

- 1、两点之间线段最短。
- 2、同角或等角的补角相等。
- 3、同角或等角的余角相等。
- 4、直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短。
- 5、平行公理：经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行。

平行的判定

- (1) 如果两条直线都和第三条直线平行，这两条直线也互相平行。
- (2) 因为同位角相等，所以两直线平行
- (3) 因为内错角相等，所以两直线平行
- (4) 因为同旁内角互补，所以两直线平行。

平行的性质

- 1、因为两直线平行，所以同位角相等；
- 2、因为两直线平行，所以内错角相等；
- 3、因为两直线平行，所以同旁内角互补。

定理：三角形两边的和大于第三边。（推论：三角形两边的差小于第三边。）

三角形内角和定理：三角形三个内角的和等于 180° 。

推论 1：直角三角形的两个锐角互余。

推论 2：三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和。

推论 3：三角形的一个外角大于任何一个和它不相邻的内角。

全等三角形的性质：全等三角形的对应边、对应角相等。

全等三角形的判定：(SSS)： (SAS)： (ASA)： (AAS)； 斜边、直角边公理 (HL)：

角平分线 定理 1 (性质) 在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等。

定理 2 (判定) 到一个角的两边的距离相同的点，在这个角的平分线上。

等腰三角形的性质定理：等腰三角形的两个底角相等（即等边对等角）

等腰三角形的判定定理：

如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等（等角对等边）。

等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线和底边上的高互相重合（三线合一）。

等边三角形

推论 1 三个角都相等的三角形是等边三角形。

推论 2 有一个角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形。

推论 3 等边三角形的各角都相等，并且每个角都等于 60° 。

推论 4 在直角三角形中，一个锐角等于 30° 那么它所对的直角边等于斜边的一半。

推论 5 直角三角形斜边上的中线等于斜边上的一半。

线段的垂直平分线：

定理：线段垂直平分线的点和这条线段两个端点的距离相等。

逆定理：和一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

线段的垂直平分线可看作和线段两端点距离相等的所有点的集合。

勾股定理：直角三角形两直角边 a 、 b 的平方和，等于余边 c 的平方，即 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

勾股定理的逆定理：

如果三角形三边长 a 、 b 、 c 有关系 $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形。

定理：四边形的内角和等于 360 度； 四边形的外角和等于 360 度；

多边形的内角和定理：n 边形的内角和等于 $(n-2) \times 180^\circ$

推论：任意多边形的外角和等于 360°

平行四边形

性质定理 1：平行四边形的对边平行。

性质定理 2：平行四边形的对角相等。

性质定理 3：平行四边形的对边相等。

性质定理 4：平行四边形的对角线互相平分

定义判定：两组对边分别平行的四边形是平行四边形。

判定定理 1：两组对角分别相等的四边形是平行四边形。

判定定理 2：两组对边分别相等的四边形是平行四边形。

判定定理 3：对角线互相平分的四边形是平行四边形。

判定定理 4：一组对边平行相等的四边形是平行四边形。

特殊的平行四边形

一、矩形

性质定理 1：矩形的四个角都是直角。

性质定理 2：矩形的对角线相等。

判定定理 1：有三个角是直角的四边形是矩形。

判定定理 2：对角线相等的平行四边形是矩形。

二、菱形（菱形面积=对角线乘积的一半，即 $S = (a \times b) \div 2$ ）

性质定理 1：菱形的四条边都相等。

性质定理 2：菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角。

菱形判定定理 1：四边都相等的四边形是菱形。

菱形判定定理 2：对角线互相垂直的平行四边形是菱形。

三、正方形

性质定理 1：正方形的四个角都是直角，四条边都相等。

性质定理 2：正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分每条对角线平分一组对角。

$$(1) \quad |a| = \begin{cases} a, & a > 0 (a \text{ 为正数等于它本身}) \\ 0, & a = 0 (a \text{ 为零等于它本身也等于它的相反数}) \\ -a, & a < 0 (a \text{ 为负数等于它的相反数即在前加负号}) \end{cases}$$

