

Mémoire présenté le :
pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuares

Par : Gaylord LEGRIS

Titre : Analyse de Sensibilités sur des Portefeuilles de Passifs en Assurance Vie selon les indicateurs Solvabilité 2 : Approche par Générations et Agrégations des portefeuilles

Confidentialité : ☒ NON ☐ (Durée : ☐ 1 an ☐ 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membres présents du jury de Signature
l'Institut des Actuares*

Entreprise :

Nom :

Signature :

*Directeur de mémoire en entre-
prise :*

Nom :

Signature :

*Membres présents du jury de
l'ISFA*

Invité :

Nom :

Signature :

***Autorisation de publication et
de mise en ligne sur un site de
diffusion de documents actua-
riels (après expiration de l'éventuel
délai de confidentialité)***

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Table des matières

Résumé	vi
Abstract	vii
Remerciements	viii
Synthèse	ix
Synthesis	x
Introduction	xi
1 Contexte réglementaire et modélisation en assurance vie	1
1.1 Les spécificités des produits d'assurance vie épargne	2
1.1.1 Principes fondamentaux du contrat d'assurance vie	2
1.1.2 Les principaux supports d'investissement	3
1.1.3 Contexte économique et enjeux actuels	4
1.2 Le cadre prudentiel Solvabilité II	4
1.2.1 L'approche stochastique et la valorisation économique	5
1.2.2 Le Pilier 1 : Exigences quantitatives	5
1.2.3 Le Pilier 2 : Exigences qualitatives et gouvernance	8
1.2.4 Le Pilier 3 : Exigences de reporting et transparence	9
1.3 Les Générateurs de Scénarios Économiques (GSE)	9
1.3.1 L'univers Risque Neutre (\mathbb{Q}) : un cadre pour la valorisation	10
1.3.2 L'univers Monde Réel (\mathbb{P}) : un outil de pilotage stratégique	12
1.3.3 Synthèse des deux univers	13
1.4 La représentation du passif : le concept de <i>Model Point</i>	13
1.4.1 La nécessité de l'agrégation	14
1.4.2 Les impacts de l'agrégation en MP sur les indicateurs S2	14
2 Construction d'un Générateur de Portefeuilles de Passifs Réaliste	15
2.1 Objectifs Stratégiques et Contraintes Techniques	16
2.1.1 Définition du générateur de portefeuilles de passifs	16
2.1.2 Besoins métiers : simulation de nouveaux produits et analyse concurrentielle	16
2.1.3 Défis de la modélisation : réalisme, volumétrie et flexibilité	18
2.2 Méthodologie de Génération et Modélisation Statistique	18
2.2.1 Approche stochastique par lois de probabilité	19
2.2.2 Calibration des distributions marginales à partir des données de marché	20
2.2.3 Perspective : modélisation des dépendances par la théorie des copules	22
2.3 Présentation de l'Outil et du Portefeuille de Référence Généré	22
2.3.1 Architecture de l'application en Python et choix technologiques	23
2.3.2 Description des paramètres d'entrée et des formats de sortie	23
2.3.3 Analyse descriptive du portefeuille de référence	23
3 La Gestion Actif-Passif et le Modèle de Simulation en Python	24

3.1	Principes et Enjeux de la Gestion Actif-Passif (ALM)	25
3.2	Architecture et Fonctionnement du Modèle de Projection	25
3.2.1	Projection du Passif	26
3.2.2	Projection de l'Actif	26
3.2.3	Interaction Actif-Passif : Stratégie d'Investissement et Politique de Participation aux Bénéfices (PB)	26
3.3	Limites Actuelles du modèle	26
4	Protocole d'Analyse : Sélection d'une Méthode d'Agrégation	28
4.1	Présentation des Méthodes d'Agrégation candidates	29
4.1.1	Approches par clustering (K-means, DBSCAN/HDBSCAN)	29
4.1.2	Autres approches (MP par âge, MP Amine, etc.)	29
4.2	Définition du Protocole de Test Comparatif	29
4.2.1	Constitution des portefeuilles de test	30
4.2.2	Définition des critères de sélection : fidélité des indicateurs (BE/SCR), performance et temps de calcul	30
4.3	Analyse Comparative et Choix de la Méthode Optimale	30
4.3.1	Synthèse des performances pour chaque méthode candidate	31
4.3.2	Justification du choix de la méthode retenue pour l'analyse de sensibilité	31
5	Analyse de Sensibilité des Indicateurs S2 aux Caractéristiques du Passif	32
5.1	Définition des Scénarios de Sensibilité	33
5.1.1	Création des portefeuilles de test via le générateur	33
5.1.2	Description des chocs sur les variables clés (âge, montant de la PM, etc.)	33
5.1.3	Scénario d'intégration d'un nouveau produit dans le portefeuille	33
5.2	Analyse de l'Impact de l'Agrégation sur la Mesure des Chocs	33
5.2.1	Comparaison des indicateurs S2 sur portefeuilles choqués granulaires et agrégés	34
5.2.2	Analyse de la fidélité de la méthode d'agrégation à retranscrire la sensibilité	34
5.3	Interprétation des Résultats et Validation de l'Approche	34
5.3.1	Validation de la performance de la chaîne de modélisation (Générateur - Agrégation - Modèle ALM)	35
5.3.2	Enseignements sur la sensibilité des portefeuilles aux modifications de caractéristiques du passif	35
6	Conclusion	36
6.1	Résumé des résultats	37
6.1.1	Synthèse des principaux résultats obtenus	37
6.1.2	Impact des méthodes d'agrégation sur les portefeuilles de passifs	37
6.2	Perspectives d'amélioration	37
6.2.1	Axes d'amélioration pour les générateurs de portefeuilles de passifs	38
6.2.2	Évolutions possibles des méthodes d'agrégation et de modélisation ALM	38
6.2.3	Autres domaines d'application des générateurs de portefeuilles de passifs	38
6.3	Conclusion générale	38



Annexes	41
Bibliographie	46



Résumé



Abstract

Remerciements



Synthèse



Synthesis

Introduction

Placement privilégié des épargnants français, l'assurance vie a atteint un encours record de 1 923 milliards d'euros à fin 2023 (France Assureurs), confirmant ainsi son rôle prépondérant dans le patrimoine financier national. Toutefois, ce secteur fait face à une rupture structurelle marquée par la fin du cycle de taux bas et la remontée brutale des taux d'intérêt observée depuis 2022. Le taux de revalorisation moyen des fonds en euros a ainsi atteint 2,6 % pour l'année 2023 (estimation ACPR), créant un paradigme nouveau. Cette mutation rend d'autres produits d'épargne plus attractifs et exerce une pression concurrentielle inédite sur les contrats d'assurance vie, notamment sur les fonds en euros qui subissent une décollecte nette significative (**pas sûr, faudra que je regarde la replay de l'analyse SFCR fait ya pas longtemps**). Pour les assureurs, le défi est de taille : leurs portefeuilles d'actifs, majoritairement constitués d'obligations acquises durant la longue période de taux bas, présentent une forte inertie. Cet héritage obligataire freine leur capacité à servir des rendements compétitifs et place la gestion actif-passif (ALM) au cœur des enjeux stratégiques.

Pour piloter leur bilan, les assureurs s'appuient sur des modèles ALM sophistiqués, essentiels pour simuler l'impact de différentes stratégies dans le cadre réglementaire de Solvabilité II. Cependant, la complexité de ces modèles et la nécessité de réaliser un grand nombre de simulations se heurtent à une contrainte opérationnelle majeure : le temps de calcul. Cette contrainte limite la capacité des assureurs à explorer en profondeur l'ensemble des risques et des opportunités. Face à cette réalité, une question centrale émerge : dans quelle mesure une agrégation des engagements de passif permet-elle de préserver la fidélité des indicateurs de risque tout en optimisant les temps de calcul ? Ce mémoire se propose d'investiguer cette problématique en étudiant l'impact de l'agrégation des portefeuilles de passifs. L'enjeu est de déterminer si une représentation plus grossière du passif peut suffire pour le pilotage stratégique et sous quelles conditions une telle simplification est valide, sans masquer des dynamiques de risque essentielles.

Pour répondre à cette problématique, ce mémoire adoptera une double approche. Premièrement, nous reconnaissons l'hétérogénéité des engagements, qui ont été souscrits dans des contextes de taux variés. Une approche par générations de passifs est donc essentielle pour distinguer les dynamiques propres à chaque cohorte de contrats. Cette démarche de génération de portefeuilles synthétiques est fondamentale pour tester en amont l'attractivité et la résilience de nouvelles offres.

