

Appunti di Fondamenti di elettronica

Giacomo Simonetto

Primo semestre 2025-26

Sommario

Appunti del corso di Fondamenti di elettronica della facoltà di Ingegneria Informatica dell'Università di Padova.

Indice

1 Introduzione	4
1.1 Definizioni fondamentali	4
1.2 Settori dell'elettronica	4
1.3 Richiamo di teoria dei circuiti	5
1.4 Reti in regime transitorio	7
2 Semiconduttori	9
2.1 Classificazione e proprietà elettriche dei semiconduttori	9
2.2 Drogaggio dei semiconduttori	10
2.3 Corrente elettrica e conducibilità nei semiconduttori	12
2.4 Semiconduttori in equilibrio	13
3 Giunzione PN e diodi	15
3.1 Giunzione pn all'equilibrio	15
3.2 Giunzione pn polarizzata	18
3.3 Giunzione pn polarizzata vista come diodo	19
3.4 Applicazioni speciali dei diodi	20
4 Condensatore MOS o CMOS	22
4.1 Struttura e funzionamento	22
4.2 CMOS con substrato di tipo p	22
4.3 Analisi del p-CMOS in condizioni di svuotamento/inversione	23
4.4 CMOS con substrato di tipo n e differenze rispetto al p-CMOS	24
5 Transistor MOSFET	25
5.1 Struttura generale e classificazione dei MOSFET	25
5.2 Struttura di un NMOSFET e vincoli sui potenziali	26
5.3 Aree di lavoro di un NMOSFET	27
5.4 Curve caratteristiche di corrente-tensione di un NMOSFET	29
5.5 Modello a canale corto di un NMOSFET	30
5.6 Struttura di un PMOSFET e vincoli sui potenziali	31
5.7 Aree di lavoro di un PMOSFET	32
5.8 Curve caratteristiche di corrente-tensione di un PMOSFET	32
5.9 Modello a canale corto di un PMOSFET	33
5.10 Simbologia e rappresentazione circuitale dei MOSFET	34
5.11 Struttura reale del MOSFET	34
5.12 Effetto Body e variazione della tensione di soglia	35
5.13 Corrente di sottosoglia	35
5.14 Capacità parassite dei MOSFET	36
6 Circuiti con i MOSFET	37
6.1 MOSFET in serie a una resistenza	37
6.2 MOSFET connesso a diodo	38
6.3 MOSFET come generatore di corrente	39
6.4 MOSFET usato come interruttore	41
6.5 Scarica di un condensatore con NMOS	41
6.6 Carica di un condensatore con PMOS	43
6.7 Scarica di un condensatore con un PMOS	45
6.8 Carica di un condensatore con un NMOS	47
6.9 Confronto dei transitori per carica e scarica con NMOS e PMOS	49
6.10 Resistenza equivalente del MOSFET come interruttore	50
6.11 Reti di MOSFET e resistenza equivalente complessiva	51
7 Breve cenno ai segnali digitali	52
8 Invertitore CMOS	53

9 Logica statica complementare	54
10 Logica a Pass Transistor	55
11 Fabbricazione dei circuiti integrati	56

1 Introduzione

1.1 Definizioni fondamentali

- **elettronica:** studia e realizza sistemi elettronici;
- **sistema elettronico:** è un insieme di componenti elettronici (sensori, circuiti e attuatori) che raccolgono informazioni dal mondo reale attraverso sensori, le elaborano attraverso circuiti elettronici e prendono decisioni o comandano azioni con degli attuatori;
- **segnaile:** supporto fisico di natura qualunque (elettrica, acustica, ottica) a cui si associa un'informazione allo scopo di poterla trasferire da una sorgente ad un utilizzatore, può essere digitale (ampiezza e tempo discreti) o analogico (ampiezza e tempo continui);
- **sensore:** dispositivo che converte un segnale esterno (come temperatura, pressione, luce, suono) in una grandezza elettrica (come corrente o tensione);
- **circuito elettronico:** rete di componenti elettrici passivi (R, L, C) e attivi (diodi, transistor) che elaborano segnali elettrici (tensione e corrente). In base al tipo di segnale elaborato si distingue in:
 - **circuito analogico:** elabora segnali analogici;
 - **circuito digitale:** elabora segnali digitali;
 - **circuito misto:** opera in entrambi i domini del segnale.

Siccome i segnali provenienti dal mondo reale sono sempre analogici, in generale non esiste un sistema completamente digitale. Ogni sistema digitale, infatti, comprende un ADC (Analog-to-Digital Converter) in ingresso e un DAC (Digital-to-Analog Converter) in uscita.

In base alla realizzazione fisica, un circuito elettronico si distingue in:

- **circuito a elementi discreti:** realizzato con componenti costruiti separatamente che poi vengono montati su un supporto (breadboard, PCB) e collegati tra loro tramite fili o piste conduttrive;
- **circuito integrato (IC):** tutti i componenti sono miniaturizzati e vengono montati su un unico chip di silicio (es. microchip).

Un sistema elettronico completo è formato da circuiti integrati e componenti discreti montati in una scheda in cui sono realizzate le interconnessioni metalliche tra i terminali dei componenti

1.2 Settori dell'elettronica

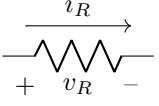
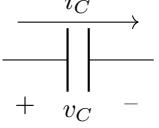
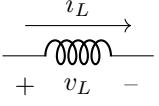
- **elettronica analogica:** progettazione e analisi di circuiti che elaborano segnali analogici;
- **elettronica digitale:** progettazione e analisi di circuiti che elaborano segnali digitali;
- **elettronica di consumo:** dispositivi elettronici per l'uso personale e domestico (computer, telefoni cellulari, televisori, elettrodomestici);
- **microelettronica:** progettazione e fabbricazione di componenti elettronici e circuiti integrati;
- **elettronica di potenza:** conversione e gestione dell'energia elettrica a diversi livelli (dal riscaldamento agli alimentatori per pc, cellulari o altri strumenti);
- **elettronica industriale:** sistemi elettronici per processi produttivi automatizzati;
- **telecomunicazioni:** sistemi per la trasmissione di dati (voce, video, file) attraverso dispositivi mobili o fissi;
- **biomedica:** sviluppo di apparecchiature elettroniche per la diagnostica, la cura e il monitoraggio della salute;
- **automotive:** sistemi per il controllo dei veicoli (dallo specchietto fino alla guida autonoma);
- **informatica:** dispositivi e sistemi elettronici per la gestione dei dati.

1.3 Richiamo di teoria dei circuiti

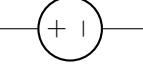
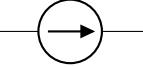
Leggi di Kirchoff

- **Legge delle correnti (LKC):** la somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti.
- **Legge delle tensioni (LKT):** la somma delle tensioni lungo una maglia è uguale a zero.

Elementi passivi

resistore (R):		$v_R(t) = R \cdot i_R(t)$	$i_R(t) = \frac{v_R(t)}{R}$
condensatore (C):		$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$	$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt$
induttore (L):		$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(t) dt$

Elementi attivi

generatore ideale di tensione (GIT):		fornisce una tensione costante indipendentemente dalla corrente che lo attraversa
generatore ideale di corrente (GIC):		fornisce una corrente costante indipendentemente dalla tensione ai suoi capi
diodi e transistor:	...	componenti non lineari che verranno studiati successivamente.

Principi di analisi dei circuiti

- **partitore di tensione:** due resistori in serie dividono la tensione in ingresso V_{in} in due tensioni V_1 e V_2 direttamente proporzionali alle resistenze (inversemente proporzionali alle conduttanze):

$$V_1 = V_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad V_2 = V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

- **partitore di corrente:** due resistori in parallelo dividono la corrente in ingresso I_{in} in due correnti I_1 e I_2 inversamente proporzionali alle resistenze (direttamente proporzionali alle conduttanze):

$$I_1 = I_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad I_2 = I_{in} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

- **sovraposizione degli effetti:** dato un sistema lineare con C_1 , C_2 possibili ingressi ed E_1 , E_2 effetti prodotti in uscita dai due ingressi, se il sistema viene perturbato con un ingresso dato dalla composizione lineare dei due ingressi $C = p_1C_1 + p_2C_2$ con p_1 e p_2 pesi dei due ingressi, l'effetto risultante in uscita sarà la composizione lineare dei due effetti $E = p_1E_1 + p_2E_2$.

