Трансляция презентации (во время очных лекций).

При просмотре презентации в PDF для отображения анимаций на слайдах необходимо использовать Acrobat Reader, KDE Okular, PDF-XChange или Foxit Reader.

Компьютерная графика

Лекция 6
Название в процессе

Гаврилов Андрей Геннадьевич

Кафедра Информационных технологий и вычислительных систем
МГТУ «СТАНКИН»

8 мая 2024 г.

План лекции

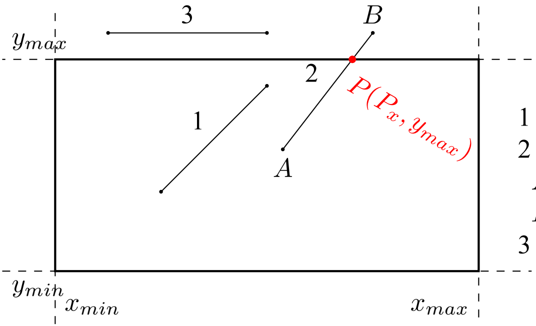
1. Отчесение отрезков
   - Алгоритм Коэна-Сазерленда
   - Алгоритм средней точки
   - Алгоритм Кируса-Бека

Графический конвейер

Раздел 1

Отчесение отрезков

Постановка задачи



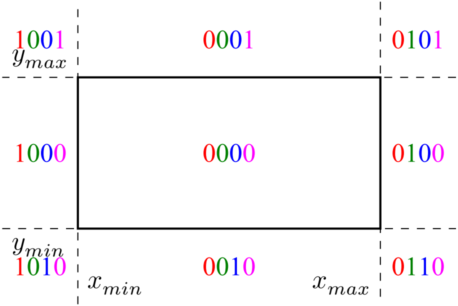
1 — отрисуется полностью
2 — $AB \rightarrow (AP, PB)$
AB — отрисуется,
PB — отбрасывается
3 — должен быть отброшен

$$\frac{B_y - A_y}{B_x - A_x} = \frac{P_y - A_y}{P_x - A_x} \Rightarrow \boxed{P_x = \frac{B_x - A_x}{B_y - A_y}(y_{max} - A_y) + A_x}$$

Подраздел 1

Алгоритм Коэна-Сазерленда

Алгоритм Коэна-Сазерленда



4х битный код $b_0 b_1 b_2 b_3$:

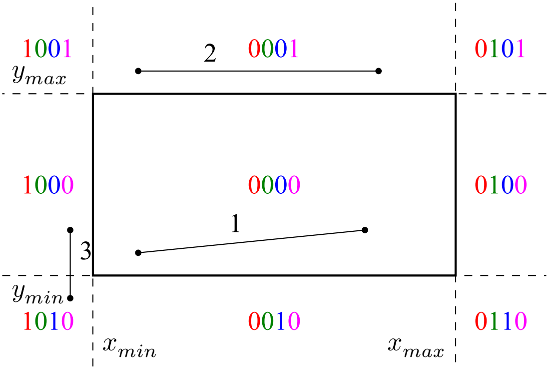
$$b_0 = \begin{cases} 0, & x \geq x_{min} \\ 1, & x < x_{min} \end{cases}$$

$$b_1 = \begin{cases} 0, & x \leq x_{max} \\ 1, & x > x_{max} \end{cases}$$

$$b_2 = \begin{cases} 0, & y \geq y_{min} \\ 1, & y < y_{min} \end{cases}$$

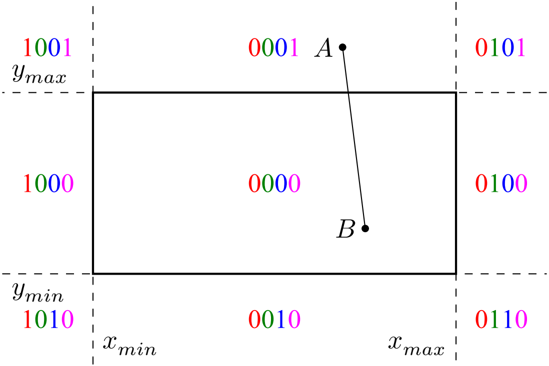
$$b_3 = \begin{cases} 0, & y \leq y_{max} \\ 1, & y > y_{max} \end{cases}$$

Тривиальные случаи



1: Побитовое ИЛИ кодов концов отрезка == 0 — отрезок видим ($\odot$).
2 и 3: Побитовое И концов отрезка == 1 — отрезок не видим($\otimes$).
В остальных ситуациях ($\circledast$) требуется сведение к $\odot$ или $\otimes$.

