几何问题

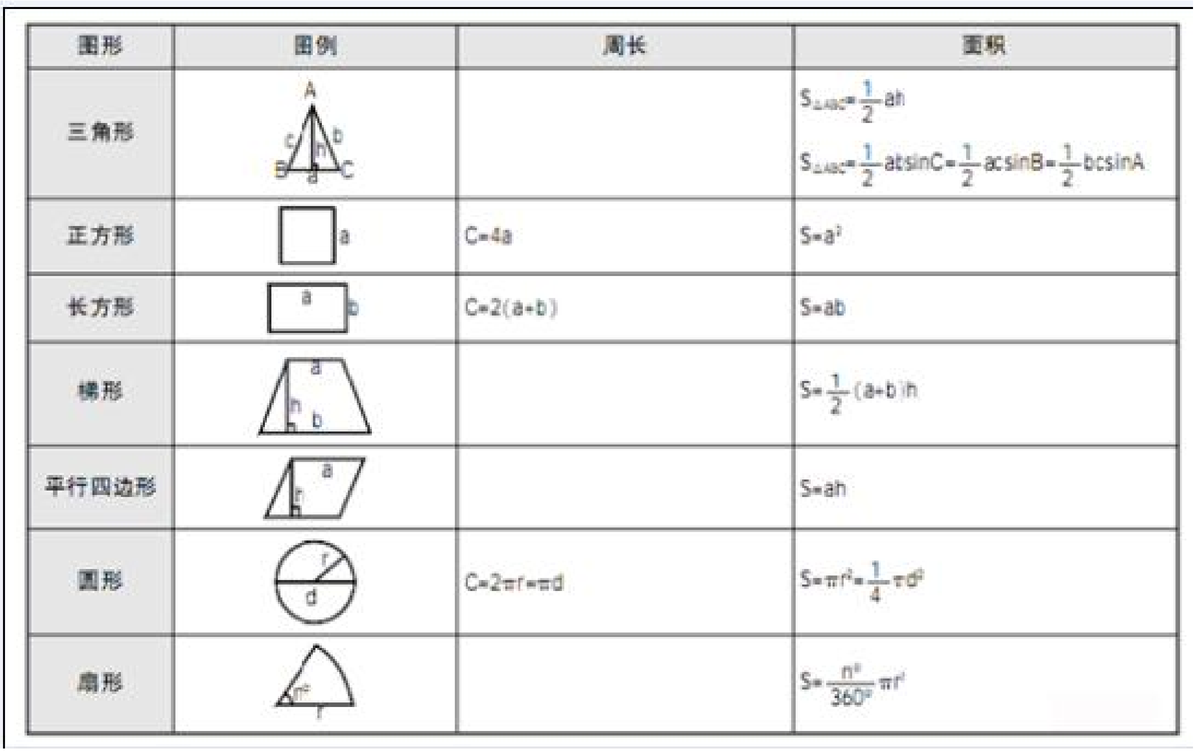
几何问题一般分为三大类题型：

一是注重计算的基础几何问题，主要是利用几何图形的基本公式来直接计算，但往往此类题会给出不规则的几何图形，考察考生对几何图形割补平移的思维转换能力；

二是几何特性问题，主要是几何图形中一系列基本特殊性质的应用，如勾股定理，三角函数等等，此类题确实考察考生的基本几何素质，如果对几何图形的基本知识掌握的不是很牢固的话，对于做此类的题会很吃力；

三是构造几何问题，此类题的关键就在于构造二字，往往题干不给定具体的几何图形，需要考生根据题意自己来构造几何模型，然后再结合几何图形的基本公式以及一些基本的性质来进行解题，是对几何基础知识的灵活运用，是一种开放类的试题。

事实上，近两年几何问题大多数考查的就是构造类的几何问题，也符合行测试题越来越开放、灵活、实用的命题趋势。



图形	图例	周长	面积
三角形			$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ah$ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$
正方形		$C=4a$	$S=a^2$
长方形		$C=2(a+b)$	$S=ab$
梯形			$S=\frac{1}{2}(a+b)h$
平行四边形			$S=ah$
圆形		$C=2\pi r=\pi d$	$S=\pi r^2=\frac{1}{4}\pi d^2$
扇形			$S=\frac{n^\circ}{360^\circ}\pi r^2$