In particolare in un circuito lineare con più generatori, la risposta (tensione o corrente) in un componente è uguale alla somma algebrica delle risposte dovute a ciascun generatore preso singolarmente, con gli altri generatori sostituiti dai loro rispettivi cortocircuiti (generatore di tensione ideale) o circuiti aperti (generatore di corrente ideale).

Potenziali, tensioni e nodi di riferimento

- Il potenziale elettrico è definito a meno di una costante, per cui anche la soluzione di una rete elettrica (data dai potenziali ai vari nodi) non è univoca, ma è definita a meno di una costante.
- Per rendere univoca la soluzione, si sceglie un nodo di riferimento a cui si assegna potenziale nullo e si calcolano i potenziali degli altri nodi rispetto a questo.
- Le tensioni, invece, sono sempre definite univocamente come differenze di potenziale tra due nodi.

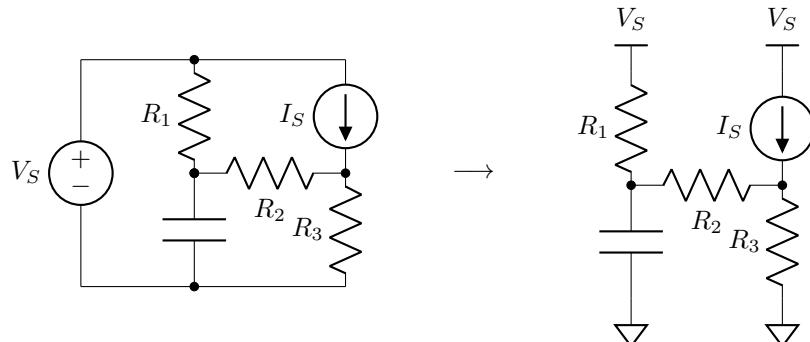
Esistono tre tipi di nodi di riferimento comunemente usati:

nodo con potenziale di riferimento:		nodo con il potenziale di riferimento scelto arbitrariamente a 0V
nodo di massa:		nodo collegato al telaio metallico del dispositivo elettronico
nodo di terra:		nodo collegato fisicamente alla terra tramite un conduttore metallico per motivi di sicurezza; di solito coincide con il nodo di massa; il potenziale di terra è molto stabile e indipendentemente dalle correnti che gli elettrodomestici prelevano o immettono in esso

Rappresentazione elettronica di un circuito

Un circuito elettronico può essere rappresentato in due modi equivalenti:

- **notazione a maglie:** rappresentazione del circuito in maglie e nodi
- **notazione elettronica:** scelto il nodo di riferimento, tutti i terminali collegati a tale nodo sono marcati con il simbolo del nodo di riferimento, inoltre i nodi di cui si conosce già il potenziale (ad esempio quelli collegati a generatori di tensione ideali) sono marcati con il loro valore di potenziale.



Potenza ed energia

Per definire la potenza e l'energia consumata da un componente, si definiscono:

- **convenzione degli utilizzatori:** la corrente entra nel terminale positivo della tensione, se la potenza o l'energia è positiva, il componente assorbe energia.
- **convenzione dei produttori:** la corrente entra nel terminale negativo della tensione, se la potenza o l'energia erogata è positiva, il componente fornisce energia.

Si definiscono quindi:

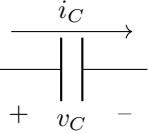
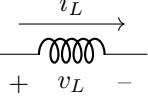
- **potenza istantanea:** $p(t) = v(t) \cdot i(t)$ misurata in Watt [W] = [J/sec]
- **energia:** $E = \int_{t_1}^{t_2} p(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} v(t) \cdot i(t) dt$ misurata in Joule [J] = [W · sec]

1.4 Reti in regime transitorio

Introduzione

- una rete si dice in regime transitorio quando le variabili elettriche (tensione e corrente) variano nel tempo passando da uno stato iniziale a uno stato finale di equilibrio
- un esempio di reti in regime transitorio sono i circuiti in cui sono presenti componenti reattivi (condensatori e induttori) e interruttori che modificano la configurazione del circuito
- il transitorio è l'intervallo di tempo che impiegano le variabili elettriche per passare dallo stato iniziale allo stato finale di equilibrio

Componenti reattivi

componente	schema	in regime stazionario	in regime transitorio
condensatore:		circuito aperto $i_C = 0$	$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$
induttore (L):		cortocircuito $v_L = 0$	$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$

Carica di un condensatore

- condizioni iniziali ($t < 0$): interruttore inizialmente aperto $\rightarrow v_C(0) = 0, i_C(0) = 0$
- nel transitorio ($t \geq 0$): $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}, i_R = \frac{v_R(t)}{R}, v_A = v_R(t) + v_C(t), i_R(t) = i_C(t)$
- dalla legge delle correnti si ottiene un'equazione differenziale del primo ordine:

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{v_R(t)}{R} = \frac{v_A - v_C(t)}{R} \quad \rightarrow \quad \frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{v_C(t)}{RC} + \frac{v_A}{RC} \quad \rightarrow \quad v_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + B$$

- si sostituisce la soluzione generale nell'equazione differenziale e si impongono le condizioni iniziali:

$$-\frac{1}{RC}A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = -\frac{1}{RC}A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} - \frac{1}{RC}B + \frac{v_A}{RC} \quad \rightarrow \quad B = v_A$$

$$v_C(0) = 0 \quad \rightarrow \quad A + B = 0 \quad \rightarrow \quad A = -B = -v_A$$

- si ottengono quindi le espressioni delle variabili elettriche durante il transitorio:

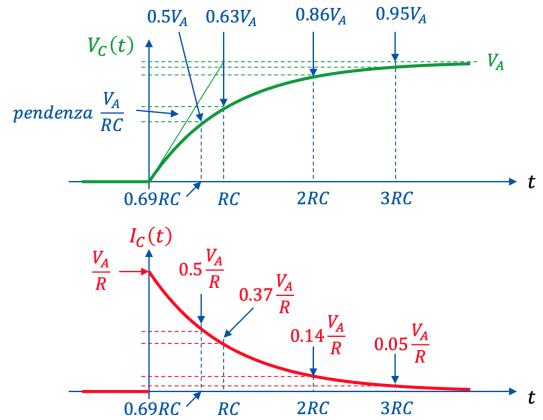
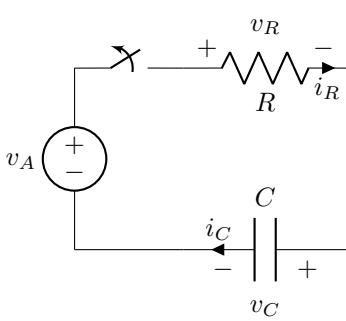
$$v_C(t) = v_A - v_A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad v_R(t) = v_A e^{-\frac{t}{RC}} \quad i_C(t) = i_R(t) = \frac{v_A}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

- l'istante in cui la tensione sul condensatore raggiunge metà del suo valore di regime è:

$$\frac{v_A}{2} = v_A - v_A \cdot e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}} \quad \rightarrow \quad t_{1/2} = \ln(2) \cdot RC \approx 0.69RC$$

- analizzando il bilancio energetico del circuito si ottiene che metà dell'energia fornita dal generatore viene immagazzinata nel condensatore e metà viene dissipata dalla resistenza come calore:

$$E_{v_A} = \int_0^\infty v_A \cdot i(t) dt = C \cdot v_A^2 \quad E_R = \int_0^\infty R \cdot i^2(t) dt = \frac{C \cdot v_A^2}{2} \quad E_C = \int_0^\infty v_C(t) \cdot i(t) dt = \frac{C \cdot v_A^2}{2}$$



