

Curso: Ciência de Computação

Data: 27/.11./2023

Prova: P2 **Período:** 4º

Disciplina: Estrutura de dados II

Professor: Fermín Alfredo Tang

Turno: Diurno

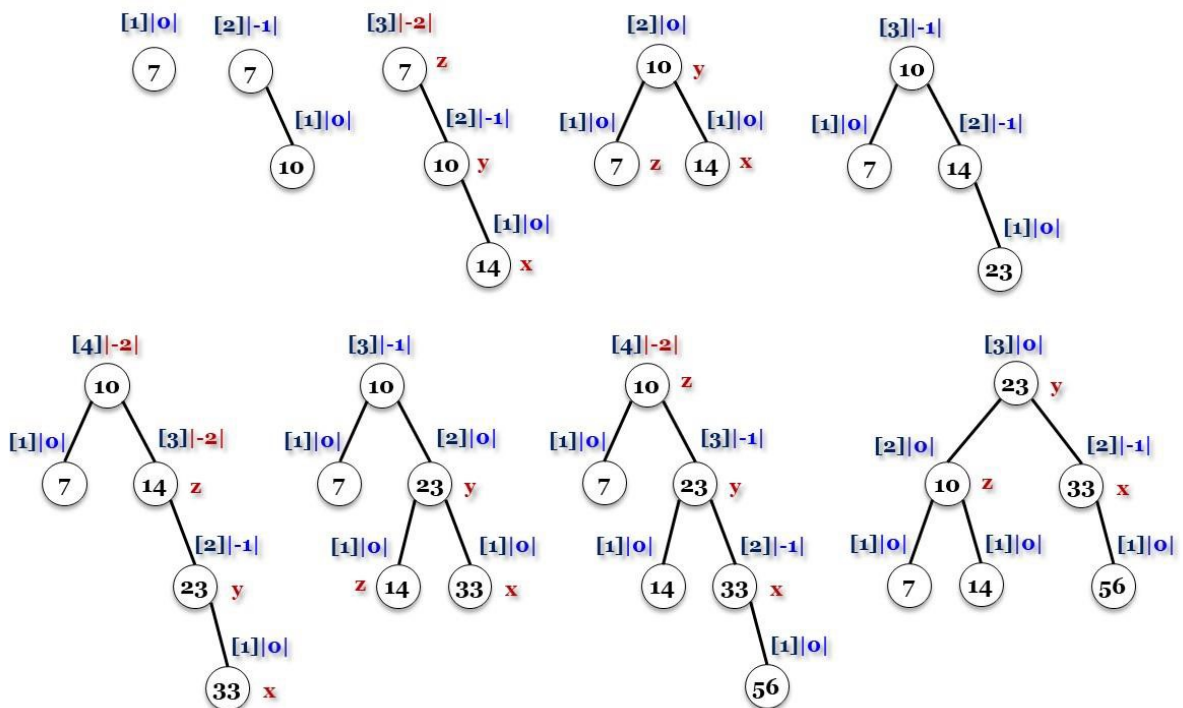
Nome do Aluno: **Matrícula:**

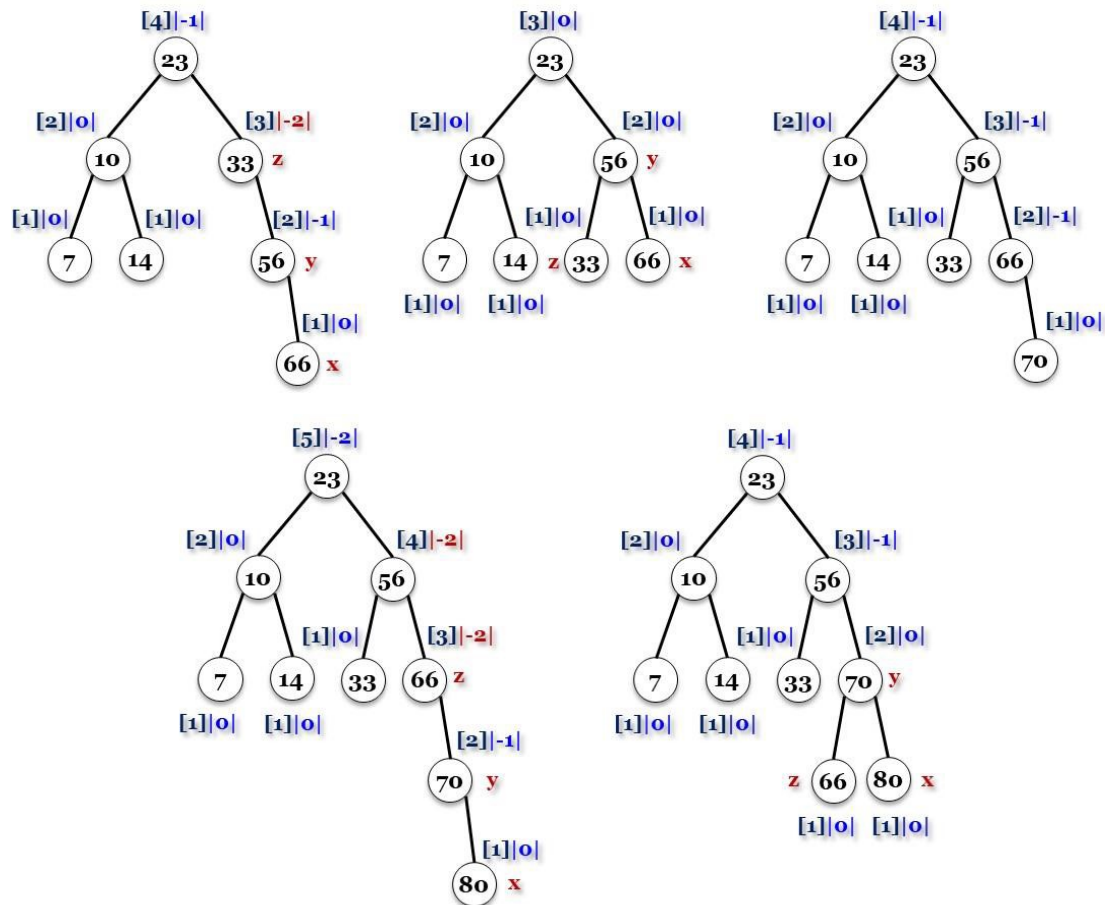
1. [2,0 Pontos] Crie uma árvore AVL usando os seguintes dados ingressados em sequência:

7	10	14	23	33	56	66	70	80
---	----	----	----	----	----	----	----	----

Desenhe a árvore após cada inserção. Indicando a altura de cada nó e o fator de balanceamento. Caso seja necessário realize o balanceamento da árvore, indicando o tipo de rotação utilizada. [0,25 ponto c/u].

Resposta1.- Desenhando a árvore AVL temos:





Em todos os casos a rotação foi simples para o caso direita-direita, fazendo a rotação à esquerda.

2. **[2,0 Pontos]** Descreva as características de uma árvore vermelha e preta, considerando os seguintes tópicos:

- Definição.- Como definiria uma árvore vermelha-preta? Quais regras deve cumprir? [1,0 ponto].
- Organização dos nós.- Quantos filhos tem cada nó? Como se relacionam os dados de um nó com relação aos dados de seus filhos? [0,5 ponto].
- Balanceamento.- Responder se a árvore é balanceada ou não, e qual é o tipo de balanceamento adotado. [0,5 ponto].