补充

弧长公式 2πr×角度/360；其中，2πr 是圆的周长，角度为该扇形的角度值。

扇形面积公式：$S=\dfrac{LR}{2}$；L 为弧长，R 为半径

要求大家必须掌握的角的公式：

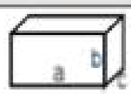
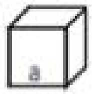
正弦：$\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$　余弦：$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$

正切：$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}$　余切：$\cot\alpha=\dfrac{x}{y}$

正割：$\sec\alpha=\dfrac{r}{x}$　余割：$\csc\alpha=\dfrac{r}{y}$

$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$； $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$； $\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$； $\cot\alpha=\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

菱形面积等于对角线乘积除以 2

图形	图例	表面积	体积
长方体		$S=2(ab+bc+ac)$	$V=abc$
正方体		$S=6a^2$	$V=a^3$
球　体		$S=4\pi r^2$	$V=\frac{4}{3}\pi r^3$
圆柱体		$S=2\pi r^2+2\pi rh$	$V=Sh=\pi r^2h$ （S 为圆柱底面积）
圆锥体			$V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$ （S 为圆锥底面积）

所有锥体的体积公式均为这个计算公式

几何极限理论

平面图形

①周长一定，越趋近于圆，面积越大；

②面积一定，越趋近于圆，周长越小。

立体图形

①表面积一定，越趋近于球，体积越大；

②体积一定，越趋近于球，表面积越小。

对于规则几何图形或几何体的问题，通常可以直接应用公式或性质进行解答；对于不规则的几何图形或几何体，可根据图形的特点寻找适当的“割补”转化方法，将其转化为规则图形或几何体进行计算。

基础题型

【例一】某单位准备扩建一矩形花圃，若将矩形花圃的长和宽各增加 4 米，则新矩形花圃的面积比原来的面积增加了 40 平方米。那么，原矩形花圃的周长是多少？

A. 12 米　　B. 24 米　　C. 32 米　　D. 40 米

【例二】2018 广州 如图所示，市政部门在一块周长为 260 米的长方形草地旁边铺设宽为 10

米的 L 形道路。已知铺好道路后，道路和草地面积之和为草地面积的 1.5 倍，则草地的面积为（　　　　）平方米。

A. 4200　　　　B. 4000　　　　C. 3000　　　　D. 2800

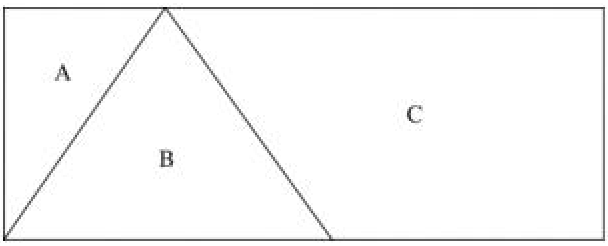
【例三】2018 联考 某地市区有一个长方形广场，其面积为 1600 平方米。由此可知，这个广场的周长至少有：

A. 160 米　　B. 200 米　　C. 240 米　　D. 320 米

【例四】2018 联考 设 a、b、c、d 分别代表四棱台、圆柱、正方体和球体，已知这四个几何体的表面积相同，则体积最小与体积最大的几何体分别是：

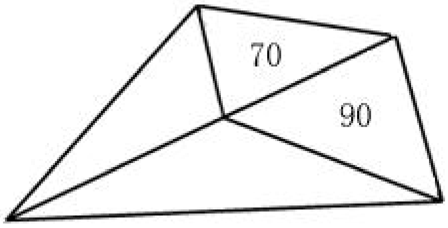
A. d 和 a　　B. c 和 d　　C. a 和 d　　D. d 和 b

【例五】如下图所示，将一个长 8 米、宽 4 米的长方形店铺划分成 A、B、C 三个小店铺，其中店铺 B 是面积为 8 平方米的等腰三角形，若店铺装修按每平方米 500 元计价，那么店铺 C 装修费为：（ ）