Scarica di un condensatore

- condizioni iniziali ($t < 0$): interruttore inizialmente aperto $\rightarrow v_C(0) = v_A, i_C(0) = 0$
- nel transitorio ($t \geq 0$): $i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}, i_R = \frac{v_R(t)}{R}, v_R(t) = v_C(t), i_R(t) + i_C(t) = 0$
- dalla legge delle correnti si ottiene un'equazione differenziale del primo ordine:

$$C \frac{dv_C(t)}{dt} = \frac{v_R(t)}{R} \quad \rightarrow \quad \frac{dv_C(t)}{dt} = -\frac{v_C(t)}{RC} \quad \rightarrow \quad v_C(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

- siccome l'equazione è omogenea, è sufficiente impostare le condizioni iniziali:

$$v_C(0) = v_A \quad \rightarrow \quad A = v_A$$

- si ottengono quindi le espressioni delle variabili elettriche durante il transitorio:

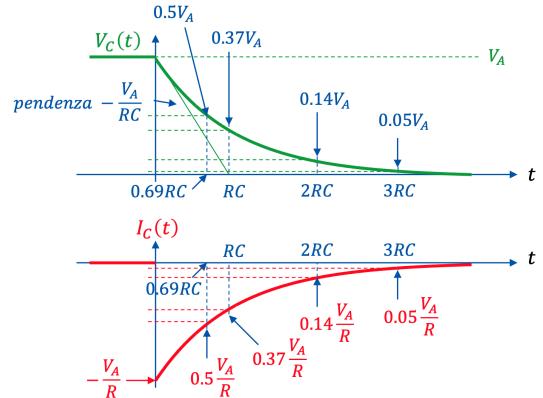
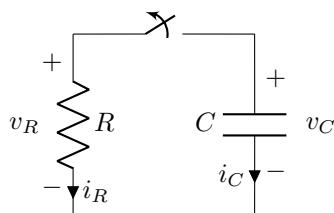
$$v_C(t) = v_R(t) = v_A \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \quad i_C(t) = -\frac{v_A}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad i_R(t) = \frac{v_A}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

- l'istante in cui la tensione sul condensatore raggiunge metà del suo valore di regime è:

$$\frac{v_A}{2} = v_A - v_A \cdot e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}} \quad \rightarrow \quad t_{1/2} = \ln(2) \cdot RC \approx 0.69RC$$

- analizzando il bilancio energetico del circuito si ottiene tutta l'energia immagazzinata nel condensatore viene dissipata dalla resistenza come calore e il condensatore rimane scarico alla fine del transitorio:

$$E_R = \int_0^\infty R \cdot i_R^2(t) dt = \frac{C \cdot v_A^2}{2} \quad E_C = \int_0^\infty v_C(t) \cdot i_C(t) dt = -\frac{C \cdot v_A^2}{2}$$



2 Semiconduttori

2.1 Classificazione e proprietà elettriche dei semiconduttori

Classificazione dei materiali

In base alla resistività elettrica ρ dei materiali, questi si dividono in:

- conduttori: $\rho < 10^{-3} \Omega \cdot \text{m}$
- semiconduttori: $10^{-3} \Omega \cdot \text{m} < \rho < 10^5 \Omega \cdot \text{m}$
- isolanti: $\rho > 10^5 \Omega \cdot \text{m}$

Classificazione chimica dei semiconduttori

I semiconduttori sono composti dagli elementi chimici di transizione, come il silicio (Si) e il germanio (Ge). In base alla loro composizione chimica si classificano in:

- **semiconduttori a elemento singolo:** se sono formati da un solo elemento chimico, come silicio (Si) e germanio (Ge)
- **semiconduttori composti:** se sono formati da più elementi, come arseniuro di gallio (GaAs), fosfuro di indio (InP), nitruro di gallio (GaN), tellururo di cadmio (CdTe), ...
- **semiconduttori intrinseci:** se sono puri, cioè non contengono impurità

Struttura del silicio

Il silicio (Si) ha 14 protoni, 14 neutroni e 14 elettroni. Possiede 4 elettroni nel guscio più esterno, detti elettroni di valenza. Tali elettroni sono quelli che partecipano alla formazione dei legami chimici e di conseguenza il silicio è in grado di formare 4 legami covalenti con altri atomi. In un cristallo di silicio, ogni atomo di silicio condivide i suoi 4 elettroni di valenza con 4 atomi di silicio vicini, formando così una struttura cristallina tetraedrica e periodica (simile a quella del carbonio).

Conducibilità elettrica nei metalli, negli isolanti e nei semiconduttori

Un materiale conduce corrente elettrica se possiede elettroni liberi in grado di muoversi all'interno del reticolo cristallino. La differenza tra metalli, isolanti e semiconduttori risiede nel comportamento degli elettroni di valenza:

- nei metalli, gli elettroni di legame sono condivisi tra più atomi e formano una nube di elettroni liberi che si muovono liberamente all'interno del reticolo cristallino, permettendo così la conduzione elettrica
- negli isolanti, gli elettroni di valenza sono fortemente vincolati ai loro atomi e non possono muoversi liberamente all'interno del reticolo cristallino, per cui sono scarsi conduttori di elettricità
- nei semiconduttori si hanno comportamenti simili agli isolanti, però i legami tra gli atomi sono più deboli e con poca energia è possibile rompere tali legami liberando gli elettroni di valenza, che possono così condurre corrente elettrica

L'energia necessaria a liberare un elettrone di valenza è detta **energy gap** (o band gap) e varia a seconda del materiale. Di seguito una tabella con i valori di energy gap per alcuni materiali comuni:

Materiale	Energy gap	Materiale	Energy gap
Silicio (Si)	1.124 eV	Germanio (Ge)	0.66 eV
Arseniuro di gallio (GaAs)	1.42 eV	Nitruro di gallio (GaN)	3.4 eV
Fosfuro di indio (InP)	1.35 eV	Seleniuro di cadmio (CdSe)	1.74 eV
Stagno (Sn)	0.082 eV	Rame (Cu)	“0” eV

Elettroni liberi e lacune

Quando un elettrone di valenza acquisisce sufficiente energia per liberarsi dal legame con il suo atomo, esso diventa un elettrone libero in grado di muoversi liberamente all'interno del reticolo cristallino. Il legame incompleto per la mancanza di un elettrone è detto lacuna (o hole in inglese) e si comporta come una carica positiva mobile all'interno del reticolo cristallino.

La lacuna può essere colmata da un elettrone di valenza di un atomo vicino, che a sua volta lascia una nuova lacuna. In questo modo, la lacuna sembra muoversi all'interno del reticolo cristallino, permettendo così la conduzione elettrica.

Gli elettroni liberi e le lacune sono detti portatori di carica negativa per gli elettroni, positiva per le lacune.

Concentrazione di elettroni e lacune in un semiconduttore intrinseco

In un semiconduttore intrinseco, la concentrazione di elettroni liberi n e la concentrazione di lacune p sono uguali e per definizione si indicano con n_i :

$$n = p = n_i \quad n \cdot p = n_i^2$$

La concentrazione di portatori di carica in un semiconduttore intrinseco dipende dalla temperatura T e dall'energy gap E_g del materiale, secondo la seguente formula, dove B è una costante dipendente dal materiale e k_B è la costante di Boltzmann.

$$n_i = BT^{3/2} e^{-E_g/2k_B T}$$

Si osserva che la concentrazione di portatori di carica aumenta all'aumentare della temperatura. Nel silicio a temperatura ambiente (300 K), la concentrazione di portatori di carica è circa $n_i = 1.45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

2.2 Drogaggio dei semiconduttori

Il drogaggio di un semiconduttore consiste nell'aggiunta di impurità al semiconduttore intrinseco per modificarne le proprietà elettriche, senza alterare la struttura del reticolo. Le impurità sono atomi di elementi chimici con un numero di elettroni di valenza diverso da quello del semiconduttore intrinseco che produrranno un eccesso di elettroni liberi o di lacune, migliorando la conducibilità elettrica del materiale.

