

## 基础知识及方法技巧

### 奇数、偶数、奇偶性

如果一个整数可以被 2 整除，那么我们说这个数是偶数。

一个整数是偶数还是奇数，是这个整数自身的一种性质，这种性质叫做奇偶性。

奇数 $\pm$ 奇数=偶数	偶数 $\pm$ 偶数=偶数
奇数 $\pm$ 偶数=奇数	偶数 $\pm$ 奇数=奇数
奇数 $\times$ 奇数=奇数	奇数 $\times$ 偶数=偶数
偶数 $\times$ 偶数=偶数	奇数不可能被偶数整除

### 质数、合数

1、自然数按因数的个数来分：质数、合数、1、0 四类。

(1) 质数（或素数）：只有 1 和它本身两个因数。

(2) 合数：除了 1 和它本身还有别的因数（至少有三个因数：1、它本身、别的因数）。

(3) 1 只有 1 个因数。“1”既不是质数，也不是合数。

注：

① 最小的质数是 2，最小的合数是 4，连续的两个质数是 2、3。

② 每个合数都可以由几个质数相乘得到，质数相乘一定得合数。

③ 20 以内的质数：有 8 个（2、3、5、7、11、13、17、19）

④ 100 以内的质数有 25 个：2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97

100 以内找质数、合数的技巧：看是否是 2、3、5、7、11、13 的倍数，是的就是合数，不是的就是质数。

### 尾数性质

两个数进行四则运算时，结果的尾数由原尾数运算所得。

两数之和的尾数=尾数之和的尾数； $31+42=73$

两数之差的尾数=尾数之差的尾数； $42-39=3$

两数之积的尾数=尾数之积的尾数； $31\times 27=837$

### 奇偶性、质合性、尾数

【例 1】某次测验有 50 道题，每做对一道得 3 分，不做或做错一道倒扣 1 分。某学生共得 82 分，问答对题和答错题数（包括不做）相差多少（ ）。

- A. 33                      B. 39                      C. 17                      D. 16

【例 2】有 7 个不同的质数，他们的和为 58，其中最小的质数是（ ）。

- A. 5                      B. 2                      C. 7                      D. 3

【例 3】已知 3 个质数的倒数和为  $671/1022$ ，则这 3 个质数的和为 ( )。

- A. 80    B. 82    C. 84    D. 86

【例 4】1 分、2 分和 5 分硬币共 100 枚，价值 2 元，如果其中 2 分硬币的价值比 1 分硬币的价值多 13 分。问三种硬币各多少枚？

- A. 51、32、17    B. 60、20、20  
C. 45、40、15    D. 54、28、18

【例 5】超市将 99 个苹果装进两种包装盒，大包装盒每个装 12 个苹果，小包装盒每个装 5 个苹果，共用了十多个盒子刚好装完。问两种包装盒相差多少个？( )

- A. 3    B. 4    C. 7    D. 13

【例 6】一个人到书店购买了一本书和一本杂志，在付钱时，他把书的定价中的个位上的数字和十位上的看反了，准备付 21 元取货。售货员说：“您应该付 39 元才对。”请问书比杂志贵多少钱？( )

- A. 20    B. 21    C. 23    D. 24

【例 7】有 8 个盒子分别装有 17 个、24 个、29 个、33 个、35 个、36 个、38 个和 44 个乒乓球，小赵取走一盒，其余各盒被小钱、小孙、小李取走，已知小钱和小孙取走的乒乓球个数相同，并且是小李取走的两倍，则小钱取走的各个盒子中的乒乓球最可能是 ( )。

- A. 17 个，44 个    B. 24 个，38 个  
C. 24 个，29 个，36 个    D. 24 个，29 个，35 个

【例 8】两个派出所某月内共受理案件 160 起，其中甲派出所受理的案件中有 17% 是刑事案件，乙派出所受理的案件中有 20% 是刑事案件。问乙派出所这个月中共受理多少起非刑事案件 ( )