A. 16000 元　　B. 14000 元　　C. 12000 元　　D. 10000 元

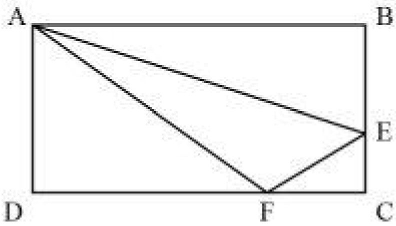
【例六】如图所示，公园有一块四边形的草坪，由四块三角形的小草坪组成。已知四边形草坪的面积为 480 平方米，其中两个小三角形草坪的面积分别为 70 平方米和 90 平方米，则四块三角形小草坪中最大的一块面积为多少平方米？



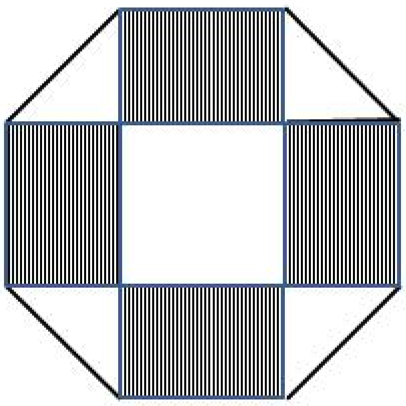
A.120　　　B.150　　　C.180　　　D.210

【例七】2018 江苏 如图，在长方形 ABCD 中，已知三角形 ABE、三角形 ADF 与四边形 AECF 的面积相等，则三角形 AEF 与三角形 CEF 的面积之比是：

A.5:1　　　B.5:2　　　C.5:3　　　D.2:1



【例八】如右图所示，幼儿园老师用边长为 10cm 的正八边形纸皮，裁去四个同样大小的等腰直角三角形，做成长方体包装盒。如果用该包装盒存放体积为 8cm³ 的立方体积木（不得凸出包装盒外沿），那么，这个盒子最多可以放入多少块积木？

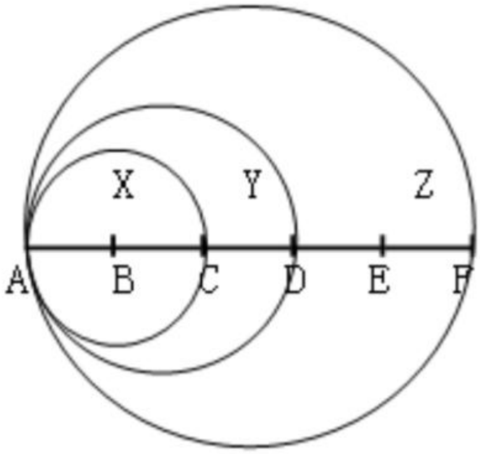


A.75　　B.80　　C.85　　D.90

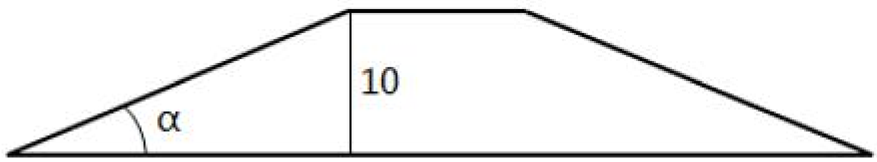
【例九】下图为以 AC、AD 和 AF 为直径画成的三个圆形，已知 AB、BC、CD、DE 和 EF 之间的距离彼此相等，问小圆 X、弯月 Y 以及弯月 Z 三部分的面积之比？（　　　　）

A.4：5：16　　　　　B.4：5：14

C.4：7：12　　　　　D.4：3：10



【例十】某水库决定对堤坝进行处理。如右图所示，水库大坝的迎水面的坡角为α，坝高为10米。现要加高大坝，使坡度为1：1（坡度坡角的正切值），那么大坝要加高多少米？



A. $10\cot\alpha-10$　　B. $10\tan\alpha-10$　　C. $10\tan\alpha$　　D. $10\cot\alpha$

几何性质类

距离关系

两点之间线段最短

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短

如果两条直线都和第三条直线平行，这两条直线也互相平行

平行的性质

1、因为两直线平行，所以同位角相等；

2、因为两直线平行，所以内错角相等；

3、因为两直线平行，所以同旁内角互补。

三角形性质

全等三角形的性质：全等三角形的对应角、对应边相等。

相似三角形的性质：相似三角形对应角相等、对应边成比例。

勾股定理：直角三角形两直角边a、b的平方和，等于余边c的平方，即$a^2+b^2=c^2$。

勾股定理的逆定理：如果三角形三边长a、b、C有关系$a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形是直角三角形。