$$(2) \quad a^m a^n = a^{m+n}; \quad a^m \div a^n = a^{m-n}; \quad (ab)^n = a^n b^n$$

$$(3) \quad \text{平方差公式: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2;$$

$$\text{完全平方公式: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(4) \quad (\sqrt{a})^2 = a (a > 0); \quad (\sqrt{a^2}) = |a|$$

$$1^2 = 1, \quad 2^2 = 4, \quad 3^2 = 9, \quad 4^2 = 16, \quad 5^2 = 25, \quad 6^2 = 36, \quad 7^2 = 49, \quad 8^2 = 64, \quad 9^2 = 81$$

$$11^2 = 121, \quad 12^2 = 144, \quad 13^2 = 169, \quad 14^2 = 196, \quad 15^2 = 225,$$

$$16^2 = 256, \quad 17^2 = 289, \quad 18^2 = 324, \quad 19^2 = 361$$

定理 1: 关于中心对称的两个图形是全等的。

定理 2: 关于中心对称的两个图形, 对称点连线都经过对称中心, 并且被对称中心平分。

逆定理: 如果两个图形的对应点连线都经过某一点, 并且被这一点平分, 那么这两个图形关于这一点对称。

定腰梯形性质定理: 等腰梯形在同一底上的两个角相等。

等腰梯形的两条对角线相等。

等腰梯形判定定理: 在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形。

对角线相等的梯形是等腰梯形。

平分线等分线段定理: 如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等, 那么在其他直线上截得的线段也相等。

推论 1 经过梯形一腰的中点与底平行的直线, 必平分另一腰。

推论 2 经过三角形一边的中点与另一边平行的直线, 必平分第三边。

三角形中位线定理: 三角形的中位线平行于第三边, 并且等于它的一半

梯形中位线定理: 梯形的中位线平行于两底, 并且等于两底和的一半 $L = (a+b) \div 2$

$S = L \times h$

83. (1) 比例的基本性质 如果 $a:b=c:d$, 那么 $ad=bc$; 如果 $ad=bc$ 那么 $a:b=c:d$

84. (2) 合比性质 如果 $a/b=c/d$, 那么 $(a \pm b)/b = (c \pm d)/d$

85. (3) 等比的基本性质, 如果 $a/b=c/d=\dots=m/n$ ($b+d+\dots+n \neq 0$), 那么 $(a+c+\dots+m)/(b+d+\dots+n) = a/b$

86. 平分线分线段成比例定理 三条平行线截两条直线, 所得的对应线段成比例

87. 推论: 平行于三角形一边的直线截其他两边 (或两边的延长线), 所得的对应线段成比例

88. 定理: 如果一条直线截三角形的两边 (或两边的延长线) 所得的对应线段成比例, 那么这条直线平行于三角形的第三边。

89. 平行于三角形的一边, 并且和其他两边相交的直线, 所截得的三角形的三边与原三角形三边对应成比例。

90. 定理: 平行于三角形一边的直线和其他两边 (或两边的延长线) 相交, 所构成的三角形与原三角形相似。

91. 相似三角形判定定理 1 两角对应相等, 两三角形相似 (ASA)

92. 直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形和原三角形相似。

93. 判定定理 2: 两边对应成比例且夹角相等, 两三角形相似 (SAS)

94. 判定定理 3: 三边对应成比例, 两三角形相似 (SSS)

