排列组合

排列

从 n 个不同的元素中，任取 m 个（m≦n）元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从 n 个不同的元素中，选取 m 个元素的一个排列，排列数记为A_n^m，计算公式为

$$A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!}=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$$

组合

从 n 个不同的元素中，任取 m 个（m≦n）元素作为一组，叫做从 n 个不同的元素中，选取 m 个元素的一个组合，组合数记为C_n^m，计算公式为

$$C_n^m=\frac{n!}{m!(n-m)!}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

两大原理

加法原理

（1）定义：做一件事，完成它有 n 类方法，在第一类方法中有 m_1 中不同的方法，第二类方法中有 m_2 种不同的方法......第 n 类方法中 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有($m_1+m_2+\cdots+m_n$)种不同的方法。
（2）本质：每一类方法均能独立完成该任务。
（3）特点：分成几类，就有几项相加。

乘法原理

（1）定义：做一件事，完成它需要 n 个步骤，做第一个步骤有 m_1 中不同的方法，做第二个步骤有 m_2 种不同的方法......做第 n 个步骤有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $m_1m_2\cdot\cdots\cdots\cdot m_n$ 种不同的方法。
（2）本质：缺少任何一步均无法完成任务，每一步是不可缺少的环节。
（3）特点：分成几步，就有几项相乘。

考虑顺序用排列
不考虑顺序用组合
分类用加法原理
分步用乘法原理

排列

【例一】为加强机关文化建设，某市直机关在系统内举办演讲比赛，3 个部门分别派出 3、2、4 名选手参加比赛，要求每个部门的参赛选手比赛顺序必须相连，问不同参赛顺序的种数在以下哪个范围之内（　）

A. 小于 1000　　B. 1000~5000　　C. 5001~20000　　D. 大于 20000

分步+组合

【例二】某部门从 8 名员工中选派 4 人参加培训，其中 2 人参加计算机培训，1 人参加英语培训，1 人参加财务培训，问不同的选法有多少种？

A.256　　B.840　　C.1680　　D.5040

分类+组合

【例三】某兴趣组有男女生各 5 名，他们都准备了表演节目。现在需要选出 4 名学生各自表演 1 个节目，这 4 人中既要有男生、也要有女生，且不能由男生连续表演节目。那么，不同的节目安排有多少种？

A. 3600　　B. 3000　　C. 2400　　D. 1200

分类+分步+排列

【例四】2018 国家 某企业国庆放假期间，甲、乙和丙三人被安排在 10 月 1 号到 6 号值班。要求每天安排且仅安排 1 人值班，每人值班 2 天，且同一人不连续值班 2 天。则有多少种不同的安排方式（　　）

A.15　　B.24　　C.30　　D. 36

分类+排列

【例五】小张需要在 5 个长度分别为 15 秒、53 秒、22 秒、47 秒和 23 秒的视频片段中选取若干个，合成为一个长度在 80～90 秒之间的宣传视频。如果每个片段均需完整使用且最多使用一次，并且片段间没有空闲时段，问他按照要求可能做出多少个不同的视频？

A. 12　　B. 6　　C. 24　　D. 18

优先法
对立面转化法
捆绑法
插空法
隔板法

优先法

排列组合问题中，有些元素有特殊要求，如甲必须排第一位，或者有些位置有特殊的元素要求，如第一位只能站甲或乙。此时，应优先考虑特殊元素或者特殊位置，确定它们的选法。

【例一】六辆汽车排成一列纵队，要求甲车和乙车均不在队头或队尾，且正好间隔两辆车。问共有多少种不同的排法（ ）。

A.48　　B.72　　C.90　　D.120

【例二】2018 联考 一位女士为了寻找曾经帮助她的司机，向新闻媒体提供了她记得的车牌信息。女士看到的车牌号为“吉 AC****”，最后一位是字母，其他三位全是奇数，且数字逐渐变大，那么符合要求的车牌有

A.380 个　B.260 个　C.180 个　D.460 个

【例三】一次会议某单位邀请了 10 名专家。该单位预定了 10 个房间，其中一层 5 间。二层 5 间。已知邀请专家中 4 人要求住二层、3 人要求住一层。其余 3 人住任一层均可。那么要满足他们的住宿要求且每人 1 间。有多少种不同的安排方案（ ）