Deuxièmement, l'analyse portera sur les effets de l'agrégation de ces différentes générations de passifs. L'objectif est de comprendre comment les risques se combinent et si des effets de portefeuille permettent une mutualisation. Ce mémoire ne se contentera pas d'analyser l'impact d'une seule méthode d'agrégation ; au contraire, nous testerons et comparerons plusieurs approches. Le critère de sélection de la méthode la plus pertinente reposera sur un triple objectif : minimiser l'écart des indicateurs clés (notamment le Best Estimate et le SCR), optimiser la rapidité des calculs et atteindre le plus haut niveau d'agrégation possible qui garderait une significativité économique pour l'assureur suffisante.

L'axe principal de ce mémoire consistera donc à mener une analyse de sensibilités approfondie sur ces portefeuilles, qu'ils soient granulaires ou agrégés. Notre étude s'appuiera sur des indicateurs quantitatifs clés issus de la norme Solvabilité II, en évaluant notamment l'impact des chocs économiques sur le Best Estimate, le Solvency Capital Requirement (SCR) et la Present Value of Future Profits (PVFP). Ces métriques permettront de mesurer rigoureusement comment l'agrégation modifie la perception du risque et la valeur économique du portefeuille.

Ce mémoire s'articulera en quatre parties distinctes, chacune conçue pour apporter une réponse progres-

sive et rigoureuse à notre problématique.

La **première partie** sera consacrée au cadre conceptuel de notre étude. Nous y détaillerons le contexte réglementaire de Solvabilité II, qui définit les exigences de capital et les métriques de risque, ainsi que les principes fondamentaux de la modélisation actif-passif (ALM). L'avantage de cette section est de fournir au lecteur les clés de compréhension essentielles pour appréhender les enjeux techniques et stratégiques du pilotage d'un bilan assurantiel.

La **deuxième partie** adoptera une approche pratique en se concentrant sur la mise en œuvre de notre environnement de simulation. Nous y décrirons la méthodologie de création des portefeuilles de passifs synthétiques, représentatifs de différentes générations de contrats, ainsi que les outils développés pour leur projection. Cette étape est cruciale car elle garantit la robustesse et la pertinence des analyses qui suivront, en créant un laboratoire d'expérimentation fiable.

La **troisième partie** constituera le cœur méthodologique de ce mémoire. Elle explorera et comparera de manière systématique plusieurs techniques d'agrégation des engagements de passif. L'objectif sera d'identifier les approches les plus prometteuses, en évaluant leur capacité à simplifier la structure du portefeuille sans dénaturer ses caractéristiques fondamentales. Cette analyse comparative permettra de mettre en lumière les forces et faiblesses de chaque méthode.

Enfin, la **quatrième partie** présentera et analysera les résultats de nos simulations. À travers des tests de sensibilité approfondis sur les indicateurs clés (SCR, PVFP), nous quantifierons l'impact de chaque méthode d'agrégation sur la perception du risque et la valeur économique. Cette analyse empirique nous permettra de conclure sur la validité des approches testées et de formuler des recommandations concrètes sur les conditions d'utilisation d'un passif agrégé pour un pilotage ALM à la fois efficace et optimisé.

Chapitre 1

Contexte réglementaire et modélisation en assurance vie

1.1 Les spécificités des produits d'assurance vie épargne

1.1.1 Principes fondamentaux du contrat d'assurance vie

L'assurance vie est une convention par laquelle un assureur, en contrepartie du versement de primes, s'engage à verser un capital ou une rente à la survenance d'un événement incertain lié à la durée de la vie humaine. Cet événement, qui constitue l'aléa au cœur du contrat, peut être le décès de l'assuré avant une date donnée ou, à l'inverse, sa survie jusqu'à cette date. Ce mécanisme repose sur un cycle de production inversé : l'assureur perçoit les primes bien avant de devoir potentiellement régler les prestations, ce qui l'amène à investir ces sommes sur des horizons de temps longs pour honorer ses engagements futurs.



FIGURE 1.1 – Cycle de production inversé en assurance vie (**graphique temporelle**)

La nature de ces engagements répond à des objectifs variés. Les contrats en cas de vie prévoient le versement d'un capital ou d'une rente à une échéance prévue si l'assuré est en vie ; ils sont typiquement utilisés pour se constituer un complément de retraite ou une épargne de précaution. À l'opposé, les contrats en cas de décès garantissent le versement d'un capital ou d'une rente au(x) bénéficiaire(s) désigné(s) au décès de l'assuré, souvent pour protéger des proches ou anticiper des droits de succession. Il existe également des contrats mixtes qui combinent ces deux garanties.

Le fonctionnement de ces contrats repose sur la capitalisation : les primes versées sont investies pour financer la propre couverture future de l'assuré. De par leur nature, ces engagements s'étendent sur de très longues périodes, conférant au passif de l'assureur une durée élevée, souvent supérieure à huit ans notamment pour des questions de fiscalité.

Une caractéristique fondamentale de l'assurance vie française est sa liquidité. L'assuré dispose de la possibilité de récupérer son épargne à tout moment via un rachat, qui peut être partiel ou total. Cette faculté de rachat constitue une option dont la valeur et le risque doivent être finement gérés par l'assureur,

car son exercice a un impact direct sur la duration et les besoins de liquidité du portefeuille. La fiscalité joue un rôle incitatif majeur, les plus-values étant imposées plus lourdement si le rachat intervient avant la huitième année du contrat, encourageant ainsi l'épargne de long terme.

1.1.2 Les principaux supports d'investissement

L'épargne des assurés peut être investie sur deux principaux types de supports aux profils de risque distincts, qui peuvent être combinés au sein de différents types de contrats.

Le **fonds en euros** est le support historique et sécuritaire de l'assurance vie française. Le risque financier y est intégralement porté par l'assureur, qui s'appuie sur une politique d'investissement prudente, majoritairement orientée vers des actifs obligataires. La sécurité de ce support repose sur un ensemble de garanties contractuelles et réglementaires :

- **La garantie du capital** : C'est la garantie la plus fondamentale. L'assureur garantit à tout moment le capital net investi par l'épargnant. Quelle que soit l'évolution des marchés financiers, la somme initialement versée (nette de frais) ne peut pas diminuer.
- **Le taux technique** : Il s'agit d'un taux de revalorisation minimal garanti sur toute la durée du contrat. Fixé à la souscription, il est aujourd'hui très faible, voire nul, en raison des contraintes réglementaires, mais il a joué un rôle important dans les contrats plus anciens.
- **Le Taux Minimum Garanti (TMG)** : Plus courant aujourd'hui que le taux technique, le TMG est un taux de rendement minimal que l'assureur s'engage à verser pour l'année à venir. Il est fixé annuellement et permet à l'assureur d'ajuster sa politique de rendement.
- **L'effet cliquet** : Ce mécanisme assure que les intérêts générés chaque année sont définitivement acquis. Une fois distribués, ils s'ajoutent au capital garanti et produisent à leur tour des intérêts les années suivantes. Il est impossible de revenir sur les revalorisations passées.
- **La Participation aux Bénéfices (PB)** : L'assureur a l'obligation légale de redistribuer aux assurés une partie significative de ses bénéfices financiers et techniques. Cette participation constitue la majeure partie du rendement annuel, au-delà du TMG. Pour lisser les performances, une partie de cette PB peut être mise en réserve dans une *Provision pour Participation aux Bénéfices* (PPB) que nous appellerons *Provision pour Participations aux Excedents* (PPE) dans la suite de ce mémoire. La PPE doit être reversée aux assurés dans un délai de huit ans au maximum.

Les **unités de compte (UC)** offrent une exposition directe aux marchés financiers. Contrairement aux fonds en euros, le risque d'investissement est entièrement porté par l'assuré. L'assureur ne garantit pas la valeur du capital, mais un nombre de parts d'actifs (OPCVM, actions, SCPI, etc.). La valeur de l'épargne fluctue ainsi au gré des marchés, offrant un potentiel de rendement supérieur à long terme, mais exposant également à un risque de perte en capital. Pour l'assureur, ce support est plus simple à gérer car il n'implique pas de garanties financières particulières.

Ces supports sont proposés via deux grandes familles de contrats. Les contrats monosupports permettent

d'investir sur un seul type de fonds (soit en euros, soit en UC). Les contrats multisupports sont les plus répandus, quant à eux, combinent au moins un fonds en euros et plusieurs supports en unités de compte, permettant à l'épargnant de répartir son investissement selon son profil de risque. Dans le cadre de cette étude, le portefeuille analysé se compose de contrats multisupports avec une répartition représentative du marché français, soit approximativement 60% en fonds euros et 40% en unités de compte.