- A. 48    B. 60    C. 72    D. 96

## 倍数特性

被 5 整除的判定依据——个位是 0、5 的数可被 5 整除。

被 8 整除的判定依据——末三位可被 8 整除的数能被 8 整除。

被 3 整除的判定依据——各位数字和是 3 的倍数的数可被 3 整除。

被 9 整除的判定依据——各位数字和是 9 的倍数的数可被 9 整除。

被 6 整除的判定依据——能同时被 2、3 整除。

被 7 整除的判定依据——末三位与其前面部分的差能被 7 整除

被 11 整除的判定依据——一个数由右向左数，奇位数字和与偶位数字和之差能被 11 整除

重要性质：

传递性：如果数  $a$  能被  $b$  整除，数  $b$  能被  $c$  整除，则数  $a$  能被  $c$  整除。

可加减性：如果数  $a$  能被  $c$  整除，数  $b$  能被  $c$  整除，则  $a+b$ 、 $a-b$  均能被  $c$  整除。

【例 1】哥哥和弟弟各有若干本书，如果哥哥给弟弟 4 本，两人的书一样多，如果弟弟给哥哥 2 本，哥哥的书是弟弟的 4 倍，哥哥和弟弟一共有（ ）本书。

- A. 20                      B. 9                      C. 17                      D. 28

【例 2】有一个分数，分母加 2 等于  $\frac{2}{5}$ ，分母减 3 等于  $\frac{1}{2}$ ，这个分数分子和分母的和为多少（ ）。

- A. 33                      B. 11                      C. 30                      D. 19

【例 3】一块金与银的合金重 250 克，放在水中减轻 16 克。现知金在水中重量减轻  $\frac{1}{19}$ ，银在水中重量减轻  $\frac{1}{10}$ ，则这块合金中金、银各占的克数为多少克？（ ）

- A. 100 克，150 克                      B. 150 克，100 克  
C. 170 克，80 克                      D. 190 克，60 克

【例 4】教室里有若干学生，走了 10 名女生后，男生人数是女生的 2 倍，又走了 9 名男生，女生人数是男生的 5 倍，问最初教室里有多少人（ ）。

- A. 15                      B. 20                      C. 25                      D. 30

【例 5】一群大学生进行分组活动，要求每组人数相同。若每组 22 人，则多出一人未分进组；若少分一组，则恰好每组人数一样多。已知每组人数最多只能 32 人，则该群学生总人数是：

- A. 441                      B. 529                      C. 536                      D. 528

## 代入排除法

很多题目正面求解很困难或者耗时较多，但是结合选项来看却相对容易，此时可以直接将选项带入题干进行验证，这便是代入排除法。

代入排除法是数学运算中最主要的速解方法！

运用的方法主要有奇偶性、质合性、倍数特性、尾数性质

【例 1】共有 20 个玩具交给小王制作。规定制作的玩具每合格一个得 5 元，不合格一个扣 2 元，未完成的不得钱也不扣钱。最后小王共收到 56 元，那么他制作的玩具中，不合格的共有（ ）个。

- A. 2                      B. 3                      C. 5                      D. 7

【例 2】一个产品生产线分为 abc 三段，每个人每小时分别完成 10、5、6 件，现在总人数为 71 人，要使得完成的件数最大，71 人的安排分别是（ ）。

- A、14：28：29                      B、15：31：25  
C、16：32：23                      D、17：33：21

【例 3】某成衣厂对 9 名缝纫工进行技术评比，9 名工人的得分恰好成等差数列，9 人的平均得分是 86 分，前 5 名工人的得分之和是 460 分，那么前 7 名工人的得分之和是多少？（ ）

- A. 602                      B. 623                      C. 627                      D. 631

【例 4】一个整数,用它分别去除 157, 234 和 324, 得到三个数余数和为 100, 则这个数为 ( )  
A. 44                  B. 43                  C. 42                  D. 41

【例 5】某技校安排本届所有毕业生分别去甲、乙、丙 3 个不同的工厂实习。去甲厂实习的毕业生占毕业生总数的 32%, 去乙厂实习的毕业生比甲厂少 6 人, 且占毕业生总数的 24%。问去丙厂实习的人数比去甲厂实习的人数 ( )  
A. 少 9 人              B. 多 9 人              C. 少 6 人              D. 多 6 人