A. 75　　B. 450　　C. 7200　　D. 43200

【例四】某大学考场在 8 个时间段内共安排了 10 场考试，除了中间某个时间段，不安排考试外，其他每个时间段安排 1 场或 2 场考试。那么，考场有多少种考试安排方式(不考虑考试科目的不同)？

A.210　　B.270　　C.280　　D.300

对立面转化法

有些题目所给的特殊条件较多或者较为复杂，直接考虑要分很多类，而其对立面却只有一两种情况，这时我们就可以先求出对立面的情况数，然后再用总情况数减去对立面情况数，即为所求。

【例一】甲、乙两人从 5 项健身项目中各选 2 项，则甲、乙所选的健身项目中至少有一项不相同的选法共有（ ）。

A.36　　B.81　　C.90　　D.100

【例二】某市至旱季水源不足，自来水公司计划在下周七天内选择两天停止供水，若要求停水的两天不相连，则自来水公司共有()种停水方案。

A. 21　　B. 19　　C. 15　　D. 6

【例三】罐中有 12 颗围棋子，其中 8 颗白子，4 颗黑子。从中任取 3 颗棋子。则至少有一颗黑子的情况有：

A.98 种　　　B.164 种　　　C.132 种　　　D.102 种

捆绑法

遇到要求两个或多个元素“相邻”的排列问题时，可将这几个元素捆绑在一起作为一个整体进行考虑。

【例一】有两个三口之家一起出去旅游，他们被安排坐在两排相对的座位上，其中一排 3 个座位，另一排有 4 个座位。如果同一个家庭成员只能被安排在同一排座位相邻而坐，那么共有多少种不同的安排方法（　）。

A.36　　　B.72　　　C.144　　　D.288

【例二】某市举办经济建设成就展，计划在六月上旬组织 5 个单位参观，其中 1 个单位由于人数较多，需要连续参观 2 天，其他 4 个单位只需参观 1 天。若每天最多只能安排一个单位参观，则参观的时间安排共有（）种。

A.630　　　B.700　　　C.15120　　　D.16800

【例三】单位工会组织拔河比赛，每支参赛队都由 3 名男职工和 3 名女职工组成。假设比赛时要求 3 名男职工的站位不能全部连在一起，则每支队伍有几种不同的站位方式？

A.432　　　B.504　　　C.576　　　D.720

【例四】5 名学生和 2 名老师站成一排照相，要求 2 名老师相邻但不站在两端，则不同　　　的排法共有：

A.1440 种　　　B.960 种　　　C.720 种　　　D.480 种

插空法

在排列问题中，如果题目要求两个或多个元素“不相邻”，可先将其余无限制的 n 个元素进行排列，再将要求不相邻的元素插入无限制元素之间及两端所形成的（n+1）个“空位”中。

【例一】将 3 个相同的红球和 4 个相同的白球排成一列，要使红球各不相邻，则有多少种排列法（　）。

A.1　　　B.5　　　C.10　　　D.60

【例二】两公司为召开联欢晚会，分别编排了 3 个和 2 个节目，要求同一公司的节目不能连续出场，则安排节目出场顺序的方案共有（）

A.12 种　　　B.18 种　　　C.24 种　　　D.30 种

【例三】一张节目表上原有 3 个节目，如果保持这 3 个节目的相对顺序不变，再添进去 2 个新节目，有多少种安排方法?

A.20　　B.12　　C.6　　D.4

【例四】某道路旁有 10 盏路灯，为节约用电，准备关掉其中 3 盏。已知两端的路灯不能关，并且关掉的灯不能相邻，则有(　)种不同的关灯方法。

A.20　　B.28　　C.48　　D.96

【例五】把 12 棵同样的松树和 6 棵同样的柏树种植在道路两侧，每侧种植 9 棵，要求每侧的柏树数量相等且不相邻，且道路起点和终点处两侧种植的都必须是松树。问有多少种不同的种植方法（　）

A. 36　　B. 50　　C. 100　　D. 400

【例六】2018 联考 办公室 8 名员工围着一张圆桌就座准备用餐，此时又有 3 名加完班的员工在已就座的员工中间加座并参加用餐。已知加座后，3 名加完班的员工彼此都不相邻，且 8 名已就座的员工最多与 1 名加完班的员工相邻。问有多少种不同的加座方式？

A.336　　B.96　　C.48　　D.30

隔板法

如果题中要求将 n 个相同元素分成 m 组，且每组至少一个元素时，可用（m-1）个“隔板”插入这 n 个元素所形成的（n-1）个“空”中，将元素隔成 m 组，此时有 C_{n-1}^{m-1} 种情况。

【例一】某运输公司有 7 个车队,每个车队的车多于 4 辆（车辆型号均相同）,现从这 7 个车队中抽出 10 辆车,且每个车队至少抽 1 辆,组成一个运输队,则不同的抽法有（　　　）种.