三角形相似

1、相似三角形的定义：对应角相等，对应边成比例的三角形，叫做相似三角形。

2、定理：平行于三角形的一边的直线和和其他两边（或两边的延长线）相交，所构成的三

角形与原三角形相似。

3、相似三角形的传递性：如果△ABC ∽ $\triangle A_1B_1C_1$，$\triangle A_1B_1C_1$ ∽ $\triangle A_2B_2C_2$，那么△ABC ∽ $\triangle A_2B_2C_2$。

4、相似三角形的判定方法：

（1）根据定义：对应角相等，对应边成比例的三角形相似。

（2）根据平行线：平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边的延长线）相交，所构成的三角形与原三角形相似。

（3）判定定理 1：两角对应相等的两个三角形相似。

（4）判定定理 2：两边对应成比例且夹角相等，两三角形相似。

（5）判定定理 3：三边对应成比例，两三角形相似。

（6）直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形和原三角形相似。

性质定理

1.相似三角形对应角相等，对应边成正比例。

2.相似三角形的一切对应线段(对应高、对应中线、对应角平分线、外接圆半径、内切圆半径等）的比等于相似比。

3.相似三角形周长的比等于相似比。

4.相似三角形面积的比等于相似比的平方。

5.相似三角形内切圆、外接圆直径比和周长比都和相似比相同，内切圆、外接圆面积比是相似比的平方

6.若 a/b =b/c，即 b^2=ac，b 叫做 a,c 的比例中项

7.a/b=c/d 等同于 ad=bc.

8.不必是在同一平面内的三角形里。

定理推论

推论一：顶角或底角相等的两个等腰三角形相似。

推论二：腰和底对应成比例的两个等腰三角形相似。

推论三：有一个锐角相等的两个直角三角形相似。

推论四：直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形和原三角形都相似。

推论五:如果一个三角形的两边和三角形任意一边上的中线与另一个三角形的对应部分成比例，那么这两个三角形相似。

菱形

（菱形面积=对角线乘积的一半，即 S=（axb）÷2）

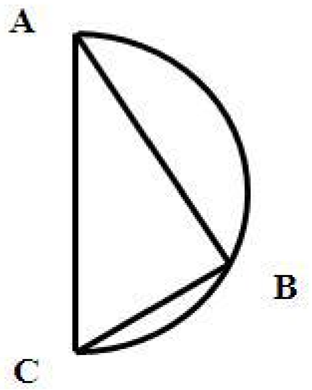
性质定理 1：菱形的四条边都相等。

性质定理 2：菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角。

菱形判定定理 1：四边都相等的四边形是菱形。

菱形判定定理 2：对角线互相垂直的平行四边形是菱形。

【例一】如图所示，甲和乙在面积为 54π 平方米的半圆形游泳池内游泳，他们分别从位置 A 和 B 同时出发，沿直线同时游到位置 C。若甲的速度为乙的 2 倍，则原来甲、乙两人相距：



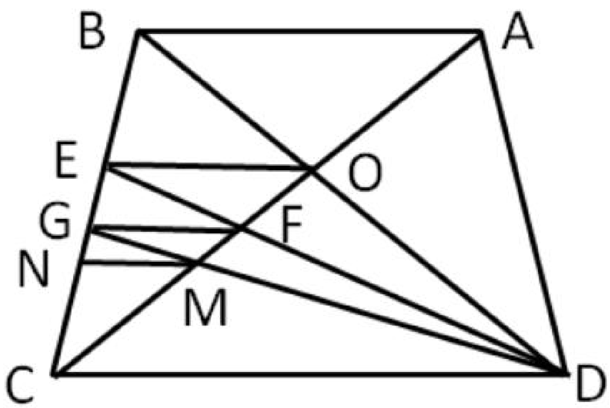
A. $9\sqrt{2}$米

B. 15米

C. $9\sqrt{3}$米

D. 18米

【例二】如图，在梯形ABCD中，AB=2，CD=3，AC交BD于O点，过O作AB的平行线交BC于E点，连结DE交AC于F点，过F作AB的平行线交BC于G点，连结DG交AC于M点，过M作AB的平行线交BC于N点，则线段MN的长为（　　）