Drogaggio di tipo n

Il drogaggio di tipo n si ottiene aggiungendo al silicio intrinseco atomi di un elemento chimico con 5 elettroni di valenza, come il fosforo (P), l'arsenico (As) o l'antimonio (Sb). Questi atomi, facendo 4 legami covalenti con gli atomi di silicio vicini, hanno un elettrone in più che non può essere utilizzato per il legame e diventa un elettrone libero. Per questo motivo sono detti donatori.

Drogaggio di tipo p

Il drogaggio di tipo p si ottiene aggiungendo al silicio intrinseco atomi di un elemento chimico con 3 elettroni di valenza, come il boro (B), l'alluminio (Al) o il gallio (Ga). Questi atomi fanno sempre 4 legami covalenti con gli atomi di silicio vicini, ma avendo un elettrone in meno, creano una lacuna. Per questo motivo sono detti accettori.

Equilibrio termodinamico e legge di azione di massa

In un semiconduttore si hanno due processi opposti che avvengono contemporaneamente:

- la **generazione** di coppie elettrone-lacuna, per cui si formano un elettrone libero e una lacuna dovuti alla rottura di un legame covalente; si indica con $G = f_1(T)$ il tasso di generazione, ovvero il numero di coppie elettrone-lacuna generate per unità di volume e di tempo ($\text{[cm}^{-3}\text{s}^{-1}\text{]}$), che dipende dalla temperatura T
- la **ricombinazione** di coppie elettrone-lacuna, in cui un elettrone libero si ricombina con una lacuna; si indica con $R = n \cdot p \cdot f_2(T)$ il tasso di ricombinazione, ovvero il numero di coppie elettrone-lacuna che si ricombinano per unità di volume e di tempo ($\text{[cm}^{-3}\text{s}^{-1}\text{]}$) e dipende dalle concentrazioni di elettroni n e di lacune p e dalla temperatura T

Quando il semiconduttore si trova a temperatura costante e senza sollecitazioni esterne, raggiunge uno stato di **equilibrio termodinamico** in cui:

- la concentrazione di elettroni n e la concentrazione di lacune p rimangono costanti nel tempo
- la velocità di generazione di coppie elettrone-lacuna è uguale alla velocità di ricombinazione

Imponendo l'equilibrio tra generazione e ricombinazione si ottiene la **legge di azione di massa**:

$$G = R \rightarrow f_1(T) = n \cdot p \cdot f_2(T) \rightarrow n \cdot p = \frac{f_1(T)}{f_2(T)} \rightarrow n_i^2 = n \cdot p$$

Concentrazione dei portatori in un semiconduttore drogato di tipo n

In un semiconduttore drogato esclusivamente di tipo n si hanno le seguenti particelle cariche:

- elettroni liberi n (intrinseci e donati dagli atomi di impurità)
- lacune p (intrinseche)
- ioni donatori N_D^+ (atomi di impurità che hanno ceduto un elettrone libero)

Siccome il drogaggio non altera la carica complessiva del semiconduttore, si ha:

$$\begin{aligned} -qn + qp + qN_D &= 0 \rightarrow n - p - N_D = 0 \rightarrow n - n_i^2/n - N_D = 0 \rightarrow n^2 - nN_D - n_i^2 = 0 \\ n &= \frac{N_D \pm \sqrt{N_D^2 + 4n_i^2}}{2} = N_D \frac{1 + \sqrt{1 + 4n_i^2/N_D^2}}{2} \xrightarrow{N_D \gg n_i} n \approx N_D, \quad p = \frac{n_i^2}{N_D} \end{aligned}$$

La concentrazione di elettroni n è maggiore della concentrazione di lacune p , per cui gli elettroni si definiscono **portatori maggioritari**, mentre le lacune si definiscono **portatori minoritari**.

Concentrazione dei portatori in un semiconduttore drogato di tipo p

In un semiconduttore drogato esclusivamente di tipo p si hanno le seguenti particelle cariche:

- elettroni liberi n (intrinseci)
- lacune p (intrinseche e dovute agli atomi di impurità)
- ioni accettori N_A^- (atomi di impurità che hanno accettato un elettrone libero)

Siccome il drogaggio non altera la carica complessiva del semiconduttore, si ha:

$$\begin{aligned} -qn + qp - qN_A &= 0 \rightarrow p - n - N_A = 0 \rightarrow p - n_i^2/p - N_A = 0 \rightarrow p^2 - pN_A - n_i^2 = 0 \\ p &= \frac{N_A \pm \sqrt{N_A^2 + 4n_i^2}}{2} = N_A \frac{1 + \sqrt{1 + 4n_i^2/N_A^2}}{2} \xrightarrow{N_A \gg n_i} p \approx N_A, \quad n = \frac{n_i^2}{N_A} \end{aligned}$$

La concentrazione di lacune p è maggiore della concentrazione di elettroni n , per cui le lacune si definiscono **portatori maggioritari**, mentre gli elettroni si definiscono **portatori minoritari**.

Concentrazione dei portatori in un semiconduttore drogato sia di tipo n che di tipo p

In un semiconduttore drogato sia di tipo n che di tipo p si hanno le seguenti particelle cariche:

- elettroni liberi n (intrinseci e donati dagli atomi di impurità di tipo n)
- lacune p (intrinseche e dovute agli atomi di impurità di tipo p)
- ioni donatori N_D^+ (atomi di impurità di tipo n che hanno ceduto un elettrone libero)
- ioni accettori N_A^- (atomi di impurità di tipo p che hanno accettato un elettrone libero)

Siccome il drogaggio non altera la carica complessiva del semiconduttore, si ha:

$$-qn + qp + qN_D - qN_A = 0 \rightarrow n - p - N_D + N_A = 0$$

Se $N_D > N_A$ si comporta come un semiconduttore di tipo n con drogaggio netto $N'_D = N_D - N_A$:

$$n^2 - n(N_D - N_A) - n_i^2 = 0 \xrightarrow{N_D - N_A \gg n_i} n \approx N_D - N_A, \quad p = \frac{n_i^2}{N_D - N_A}$$

Viceversa se $N_A > N_D$ si comporta come un semiconduttore di tipo p con drogaggio netto $N'_A = N_A - N_D$:

$$p^2 - p(N_A - N_D) - n_i^2 = 0 \xrightarrow{N_A - N_D \gg n_i} p \approx N_A - N_D, \quad n = \frac{n_i^2}{N_A - N_D}$$

2.3 Corrente elettrica e conducibilità nei semiconduttori

Cause del moto dei portatori di carica

Lo spostamento dei portatori di carica nei semiconduttori è influenzata da tre meccanismi fisici:

- **temperatura:** l'aumento della temperatura provoca un aumento di energia interna (e di conseguenza di energia cinetica) dei portatori di carica, che si muovono più velocemente all'interno del reticolo cristallino
- **campo elettrico:** un campo elettrico esercita una forza sui portatori di carica che di conseguenza induce un movimento ordinato dei portatori di carica, essendo questi ultimi carichi elettricamente
- **gradiente di concentrazione:** una differenza di concentrazione di portatori di carica in due regioni del semiconduttore provoca un flusso di portatori dalla regione a concentrazione maggiore verso la regione a concentrazione minore, questo fenomeno è detto principio di diffusione

Moto dei portatori di carica dovuto alla sola energia cinetica / agitazione termica

In assenza di campo elettrico e di gradiente di concentrazione, i portatori di carica si muovono casualmente all'interno del reticolo cristallino a causa della loro energia cinetica. Questo moto casuale produce uno spostamento medio nullo, poiché i portatori di carica si muovono in tutte le direzioni con uguale probabilità.

Moto dei portatori di carica dovuto al campo elettrico

Quando si applica un campo elettrico E al semiconduttore, i portatori di carica subiscono una forza F_E dovuta al campo elettrico che induce un movimento ordinato dei portatori di carica:

- gli elettroni liberi, essendo cariche negative, si muovono in direzione opposta al campo elettrico
- le lacune, essendo cariche positive, si muovono in direzione del campo elettrico

Il moto ordinato dei portatori di carica dovuto al campo elettrico si sovrappone al moto casuale dovuto all'agitazione termica, producendo uno spostamento medio non nullo dei portatori di carica nella direzione del campo elettrico (per le lacune) o in direzione opposta al campo elettrico (per gli elettroni).