	Ensemble		Euros		Unités de compte ²	
	En Md€	Var.	En Md€	Var.	En Md€	Var.
Cotisations	174,9	+14,7 %	108,6	+19,2 %	66,3	+8,1 %
Prestations	146,4	-3,1 %	113,3	-5,5 %	33,1	+6,4 %
Collecte nette	+28,5	+27,1 Md€	-4,7	+24,1 Md€	+33,2	+3,0 Md€
Encours	+1 985,8	+3,9 %	+1 398,6	+1,4 %	+587,1	+10,3 %
dont provisions mathématiques	+1932,2	+4,4 %	+1345,0	+2,0 %	+587,1	+10,3 %
dont provision pour participation aux bénéfices	+53,6	-11,1 %	+53,6	-11,1 %	n.a.	n.a.

FIGURE 1.2 – Le marché de l'assurance vie en France en 2024 (graphique temporaire)

1.1.3 Contexte économique et enjeux actuels

La gestion de ces produits d'épargne est devenue particulièrement complexe dans l'environnement économique récent. Après une longue période de taux d'intérêt historiquement bas, le secteur de l'assurance a dû s'adapter à un nouveau paradigme marqué par une volatilité accrue et des taux durablement plus élevés.

Cette transition a mis les assureurs en difficulté. Leurs portefeuilles obligataires, constitués en grande partie d'anciennes obligations à faible rendement, présentent une forte inertie. Face à ce stock historique, il leur est difficile de générer des rendements suffisants pour offrir des taux de revalorisation attractifs sur les fonds en euros, capables de concurrencer les nouveaux produits de marché. Cet enjeu de compétitivité, couplé aux exigences de rentabilité et de solvabilité, place la gestion actif-passif au cœur des problématiques actuelles, justifiant pleinement l'introduction du cadre réglementaire qui suit.

1.2 Le cadre prudentiel Solvabilité II

Entrée en vigueur le 1er janvier 2016, la directive Solvabilité II constitue la norme prudentielle européenne pour la quasi-totalité des assureurs et réassureurs de l'Union Européenne. Son objectif principal est d'harmoniser les pratiques du secteur, d'assurer une protection optimale des assurés et de garantir que les compagnies puissent honorer leurs engagements en toutes circonstances. Pour ce faire, elle instaure une approche économique et prospective, fondée sur une évaluation fine des risques et structurée en trois piliers interdépendants.

1.2.1 L'approche stochastique et la valorisation économique

Un des fondements de Solvabilité II est sa méthode de valorisation des engagements. Pour comprendre la rupture introduite par la norme, il est essentiel de distinguer deux approches complémentaires : déterministe et stochastique.

- **L'approche déterministe** est un outil de pilotage. Elle repose sur une projection unique des variables économiques (courbe des taux, performance des actions, etc.). Bien qu'insuffisante pour la valorisation prudentielle, elle demeure un outil fondamental pour l'assureur. Sa simplicité en fait un instrument privilégié pour l'élaboration du *business plan*, la définition des budgets et la communication d'un scénario central. Elle permet également de réaliser des analyses de sensibilité claires et interprétables. Sa limite principale est son incapacité à valoriser les risques asymétriques.
- **L'approche stochastique** est un outil de valorisation. Pour pallier la limite précédente, cette approche explore un grand nombre de futurs possibles. Elle s'appuie sur un **Générateur de Scénarios Économiques (GSE)** dont je parlerai plus pleinement dans la fin de ce chapitre. Cet outil sert à produire des ensembles de simulations cohérentes (1000 dans le cadre de cette étude). La valeur d'un indicateur est alors obtenue en calculant la moyenne des résultats sur l'ensemble de ces scénarios, une méthode dite de Monte-Carlo. Cette exploration de multiples futurs est indispensable pour quantifier le coût réel des garanties optionnelles (Taux Minimum Garanti, options de rachat, etc.), qui se matérialise principalement dans les scénarios extrêmes.

La différence de valeur entre le résultat de ces deux approches est capturée par le concept de **TVOG** (*Time Value of Options and Guarantees*). En imposant une approche stochastique, Solvabilité II assure une valorisation *market-consistent*, ou "en juste valeur", des engagements complexes, reflétant le coût réel des options et garanties embarquées dans les contrats.

1.2.2 Le Pilier 1 : Exigences quantitatives

Le Pilier 1 définit les règles de calcul des provisions techniques et du capital de solvabilité. Il introduit la notion de Bilan Prudentiel, une vision économique du bilan comptable où les actifs et les passifs sont évalués de manière cohérente avec leur valeur de marché.

1.2.2.1 Le Bilan Prudentiel Solvabilité II

Le bilan prudentiel se structure de la manière suivante :

- **Les Actifs**, qui sont comptabilisés à leur **Valeur de Marché (VM)**.
- **Les Provisions Techniques**, qui représentent la valeur des engagements de l'assureur envers ses assurés. Elles se décomposent en deux parties : le *Best Estimate* et la Marge de Risque.
- **Les Fonds Propres Prudentiels**, aussi appelés **NAV (*Net Asset Value*)**, qui constituent la richesse de l'assureur. Ils sont définis par la différence entre la valeur des actifs et celle des engagements : $NAV = VM_{Actifs} - (BE + RM)$.

1.2.2.2 Les Provisions Techniques (BE et RM)

Le **Best Estimate (BE)**, ou *Best Estimate Liability* (BEL), représente la meilleure estimation de la valeur actuelle des flux de trésorerie futurs liés aux engagements d'assurance. Son calcul est réalisé sur un horizon de temps long (40-60 ans) dans l'hypothèse d'un portefeuille en extinction (*run-off*), c'est-à-dire sans l'ajout de nouveaux contrats. Il est obtenu par la moyenne des flux actualisés sur un grand nombre de simulations économiques stochastiques en univers risque neutre :

$$BEL = \mathbb{E}^Q \left[\sum_{j=1}^T CF(j) \cdot e^{-\int_0^j r(s)ds} \right] \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^T \frac{CF_i(j)}{(1 + r_{i,j})^j} \quad (1.1)$$

Où N est le nombre de simulations, T l'horizon de projection, $CF_i(j)$ le flux de trésorerie net de l'année j pour la simulation i , et $r_{i,j}$ le taux d'actualisation sans risque pertinent. Le BE se subdivise en *Best Estimate Garanti* (BEG) pour les engagements contractuels minimaux et en *Future Discretionary Benefits* (FDB) pour la part de participation aux bénéfices future et discrétionnaire.

La **Marge de Risque (Risk Margin - RM)** s'ajoute au Best Estimate. Elle correspond au coût qu'un autre assureur exigerait pour reprendre le portefeuille de passif, rémunérant ainsi l'immobilisation du capital nécessaire pour couvrir les risques non-financiers jusqu'à leur extinction. Elle est calculée selon une approche "Coût du Capital" (*Cost of Capital* - CoC) :

$$RM = CoC_{rate} \times \sum_{j=0}^T \frac{SCR_{non-fi}(j)}{(1 + r_{j+1})^{j+1}} \quad (1.2)$$

Où CoC_{rate} est le coût du capital (fixé à 6%), et $SCR_{non-fi}(j)$ est la part du SCR couvrant les risques non-financiers à l'année j .

BILAN ECONOMIQUE SOUS SOLVABILITE II		
Actifs	Fonds propres	Capital excédentaire
		SCR
		MCR
	Provisions techniques	Risk Margin
		Best Estimate

FIGURE 1.3 – Bilan économique sous Solvabilité II

1.2.2.3 Les Exigences de Capital (SCR et MCR)

Solvabilité II définit deux niveaux d'exigence de capital.

Le **Solvency Capital Requirement (SCR)** est le montant de fonds propres nécessaire pour faire face à une perte inattendue et sévère, calibré pour correspondre à une **Value-at-Risk (VaR)** à **99,5%** à un horizon d'un an. En cas de non-respect, l'assureur fait l'objet d'un suivi renforcé par le régulateur (l'ACPR en France). En formule standard, son calcul suit une approche modulaire. Pour un risque élémentaire x , le SCR est la perte de NAV résultant d'un choc calibré :

$$SCR_x = NAV_{\text{central}} - NAV_{\text{choc}} \quad (1.3)$$

Pour les risques de passif purs (mortalité, rachat), la formule se simplifie en une variation de Best Estimate ($SCR_{\text{passif}} = \Delta BE$). Les SCR des risques élémentaires sont ensuite agrégés à l'aide de matrices de corrélation pour former le SCR final.