## 最大公约数、最小公倍数

最大公约数: 几个数公有的约数, 叫做这几个数的公约数, 其中最大的一个叫做这几个数的最大公约数。——约分

最小公倍数: 几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数, 其中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数。——通分, 设总量

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 10 \quad 12} \\ 3 \overline{) 9 \quad 5 \quad 6} \\ 3 \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

三者的最大公约数 2, 18 和 12 的最大公约数是 6

最小公倍数  $2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2 = 180$

【例 1】某政府机关内甲、乙两部门通过门户网站定期向社会发布消息, 甲部门每隔 2 天、乙部门每隔 3 天有一个发布日, 节假日无休。甲、乙两部门在一个自然月内最多有几天同时为发布日 ( )  
A. 5                  B. 2                  C. 6                  D. 3

【例 2】某超市购入每瓶 200 毫升和 500 毫升两种规格的沐浴露各若干箱, 200 毫升沐浴露每箱 20 瓶, 500 毫升沐浴露每箱 12 瓶。定价分别为 14 元/瓶和 25 元/瓶。货品卖完后, 发现两种规格沐浴露的销售收入相同, 那么这批沐浴露中, 200 毫升的最少有几箱?  
A. 3                  B. 8                  C. 10                  D. 15

## 赋值法

如果求解某一问题需要用到某个未知量, 并且这个量的大小并不影响最终结果, 那么我们可以将这个量设为一个利于计算的数值, 从而化简计算, 这种方法便是赋值法。

常用赋值: 设 1、设 100、设最小公倍数

用于工程问题、比例问题求解

【例一】打开 A、B、C 每一个阀门, 水就以各自不变的速度注入水槽。当三个阀门都打开时, 注满水槽需要 1 小时; 只打开 A、C 两个阀门, 需要 1.5 小时; 只打开 B、C 两个阀门, 需要 2 小时。若只打开 A、B 两个阀门时, 需要多少小时注满水槽 ( )。  
A. 1.1                  B. 1.15                  C. 1.2                  D. 1.25

【例二】两个相同的瓶子装满某种化学溶液，一个瓶子中溶质与水的体积比是 3:1，另一个瓶子中溶质与水的体积比是 4:1，若把两瓶化学溶液混合，则混合后的溶质和水的体积比是多少（ ）。

- A. 31:9                      B. 7:2                      C. 31:40                      D. 20:11

【例三】某浇水装置可根据天气阴晴调节浇水量，晴天浇水量为阴雨天的 2.5 倍。灌满该装置的水箱后，在连续晴天的情况下可为植物自动浇水 18 天。小李 6 月 1 日 0:00 灌满水箱后，7 月 1 日 0:00 正好用完。问 6 月有多少个阴雨天（ ）

- A. 10                      B. 16                      C. 18                      D. 20

【例四】某集团有 A 和 B 两个公司，A 公司全年的销售任务是 B 公司的 1.2 倍，前三季度 B 公司的销售业绩是 A 公司的 1.2 倍，如果照前三季度的平均销售业绩，B 公司到年底正好能完成销售任务。问如果 A 公司希望完成全年的销售任务，第四季度的销售业绩需要达到前三季度平均销售业绩的多少倍（ ）

- A. 1.44                      B. 2.4                      C. 2.76                      D. 3.88

## 方程法

方程法是通过列方程（组）、不定方程（组）或不等式（组）来解题的方法

【例一】某抗洪指挥部的所有人员中，有  $\frac{2}{3}$  的人在前线指挥抢险。由于汛情紧急，又增派 6 人前往，此时在前线指挥抢险的人数占总人数的 75%。如该抗洪指挥部需要保留至少 10% 的人员在应急指挥中心，那么最多还能再增派多少人去前线？

- A. 8                      B. 9                      C. 10                      D. 11

【例二】某单位组建兴趣小组，每人选择一项参加。羽毛球组人数是乒乓球组人数的 2 倍，足球组人数是篮球组人数的 3 倍，乒乓球组人数的 4 倍与其他三个组人数的和相等。则羽毛球组人数等于（ ）