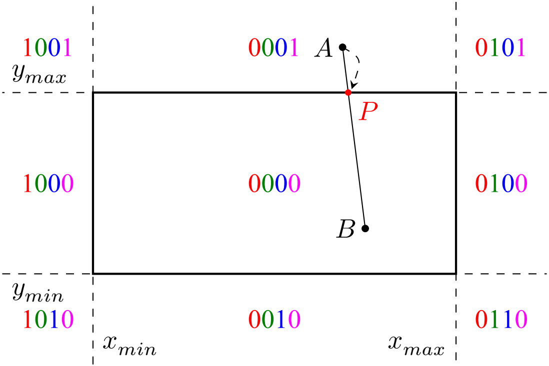
Нетривиальные случаи (1)



$$A = 0001,\ B = 0000$$
$$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 \text{ — } \circledast.$$ [1]

[1] $\wedge$ — конъюнкция, логическое И, умножение
$\vee$ — дизъюнкция, логическое ИЛИ, сложение

Нетривиальные случаи (1)

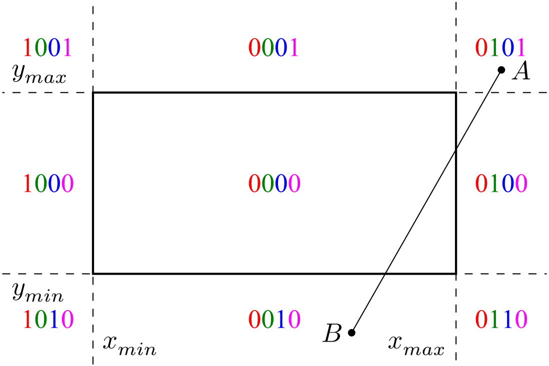


$A = 0001,\ B = 0000$
$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 — \circledast.$ [1]

$A \to P,\ P = 0000$
$B \vee P = 0 — \odot$

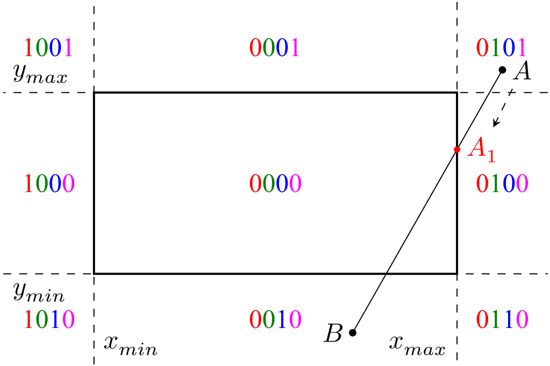
[1] $\wedge$ — конъюнкция, логическое И, умножение
$\vee$ — дизъюнкция, логическое ИЛИ, сложение

Нетривиальный случай (2)



$$A = 0101,\ B = 0010$$
$$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 — \circledast$$

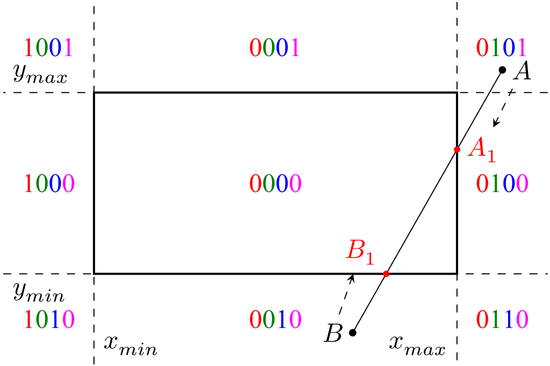
Нетривиальный случай (2)



$A = 0101, \ B = 0010$
$A \vee B \neq 0, \ A \wedge B = 0 — \circledast$

$A \rightarrow A_1, A_1 = 0000$
$A_1 \vee B \neq 0, \ A_1 \wedge B = 0 — \circledast$