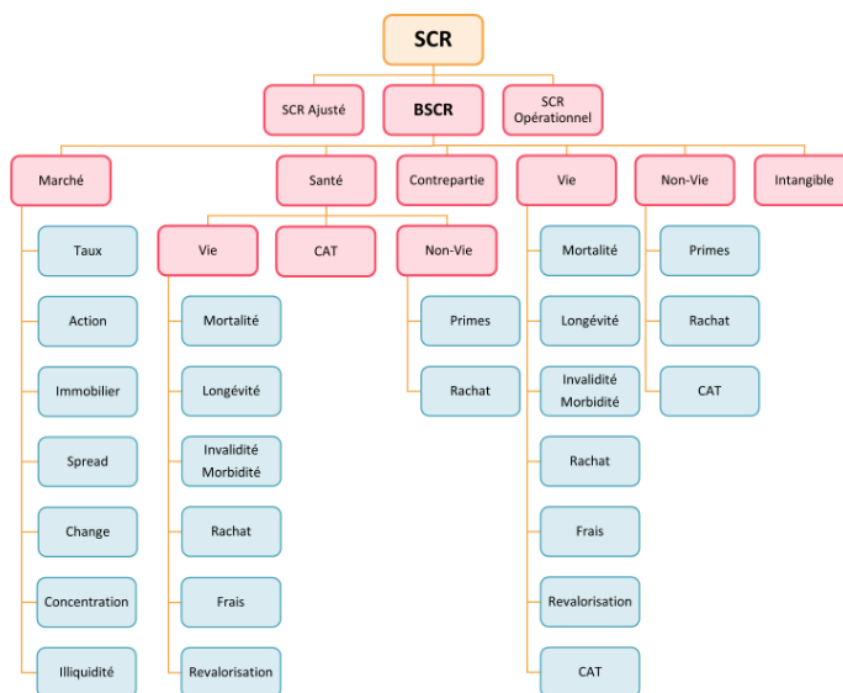


FIGURE 1.4 – Schéma des modules et sous-modules du SCR en Formule Standard

Le **Minimum Capital Requirement (MCR)** est le seuil minimal absolu de fonds propres. Si la NAV de l'assureur tombe en dessous de ce seuil, son agrément peut lui être retiré. Le MCR agit comme un dernier filet de sécurité.

1.2.3 Le Pilier 2 : Exigences qualitatives et gouvernance

Ce pilier se concentre sur la supervision, la gestion des risques et la gouvernance interne. Il impose aux assureurs de mettre en place un **système de gouvernance** sain, prudent et proportionné. Cela inclut une structure organisationnelle transparente, des politiques écrites claires, et un système de contrôle interne robuste. La direction doit être assurée par au moins deux dirigeants effectifs (**principe des 4 yeux**) qui doivent répondre à des exigences de compétence et d'honorabilité (*fit and proper*).

Ce système s'articule autour de quatre **fonctions clés** indépendantes : la fonction actuarielle, la gestion des risques, l'audit interne et la conformité.

L'élément central du Pilier 2 est l'**ORSA** (*Own Risk and Solvency Assessment*). Il s'agit d'un processus interne par lequel l'assureur évalue, sur un horizon de 3 à 5 ans, l'adéquation entre son profil de risque spécifique, ses limites de tolérance et ses besoins globaux en solvabilité. C'est un outil de pilotage stratégique qui permet d'aller au-delà des hypothèses standards pour refléter la stratégie propre de l'entreprise.

1.2.4 Le Pilier 3 : Exigences de reporting et transparence

Le Pilier 3 vise à assurer la transparence et l'harmonisation de l'information financière à destination du public et des autorités de contrôle. Il définit les rapports et leur fréquence de production (annuelle et trimestrielle).

Les documents clés incluent :

- Le **SFCR** (*Solvency and Financial Condition Report*) : un rapport public annuel sur la solvabilité et la situation financière. Ils ont été particulièrement utiles dans ce mémoire pour illustrer la situation financière des assureurs et avoir des données cohérentes.
- Le **RSR** (*Regular Supervisory Report*) : un rapport narratif détaillé et confidentiel, à destination du superviseur.
- Le **QRT** (*Quantitative Reporting Templates*) : des rapports quantitatifs standardisés remis périodiquement.
- Les **ENS** (*États Nationaux Spécifiques*) : des rapports additionnels demandés par le régulateur local.
- Le **rapport ORSA** : le document confidentiel issu du processus ORSA du Pilier 2.

1.3 Les Générateurs de Scénarios Économiques (GSE)

Le Générateur de Scénarios Économiques (GSE) est un outil mathématique central dans la modélisation stochastique. Il a pour fonction de simuler de multiples trajectoires futures pour les principales variables financières (taux d'intérêt, performance des actions, inflation, etc.). La qualité des projections ALM dépendant directement de la robustesse du GSE, il est nécessaire de distinguer deux cadres de modélisation qui coexistent.

Bien que ces deux univers soient complémentaires, la réglementation Solvabilité II assigne à chacun un rôle très précis pour le calcul des différents indicateurs prudentiels. Le tableau suivant synthétise cette répartition des tâches.

TABLE 1.1 – Répartition des calculs Solvabilité II par univers de projection

Univers Risque Neutre (Q)	Univers Monde Réel (P)
Indicateurs du Pilier 1 : <ul style="list-style-type: none"> — Best Estimate Liability (BEL) — Marge de Risque (RM) — Solvency Capital Requirement (SCR) — Bilan Prudentiel et NAV 	Exercices du Pilier 2 : <ul style="list-style-type: none"> — ORSA (Own Risk and Solvency Assessment) — Business Plan et planification stratégique — Test de la pérennité du modèle
Finalité : Valorisation <i>Market-Consistent</i> à un instant t.	Finalité : Pilotage stratégique et prospectif.

La distinction entre ces deux approches est donc fondamentale : l'une sert à valoriser, l'autre à piloter. Les sections suivantes détaillent les modèles mathématiques sous-jacents à chaque univers.

1.3.1 L'univers Risque Neutre (Q) : un cadre pour la valorisation

L'univers **Risque Neutre (Q)** est un cadre de valorisation théorique, requis par Solvabilité II pour les calculs *market-consistent*. Son objectif n'est pas de prédire l'évolution réelle des marchés, mais de calculer la valeur « juste » d'un actif ou d'un passif à la date de calcul, en se fondant sur les prix de marché observés. Dans cet univers, on postule que tous les investisseurs sont indifférents au risque, ce qui implique que le rendement espéré de n'importe quel actif est égal au taux d'intérêt sans risque. Cette construction, fondée sur l'absence d'opportunité d'arbitrage, est indispensable pour valoriser de manière cohérente les options et garanties complexes des contrats d'assurance. La valeur V_0 d'un flux de trésorerie futur CF_T est alors son espérance mathématique sous cette probabilité risque neutre, actualisée au taux sans risque $r(s)$:

$$V_0 = \mathbb{E}^Q \left[CF_T \cdot e^{-\int_0^T r(s) ds} \right] \quad (1.4)$$

Cet univers constitue le fondement du Pilier 1 de Solvabilité II, utilisé pour le calcul du Best Estimate Liability (BEL) et du Solvency Capital Requirement (SCR).

1.3.1.1 Modélisation des taux d'intérêt : le modèle de Hull & White

Pour les taux d'intérêt, le modèle de **Hull & White à un facteur** est une référence dans le cadre réglementaire. Son principal avantage est sa capacité à se calibrer parfaitement à la courbe des taux sans risque initiale, telle que fournie par l'EIOPA.