- A. 足球组人数与篮球组人数之和  
B. 乒乓球组人数与足球组人数之和  
C. 足球组人数的 1.5 倍  
D. 篮球组人数的 3 倍

【例三】某单位原有 45 名职工，从下级单位调入 5 名党员职工后，该单位的党员人数占总人数的比重上升了 6 个百分点，如果该单位又有 2 名职工入党，那么该单位现在的党员人数占总人数的比重为多少（ ）

- A. 40%                      B. 50%                      C. 60%                      D. 70%

【例四】小王参加了五门百分制的测验，每门成绩都是整数。其中语文 94 分，数学的得分最高，外语的得分等于语文和物理的平均分，物理的得分等于五门的平均分，化学的得分比外语多 2 分，并且是五门中第二高的得分。问小王的物理考了多少分（ ）

- A. 94                      B. 95                      C. 96                      D. 97

## 极端分析法

极端分析法是指通过分析问题的极端情况来解题的方法。

常用于数据分配、抽屉问题等组合数学题目的求解

最值问题：最多/至少...

至少... 保证...

最多的... 最少...

最少的... 最多...

最值

【例 1】某连锁企业在 10 个城市共有 100 家专卖店，每个城市的专卖店数量都不同。如果专卖店数量排名第 5 多的城市有 12 家专卖店，那么专卖店数量排名最后的城市，最多有几家专卖店（ ）

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

【例 2】在一次竞标中，评标小组对参加竞标的公司进行评分，满分 120 分。按得分排名，前 5 名的平均分为 115 分，且得分是互不相同的整数，则第三名得分至少是（ ）

- A. 112 分      B. 113 分      C. 115 分      D. 116 分

【例 3】某单位 2011 年招聘了 65 名毕业生，拟分配到该单位的 7 个不同部门。假设行政部门分得的毕业生人数比其他部门都多，问行政部门分得的毕业生人数至少为多少名（ ）

- A. 10      B. 11      C. 12      D. 13

【例 4】现有 21 本故事书要分给 5 个人阅读。如果每个人得到的数量均不相同，那么得到故事书数量最多的人至少可以得到（ ）本。

- A. 5      B. 7      C. 9      D. 11

【例 5】5 个人的平均年龄是 29，5 个人中没有小于 24 的，那么年龄最大的人可能是多少岁？

- A. 46      B. 48      C. 50      D. 49

【例 6】射箭运动员进行训练，10 支箭共打了 93 环，且每支箭的环数都不低 8 环。问命中 10 环的箭数最多能比命中 9 环的多几支？

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

【例 7】阅览室有 100 本杂志，小赵借阅过其中 75 本，小王借阅过 70 本，小刘借阅过 60 本，则三人共同借阅过的杂志最少有（ ）本。

- A. 5      B. 10      C. 15      D. 30

抽屉

【例 1】外国讲星座，中国传统讲属相。请问在任意的 37 个中国人中至少有几个人的属相相同（ ）。

- A. 3      B. 4      C. 5      D. 6

【例 2】某公司举办大型年会活动，共 35 人参加。其中 13 名女生，每人至少表演一个节目，导演尽可能平均分配节目，共表演了 27 个节目，则至少有一名女生至少表演多少个节目：（ ）

- A. 4                  B. 3                  C. 2                  D. 1

【例 3】七夕节，某市举办大型公益相亲会，共 42 人参加，其中 20 名女生，每人至少相亲一次，共相亲 61 次，则至少有一名女生至少相亲多少次？

- A. 6                  B. 4                  C. 5                  D. 3

最不利

【例 1】有 6 种颜色的小球，数量分别为 4，6，8，9，11，10，将它们放在一个盒子里，那么，拿到相同颜色的球最多需要的次数为：

- A. 6                  B. 12                  C. 11                  D. 7

【例 2】从一副完整的扑克牌中，至少抽出多少张牌，才能保证至少有 6 张牌的花色相同（ ）。

- A. 21                  B. 22                  C. 23                  D. 24

【例 3】有 17 个完全一样的信封，其中 7 个分别装了 1 元钱，8 个分别装了 10 元钱，2 个是空的，问最少需要从中随机取出几个信封，才能保证支付一笔 12 元的款项而无需找零（ ）。

- A. 4                  B. 7                  C. 10                  D. 12

【例 4】某单位组织党员参加党史、党风廉政建设、科学发展观和业务能力四项培训，要求每名党员参加且只参加其中的两项。无论如何安排，都有至少 5 名党员参加的培训完全相同。问该单位至少有多少名党员（ ）