Нетривиальный случай (2)

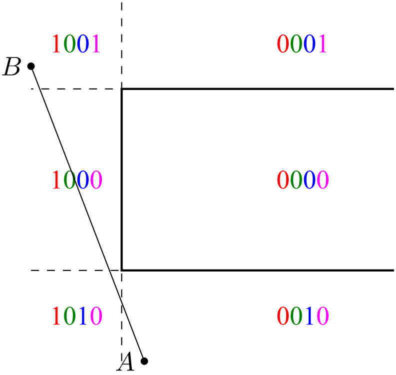


$A = 0101,\ B = 0010$
$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 — \circledast$

$A \to A_1, A_1 = 0000$
$A_1 \vee B \neq 0,\ A_1 \wedge B = 0 — \circledast$

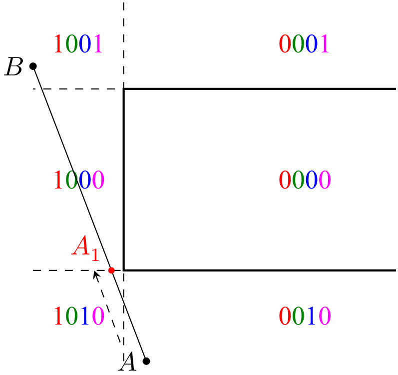
$B \to B_1, B_1 = 0000$
$A_1 \vee B_1 = 0 — \odot.$

Нетривиальный случай (3)



$$A = 0010,\ B = 1001$$
$$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 — \circledast$$

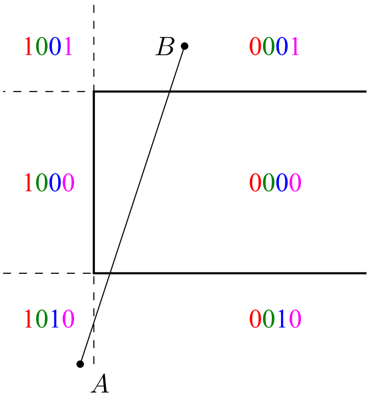
Нетривиальный случай (3)



$$A = 0010,\ B = 1001$$
$$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 — \circledast$$

$$A \to A_1, A_1 = 1000$$
$$A_1 \vee B \neq 0,\ A_1 \wedge B = 0 — \otimes$$

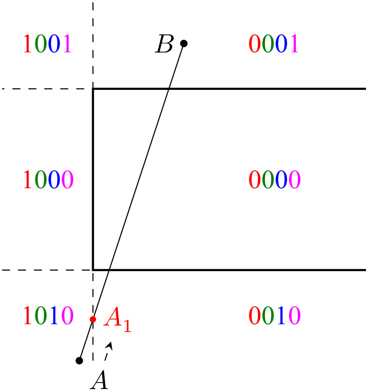
Нетривиальный случай (4)



$A = 1010,\ B = 0001$

$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0$ — $\circledast$

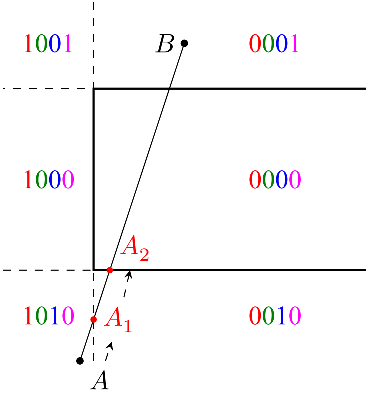
Нетривиальный случай (4)



$$A = 1010,\ B = 0001$$
$$A \vee B \neq 0,\ A \wedge B = 0 — \circledast$$

$$A \to A_1, A_1 = 0010$$
$$A_1 \vee B \neq 0,\ A_1 \wedge B = 0 — \circledast$$

Нетривиальный случай (4)