A.84　　B.120　　C.63　　D.301

【例二】领导要把 20 项相同的任务分配给三个下属，每个下属至少分得三项任务，则共有（　）种不同的分配方式。

A.28　　B.36　　C.54　　D.78

【例三】将 10 个相同的小球放入编号为 1,2,3 的三个盒子中,每个盒子中所放的球数不少于其编号数,问不同的放法有多少种?

A.15　　B.20　　C.24　　D.32

概率问题

概率是一个介于 0 和 1 之间的数，是对随机事件发生可能性的测度。

$$P(A)=\frac{满足条件的情况}{总情况数}$$

独立事件概率问题

如果事件 A、B、C 相互独立，那么有 P(ABC)=P=(A)P(B)P(C)

二项分布概率问题

重复试验 n 次，每次试验中事件 A 发生的概率为 p，求这 n 次独立重复试验中事件 A 发生 k 次的概率，即求 P(k)

$$P(k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

【例一】两支篮球队打一个系列赛，三场两胜制，第一场和第三场在甲队的主场，第二场在乙队的主场。已知甲队主场赢球概率为 0.7，客场赢球概率为 0.5,。问甲队赢得这个系列赛的概率为多少（　）。

A.0.3　　B.0.595　　C.0.7　　D.0.795

解

第一种情况：甲队赢得前两场　　0.7×0.5=0.35

第二种情况：甲队赢得第一、三场　0.7×(1-0.5)×0.7=0.245

第三种情况：甲队赢得后两场　　(1-0.7)×0.5×0.7=0.105

三种情况之和为　0.7

【例二】从两双完全相同的鞋中，随机抽取一双鞋的概率是：

A.2/3　　B.1/2　　C.1/3　　D.1

3 双的话是 3/5，在 12 年联考中已经考察过一次了

【例三】某次知识竞赛试卷包括 3 道每题 10 分的甲类题，2 道每题 20 分的乙类题以及 1 道 30 分的丙类题。参赛者赵某随机选择其中的部分试题作答并全部答对，其最终得分为 70 分。问赵某未选择丙类题的概率为多少？

A. 1/3　　B. 1/5　　C. 1/7　　D. 1/8

甲（3 道、10 分）	乙（2 道、20 分）	丙（1 道、30 分）	情况数
3	2	0	1 种
2	1	1	6 种
0	2	1	1 种

【例四】某集团企业 5 个分公司分别派出 1 人去集团总部参加培训，培训后再将 5 人随机分配到这 5 个分公司，每个分公司只分配 1 人。问 5 个参加培训的人中，有且仅有 1 人在培训后返回原分公司的概率：

A．低于 20%

B．在 20%～30%之间

C．在 30%～35%之间

D．大于 35%

涉及到错位重排问题的公式，在附录中有补充，这个知识点是选考的知识点，只需记住前五的数据即可，不做过多的考察

【例五】某单位从 10 名员工中随机选出 2 人参加培训，选出的 2 人全为女性的概率正好为 1/3。则如果选出 3 人参加培训，全为女性的概率在以下哪个范围内？

A.低于 15%

B.15%到 20%之间

C.20%到 25%之间

D.高于 25%

【例六】2018 国家 某单位的会议室有 5 排共 40 个座位，每排座位数相同。小张和小李随机入座，则他们坐在同一排的概率（　　）

A．不高于 15%　　　　B．高于 15%但低于 20%

C．正好为 20%　　　　D．高于 20%

【例七】某射击运动员每次射击命中 10 环的概率是 80%，5 次射击有 4 次命中 10 环的概率是（　）。

A.80%　　B.63.22%　　C.40.96%　　D.32.81%