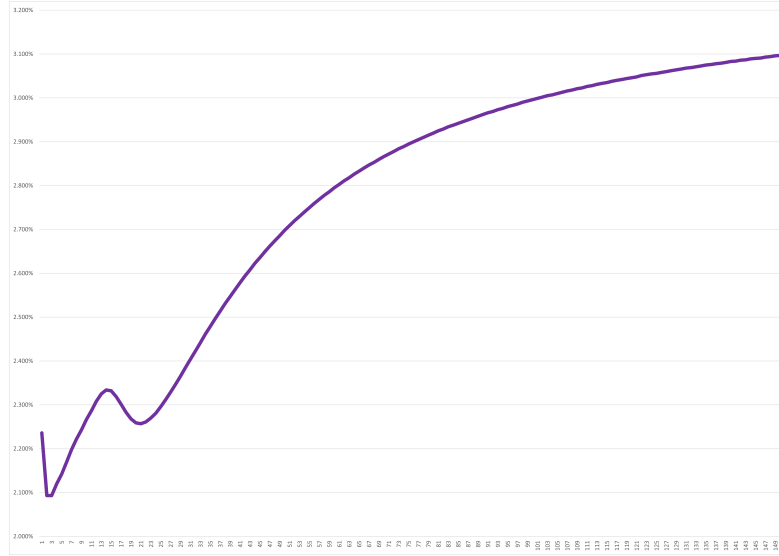


FIGURE 1.5 – Courbe des taux sans risque sans *Volatility Adjustment* au 31/12/2024 publiée par l'EIOPA

Cette flexibilité est obtenue grâce à un paramètre de retour à la moyenne $\theta(t)$ qui dépend du temps. Son équation différentielle stochastique (EDS) s'écrit :

$$dr_t = (\theta(t) - ar_t)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{Q}} \quad (1.5)$$

où r_t est le taux d'intérêt court, a la vitesse de retour à la moyenne, σ la volatilité et $W_t^{\mathbb{Q}}$ un mouvement brownien sous la mesure risque neutre. Pour des raisons de calcul, nous utilisons la solution discrète de cette EDS :

$$r_{t+h} = r_t e^{-ah} + \theta(t+h) - \theta(t)e^{-ah} + \sigma \sqrt{\frac{1 - e^{-2ah}}{2a}} Z \quad (1.6)$$

1.3.1.2 Modélisation des actions et de l'immobilier : le modèle de Black & Scholes

Pour les actifs risqués comme les actions ou l'immobilier, le modèle de **Black & Scholes** est couramment utilisé. Conformément à la logique risque neutre, le rendement espéré (la dérive du processus) est le taux sans risque r_t . L'EDS du prix de l'actif S_t est :

$$dS_t = r_t S_t dt + \sigma S_t dW_t^{\mathbb{Q}} \quad (1.7)$$

où S_t est le prix de l'actif, r_t le taux sans risque et σ la volatilité de l'actif. La solution de cette EDS est donnée par :

$$S_t = S_0 \exp \left(\int_0^t \left(r_s - \frac{\sigma^2}{2} \right) ds + \int_0^t \sigma dW_s^{\mathbb{Q}} \right) \quad (1.8)$$

En pratique, on utilise sa solution discrétisée pour simuler les trajectoires de prix sur un pas de temps h :

$$S_{t+h} = S_t \exp \left(\left(r_t - \frac{\sigma^2}{2} \right) h + \sigma \sqrt{h} Z \right) \quad (1.9)$$

où Z est une variable aléatoire suivant une loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$.

1.3.2 L'univers Monde Réel (\mathbb{P}) : un outil de pilotage stratégique

À l'inverse, l'**univers Monde Réel** (\mathbb{P}) vise à générer des scénarios réalistes pour refléter une évolution plausible des marchés. Son objectif est la projection et la planification stratégique, notamment pour l'exercice ORSA (Pilier 2) ou l'optimisation de l'allocation d'actifs. La différence fondamentale avec l'univers risque neutre réside dans l'introduction d'une prime de risque pour rémunérer la volatilité supportée par les investisseurs. Le rendement espéré d'un actif risqué est donc supérieur au taux sans risque :

$$\mathbb{E}^{\mathbb{P}}[\text{Rendement de l'actif}] = \text{Taux sans risque} + \text{Prime de risque} \quad (1.10)$$

Cette prime est calibrée à partir d'analyses prospectives, de données historiques et de d'avis d'expert sur le marché.

1.3.2.1 Modélisation des taux d'intérêt : le modèle de Vasicek

Dans l'univers monde réel, le modèle de **Vasicek** est souvent préféré pour sa parcimonie et son interprétation économique. Il modélise un retour des taux courts r_t vers une moyenne de long terme constante b , ce qui correspond à une vision économique plus stable. Son EDS est :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{P}} \quad (1.11)$$

où a est la vitesse de retour à la moyenne, b la moyenne de long terme du taux, σ sa volatilité et $W_t^{\mathbb{P}}$ un mouvement brownien sous la mesure monde réel. La solution de cette EDS est :

$$r_t = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma \int_0^t e^{-a(t-s)} dW_s^{\mathbb{P}} \quad (1.12)$$

Pour calibrer ces modèles, les données choisies en entrée sont typiquement des séries temporelles historiques : Euribor 3 mois pour les taux courts, l'indice des OAT 10 ans pour les taux longs, les cotations de l'IEIF pour l'immobilier et l'EuroStoxx pour les actions.

1.3.2.2 Modélisation des actions et de l'immobilier : le modèle de Black & Scholes avec prime de risque

Le modèle de Black & Scholes est également utilisé, mais sa dérive est modifiée pour inclure la prime de risque. Le rendement espéré μ est désormais une constante supérieure au taux sans risque moyen : $\mu > r$. L'EDS devient :

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t^{\mathbb{P}} \quad (1.13)$$

La solution de cette EDS est le fameux mouvement brownien géométrique :

$$S_t = S_0 \exp \left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma W_t^{\mathbb{P}} \right) \quad (1.14)$$

1.3.3 Synthèse des deux univers

Le tableau suivant résume les caractéristiques et les usages des deux univers de projection. Si l'univers risque neutre \mathbb{Q} répond à la question « *Combien vaut cet engagement aujourd'hui ?* », l'univers monde réel \mathbb{P} répond à « *Quelle sera ma situation financière demain ?* ».

TABLE 1.2 – Synthèse comparative des univers de projection

Critère	Univers Risque Neutre (\mathbb{Q})	Univers Monde Réel (\mathbb{P})
Objectif	Valorisation <i>Market-Consistent</i> (Pilier 1 : BEL, SCR). Calculer une valeur juste à $t = 0$.	Projection stratégique (Pilier 2 : ORSA, Business Plan). Simuler des futurs plausibles.
Rendement Espéré (Actifs risqués)	Taux sans risque (r_t). Aucune prime de risque.	Taux sans risque + Prime de risque ($\mu = r + \text{prime}$).
Modèle de Taux Typique	Hull & White . Flexible, calibré à la courbe des taux initiale.	Vasicek . Économique, retour à une moyenne de long terme.
Calibration	Calibré sur les prix des instruments financiers actuels (courbe des taux, volatilités implicites).	Calibré sur des données historiques et des anticipations d'experts (primes de risque).

Pour la suite de ce mémoire, je vais me concentrer sur l'univers risque neutre \mathbb{Q} , car il est le plus pertinent pour les calculs prudentiels et la gestion Actif-Passif dans le cadre de Solvabilité II.

1.4 La représentation du passif : le concept de *Model Point*

1.4.1 La nécessité de l'agrégation

Les portefeuilles d'assurance vie comptent souvent des centaines de milliers, voire des millions de polices. Une modélisation "police à police" est techniquement possible mais informatiquement irréalisable pour des calculs stochastiques complexes comme ceux requis par les modèles ALM. La charge de calcul deviendrait prohibitive. La simplification du portefeuille de passif n'est donc pas un choix, mais une contrainte opérationnelle fondamentale.

La réponse standard à cette contrainte est la création de *Model Points* (MP). Un MP est un contrat synthétique représentant un agrégat de polices partageant des caractéristiques homogènes. L'objectif est de réduire drastiquement le volume de données à traiter tout en préservant les propriétés actuarielles et financières essentielles du portefeuille complet. La qualité de la représentation dépend directement de la pertinence des critères de regroupement (caractéristiques du produit, de l'assuré, du contrat), souvent optimisés par des techniques de classification statistique (*clustering*).

1.4.2 Les impacts de l'agrégation en MP sur les indicateurs S2

L'utilisation des *Model Points* constitue la méthode standard pour agréger le passif et rendre les modèles ALM opérationnels. Cependant, la manière dont ces groupes de contrats sont formés à partir des polices individuelles a un impact direct et significatif sur la valorisation des indicateurs réglementaires et leur sensibilité aux chocs.