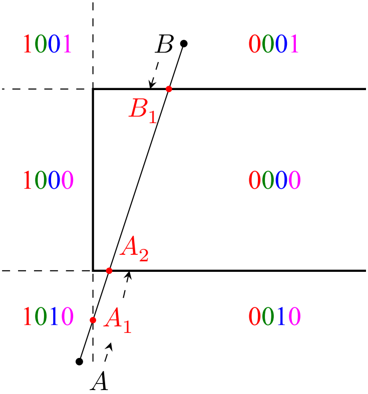


$$A = 1010,\ \ B = 0001$$
$$A \vee B \neq 0,\ \ A \wedge B = 0 — \circledast$$

$$A \to A_1, A_1 = 0010$$
$$A_1 \vee B \neq 0,\ \ A_1 \wedge B = 0 — \circledast$$

$$A_1 \to A_2, A_2 = 0000$$
$$A_2 \vee B \neq 0,\ \ A_2 \wedge B = 0 — \circledast$$

Нетривиальный случай (4)



$$A = 1010,\ \ B = 0001$$
$$A \vee B \neq 0,\ \ A \wedge B = 0 — \circledast$$

$$A \to A_1, A_1 = 0010$$
$$A_1 \vee B \neq 0,\ \ A_1 \wedge B = 0 — \circledast$$

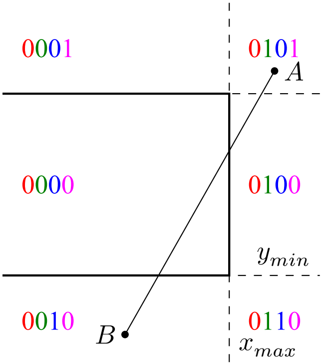
$$A_1 \to A_2, A_2 = 0000$$
$$A_2 \vee B \neq 0,\ \ A_2 \wedge B = 0 — \circledast$$

$$B \to B_1, B_1 = 0000$$
$$A_2 \vee B_1 = 0 — \odot$$

Подраздел 2

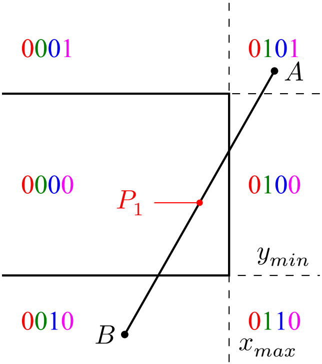
Алгоритм средней точки

Алгоритм средней точки



(A, B) — ⊛

Алгоритм средней точки

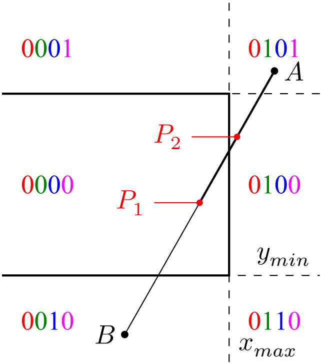


$$P1 = \frac{A+B}{2} \to (A, P_1), (P_1, B)$$

$$(A, P_1) — \circledast\ , (P_1, B) — \circledast$$

$$(A, B) — \circledast$$

Алгоритм средней точки

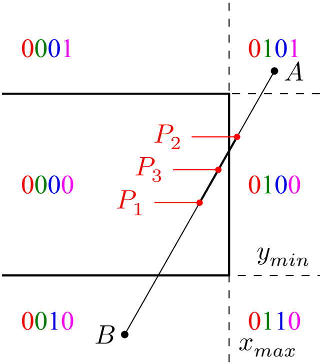


$$P1 = \frac{A+B}{2} \rightarrow (A, P_1), (P_1, B)$$
$$(A, P_1) — \circledast\ , (P_1, B) — \circledast$$

$$(A, P_1):\ P_2 = \frac{P_1 + A}{2}$$
$$(A, P_2) — \otimes, (P_1, P_2) — \circledast$$

