוכיח כל טענה שלא נלמדה בהרצאה או בתרגול.
- שאלות לגבי העבודה יש לשאול בפורום באתר הקורס או בשעות קבלה של המתרגל האחראי.
- בתיאור האלגוריתם יש להקפיד על השלבים הבאים:
 - הסבירו במילים את הרעיון הכללי.
 - כתבו את האלגוריתם בצורה ברורה, הקפידו על אינדנטציה ברורה, מספרו את השלבים השונים. לא חובה לצרף פסאודו-קוד (אלא אם כן צויין במפורש שצריך לספק פסאודו-קוד), ניתן לתאר את השלבים בשפה פשוטה. יש לעשות זאת בצורה ברורה שאינה משתמעת לשני פנים. במידה ובחרתם לתאר פסאודו-קוד, ציינו מחוץ למסגרת של הפסאודו-קוד מה כל משתנה שהגדרתם מייצג.
 - הביאו הסבר/נימוק מדוע האלגוריתם אכן פותר את הבעיה.
 - נתחו את סיבוכיות האלגוריתם מבחינת זמן ריצה וזיכרון.
- בתיאור מבנה נתונים יש להקפיד על השלבים הבאים:
 - תארו את מבנה הנתונים במילים באופן מדויק.
 - יש להציג תרשים של מבנה הנתונים הכולל את החלקים השונים והקשרים ביניהם.
 - אם משתמשים במבנה נתונים שנלמד בכיתה "as is", ניתן להשתמש בו כקופסה שחורה ולהסביר באופן כללי כיצד הפעולות מתבצעות. אולם, שינויים במימוש הנלמד בכיתה מצריכים הסבר מדויק של השינויים שבוצעו.

עבודה 3 – מבני נתונים

שאלה 1 (17 נק'):

נתון תור Q עם n מספרים. הציעו אלגוריתם יעיל ככל שתוכלו הממין את המספרים בתור מהמספר הקטן לגדול. לאחר פעולת המיון התור Q יהיה ממוין כך שהאיבר שבראשו יהיה המינימלי.

- ניתן להשתמש רק בתור עזר ובמספר קבוע של משתני עזר.
- נתחו את סיבוכיות זמן הריצה של האלגוריתם שתיארתם.

על הפתרון להכיל הסבר מילולי לאלגוריתם המלווה בפסאודו-קוד.

שימו לב: בעבודה עם תור אפשר להשתמש אך ורק בפעולות שמוגדרות על תור:

`isEmpty`, `enqueue`, `dequeue`, `create`.

הניחו שזמן ריצה של פעולות `dequeue`, `enqueue`, `isEmpty`, `create` הינו קבוע.

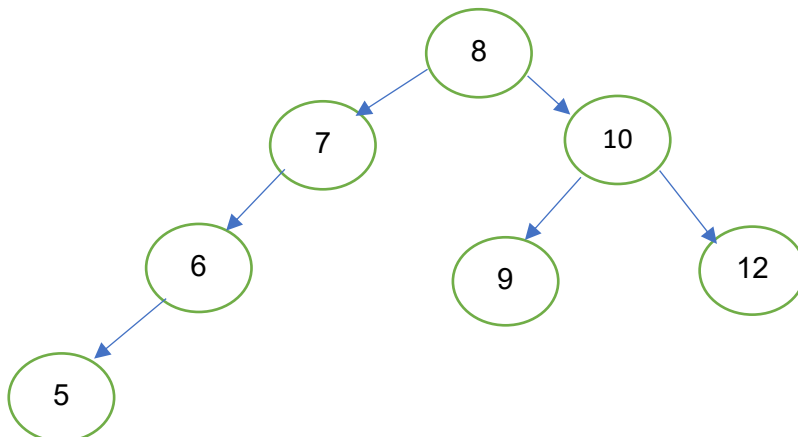
שאלה 2 (16 נק'):

כתבו אלגוריתם שמוצא את המסלול הקצר ביותר בין שני קודקודים ב BST . אלגוריתם זה יקבל עץ ואת 2 המפתחות של 2 הקודקודים. בעץ המדובר לכל צומת יש מצביעים לשני קודקודי הבן (`left & right`), ואין מצביע לקודקוד האב. ספקו בפתרונכם הסבר מילולי, פסאודו-קוד ונתחו את סיבוכיות זמן הריצה והזיכרון של האלגוריתם. ניתן להניח שלכל קודקוד בעץ יהיה ערך שונה.

דרישות סיבוכיות:

- זמן ריצה: $O(h)$
- זיכרון נוסף: $O(h)$ כאשר h הוא גובה העץ.

דוגמא: אורכו של המסלול הקצר ביותר מקודקוד 9 לקודקוד 6 הוא 4.



שאלה 3 (14 נק'):

נתון עץ B-tree ריק עם פרמטר $t = 2$.

הכניסו את המפתחות הבאים לעץ (משמאל לימין), והראו את מצב העץ לאחר כל הכנסה:

37,24,42,32,5,47,10,25,13,7,35

לאחר מכן, הוציאו את המפתחות הבאים (משמאל לימין), והראו את המצב העץ לאחר כל הוצאה:

42, 10, 24

שאלה 4 (14 נק'):

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות. תנו הסבר קצר לתשובותיכם (2-6 משפטים).