- A. 17                  B. 21                  C. 25                  D. 29

【例 5】某社区老年协会的会员都在象棋、围棋、太极拳、交谊舞和乐器五个兴趣班中报名了至少一项。如果要在老年协会中随机抽取会员进行调查，至少要调查多少个样本才能保证样本中有 4 名会员报的兴趣班完全相同？

- A. 93                  B. 94                  C. 96                  D. 97

## 图示法

图示法是指利用图形来解决数学运算的方法。图示法简单直观，能够清楚表现出问题的过程变化，复杂的数字之间的关系用图形形象地表示出来，能够更快更准地解决问题。

适用于大部分题型，尤其是在行程问题、年龄问题、容斥问题等强调分析过程的题型中运用。常用的图形有线段、文氏图和几何图形等。

【例】某大学某班学生总数为 32 人。在第一次考试中有 26 人及格，在第二次考试中有 24 人及格。若两次考试中，都没有及格的有 4 人，那么两次考试都及格的人数是（ ）。

- A. 22                  B. 18                  C. 28                  D. 26

## 容斥原理

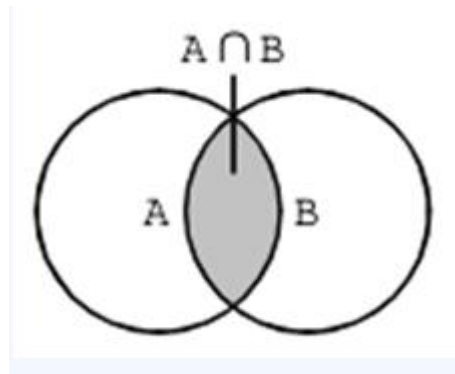
在计数时，必须注意没有重复，没有遗漏。为了使重叠部分不被重复计算，人们研究出一种新的计数方法，这种方法的基本思想是：先不考虑重叠的情况，把包含于某内容中的所有对象的数目先计算出来，然后再把计数时重复计算的数目排斥出去，使得计算的结果既无遗漏又无重复，这种计数的方法称为容斥原理。

二集合容斥原理

三集合容斥原理

二集合容斥原理

如果被计数的事物有 A、B 两类，那么，先把 A、B 两个集合的元素个数相加，发现既是 A 类又是 B 类的部分重复计算了一次，所以要减去。如图所示：



公式： $A \cup B = A + B - A \cap B$

【例 1】运动会上 100 名运动员排成一排，从左向右依次编号 1~100，选出编号为 3 的倍数的运动员参加开幕式队列，而编号为 5 的倍数的运动员参加闭幕式队列。问既不参加开幕式又不参加闭幕式队列的运动员有多少人（ ）。

- A. 46                      B. 47                      C. 53                      D. 54

【例 2】某出版社新招了 10 名英文、法文和日文方向的外文编辑，其中既会英文又会日文的小李是唯一掌握一种以上外语的人。在这 10 人中，会法文的比会英文的多 4 人，是会日文人数的两倍。问只会英文的有几人（ ）

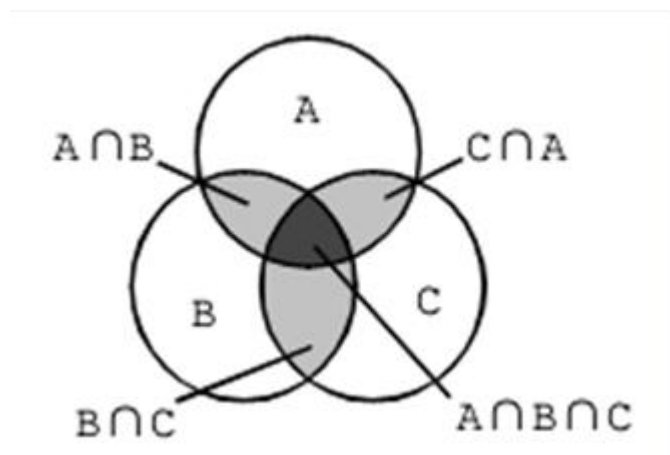
- A. 2                      B. 0                      C. 3                      D. 1