$(A, B) — \circledast$

Алгоритм средней точки



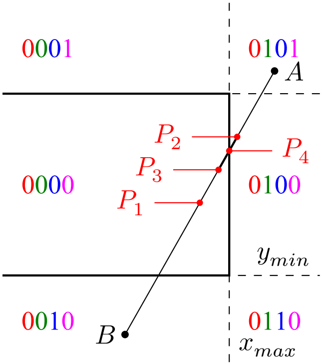
$$P1 = \frac{A+B}{2} \rightarrow (A, P_1), (P_1, B)$$
$$(A, P_1) — \circledast\ , (P_1, B) — \circledast$$

$$(A, P_1): \ P_2 = \frac{P_1 + A}{2}$$
$$(A, P_2) — \otimes, (P_1, P_2) — \circledast$$

$$(P_1, P_2): \ P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2}$$
$$(P_1, P_3) — \odot, (P_3, P_2) — \circledast$$

$$(A, B) — \circledast$$

Алгоритм средней точки



$$P1 = \frac{A+B}{2} \rightarrow (A, P_1), (P_1, B)$$
$$(A, P_1) — \circledast\,, (P_1, B) — \circledast$$

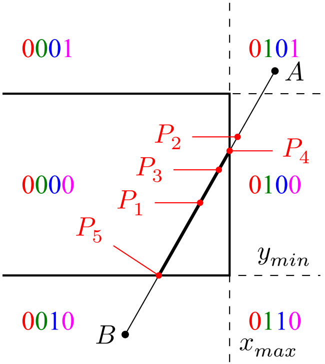
$$(A, P_1): \; P_2 = \frac{P_1 + A}{2}$$
$$(A, P_2) — \otimes, (P_1, P_2) — \circledast$$

$$(P_1, P_2): \; P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2}$$
$$(P_1, P_3) — \odot, (P_3, P_2) — \circledast$$

$$(P_2, P_3): \; P_4 = \frac{P_2 + P_3}{2}$$
$$\boxed{P_4 \in x_{max}}, (P_4, P_2) — \otimes, (P_3, P_4) — \odot$$

$(A, B) — \circledast$

Алгоритм средней точки



(A, B) — ⊛

$$P1 = \frac{A+B}{2} \to (A, P_1), (P_1, B)$$
$$(A, P_1) — ⊛, (P_1, B) — ⊛$$

$$(A, P_1):\ P_2 = \frac{P_1 + A}{2}$$
$$(A, P_2) — \otimes, (P_1, P_2) — ⊛$$

$$(P_1, P_2):\ P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2}$$
$$(P_1, P_3) — \odot, (P_3, P_2) — ⊛$$

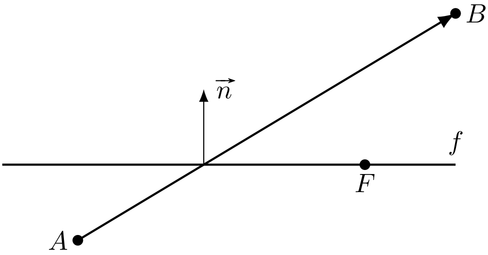
$$(P_2, P_3):\ P_4 = \frac{P_2 + P_3}{2}$$
$$\boxed{P_4 \in x_{max}}, (P_4, P_2) — \otimes, (P_3, P_4) — \odot$$

