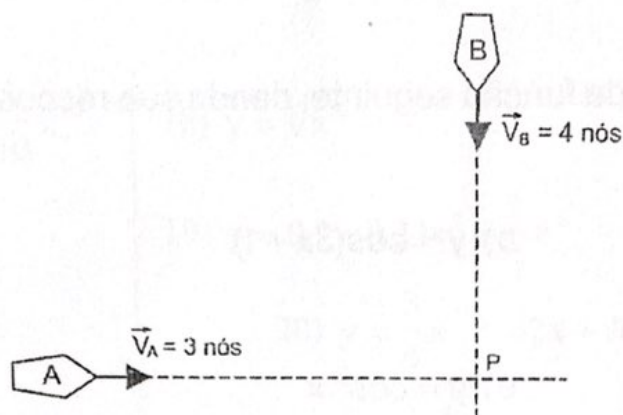


1- (PETROBRAS/2008)



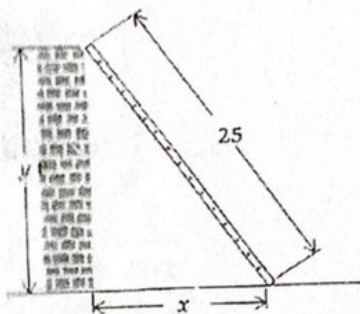
As unidades comumente utilizadas por veículos náuticos para expressar distâncias e velocidades são, respectivamente, a **milha náutica** e o **nó**. Um nó corresponde a 1 milha náutica por hora.

A figura acima ilustra dois pequenos barcos que se movimentam com velocidades constantes, em trajetórias perpendiculares. Quando os barcos A e B estão, respectivamente, a 0,8 e 0,6 milhas náuticas do ponto P, intersecção das trajetórias, qual a taxa, em nós, com a qual os barcos estão se aproximando um do outro?

- a) 0,0      b) 4,8      c) 5,0      d) 6,2      e) 7,0

Resposta: b

2- Uma escada com 25m de comprimento está apoiada numa parede vertical. Se a base da escada for puxada horizontalmente, afastando-se da parede a 3m/s, qual a velocidade com que a parte superior da escada desliza ao longo da parede, quando sua base está a 15 m da parede?

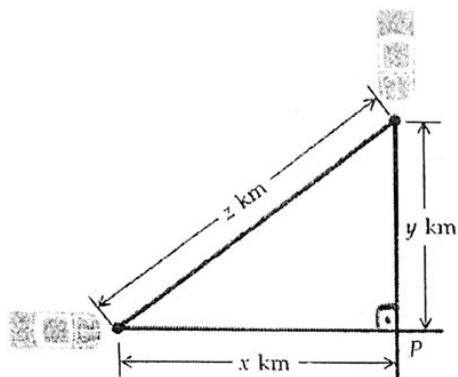


Resposta: 2,25m/s

3- Uma pipa está voando a uma altura de 40m. Uma criança está empinando-a de tal forma que ela se mova horizontalmente, a uma velocidade de 3m/s. Se a linha estiver esticada, com que velocidade a linha está sendo "dada", quando o comprimento da linha desenrolada for de 50m?

Resposta: 1,8m/s

- 4- Dois carros estão se encaminhando em direção a um cruzamento, um seguindo a direção leste a uma velocidade de 90km/h e o outro seguindo a direção sul, a 60km/h. Qual a taxa segundo a qual eles se aproximam um do outro no instante em que o primeiro carro está a 0,2km do cruzamento e o segundo a 0,15km?



Resposta: 108km/h

- 5- Pela ruptura de um navio-tanque, uma mancha de óleo espalha-se em forma de um círculo cuja área cresce a uma taxa constante de  $6\text{km}^2/\text{h}$ . Com que rapidez estará crescendo o raio da mancha quando a área for de  $9\text{km}^2$ ?

Resposta:  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}\text{km/h}$

- 6- Um balão esférico é inflado com gás a uma taxa de 800 centímetros cúbicos por minuto. A que taxa crescerá o raio do balão quando o raio medir 30cm.

Resposta:  $\frac{2}{9\pi}\text{cm/min}$

# Exercício

①  $x^2 + y^2 = z^2$   $x^2 + y^2 = z^2$   
 $2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 2z \frac{dz}{dt} \div 2$   $(0,8)^2 + (0,6)^2 = z^2$   
 $z^2 = 1 \quad z = 1$