La problématique centrale de ce mémoire est donc d'optimiser cette étape fondamentale de l'agrégation. En partant du portefeuille granulaire "police à police", nous cherchons à définir, comparer et tester différentes méthodes de regroupement pour créer des *Model Points*. L'objectif est de construire une méthodologie de simplification optimale, c'est-à-dire celle qui minimise l'erreur d'agrégation tout en garantissant la plus grande stabilité des indicateurs Solvabilité II (SCR, Marge de Risque, NAV) lors du calcul des différentes sensibilités. Cette section introductive pose donc les fondations de notre analyse : la simplification étant une nécessité, comment s'assurer que la méthode de regroupement choisie est la plus fidèle et la plus robuste possible ?

Chapitre 2

Construction d'un Générateur de Portefeuilles de Passifs Réaliste

2.1 Objectifs Stratégiques et Contraintes Techniques

La capacité à tester la robustesse des modèles et la pertinence des analyses de sensibilité repose sur un prérequis fondamental : la disponibilité de données de passif variées et réalistes. Pour un cabinet de conseil, où l'accès aux portefeuilles des clients n'est pas systématique, la faculté de générer des portefeuilles synthétiques, mais représentatifs du marché, constitue un atout stratégique majeur. C'est dans ce contexte qu'un générateur de portefeuilles de passifs a été conçu et développé dans le cadre de ce mémoire.

Ce chapitre a pour vocation de présenter cet outil essentiel. Nous détaillerons les besoins stratégiques et analytiques auxquels il répond, la méthodologie de génération retenue, les contraintes techniques rencontrées et les données qui ont été utilisées pour rendre le portefeuille le plus réaliste possible.

2.1.1 Définition du générateur de portefeuilles de passifs

Un générateur de portefeuille de passifs est un outil logiciel conçu pour créer, de manière algorithmique, des ensembles de données synthétiques qui imitent avec réalisme des portefeuilles de contrats d'assurance-vie. Plutôt que de s'appuyer sur des données réelles, souvent confidentielles ou indisponibles, cet outil simule les caractéristiques fondamentales des assurés (âge, sexe, etc.) et de leurs contrats (type de produit, montant de la provision mathématique, date de souscription, etc.).

L'objectif n'est pas de produire des données aléatoires, mais de générer un portefeuille dont les propriétés statistiques — distributions, corrélations, tendances — sont indiscernables de celles d'un portefeuille réel. Il s'agit d'une brique essentielle pour l'analyse quantitative en actuariat, permettant de surmonter les contraintes d'accès aux données. Le développement d'un tel outil s'est imposé comme une nécessité pour plusieurs raisons stratégiques et analytiques, tant pour un cabinet de conseil, qui peut ainsi tester ses modèles sans données client, que pour un organisme d'assurance souhaitant explorer des scénarios prospectifs et évaluer l'impact de nouvelles offres.

2.1.2 Besoins métiers : simulation de nouveaux produits et analyse concurrentielle

Pour un acteur du secteur de l'assurance, qu'il s'agisse d'un assureur ou d'un cabinet de conseil, la capacité à modéliser et à anticiper les dynamiques de marché est un avantage concurrentiel décisif. Le générateur de portefeuilles de passifs répond directement à ce besoin en fournissant un support quantitatif pour la prise de décision stratégique, notamment dans trois domaines clés : le lancement de nouveaux produits, l'orientation du *business mix* et l'analyse concurrentielle.

Premièrement, le lancement d'un nouveau produit d'assurance-vie représente un investissement et un risque significatifs. Avant toute commercialisation, il est impératif d'en évaluer rigoureusement les impacts sur le profil de risque et la rentabilité de l'entreprise. Le générateur offre un véritable laboratoire virtuel pour ce faire. En simulant l'intégration de milliers de polices conformes aux caractéristiques du nouveau produit (garanties, frais, options), il permet de projeter leur comportement dans le temps. Il devient alors

possible d'analyser leur effet sur les indicateurs prudentiels de Solvabilité II, tels que le *Best Estimate* (BE) et le besoin en capital (*Solvency Capital Requirement* - SCR), mais aussi d'évaluer leur sensibilité à divers chocs de marché (hausse des taux, krach boursier) ou de comportement (vagues de rachats). Cet outil permet ainsi de tester, d'ajuster et d'optimiser les caractéristiques d'un produit pour atteindre le couple rendement/risque désiré avant même sa mise sur le marché.

Deuxièmement, le générateur est un outil précieux pour piloter la stratégie à long terme de l'entreprise. La direction peut être amenée à vouloir faire évoluer son *business mix*, c'est-à-dire la répartition de son portefeuille entre différents types de produits (fonds en euros, unités de compte, prévoyance...). Par exemple, dans un contexte de taux bas persistants, un assureur pourrait vouloir accélérer sa transition vers les produits en unités de compte. Le générateur permet de quantifier les implications d'une telle stratégie. En simulant des portefeuilles futurs correspondant à ces nouvelles orientations commerciales, la direction peut visualiser les conséquences sur le bilan, la rentabilité prévisionnelle, mais aussi sur la consommation de capital et l'exposition aux risques. Ces simulations éclairent les décisions stratégiques et s'intègrent naturellement dans des exercices prospectifs comme l'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*).

Enfin, la capacité à se positionner par rapport à ses concurrents est fondamentale. Faute d'accès aux portefeuilles détaillés des autres acteurs, un assureur doit s'appuyer sur des reconstitutions. En se basant sur des données publiques (rapports annuels, publications réglementaires comme les SFCR) ou des statistiques sectorielles, le générateur peut créer un portefeuille "moyen" représentatif du marché, ou simuler le portefeuille probable d'un concurrent spécifique. Ces portefeuilles synthétiques deviennent alors une base solide pour des analyses comparatives (*benchmarking*). Ils permettent non seulement d'évaluer la performance relative, mais aussi de comparer les profils de risque, d'anticiper les stratégies concurrentes et d'identifier les meilleures pratiques du marché. Il convient toutefois de souligner les limites d'une telle démarche. Une analyse ALM complète et réaliste d'un concurrent ne peut se contenter de la seule modélisation du passif. Elle exigerait également de simuler son portefeuille d'actifs et de disposer d'informations précises sur ses ressources financières et ses fonds propres. Or, ces données, qui relèvent du secret des affaires, sont rarement publiques. Par conséquent, l'analyse comparative reste nécessairement partielle, se concentrant sur les caractéristiques intrinsèques du portefeuille de passifs reconstitué.

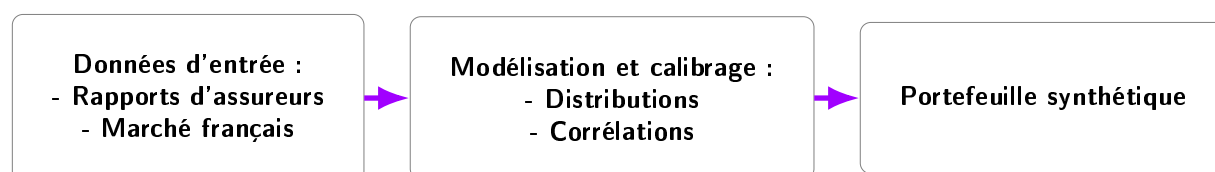


FIGURE 2.1 – Schéma de la méthodologie de génération d'un portefeuille de passifs synthétique.

2.1.3 Défis de la modélisation : réalisme, volumétrie et flexibilité

La conception et la mise en œuvre d'un générateur de portefeuilles de passifs efficace soulèvent trois défis majeurs et interdépendants : le réalisme des données générées, la gestion de la volumétrie et la flexibilité de l'outil.

Le premier défi, et le plus fondamental, est celui du réalisme. Il ne s'agit pas de produire des données aléatoires, mais de créer un portefeuille synthétique dont les propriétés statistiques sont indiscernables de celles d'un portefeuille réel. Cela implique non seulement de reproduire fidèlement les distributions de chaque caractéristique individuelle (âge, montant, etc.), mais aussi, et surtout, de capturer les corrélations complexes qui les lient. Par exemple, l'âge d'un assuré est souvent corrélé au type de produit souscrit et au montant de sa provision mathématique. Ignorer ces dépendances conduirait à un portefeuille incohérent, dont le comportement sous différents scénarios de risque serait erroné, invalidant ainsi les analyses prudentielles ou stratégiques qui en découlent.