95. 定理: 如果一个直角三角形的斜边和一条直角边与另一个直角三角形的斜边和一条直角边对应成比例, 那么这两个直角三角形相似。

96 性质定理 1: 相似三角形对应高的比, 对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似比

97. 性质定理 2: 相似三角形周长的比等于相似比

98. 性质定理 3: 相似三角形面积的比等于相似比的平方。

99. 任意锐角的正弦等于它的余角的余弦值, 任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值。

100. 任意锐角的正切值等于它的余角的余弦值, 任意锐角的余切值等于它的余角的正切值

101. 圆是定点的距离等于定长的点的集合。

102. 圆的内部可以看作是圆心的距离小于半径的点的集合

103. 圆的外部可以看作是圆心的距离大于半径的点的集合。

104. 同圆或等圆的半径相等。

105. 到定点的距离等于定长的点的轨迹，是以定点为圆心，定长为半径的圆。
106. 和已知线段两个端点的距离相等的点的轨迹，是这个角的平分线。
107. 到已知角的两边距离相等的点的轨迹，是这个角的平分线。
108. 到两条平行线距离相等的点的轨迹，是和这两条平行线平行且距离相等的一条直线。
109. 定理：不在同一直线上的三点确定一个圆。
110. 垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦并且平分弦所对的两条弧。
111. 推论 1：（1）平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧
（2）弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧。（3）平分弦所对的一条弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧。
- 112 推论 2：圆的两条平行弦所夹的弧相等。
113. 圆是以圆心为对称中心的中心对称图形。
114. 定理：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等。
115. 推论：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦或两弦的弦心距中有一组量相等那么它们所对应的其余各组量都相等。
116. 定理：一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半。
117. 推论 1：同弧或等弧所对的圆周角相等；同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧也相等。
118. 推论 2：半圆（或直径）所对的圆周角是直角； 90° 的圆周角所对的弦是直径。
119. 推论 3：如果三角形一边上的中线等于这边的一半，那么这个三角形是直角三角形。
120. 定理：圆的内接四边形的对角互补，并且任何一个外角都等于它的内对角。
121. （1）直线 L 和 $\odot O$ 相交 $d < r$ ；（2）直线 L 和 $\odot O$ 相切 $d=r$ ；（3）直线 L 和 $\odot O$ 相离 $d > r$ ？
122. 切线的判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线
123. 切线的性质定理：圆的切线垂直于经过切点的半径。
- 124 推论：经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点
125. 推论 2：经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心。
126. 切线长定理：从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角。
127. 圆的外切四边形的两组对边的和相等。
128. 弦切角定理：弦切角等于它所夹的弧对的圆周角。
129. 推论：如果两个弦切角所夹的弧相等，那么这两个弦切角也相等。
130. 相交弦定理：圆内的两条相交弦，被交点分成的两条线段长的积相等。
131. 推论：如果弦与直径垂直相交，那么弦的一半是它分直径所成的两条线段的比例中项。
132. 切割线定理：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项。
133. 推论：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等
134. 如果两个圆相切，那么切点一定在连心线上。
135. （1）两圆外离 $d > R+r$ ；（2）两圆外切 $d=R+r$ ；（3）两圆相交 $R-r < d < R+r$ （ $R > r$ ）
（4）两圆内切 $d=R-r$ （ $R > r$ ）；（5）两圆内含 $d < R-r$ （ $R > r$ ）
136. 定理：相交两圆的连心线垂直平分两圆的公*弦
137. 定理：把圆分成 n （ $n \geq 3$ ）；（1）依次连结各分点所得的多边形是这个圆的内接正 n 边

形；(2) 经过各分点作圆的切线，以相邻切线的交点为顶点的多边形是这个圆的外切正 n 边形。

138. 定理：任何正多边形都有一个外接圆和一个内切圆，这两个圆是同心圆。

139. 正 n 边形的半径和边心距把正 n 边形分成 $2n$ 个全等的直角三角形。

140 定理：正 n 边形的半径和边心距把正 n 边形分成 $2n$ 个全等的直角三角形。

141. 正 n 边形的面积 $S_n = Pnr_n/2$ P 表示正 n 边形的周长。

142. 正三角形面积 $\sqrt{3}a^2/4$ a 表示边长。