La velocità di deriva dei portatori dipende linearmente al campo elettrico (approssimando per campi non troppo elevati):

$$\begin{cases} v_n = -\mu_n \cdot E & \text{per gli elettroni} \rightarrow \text{moto opposto a } E \\ v_p = \mu_p \cdot E & \text{per le lacune} \rightarrow \text{moto concorde a } E \end{cases}$$

con v_n e v_p velocità di deriva degli elettroni e delle lacune ([cm/s]), E il campo elettrico ([V/cm]) e μ_n e μ_p le mobilità degli elettroni e delle lacune rispettivamente ([cm²/Vs]). In generale $\mu_n/\mu_p \approx 3$ siccome gli elettroni si muovono più facilmente delle lacune. Negli esercizi si assume $\mu_n = 1000 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ e $\mu_p = 300 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ per il silicio intrinseco a temperatura ambiente.

Corrente di deriva

Analizzando la quantità di carica che attraversa una sezione di area A in un intervallo di tempo dt , si ottiene la corrente di deriva:

$$\begin{aligned} \#_{\text{elettroni}} &= n \cdot A \cdot dx \quad \rightarrow \quad I_n = \frac{-q \cdot \#_{\text{elettr.}}}{dt} = \frac{-q \cdot n \cdot A \cdot dx}{dt} = -q \cdot n \cdot A \cdot v_n \quad \rightarrow \quad j_n^{\text{drift}} = \frac{I_n}{A} = -q \cdot n \cdot v_n \\ \#_{\text{lacune}} &= p \cdot A \cdot dx \quad \rightarrow \quad I_p = \frac{q \cdot \#_{\text{lacune}}}{dt} = \frac{q \cdot p \cdot A \cdot dx}{dt} = q \cdot p \cdot A \cdot v_p \quad \rightarrow \quad j_p^{\text{drift}} = \frac{I_p}{A} = q \cdot p \cdot v_p \\ J_{\text{tot}}^{\text{drift}} &= J_n + J_p = -q \cdot n \cdot v_n + q \cdot p \cdot v_p = q(n\mu_n + p\mu_p)E \end{aligned}$$

Si nota quindi che la densità di corrente di deriva totale $J_{\text{drift,tot}}$ è proporzionale e concorde al campo elettrico E , per una costante di proporzionalità detta resistività elettrica ρ :

$$j_{\text{tot}}^{\text{drift}} = \frac{E}{\rho}, \quad \rho = \frac{1}{q(n\mu_n + p\mu_p)} \quad \begin{cases} j_{\text{tot}}^{\text{drift}} = qN_D\mu_n E, & \rho = 1/qN_D\mu_n \quad \text{se drogato di tipo n} \\ j_{\text{tot}}^{\text{drift}} = qN_A\mu_p E, & \rho = 1/qN_A\mu_p \quad \text{se drogato di tipo p} \end{cases}$$

Moto dei portatori di carica dovuto al gradiente di concentrazione

Quando si mettono in contatto due regioni di un semiconduttore con diversa concentrazione di portatori di carica, si crea un gradiente di concentrazione che induce un flusso di portatori dalla regione a concentrazione maggiore verso la regione a concentrazione minore. Questo fenomeno è detto principio di diffusione e si verifica in natura per tutte le particelle libere di muoversi.

Per analizzare il moto dei portatori di carica dovuto al gradiente di concentrazione, si definisce il flusso per unità di area in un intervallo di tempo dt , misurato in [$\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$]:

$$\phi(x) = -D \frac{dC(x)}{dx} \quad \phi(x)_n = -D_n \frac{dn(x)}{dx} \quad \phi(x)_p = -D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

con $C(x)$ la concentrazione di particelle in funzione della posizione x ($[\text{cm}^{-3}]$) e D il coefficiente di diffusione ($[\text{cm}^2/\text{s}]$). Il segno “-” indica che il flusso avviene in direzione opposta al gradiente.

Corrente di diffusione

Analizzando la quantità di carica associata al flusso dei portatori si ottiene la corrente di diffusione:

$$j_n^{\text{diff}} = -q\phi(x)_n = +qD_n \frac{dn(x)}{dx} \quad j_p^{\text{diff}} = +q\phi(x)_p = -qD_p \frac{dp(x)}{dx} \quad [\text{C cm}^{-2}\text{s}^{-1}] = [\text{A cm}^{-2}]$$

Si osserva che il verso della densità di corrente di diffusione dipende dal tipo di portatore:

- la corrente degli elettroni ha lo stesso verso della concentrazione (cariche negative)
- la corrente delle lacune ha verso opposto alla concentrazione (cariche positive)

Corrente totale in un semiconduttore

La corrente totale in un semiconduttore è data dalla somma della corrente di deriva e della corrente di diffusione degli elettroni e delle lacune:

$$j_n = j_n^{\text{drift}} + j_n^{\text{diff}} = -qn\mu_n E + qD_n \frac{dn(x)}{dx} \quad j_p = j_p^{\text{drift}} + j_p^{\text{diff}} = qp\mu_p E - qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Le costanti D_n , D_p , μ_n , μ_p sono correlate tra loro dalla relazione di Einstein:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{k_B T}{q} = V_T$$

dove k_B è la costante di Boltzmann, T la temperatura assoluta, q la carica elementare e V_T è il potenziale termico. Si ottiene quindi la seguente espressione per la corrente totale:

$$j_n = q\mu_n \left(nE + V_T \frac{dn(x)}{dx} \right) \quad j_p = q\mu_p \left(pE - V_T \frac{dp(x)}{dx} \right)$$

2.4 Semiconduttori in equilibrio

Correnti in un semiconduttore in equilibrio

Quando un semiconduttore si trova in equilibrio termodinamico, la somma delle correnti di deriva e di diffusione per ciascun tipo di portatore di carica è nulla (che implica corrente totale nulla):

$$j_n = j_n^{\text{drift}} + j_n^{\text{diff}} = 0 \quad j_p = j_p^{\text{drift}} + j_p^{\text{diff}} = 0 \quad \Rightarrow \quad j_{\text{tot}} = j_n + j_p = 0$$

Gradienti di potenziale e concentrazione

Se in un semiconduttore in equilibrio si ha un gradiente di concentrazione di portatori di carica ($n_2 - n_1$ per gli elettroni o $p_2 - p_1$ per le lacune), si deve necessariamente avere un gradiente di potenziale $v_2 - v_1$ tale da bilanciare la corrente di diffusione con la corrente di deriva, in modo che la corrente totale sia nulla. Si ottiene quindi la seguente relazione:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{p_1}{p_2} = e^{\frac{(v_2 - v_1)}{V_T}}$$

Viceversa se in un semiconduttore in equilibrio si ha un gradiente di potenziale $v_2 - v_1$, si deve necessariamente avere un gradiente di concentrazione di portatori di carica tale da bilanciare la corrente di deriva con la corrente di diffusione:

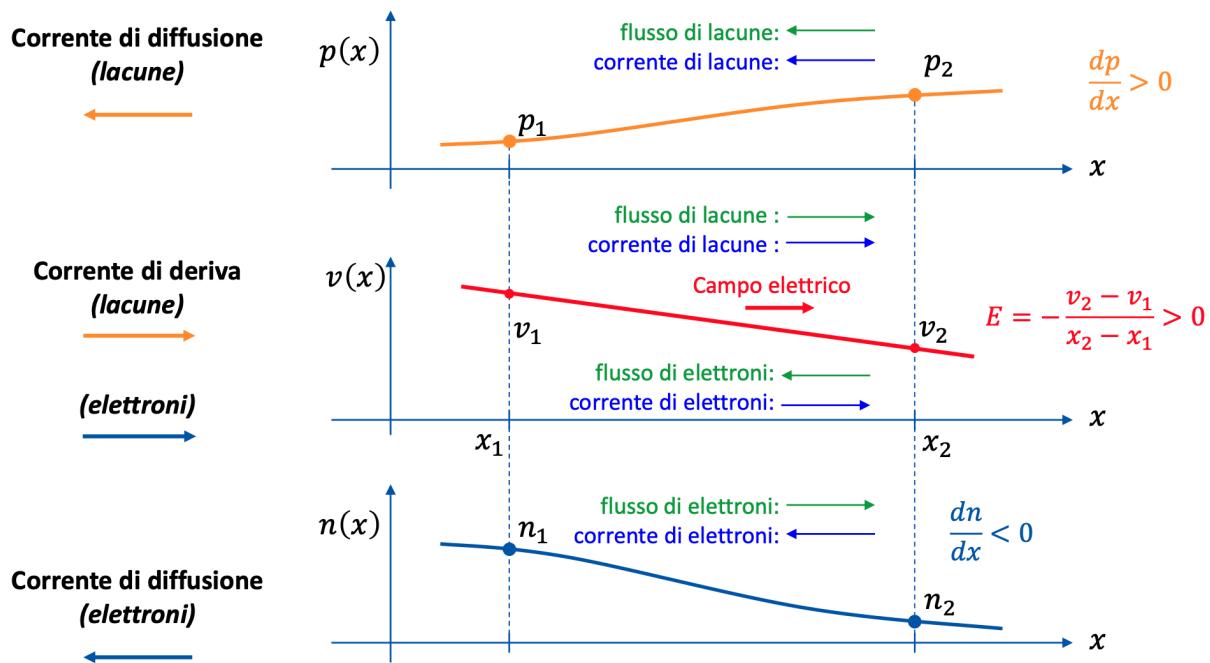
$$\frac{v_2 - v_1}{V_T} = \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Le due relazioni precedenti sono equivalenti e si ottengono imponendo la condizione di equilibrio $j_n = 0$ e $j_p = 0$, utilizzando $E = -dV/dx$ e risolvendo le due equazioni differenziali ottenute.

Considerazioni sulle correnti, gradienti e potenziali in equilibrio

In un semiconduttore in equilibrio termodinamico in cui è presente un gradiente di concentrazione di portatori di carica e un gradiente di potenziale, valgono le seguenti considerazioni:

1. - j_n^{drift} ha verso opposto al gradiente di potenziale e concorde con il campo elettrico
 - j_p^{drift} ha verso opposto al gradiente di potenziale e concorde con il campo elettrico
 - i gradienti di potenziale per gli elettroni e per le lacune sono uguali tra loro, per cui j^{drift} ha complessivamente verso opposto al gradiente di potenziale e concorde con il campo elettrico
2. - j_n^{diff} ha verso concorde con il gradiente di concentrazione degli elettronni
 - j_p^{diff} ha verso opposto al gradiente di concentrazione delle lacune
 - i gradienti di concentrazione degli elettroni e delle lacune sono opposti tra loro (per la legge di azione di massa), per cui j^{diff} ha complessivamente verso concorde al gradiente di concentrazione degli elettroni e verso opposto al gradiente di concentrazione delle lacune
3. - siccome la corrente totale deve essere nulla, la corrente di deriva e la corrente di diffusione devono avere verso opposto da cui si conclude che:
 - il gradiente di potenziale e il gradiente di concentrazione degli elettroni hanno lo stesso verso
 - il gradiente di potenziale e il gradiente di concentrazione delle lacune hanno verso opposto



3 Giunzione PN e diodi

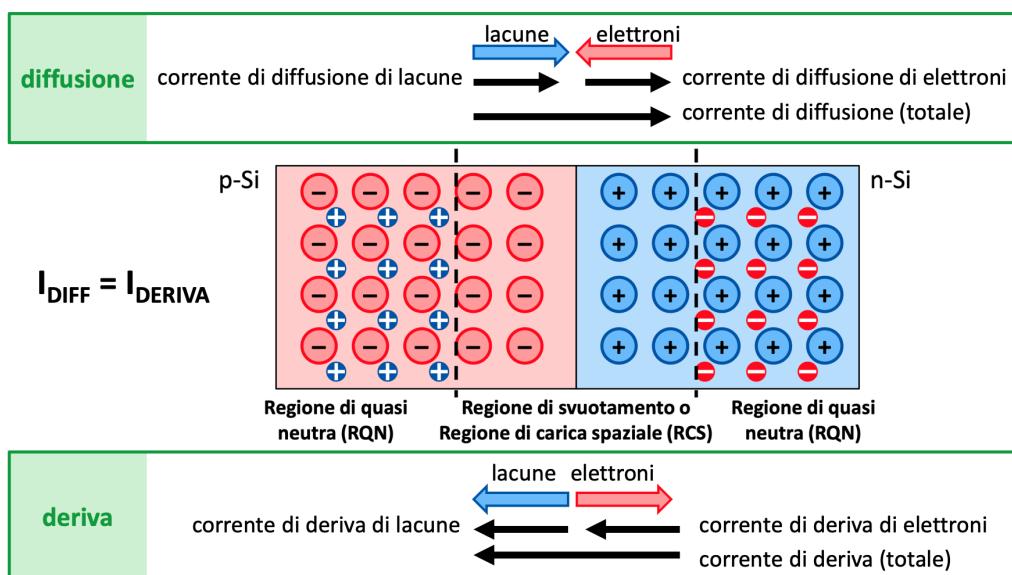
3.1 Giunzione pn all'equilibrio

Struttura base

Una giunzione pn si ottiene unendo due regioni di semiconduttore drogati in modo diverso: una regione di tipo p (con eccesso di lacune) e una regione di tipo n (con eccesso di elettroni).

Equilibrio tra diffusione e potenziale

- Quando le due regioni si uniscono, si forma un **gradiente di concentrazione** dei portatori di carica che induce uno spostamento di elettroni dalla regione n alla regione p e uno spostamento di lacune dalla regione p alla regione n; si forma in questo modo una corrente di diffusione dalla regione n alla regione p.
- Lo spostamento dei portatori induce la formazione di ioni fissi (ioni positivi nella regione n per assenza di elettroni e ioni negativi nella regione p per assenza di lacune) che generano un campo elettrico e un **potenziale di giunzione**; si forma in questo modo anche una corrente di deriva dalla regione p alla regione n che si oppone alla corrente di diffusione.
- All'equilibrio le due correnti si bilanciano, ma rimane una regione in prossimità della giunzione in cui non ci sono portatori di carica liberi e sono presenti solo ioni fissi dovuti all'assenza di portatori di carica.
- Si formano in questo modo tre regioni:
 1. **regione di svuotamento o regione di carica spaziale (RCS)**: zona in prossimità della giunzione priva di portatori di carica liberi (svuotamento) in cui sono presenti solo ioni fissi (carica spaziale);
 2. **regione quasi neutra (RQN) di tipo p**: zona lontana dalla giunzione che non risente della giunzione pn e mantiene le caratteristiche di un semiconduttore di tipo p;
 3. **regione quasi neutra (RQN) di tipo n**: zona lontana dalla giunzione che non risente della giunzione pn e mantiene le caratteristiche di un semiconduttore di tipo n.