Le deuxième défi est celui de la volumétrie. Les portefeuilles d'assurance-vie des grands acteurs du marché se comptent en centaines de milliers, voire en millions de contrats. Le générateur doit être capable de produire des ensembles de données de cette ampleur de manière performante, c'est-à-dire dans un temps de calcul raisonnable et sans consommer une quantité prohibitive de ressources mémoire. Cette contrainte de performance est d'autant plus forte que la gestion des corrélations, nécessaire au réalisme du portefeuille, ajoute une complexité de calcul significative. En effet, la modélisation des dépendances entre variables (par exemple, via des méthodes comme les copules) est intrinsèquement plus coûteuse en ressources que la simple génération de variables indépendantes. Il faut donc trouver un équilibre entre la sophistication statistique et la performance, ce qui a des implications directes sur les choix technologiques et algorithmiques, écartant les solutions naïves au profit d'approches optimisées pour le traitement de données massives.

Enfin, le troisième défi est la flexibilité. Un générateur ne serait que d'une utilité limitée s'il ne produisait qu'un seul type de portefeuille statique. Pour répondre aux besoins métiers variés, l'outil doit être hautement paramétrable. L'utilisateur doit pouvoir ajuster finement les caractéristiques du portefeuille à générer : définir les spécificités d'un nouveau produit, modifier les distributions statistiques pour simuler un segment de marché différent, ou encore changer les lois de comportement (rachat, mortalité) pour tester de nouvelles hypothèses. Cette flexibilité est la clé qui transforme le générateur en un véritable laboratoire d'expérimentation pour les actuaires et les stratèges.

2.2 Méthodologie de Génération et Modélisation Statistique

La méthodologie de génération du portefeuille de passifs synthétique est au cœur de notre démarche. Elle vise à construire un ensemble de contrats d'assurance dont les propriétés statistiques sont entièrement maîtrisées, en s'appuyant sur une approche stochastique. Le principe fondamental consiste à modéliser chaque caractéristique d'un contrat (âge de l'assuré, montant de la provision, etc.) comme une variable aléatoire tirée d'une loi de probabilité calibrée sur des données de marché.

2.2.1 Approche stochastique par lois de probabilité

Le cœur du générateur de passifs repose sur la modélisation de chaque attribut d'un contrat d'assurance via une loi de probabilité spécifique. Ce processus permet de créer une population de polices hétérogène et réaliste, dont la diversité est essentielle pour une simulation ALM pertinente. La génération s'effectue en deux temps : d'abord, la définition de "produits types" ou archétypes, puis la génération des contrats individuels à partir de ces archétypes. **Le concept d'"archétypes" est intéressant mais trop vague. Il faut le définir précisément. Combien d'archétypes ont été créés ? Sur quelle base (par exemple, "fonds en euros sécuritaire", "mixte dynamique", "pur Unités de Compte") ? Fournir un tableau récapitulatif de ces archétypes et de leurs caractéristiques principales serait un excellent ajout.**

Les caractéristiques de ces profils (par exemple, les fourchettes de Taux Minimum Garanti (TMG), les montants moyens de provision mathématique) sont elles-mêmes générées aléatoirement à l'aide de lois uniformes, discrètes ou continues. Cette première étape permet de fixer les méta-paramètres (tels que la moyenne μ , l'écart-type σ , ou les bornes $[min, max]$) qui régiront la génération fine des contrats. **Il y a ici une source de confusion. Les paramètres des archétypes sont-ils eux-mêmes tirés aléatoirement ? Si oui, pourquoi ? Cela ajoute un niveau de stochasticité qui doit être justifié. Ou bien sont-ils fixés par des hypothèses expertes pour définir chaque archétype ? Clarifiez cette étape. Si les paramètres sont fixes pour un archétype donné, reformulez pour dire "Les paramètres définissant chaque archétype (fourchettes de TMG, etc.) sont déterminés en amont..."**

Chaque contrat individuel est ensuite instancié en tirant ses variables selon des lois de probabilité spécifiques, reflétant la nature de la caractéristique modélisée :

- **Nombre de polices par agrégat** : Modélisé par une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$, tronquée pour assurer une valeur minimale de 1. **Pourquoi une loi de Poisson ? C'est un choix classique pour des événements de comptage, mais il faut le justifier. Est-ce parce que vous supposez un grand nombre de clients potentiels avec une faible probabilité individuelle de souscrire à cet agrégat ? Comment le paramètre lambda est-il calibré ? De plus, la "troncature à 1" doit être explicitée mathématiquement. S'agit-il d'une loi "Zero-Truncated Poisson" ? Donnez la fonction de masse de la loi que vous utilisez réellement.**

- **Sexe de l'assuré** : Modélisé par une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$, où p représente la proportion d'hommes définie dans les spécifications du produit. **C'est un choix standard et logique. Précisez simplement d'où vient le paramètre p . Est-il tiré des données de marché, des statistiques nationales (INSEE), ou d'une hypothèse propre au produit cible ?**
- **Montants des provisions (fonds euros et UC)** : Tirés selon une loi Normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, dont les paramètres sont issus des spécifications. Les valeurs générées sont ensuite tronquées pour rester dans des bornes prédéfinies, afin d'éviter les valeurs aberrantes. **Le choix de la loi Normale pour des montants monétaires est très discutable car elle est symétrique et a un support infini (y compris négatif). Une loi Lognormale ou Gamma est souvent plus appropriée car elle est définie sur \mathbb{R}_+ et possède une asymétrie à droite, ce qui est typique des distributions de richesse. Justifiez ce choix : Avez-vous réalisé des tests d'ajustement (goodness-of-fit) sur des données réelles qui valident l'hypothèse de normalité ? (Ex : tests de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling). Détaillez la troncature : Quelles sont les bornes $[\min, \max]$? Comment ont-elles été choisies ? La double troncature modifie la moyenne et la variance de la distribution. Avez-vous tenu compte de ce changement pour que les moments empiriques de l'échantillon final correspondent bien aux μ et σ cibles ?**
- **Allocation d'actifs cible** : Les poids cibles pour chaque classe d'actifs (actions, immobilier, etc.) sont également générés suivant des lois Normales. Un mécanisme de normalisation est ensuite appliqué pour garantir que la somme des allocations $\sum_i \omega_i$ pour un contrat donné est égale à 1. **Même critique que pour les provisions. De plus, la normalisation post-tirage est une "astuce" qui détruit la nature des lois marginales initiales. Une approche plus rigoureuse serait de modéliser les allocations via une loi de Dirichlet, qui est spécifiquement conçue pour générer des vecteurs de nombres positifs dont la somme est égale à 1. Mentionner cette alternative (et justifier pourquoi vous ne l'avez pas utilisée, par exemple par simplicité) renforcerait la qualité de votre analyse.**
- **Date d'effet du contrat** : Générée par une loi Uniforme continue sur un intervalle de temps $[T_{\text{début}}, T_{\text{fin}}]$. **C'est un choix simple et souvent acceptable. Justifiez-le brièvement. Est-ce que l'hypothèse qu'un contrat a autant de chances d'être souscrit au début qu'à la fin de la période est réaliste pour le portefeuille que vous modélisez ? Parfois, une loi Beta ou Triangulaire peut mieux modéliser des pics de souscription.**

2.2.2 Calibration des distributions marginales à partir des données de marché

L'approche stochastique adoptée n'est pas purement aléatoire ; elle est rigoureusement calibrée pour refléter une réalité de marché ou un portefeuille cible. La calibration des distributions marginales de chaque variable est assurée principalement via un ensemble de spécifications qui définissent les paramètres des lois de probabilité. Ces spécifications peuvent être obtenues de deux manières complémentaires :

1. **Calibration par hypothèses expertes :** Les paramètres des lois (moyennes, écarts-types, bornes) sont définis sur la base d'hypothèses actuarielles et économiques. Cette méthode est utilisée pour explorer des scénarios de marché spécifiques ou pour concevoir des produits cibles. **Complètement bullshit**
2. **Calibration directe sur données réelles :** Les spécifications peuvent être issues d'une analyse statistique d'un portefeuille existant. Les paramètres des lois sont alors les estimateurs directs des moments empiriques (moyenne, variance) observés sur les données, garantissant que le portefeuille synthétique réplique fidèlement la structure du portefeuille réel. **: C'est le point le plus faible de la section. C'est une affirmation qui manque cruellement de détails techniques. LA SOURCE DE DONNÉES :** C'est une omission majeure. Vous devez décrire précisément le jeu de données utilisé. Est-ce un portefeuille réel anonymisé ? Sa taille (nombre de polices) ? La période temporelle couverte ? Avez-vous effectué un travail de nettoyage ou de retraitement des données ? **MÉTHODE D'ESTIMATION :** "Estimateurs directs des moments empiriques" correspond à la "méthode des moments". C'est une méthode simple, mais souvent moins robuste que l'estimation par maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood Estimation - MLE). Vous devez expliquer pourquoi vous avez choisi cette méthode. Idéalement, utilisez le MLE et décrivez-le. **VALIDATION STATISTIQUE :** C'est l'étape cruciale manquante. Une fois les paramètres estimés, comment avez-vous vérifié que la loi choisie avec ces paramètres "colle" bien aux données réelles ? Vous devez impérativement présenter des tests d'ajustement (goodness-of-fit). Mentionnez les tests que vous avez utilisés (Chi-deux, Kolmogorov-Smirnov, etc.) et présentez les résultats (par exemple, les p-valeurs). Des graphiques comparant l'histogramme des données réelles et la densité de la loi calibrée sont indispensables.