$$(P_1, B) \to \boxed{P_5 \in y_{min}}$$

Подраздел 3

Алгоритм Кируса-Бека

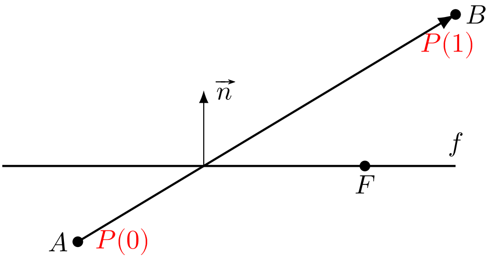
Поиск пересечения отрезков



Дано: $\overrightarrow{AB}$, f: $(\vec{n} \perp f, F \in f)$

Найти: $\overrightarrow{AB} \cap f$

Поиск пересечения отрезков

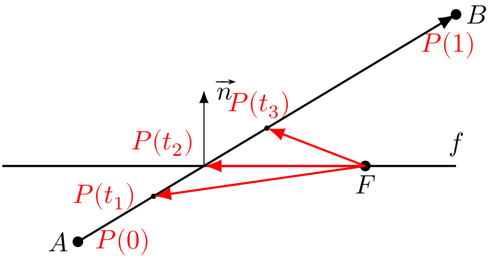


Дано: $\overrightarrow{AB}$, f: $(\vec{n} \perp f, F \in f)$

Найти: $\overrightarrow{AB} \cap f$

$$AB \equiv P(t) = A + (B - A)t,\quad t \in [0, \dots, 1]$$

Поиск пересечения отрезков



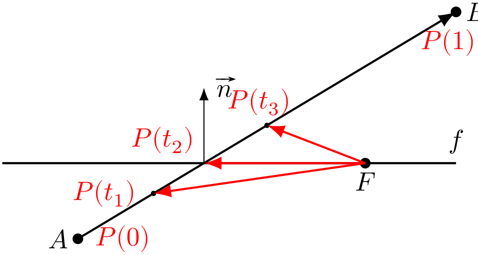
Дано: $\overrightarrow{AB}$, f: $(\vec{n} \perp f, F \in f)$

Найти: $\overrightarrow{AB} \cap f$

$$AB \equiv P(t) = A + (B - A)t,$$
$$t \in [0, \dots, 1]$$

$$\overrightarrow{FP(t_1)} \cdot \vec{n} < 0, \quad \overrightarrow{FP(t_3)} \cdot \vec{n} > 0, \quad \overrightarrow{FP(t_2)} \cdot \vec{n} = 0$$

Поиск пересечения отрезков



Дано: $\overrightarrow{AB}$, f: $(\vec{n} \perp f, F \in f)$

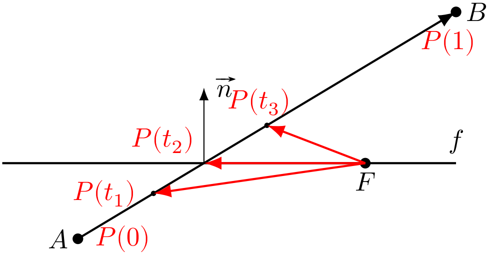
Найти: $\overrightarrow{AB} \cap f$

$$AB \equiv P(t) = A + (B - A)t,$$
$$t \in [0, \dots, 1]$$

$$\overrightarrow{FP(t_1)} \cdot \vec{n} < 0, \quad \overrightarrow{FP(t_3)} \cdot \vec{n} > 0, \quad \overrightarrow{FP(t_2)} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(\overrightarrow{P(t)} - \vec{F}) \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (\vec{A} + (\vec{B} - \vec{A})t - \vec{F}) \cdot \vec{n} = 0$$

Поиск пересечения отрезков



Дано: $\overrightarrow{AB}$, f: $(\vec{n} \perp f,\, F \in f)$

Найти: $\overrightarrow{AB} \cap f$

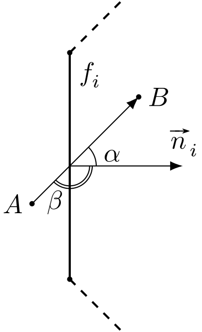
$$AB \equiv P(t) = A + (B - A)t, \quad t \in [0, \ldots, 1]$$

$$\overrightarrow{FP(t_1)} \cdot \vec{n} < 0, \quad \overrightarrow{FP(t_3)} \cdot \vec{n} > 0, \quad \overrightarrow{FP(t_2)} \cdot \vec{n} = 0$$

$$(\overrightarrow{P(t)} - \vec{F}) \cdot \vec{n} = 0 \;\Rightarrow\; (\vec{A} + (\vec{B} - \vec{A})t - \vec{F}) \cdot \vec{n} = 0$$

$$(A - F) \cdot \vec{n} + (B - A)t \cdot \vec{n} = 0 \;\Rightarrow\; t = -\frac{(\vec{B} - \vec{A}) \cdot \vec{n}}{(\vec{A} - \vec{F}) \cdot \vec{n}} = \boxed{-\frac{(\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n})}{(\overrightarrow{FA} \cdot \vec{n})}}$$

Направление выхода отрезка через сторону многоуг.