【例 3】工厂组织职工参加周末公益劳动，有 80% 的职工报名参加。其中报名参加周六活动的人数与报名参加周日活动的人数比为 2：1，两天的活动都报名参加的人数为只报名参加周日活动的人数的 50%。问未报名参加活动的人数是只报名参加周六活动的人数的（ ）

- A. 20%                      B. 30%                      C. 40%                      D. 50%

## 三集合容斥原理





如果被计数的事物有 A、B、C 三类，  
那么，将 A、B、C 三个集合的元素个数相加后发现两两重叠的部分重复计算了 1 次，三个集合公共部分被重复计算了 2 次。

如图所示，灰色部分

$A \cap B - A \cap B \cap C$ 、 $B \cap C - A \cap B \cap C$ 、

$C \cap A - A \cap B \cap C$  都被重复计算了 1 次，黑色部分  $A \cap B \cap C$  被重复计算了 2 次，因此总数  $A \cup B \cup C = A + B + C - (A \cap B - A \cap B \cap C) - (B \cap C - A \cap B \cap C) - (C \cap A - A \cap B \cap C) - 2A \cap B \cap C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C$ 。即得到：

公式： $A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C$

标准公式

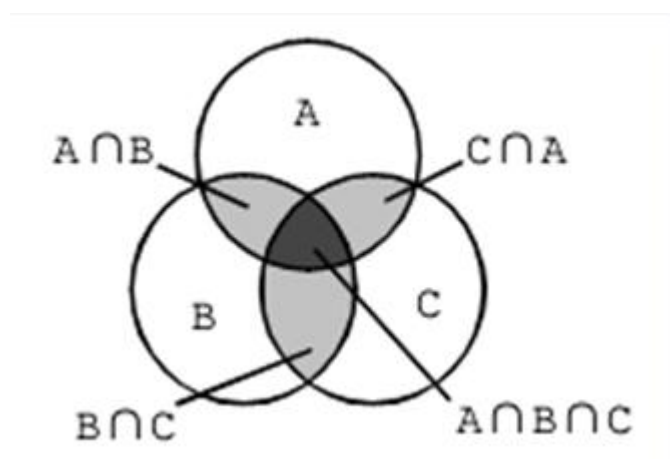
【例 1】五年级一班共有 55 个学生，在暑假期间都参加了特长培训班，35 人参加书法班，28 人参加美术班，31 人参加舞蹈班，其中以上三种特长班都参加的有 6 人，则有（ ）人只参加了一种特长培训班。

A. 45

B. 33

C. 29

D. 22



如果被计数的事物有 A、B、C 三类，  
那么，将 A、B、C 三个集合的元素个数相加后发现两两重叠的部分重复计算了 1 次，三个集合公共部分被重复

计算了 2 次。

公式： $A \cup B \cup C = A + B + C - A \cap B - B \cap C - C \cap A + A \cap B \cap C$

补充公式： $A \cup B \cup C = A + B + C - (AB + BC + CA) - 2A \cap B \cap C$

非标公式

【例 2】某企业调查用户从网络获取信息的习惯，问卷回收率为 90%，调查对象中有 179 人使用搜索引擎获取信息，146 人从官网站获取信息，246 人从社交网站获取信息，同时使用这三种方式的有 115 人，使用其中两种的有 24 人，另有 52 人这三种方式都不使用，问这次调查共发出了多少份问卷（ ）

- A. 310                      B. 360                      C. 390                      D. 410

【例 3】某乡镇举行运动会，共有长跑、跳远和短跑三个项目。参加长跑的有 49 人，参加跳远的有 36 人，参加短跑的有 28 人，其中只参加两个项目的有 13 人，参加全部项目的有 9 人。那么参加该次运动会的总人数为多少：

- A. 75                                      B. 82                                      C. 88                                      D. 90

三集合公式

1、三集合标准型公式： $A + B + C - AB - AC - BC + ABC = \text{总} - \text{都不满足}$

2、三集合非标准型公式： $A + B + C - \text{满足两个条件的} - 2 \times \text{满足三个条件的} = \text{总} - \text{都不满足}$