Un exemple particulièrement abouti de cette calibration est la modélisation de la distribution des âges des assurés. Le processus charge une distribution d'âge de référence, représentative de la population cible. Cette distribution est ensuite transformée en une série de lois de probabilité conditionnelles : pour chaque âge maximum possible à la souscription, n , une distribution de probabilité discrète, tronquée à n , est calculée. **C'est un bon exemple, plus détaillé. Mais là encore, soyez plus précis. Quelle est cette "distribution d'âge de référence" ? La table de mortalité réglementaire ? Les données de l'INSEE ? La distribution du portefeuille de l'entreprise ? Citez la source exacte. Décrivez mathématiquement le processus de conditionnement et de troncature. Si $f(x)$ est la densité de probabilité de l'âge dans la population de référence, la densité conditionnelle pour un âge maximal n est $f_{X|X \leq n}(x) = \frac{f(x)}{\int_0^n f(t)dt}$ pour $x \in [0, n]$. Montrer cette formule prouverait votre maîtrise du sujet.** Lors de la génération, l'âge d'un assuré pour un contrat donné est tiré au hasard en utilisant la distribution de probabilité conditionnelle qui respecte l'âge maximum autorisé pour ce produit. Cette méthode garantit que la structure démographique du portefeuille généré est cohérente avec celle de la population de référence.

2.2.3 Perspective : modélisation des dépendances par la théorie des copules

Une limite inhérente au modèle actuel est l'hypothèse d'indépendance entre les différentes caractéristiques des contrats. Par exemple, le montant de la provision mathématique est généré indépendamment de l'âge de l'assuré, ce qui est une simplification forte de la réalité. Pour dépasser cette limite, une évolution naturelle du modèle consisterait à intégrer la théorie des copules pour modéliser la structure de dépendance entre les variables aléatoires.

La force de l'approche par copules réside dans sa capacité, via le théorème de Sklar, à séparer la modélisation des distributions marginales de celle de leur structure de dépendance. Il serait ainsi possible de conserver la calibration fine de chaque marge, décrite précédemment, tout en introduisant une structure de corrélation réaliste. La mise en œuvre suivrait les étapes suivantes :

1. **Définition de la structure de dépendance** : Spécification d'une matrice de corrélation (par exemple, de Spearman ou de Kendall) entre les variables d'intérêt, comme l'âge, l'ancienneté du contrat et le montant des provisions. **Très bonne perspective. Pour la rendre encore plus "scientifique", expliquez comment vous calibreriez cette matrice de corrélation. Vous l'estimeriez à partir des rangs sur le portefeuille de données réelles ? Précisez que le choix entre Spearman et Kendall n'est pas anodin (Kendall a de meilleures propriétés statistiques).**
2. **Choix d'une famille de copules** : Sélection d'une copule (Gaussienne, de Student, ou archimédienne comme celles de Clayton ou Gumbel) en fonction de la nature des dépendances à modéliser, notamment la symétrie ou la dépendance aux extrêmes (risques de queue). **Parfait. Allez un cran plus loin. Donnez un exemple concret : "Par exemple, pour modéliser le fait que les assurés les plus âgés ont tendance à avoir les plus grosses provisions (dépendance dans la queue supérieure), une copule de Gumbel serait plus appropriée qu'une copule Gaussienne qui sous-estime ce risque." Cela montre une compréhension profonde du sujet.**
3. **Modification du processus de génération** : Le tirage des variables ne se ferait plus de manière indépendante. Il faudrait d'abord générer des vecteurs de variables uniformes corrélées à partir de la copule choisie. Ensuite, par la méthode de la transformée inverse, appliquer la fonction de répartition inverse de chaque loi marginale calibrée ($F_X^{-1}(u)$) pour obtenir les réalisations des variables finales. **A voir pour vraiment appliquer cette méthode dans le mémoire**

Cette extension permettrait d'enrichir considérablement le réalisme du portefeuille synthétique, en capturant des phénomènes clés tels que la tendance des assurés plus âgés à détenir des contrats avec des provisions plus élevées, améliorant ainsi la pertinence des simulations ALM subséquentes.

2.3 Présentation de l'Outil et du Portefeuille de Référence Généré

2.3.1 Architecture de l'application en Python et choix technologiques

2.3.2 Description des paramètres d'entrée et des formats de sortie

2.3.3 Analyse descriptive du portefeuille de référence

Chapitre 3

La Gestion Actif-Passif et le Modèle de Simulation en Python

3.1 Principes et Enjeux de la Gestion Actif-Passif (ALM)

3.2 Architecture et Fonctionnement du Modèle de Projection

3.2.1 Projection du Passif

3.2.2 Projection de l'Actif

3.2.3 Interaction Actif-Passif : Stratégie d'Investissement et Politique de Participation aux Bénéfices (PB)

3.3 Limites Actuelles du modèle

Chapitre 4

Protocole d'Analyse : Sélection d'une Méthode d'Agrégation

4.1 Présentation des Méthodes d'Agrégation candidates

4.1.1 Approches par clustering (K-means, DBSCAN/HDBSCAN)

4.1.2 Autres approches (MP par âge, MP Amine, etc.)

4.2 Définition du Protocole de Test Comparatif

4.2.1 Constitution des portefeuilles de test

4.2.2 Définition des critères de sélection : fidélité des indicateurs (BE/SCR), performance et temps de calcul

4.3 Analyse Comparative et Choix de la Méthode Optimale

4.3.1 Synthèse des performances pour chaque méthode candidate

4.3.2 Justification du choix de la méthode retenue pour l'analyse de sensibilité

Chapitre 5

Analyse de Sensibilité des Indicateurs S2 aux Caractéristiques du Passif

5.1 Définition des Scénarios de Sensibilité

5.1.1 Création des portefeuilles de test via le générateur

5.1.2 Description des chocs sur les variables clés (âge, montant de la PM, etc.)

5.1.3 Scénario d'intégration d'un nouveau produit dans le portefeuille

5.2 Analyse de l'Impact de l'Agrégation sur la Mesure des Chocs

- 5.2.1 Comparaison des indicateurs S2 sur portefeuilles choqués granulaires et agrégés
- 5.2.2 Analyse de la fidélité de la méthode d'agrégation à retranscrire la sensibilité

5.3 Interprétation des Résultats et Validation de l'Approche

- 5.3.1 Validation de la performance de la chaîne de modélisation (Générateur - Agrégation - Modèle ALM)**
- 5.3.2 Enseignements sur la sensibilité des portefeuilles aux modifications de caractéristiques du passif**

Chapitre 6

Conclusion

6.1 Résumé des résultats

6.1.1 Synthèse des principaux résultats obtenus

6.1.2 Impact des méthodes d'agrégation sur les portefeuilles de passifs

6.2 Perspectives d'amélioration

- 6.2.1 Axes d'amélioration pour les générateurs de portefeuilles de passifs
- 6.2.2 Évolutions possibles des méthodes d'agrégation et de modélisation ALM
- 6.2.3 Autres domaines d'application des générateurs de portefeuilles de passifs

6.3 Conclusion générale



Annexes



Annexe chapitre 1



Annexe chapitre 2



Annexe chapitre 3

Annexe chapitre 4



Annexe chapitre 5

Bibliographie

- [1] NOM Prénom. *Titre du livre en italique*. Lieu d'édition : Nom de l'éditeur, Année.
- [2] NOM Prénom. « Titre de l'article entre guillemets ». *Titre de la revue en italique*, volume X, numéro Y, saison Année, p. 123-456.
- [3] AUTEUR ou ORGANISME. *Titre de la page ou du document*. (date de publication ou de mise à jour). Consulté le JJ mois AAAA, sur <https://www.exemple.com/lien-vers-la-page>
- [4] NOM Prénom et NOM Prénom. *Titre du rapport*. Type de rapport (e.g. Rapport de recherche), Organisme/Université, Année.