$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} > 0$, так как $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$\overrightarrow{BA} \cdot \vec{n} < 0$, так как $\beta \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$

f_i — i-ая грань многоугольника.
$\vec{n}_i$ — внутренняя нормаль к f_i

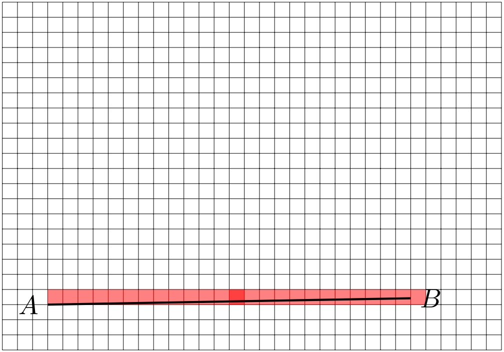
$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = \left|\overrightarrow{AB}\right| \left|\vec{n}_i\right| \cos \widehat{\overrightarrow{AB}\, \vec{n}} = \\ = AB_x n_{i\,x} + AB_y + n_{i\,y}$$

Если $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_i > 0$ — AB в**Х**одит через f_i

Если $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_i < 0$ — AB в**Ы**ходит через f_i

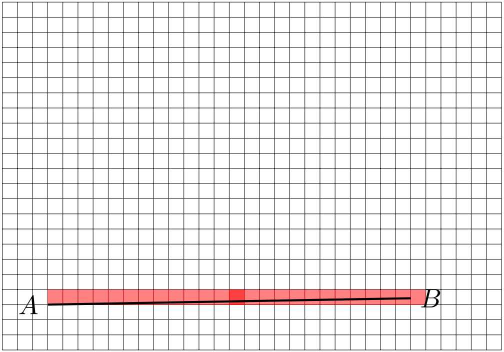
Если $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_i = 0$ — $AB \parallel f_i$

Алгоритм ЦДА (цифровой дифференциальный анализатор)



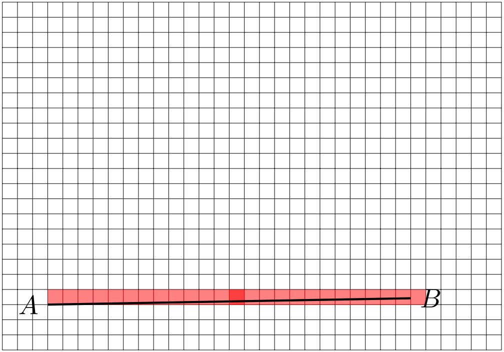
1. $x_1 := \mathrm{round}(A_x)$, $x_2 := \mathrm{round}(B_x)$
   $y_1 := \mathrm{round}(A_y)$, $y_2 := \mathrm{round}(B_y)$

Алгоритм ЦДА (цифровой дифференциальный анализатор)



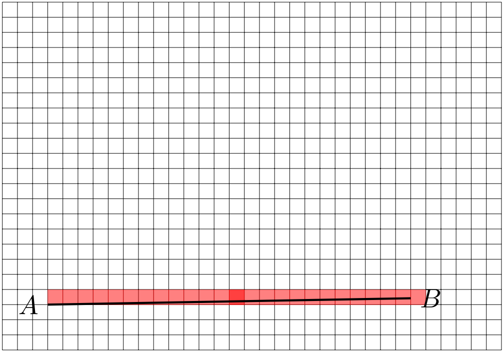
1. $x_1 := \text{round}(A_x)$, $x_2 := \text{round}(B_x)$
   $y_1 := \text{round}(A_y)$, $y_2 := \text{round}(B_y)$
2. $L := \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|)$

Алгоритм ЦДА (цифровой дифференциальный анализатор)



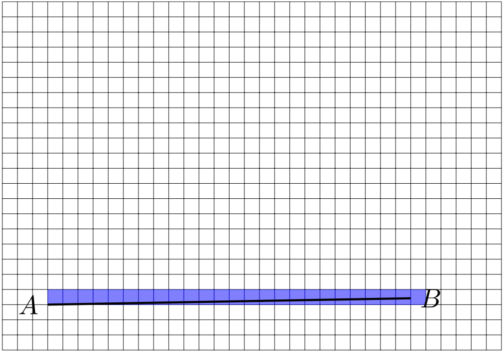
1. $x_1 := \text{round}(A_x),\ x_2 := \text{round}(B_x)$
   $y_1 := \text{round}(A_y),\ y_2 := \text{round}(B_y)$
2. $L := \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|)$
3. $dx := (x_2 - x_1)/L$
   $dy := (y_2 - y_1)/L$