Carica elettrica all'equilibrio

La carica elettrica nelle regioni quasi neutre è nulla, siccome non vengono alterate le concentrazioni di portatori di carica liberi (e il drogaggio non modifica la carica complessiva). Nella regione di svuotamento, invece, la carica elettrica è data dalla somma delle cariche degli ioni fissi e dipende dalle concentrazioni di drogaggio N_A e N_D :

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_A & -x_p \leq x \leq 0 \quad (\text{regione p}) \\ +qN_D & 0 < x \leq x_n \quad (\text{regione n}) \end{cases} \rightarrow Q_p = -qN_A x_p, \quad Q_n = +qN_D x_n$$

Siccome non ci sono stati scambi di cariche con l'esterno, la carica totale deve rimanere nulla:

$$Q_p + Q_n = 0 \Rightarrow N_A x_p = N_D x_n$$

Campo elettrico all'equilibrio

Il campo elettrico nella regione di carica spaziale si calcola:

$$\frac{dE(x)}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon} = \begin{cases} -qN_A/\varepsilon & -x_p \leq x \leq 0 \\ +qN_D/\varepsilon & 0 < x \leq x_n \end{cases} \Rightarrow E(x) = \begin{cases} -qN_A(x + x_p)/\varepsilon & -x_p \leq x \leq 0 \\ +qN_D(x_n - x)/\varepsilon & 0 < x \leq x_n \end{cases}$$

Il campo elettrico è nullo nelle regioni quasi neutre e raggiunge il valore massimo in $x = 0$:

$$E_{max} = E(0) = -\frac{qN_A x_p}{\varepsilon} = -\frac{qN_D x_n}{\varepsilon}$$

Potenziale elettrico all'equilibrio e potenziale di contatto

La differenza di potenziale elettrico si calcola risolvendo l'integrale del campo elettrico $dV(x)/dx = -E(x)$. In particolare si definiscono i potenziali nelle due regioni quasi neutre V_1 in $x = -x_p$ e V_2 in $x = x_n$ e si calcola il potenziale intrinseco di giunzione o potenziale di contatto $V_0 = V_2 - V_1$ tra le due estremità della regione di svuotamento ponendo $V_1 = 0$:

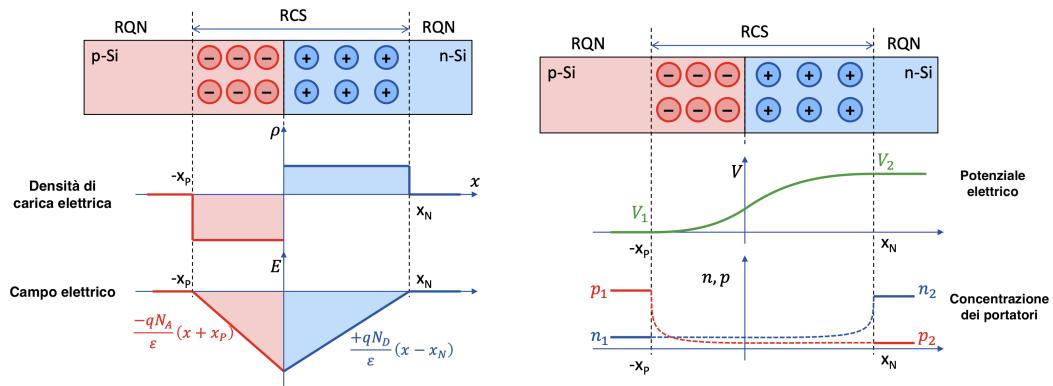
$$V_0 = \int_{-x_p}^{x_n} E(x) dx = \frac{-E(0) \cdot (x_n + x_p)}{2}$$

Potenziale di contatto e concentrazioni di drogaggio

Il potenziale di contatto può essere espresso in funzione delle concentrazioni di drogaggio N_A e N_D e delle concentrazioni intrinseche di portatori di carica n_i :

$$V_0 = V_2 - V_1 = V_T \ln \left(\frac{n_2}{n_1} \right) = V_T \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

Schema riassuntivi per una giunzione pn in equilibrio



Aampiezza della regione di svuotamento all'equilibrio

L'ampiezza della regione di svuotamento $W = x_n + x_p$ dipende dalle concentrazioni dei drogaggi e dal potenziale di contatto:

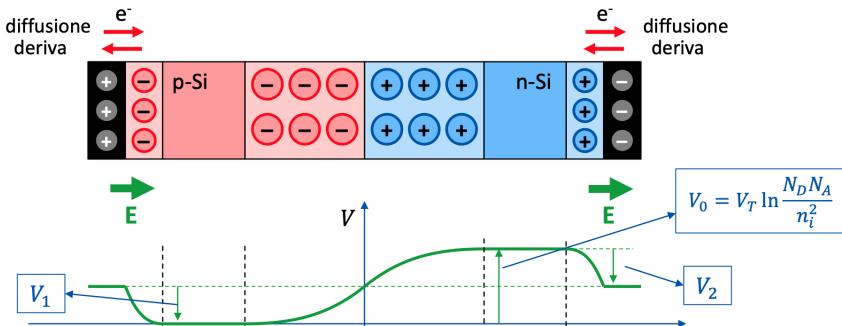
$$V_0 = \frac{-E(0) \cdot W}{2}, \quad x_n N_D = x_p N_A \quad \rightarrow \quad W = \frac{2V_0}{-E(0)} = \frac{2\varepsilon V_0}{q N_A x_p} = \sqrt{\frac{2\varepsilon V_0}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

$$x_n = W \frac{N_A}{N_A + N_D} \quad x_p = W \frac{N_D}{N_A + N_D}$$

Si osserva che l'ampiezza della regione di svuotamento è inversamente proporzionale alle concentrazioni di drogaggio, per cui aumentando i drogaggi diminuisce l'ampiezza della regione di svuotamento. Inoltre la regione di svuotamento ripartisce in maniera inversamente proporzionale ai drogaggi, ovvero si allarga maggiormente nella regione meno drogata.

Regione pn con elettrodi metallici

Una giunzione pn, per essere utilizzabile in un circuito, deve essere collegata alle due estremità a due elettrodi metallici. Gli elettrodi, essendo buoni conduttori, inducono una locale ridistribuzione dei portatori di carica (spostamento di lacune dalla regione p all'elettrodo e di elettroni dalla regione n all'elettrodo). Questo effetto ha le stesse dinamiche di una giunzione pn, in particolare si formano due regioni di carica spaziale che inducono una differenza di potenziale V_1 e V_2 tra gli elettrodi e la giunzione che controbilanciano il potenziale di contatto V_0 . All'equilibrio si ha $V_1 + V_0 + V_2 = 0$, per cui la differenza di potenziale tra gli elettrodi è nulla.



3.2 Giunzione pn polarizzata

Polarizzazione diretta e inversa

Si collega una giunzione pn ad un generatore di tensione V_A con polo positivo connesso alla regione p e polo negativo alla regione n. In questo modo si ha una polarizzazione della giunzione che può essere:

- **polarizzazione diretta** se $V_A > 0$
- **polarizzazione inversa** se $V_A < 0$

Inoltre si definisce il potenziale di riferimento come il potenziale della regione n ($V_n = 0V$). In questo modo la regione p ha un potenziale $V_p = -V_0$, uguale ed opposto al potenziale intrinseco o di contatto.

Giunzione in polarizzazione diretta

In polarizzazione diretta la tensione applicata $V_A > 0$ riduce la differenza di potenziale tra le due regioni quasi neutre, ottenendo: $V_p - V_n = -V_0 + V_A$. Di conseguenza il campo elettrico nella regione di svuotamento diminuisce in modulo e l'ampiezza della regione di svuotamento si riduce:

$$W(V_0 - V_A) = \sqrt{\frac{2\epsilon(V_0 - V_A)}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} < W(V_0)$$

Siccome il campo elettrico e il potenziale si riducono, la corrente di deriva diminuisce e prevale il fenomeno di diffusione che induce un flusso di elettroni dalla regione n alla regione p e di lacune dalla regione p alla regione n. Siccome la regione n è ricca di elettroni e la regione p è ricca di lacune, questo flusso è detto flusso dei portatori maggioritari. Si induce in questo modo una **elevata corrente di diffusione dei maggioritari** che attraversa la giunzione pn dalla regione p alla regione n.