א. אם T הוא עץ AVL בגובה h , אז כל הרמות ב- T עד הרמה $h-2$ (כולל) מלאות.

הגדרה: הרמה i של עץ היא אוסף כל הצמתים בעומק i .

נאמר שהרמה i מלאה אם מספר האיברים בה הוא 2^i .

למשל: רמת השורש היא הרמה האפס ובה $2^0 = 1$ איברים כאשר היא מלאה.

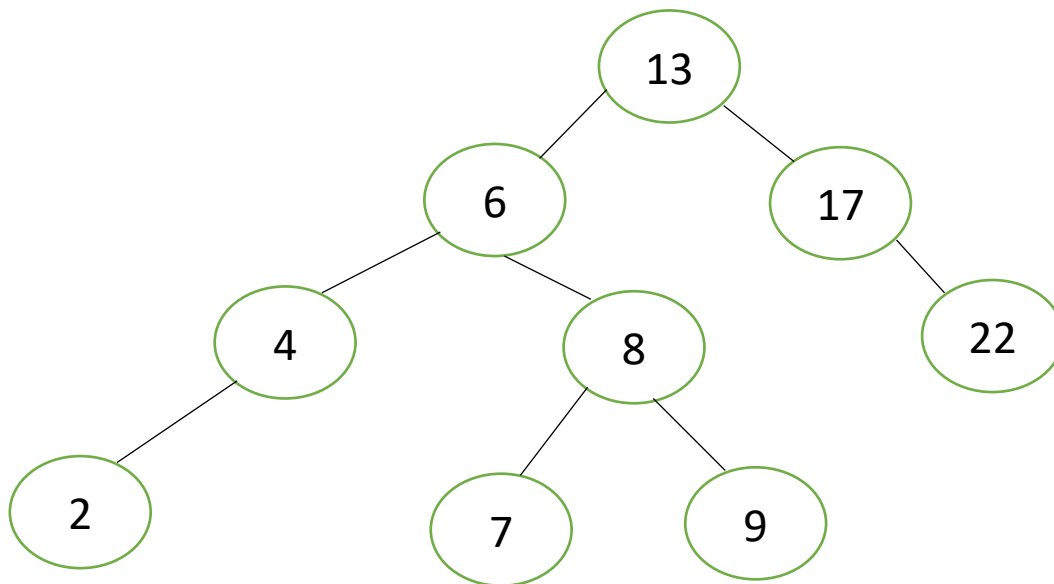
ב. פעולת המחיקה בעץ חיפוש בינארי היא חילופית (כלומר, העץ המתקבל ממחיקת x ולאחריו y זהה לעץ המתקבל ממחיקת y ולאחריו x , לכל x, y בעץ)

ג. המספר המינימלי של צמתים בעץ AVL בגובה $h = 4$ הוא 12.

ד. נתון עץ חיפוש בינארי T בעל n צמתים. נתון כי כל צומת ב- T מחזיק את השדה $height$. רוצים לבדוק האם T מקיים את תכונת האיזון של עץ AVL. אזי זמן הריצה של האלגוריתם היעיל ביותר לבדיקה הנ"ל במקרה הגרוע הוא $\theta(\log(n))$.

שאלה 5 (9 נק):

נתון עץ AVL: בכל סעיף, במידה ויש צורך, ציינו מי הוא הקודקוד הלא מאוזן, אילו פעולות רוטציה ביצעתם (ימינה/שמאלה...) וציירו כיצד ייראה העץ לאחר ההכנסה/הוצאה.



- א. כעת בוצעה הכנסה של הערך 1
- ב. לאחר מכן בוצעה ההכנסה של הערך 12.
- ג. לאחר מכן בוצעה מחיקה של הערך 7.

שאלה 6 (30 נק'):

תארו מבני נתונים השומר זוגות (x,s) כאשר x מספר ממשי ו- s הוא צורה (shape). הצורות האפשריות הן כוכב וריבוע. המבנה תומך בפעולות הבאות:

פעולה	תיאור	זמן נדרש
Init()	אתחול מבנה נתונים ריק.	$O(1)$
Insert(x,s)	הכנסת זוג (x,s) למבנה הנתונים. ניתן להניח שלא קיים עוד זוג עם מספר x במבנה לפני פעולת ההכנסה.	$O(\log(n))$
Delete(x)	מחק את הזוג שהמספר הממשי שלו הינו x . אם אין זוג כזה יש להדפיס הודעת שגיאה.	$O(\log(n))$
SameShape(x,y)	מחזירה תשובה לשאלה: האם לכל הזוגות (z,s) במבנה כך ש- $x \leq z \leq y$ יש את אותה הצורה. (יש להחזיר כן גם אם אין אף זוג (z,s) עם $x \leq z \leq y$)	$O(\log(n))$
PrintSameShape(x)	מדפיסה את כל הזוגות (y,s) במבנה עבורן הפעולה SameShape(x,y) מחזירה כן.	$O(\log(n) + k)$ כאשר k הינו מספר הזוגות שעבורם הפעולה SameShape(x,y) מחזירה כן.

הבהרה: n הינו מספר הזוגות במבנה ברגע נתון.

תארו בקצרה את מבנה הנתונים, ספקו אלגוריתם לכל אחת מהשיטות, נתחו את זמני הריצה והראו שאתם עומדים בדרישות.