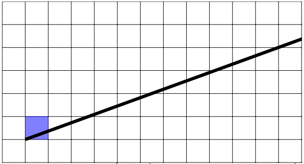
Алгоритм ЦДА (цифровой дифференциальный анализатор)



1. $x_1 := \mathrm{round}(A_x),\ x_2 := \mathrm{round}(B_x)$
   $y_1 := \mathrm{round}(A_y),\ y_2 := \mathrm{round}(B_y)$
2. $L := \max(|x_2 - x_1|, |y_2 - y_1|)$
3. $dx := (x_2 - x_1)/L$
   $dy := (y_2 - y_1)/L$
4. $x := x_1,\ y := y_1$
   for $i := 1$ to L
   draw(round(x), round(y))
   $x := x + dx,\ y := y + dy$

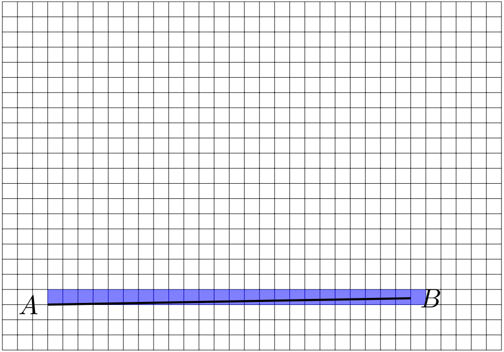
Алгоритм Брезенхэма

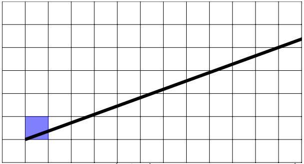




1. $x_1 := \text{round}(A_x)$, $x_2 := \text{round}(B_x)$
   $y_1 := \text{round}(A_y)$, $y_2 := \text{round}(B_y)$

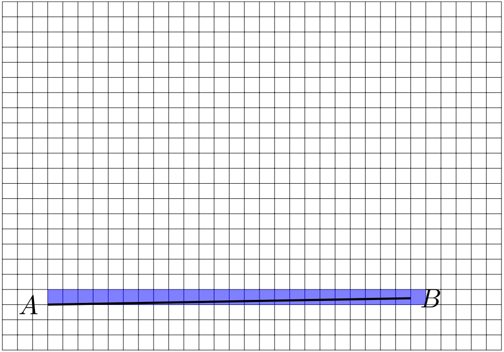
Алгоритм Брезенхэма

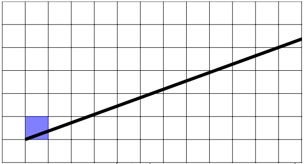




1. $x_1 := \mathrm{round}(A_x)$, $x_2 := \mathrm{round}(B_x)$
   $y_1 := \mathrm{round}(A_y)$, $y_2 := \mathrm{round}(B_y)$
2. $dx := |x_2 - x_1|,\ dy := |y_2 - y_1|$
   $e := 0,\ de := (dy + 1)/(dx + 1)$

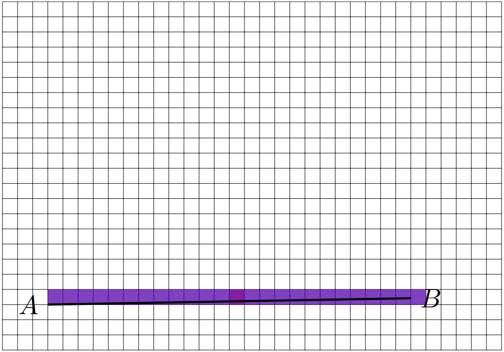
Алгоритм Брезенхэма





1. $x_1 := \text{round}(A_x),\ x_2 := \text{round}(B_x)$
   $y_1 := \text{round}(A_y),\ y_2 := \text{round}(B_y)$
2. $dx := |x_2 - x_1|,\ dy := |y_2 - y_1|$
   $e := 0,\ de := (dy + 1)/(dx + 1)$
3. $y := y_1$
   for $x := x_1$ to x_2
   draw(x, y)
   $e := e + de$
   if$(e \geq 1)$ then
   $y := y + 1$
   $e := e - 1$

ЦДА vs Брезенхэм



Алгоритм Ву