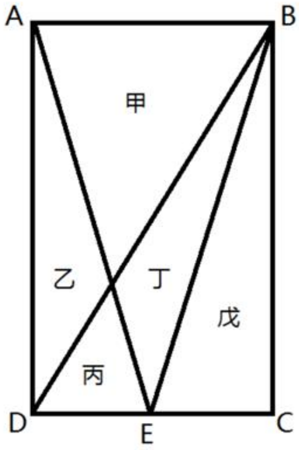


A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{5}{6}$

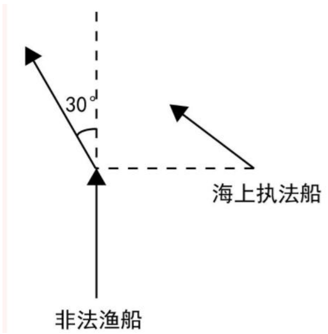
C. $\frac{6}{11}$　　D. $\frac{16}{25}$

【例三】一块种植花卉的矩形土地如图所示，AD边长是AB的2倍，E是CD的中点，甲、乙、丙、丁、戊区域分别种植白花、红花、黄花、紫花、白花。问种植白花的面积占矩形土地面积的：

A. 3/4　　B. 2/3　　C. 7/12　　D. 1/2



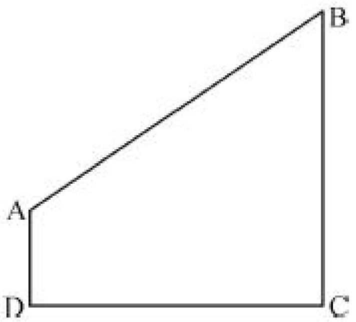
【例四】2018 国家 一艘非法渔船作业时发现其正右方有海上执法船，于是沿下图所示方向左转 30° 后，立即以 15 节（1 节=1 海里/小时）的速度逃跑，同时执法船沿某一直线方向匀速追赶，并正好在某一点追上。已知渔船在被追上前逃跑的距离刚好与其发现执法船时与执法船的距离相同，则执法船的速度为多少节（　　）



A. 20　　B. 30　　C. $10\sqrt{3}$

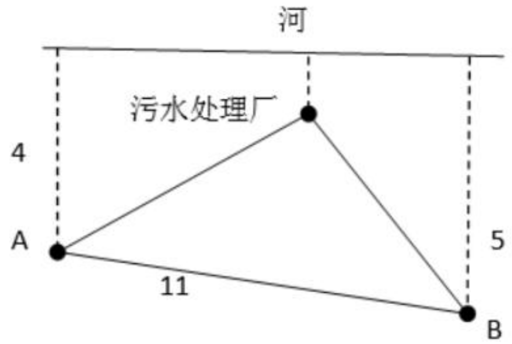
D. $15\sqrt{3}$

【例五】某市规划建设的 4 个小区，分别位于直角梯形 ABCD 的 4 个顶点处（如图），AD=4 千米，CD=BC=12 千米。欲在 CD 上选一点 S 建幼儿园，使其与 4 个小区的直线距离之和为最小，则 S 与 C 的距离是（　）



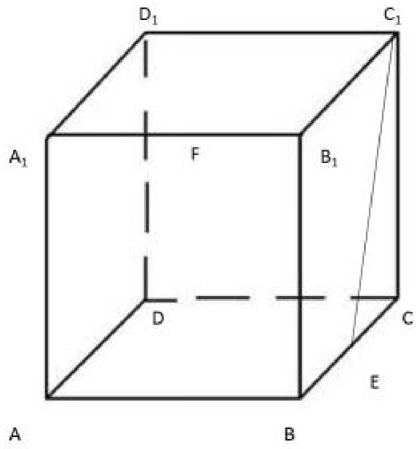
A. 3 千米　　　B. 4 千米　　　C. 6 千米　　　D. 9 千米

【例六】如右图所示，某条河流一侧有 A,B 两家工厂，与河岸的距离分别为 4km 和 5km,且 A 与 B 的直线距离为 11km,为了处理这两家工厂的污水，需要在距离河岸 1km 处建造一个污水处理厂，分别铺设排污管道连接 A,B 两家工厂，假定河岸是一条直线，则排污管道的总长最短为：