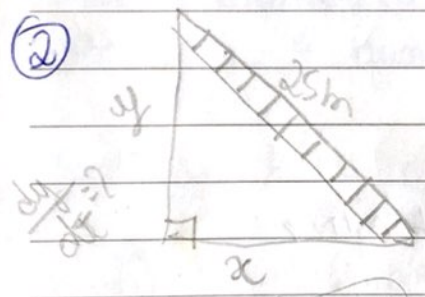
$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = z \frac{dz}{dt}$$

$$x \cdot (-0,3) + y \cdot (-4) = z \frac{dz}{dt}$$

$$0,8 \cdot (-0,3) + 0,6 \cdot (-4) = 1 \frac{dz}{dt}$$

$$-0,24 - 2,4 = \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = -4,8 \text{ m/s}$$



$$x^2 + y^2 = 25^2$$

$$2x \frac{dx}{dt} + 2y \frac{dy}{dt} = 0 \div 2$$

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = 0$$

$$15 \frac{dx}{dt} - 20 \frac{dy}{dt} = 0$$

$$x^2 + y^2 = 65^2$$

$$20 \frac{dy}{dt} = -45$$

$$15^2 + y^2 = 625$$

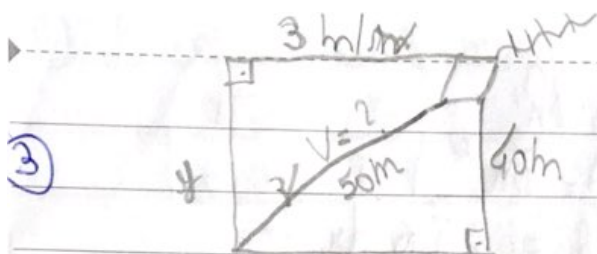
$$y^2 = 400$$

$$y = 20\text{m}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{-45}{20} = -2,25 \text{ m/s}$$

$$R = 2,25 \text{ m/s}$$





3

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 + 40^2 = z^2$$

$$x^2 + 1600 = z^2$$

$$2x \frac{dx}{dt} = 2z \frac{dz}{dt} \div 2$$

$$x \frac{dx}{dt} = z \frac{dz}{dt} = 30 \cdot 3 = 50 \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$x^2 + (40)^2 = 50^2$$

$$x^2 = 2500 - 1600$$

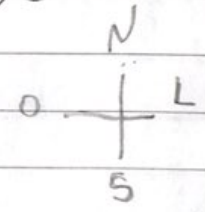
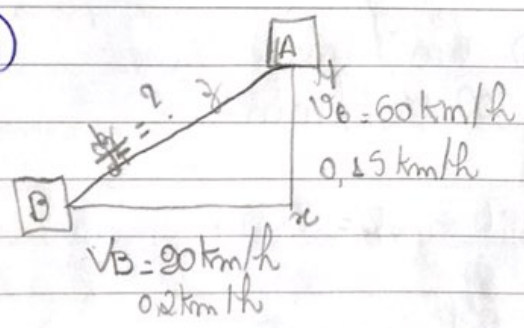
$$x^2 = 900$$

$$x = \sqrt{900} = 30m$$

$$90 = 50 \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{90}{50} = 1,8 \text{ m/s}$$

4



$$x^2 + y^2 = z^2$$

$$(0,2)^2 + (0,15)^2 = z^2$$

$$z^2 = 0,0625$$

$$z = 0,25 \text{ km/h}$$

$$z^2 = y^2 + x^2$$

$$2z \frac{dz}{dt} = 2y \frac{dy}{dt} + 2x \frac{dx}{dt} \div 2$$

$$z \frac{dz}{dt} = y \frac{dy}{dt} + x \frac{dx}{dt}$$

$$0,25 \cdot \frac{dz}{dt} = (0,15) \cdot 60 + 0,2 \cdot 90$$

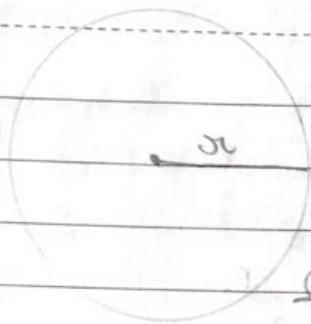
$$0,25 \frac{dz}{dt} = 9 + 18$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{27}{0,25} = 108 \text{ km/h}$$

Resposta: 108 km/h

credeal

5



$$\frac{dA}{dt} = 6 \text{ km}^2/\text{h}$$

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{dr}{dt} = ?$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$A = \pi r^2$$

$$9 = \pi \cdot r^2$$

$$r^2 = \frac{9}{\pi}$$

$$6 = 2\pi \cdot \frac{3}{\sqrt{\pi}} \frac{dr}{dt}$$

$$6 = \frac{6\pi}{\sqrt{\pi}} \frac{dr}{dt} = 6$$

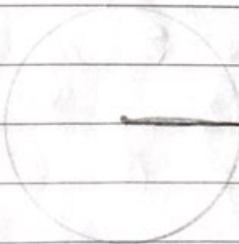
$$r = \frac{3}{\sqrt{\pi}}$$

$$1 = \frac{\pi}{\sqrt{\pi}} \frac{dr}{dt}$$

$$\sqrt{\pi} = \pi \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ km/h}$$

6



$$V = 800 \text{ cm}^3/\text{min}$$

$$\frac{dV}{dt} = 800 \text{ cm}^3/\text{min}$$

$$\frac{dr}{dt} = ? \quad r = 30 \text{ cm}$$

$$V_{\text{sphere}} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$$

$$800 = 4\pi (30)^2 \frac{dr}{dt}$$

$$800 = 3600\pi \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{8}{36\pi} = \frac{2}{9\pi} \text{ cm/min} \approx 0,071 \text{ cm/min}$$