Resposta2.-

- A árvore vermelha e preta é uma árvore binária balanceada que cumpre as seguintes regras:
 - Os nós são coloridos como vermelhos ou pretos;
 - O nó raiz é sempre preto;
 - Todo nó vermelho tem sempre pai preto;

4. A contagem de nós pretos, da raiz até qualquer folha deve ser sempre a mesma.
- ii) Como a árvore é binária, cada nó pode ter até 2 filhos. O dado de um nó à esquerda de seu nó pai deve ser sempre menor que dado de seu pai. O dado de um nó à direita de seu nó pai deve ser sempre maior ou igual que dado de seu pai.
- iii) A árvore é balanceada, sendo que a regra 4 estabelece a condição de balanceamento.
3. **[2,0 Pontos]** Considerando uma árvore B de ordem $m = 5$, com 3 níveis, responda:
- i) Qual é o maior número de dados (entradas) que podem ser armazenados nessa árvore?. Justifique mostrando o número de nós e dados em cada nível; [1,0 pontos].
- ii) Qual é o menor número de dados (entradas) que podem ser armazenados nessa árvore?. Justifique mostrando o número de nós e dados em cada nível; [1,0 pontos].

Resposta3.-

- i) O maior número de dados na árvore B acontece quando o nó raiz está cheio maximizando o número de filhos. De maneira semelhante, os nós intermediários devem estar cheios e os nós folhas também. Como a árvore tem ordem $m = 5$, cada nó tem 5 filhos e 4 dados (entradas). Temos assim:

Nível 0	1 nó	1 = 4 dados
Nível 1	5 nós	5x4 = 20 dados
Nível 2	5x5=25 nós	25x4=100 dados
Total	31 nós	124 dados

- ii) O menor número de dados na árvore B acontece quando o nó raiz possui apenas uma entrada minimizando o número de filhos. Apenas 2 filhos. Os nós intermediários devem estar cheios pela metade e os nós folhas também. Como a árvore tem ordem $m = 5$, cada nó tem 2 dados (entradas) e 3 filhos. Temos assim:

Nível 0	1 nó	1 = 1 dado
Nível 1	2 nós	2x2 = 4 dados
Nível 2	2x3=6 nós	6x2=12 dados
Total	9 nós	17 dados

- 4.- **[2,0 ponto]** Dado o grafo da Figura 1, responda cada uma das questões justificando.

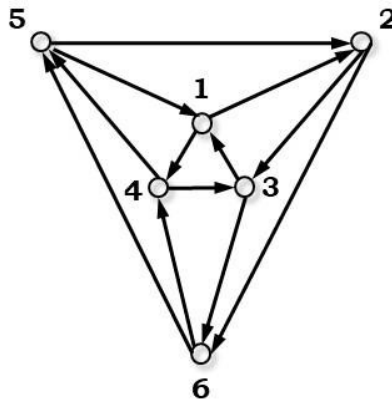


Figura 1. Grafo

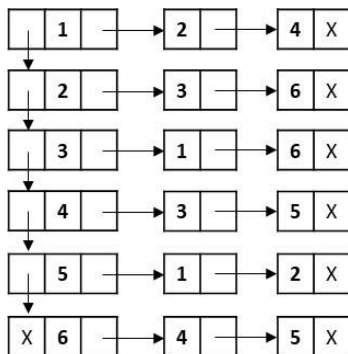
- i) Determine a matriz de adjacência para esse grafo; [0,5 Ponto]
- ii) Determine as listas de adjacência para esse grafo; [0,5 Ponto]
- iii) Considerando os graus dos vértices, (inclusive grau exterior e interior) responda se o grafo é regular. Justifique. [0,5 Ponto]
- iv) Considerando a conexidade do grafo, responda se o grafo é conexo, simplesmente conexo ou fortemente conexo. Justifique [0,5 Ponto].

Resposta4.-

- i) A matriz de adjacência é:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{array}{c} \left[\begin{array}{cccccc}
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0
 \end{array} \right]
 \end{array}
 \end{array}$$

- ii) As listas de adjacência são:



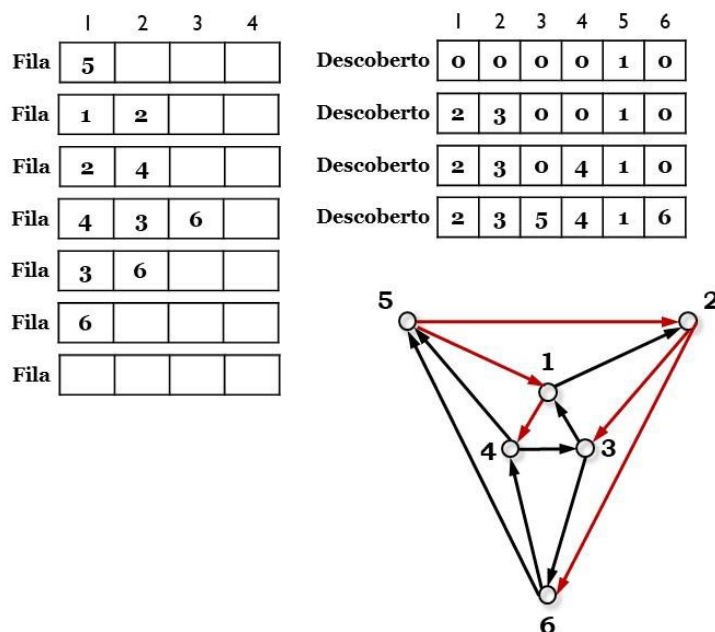
- iii) O grafo é regular. Observa-se que cada nó possui grau 4. Sendo que em todos os casos o grau de entrada é 2; e o grau de saída é 2.
- iv) O grafo é fortemente conexo. Para qualquer par de nós existe um caminho de ida e volta entre esses nós.

5.- [2,0 ponto] Começando em um nó da sua preferência, percorra o grafo mostrado na Figura 1:

- utilizando o algoritmo de **busca em largura**. Mostre, passo a passo, o estado da estrutura de dados usada para este percurso; [1,0 Ponto];
- utilizando o algoritmo de **busca em profundidade**. Mostre, passo a passo, o estado da estrutura de dados usada para este percurso; [1,0 Ponto].

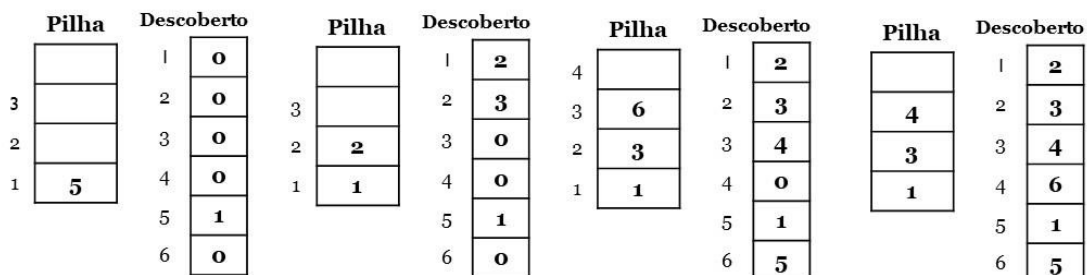
Resposta5.-

- A busca em largura utiliza uma estrutura de fila. Começando no nó 5, temos:



A visitação acontece na remoção da fila. A remoção da fila permite a exploração dos vizinhos do nó removido.

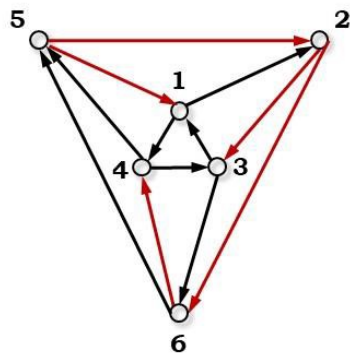
- A busca em profundidade utiliza uma estrutura de pilha. Começando no nó 5, temos:



	Pilha		Descoberto
4		1	2
3		2	3
2	3	3	4
1	1	4	6
		5	1
		6	5

	Pilha		Descoberto
4		1	2
3		2	3
2		3	4
1	1	4	6
		5	1
		6	5

	Pilha		Descoberto
4		1	2
3		2	3
2		3	4
1		4	6
		5	1
		6	5



A visitação acontece na remoção da pilha. A remoção da pilha permite a exploração dos vizinhos do nó removido.