A.12km
B.13km
C.14km
D.15km

【例七】如右图所示，一个边长为 10 厘米的正方体木块 ABCD-A1B1C1D1，点 E、F 分别是 BC、A1B1 的中点，C1E 是用蜂蜜画的一条线段，一只蚂蚁在点 F 处，要想沿正方体表面最快到达蜂蜜所在线段 C1E，它所爬行的最短距离是多少厘米？



A
$3\sqrt{5}$

B
$6\sqrt{5}$

C
$12\sqrt{5}$

D
$30\sqrt{5}$

构造类

【例一】某次军事演习中，一架无人机停在空中对三个地面目标点进行侦察。已知三个目标点在地面上的连线为直角三角形，两个点之间的最远距离为600米。问无人机与三个点同时保持500米距离时，其飞行高度为多少米？

A．500　　B．600　　C．300　　D．400

【例二】2018国家 将一块长24厘米、宽16厘米的木板分割成一个正方形和两个相同的圆形，其余部分弃去不用。在弃去不用的部分面积最小的情况下，圆的半径为多少厘米（　　）

A．$3\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．8

D．4

【例三】阳光下，电线杆的影子投射在墙面以及地面上，其中墙面部分的高度为1米，地面部分长度为7米。甲某身高1.8米，同一时刻在地面形成的影子长为0.9米。则该电线杆的高度为：

A.12米　　B.14米　　C.15米　　D.16米

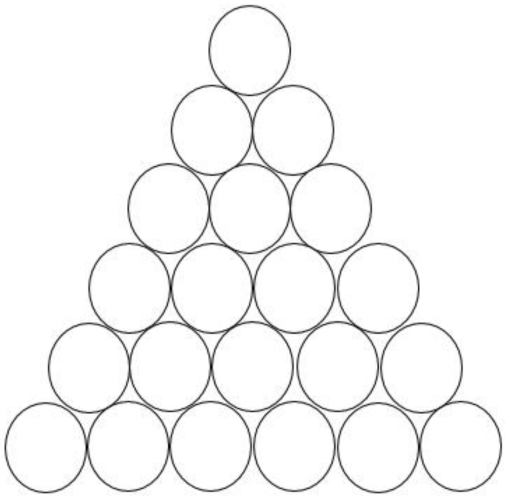
【例四】某工业园拟为园内一个长100米、宽8米的花坛设置若干定点智能洒水装置，洒水

范围是半径为 5 米的圆形。要保证花坛各个区域都可被灌溉，最少需要（　）个洒水装置。

A.17　　　B.18　　　C.19　　　D.20

2015 年国考曾经出过

【例五】有100根水管需要堆放在仓库。水管只能堆放为下图这种上少下多的形式，且堆叠层高不超过8层。在占地面积尽可能少的前提下，如果100根水管全部都堆成一堆，占地面积会比将100根水管分成每20根一堆的占地面积节省（　）。



A、$\frac{1}{3}$

B、$\frac{2}{5}$

C、$\frac{4}{9}$

D、$\frac{7}{15}$

【例六】某学校准备重新粉刷升国旗的旗台，该旗台由两个正方体上下叠加而成，边长分别为 1 米和 2 米，问需要粉刷的面积为（　　　）。

A.30 平方米　　　B.29 平方米

C.26 平方米　　　D.24 平方米

【例七】将一个 8 厘米×8 厘米×1 厘米的白色长方体木块的外表面涂上黑色颜料，然后将其切成 64 个棱长 1 厘米的小正方体，再用这些小正方体堆成棱长 4 厘米的大正方体，且使黑色的面向外露的面积要尽量大，问大正方体的表面上有多少平方厘米是黑色的（　）

A．84　　　B．88　　　C．92　　　D．96

【例八】一个边长为 8 的正立方体，由若干个边长为 1 的立方体组成，现在要将大立方体表

面涂成黄色，问一共有多少个小立方体涂上了黄色？

A.384　B.328　C.324　D.296

【例九】妈妈为了给过生日的小东一个惊喜，在一底面半径为 20cm、高为 60cm 的圆锥形生日帽内藏了一个圆柱形礼物盒。为了不让小东事先发现礼物盒，该礼物盒的侧面积最大为多少？

A．600πcm2　　B．640πcm2

C．800πcm2　　D．1200πcm2