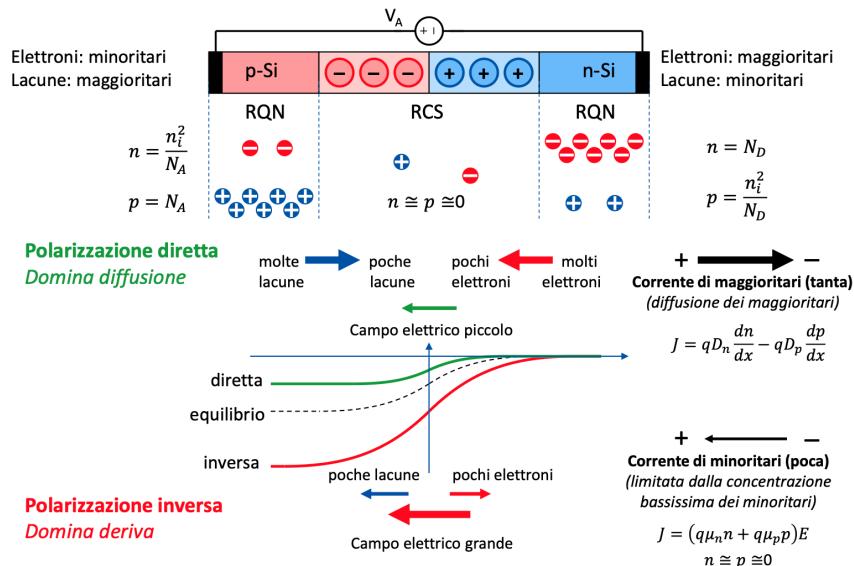
Giunzione in polarizzazione inversa

In polarizzazione inversa la tensione applicata $V_A < 0$ aumenta la differenza di potenziale tra le due regioni quasi neutre, ottenendo: $V_p - V_n = -V_0 - |V_A|$. Di conseguenza il campo elettrico nella regione di svuotamento aumenta in modulo e l'ampiezza della regione di svuotamento si allarga:

$$W(V_0 + |V_A|) = \sqrt{\frac{2\epsilon(V_0 + |V_A|)}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)} > W(V_0)$$

Siccome il campo elettrico e il potenziale si aumentano, la corrente di deriva prevale sulla corrente di diffusione. Si ha in questo modo un flusso di elettroni dalla regione p alla regione n e di lacune dalla regione n alla regione p. Siccome la regione p è povera di elettroni e la regione n è povera di lacune, questo flusso è detto flusso dei portatori minoritari. Si induce in questo modo una **debole corrente di deriva dei minoritari** che attraversa la giunzione pn dalla regione n alla regione p.

$$J = (\mu_n n + \mu_p p) qE \quad \text{con } n \approx p \approx 0$$

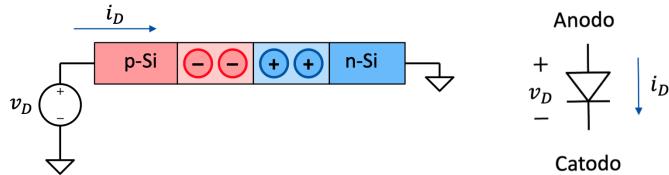


3.3 Giunzione pn polarizzata vista come diodo

Relazione tensione-corrente in un diodo

Si assegnano dei riferimenti ai due terminali della giunzione pn in modo da renderla schematizzabile e utilizzabile come diodo in un circuito elettrico:

- **anodo**: terminale positivo, collegato alla regione p
- **catodo**: terminale negativo, collegato alla regione n

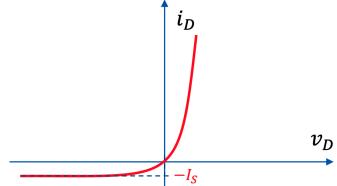


Definiti i riferimenti di tensione e corrente in un diodo (o giunzione pn polarizzata), si può definire la relazione tensione-corrente che lega la tensione applicata V_A alla corrente I che attraversa il diodo:

$$i_D = I_S \left(e^{\frac{v_D}{\eta V_T}} - 1 \right)$$

- i_D e v_D sono la corrente e la tensione nel diodo, con riferimento positivo dall'anodo al catodo;
- I_S è la corrente di saturazione inversa, ovvero la debole corrente che attraversa il diodo quando è collegato in polarizzazione inversa (tipicamente dell'ordine di qualche nA);
- η è il coefficiente di idealità del diodo, che dipende dal materiale e dal processo di fabbricazione (tipicamente compreso tra 1 e 2);
- $V_T = k_B T / q$ è il potenziale termico (del valore di circa 25mV a temperatura ambiente).

Analizzando la curva caratteristica del diodo si osserva che in polarizzazione diretta ($v_D > 0$) la corrente cresce esponenzialmente con la tensione applicata, mentre in polarizzazione inversa ($v_D < 0$) la corrente si stabilizza ad un valore negativo pari a $-I_S$.



Capacità della giunzione in polarizzazione inversa

Analizzando la carica elettrica presente nella regione di carica spaziale di una giunzione pn in polarizzazione inversa si osserva che:

$$Q_n = qN_D x_n = qN_D \frac{N_A}{N_A + N_D} W = \sqrt{2q\varepsilon(V_0 - V_A) \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}} \quad Q_n = -Q_p$$

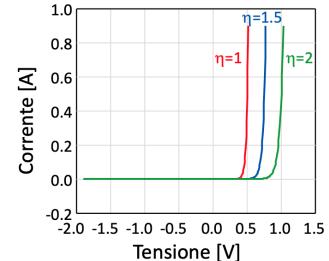
$$Q_p = qN_A x_p = qN_A \frac{N_D}{N_A + N_D} W = \sqrt{2q\varepsilon(V_0 - V_A) \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}}$$

Si osserva quindi che la carica dipende dalla tensione applicata V_A . La giunzione pn in polarizzazione inversa equivale ad un condensatore con capacità non lineare data da:

$$C = \frac{dQ}{dV_A} = \sqrt{\frac{q\varepsilon}{2(V_0 - V_A)} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D}} = \frac{\varepsilon}{W}$$

Coefficiente di idealità

Facendo variare il coefficiente di idealità η tra 1 e 2 si osserva che avvengono traslazioni orizzontali della curva caratteristica del diodo. Minore è il valore di η , più la curva sale rapidamente in polarizzazione diretta. In genere si utilizza $\eta = 1$ per correnti basse e $\eta = 2$ per correnti elevate.

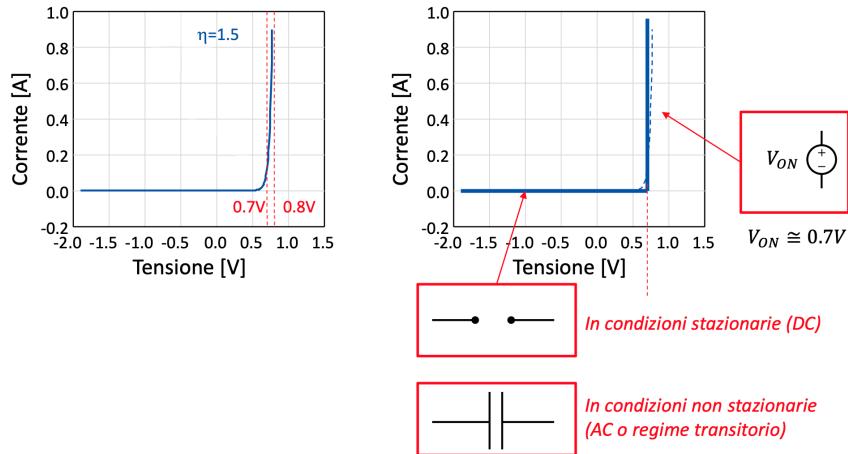


Modello semplificato del diodo

Si osserva che la curva caratteristica del diodo può essere approssimata con un modello semplificato definito in funzione della tensione applicata v_D e di conseguenza della polarizzazione del diodo:

- per $v_D < V_{ON} \rightarrow i_D = 0$ il diodo è in interdizione e si comporta come un circuito aperto in condizioni stazionarie oppure come condensatore non lineare in condizioni non stazionarie;
- per $v_D = V_{ON} \rightarrow i_D > 0$ il diodo è in conduzione e si comporta come un generatore ideale di tensione con tensione V_{ON} .

La tensione V_{ON} è detta tensione di soglia del diodo e divide le due regioni di funzionamento. Tipicamente per un diodo al silicio si assume $V_{ON} = 0.7V$, mentre per un diodo al germanio si assume $V_{ON} = 0.3V$.



3.4 Applicazioni speciali dei diodi

Applicazioni generali

I diodi sono componenti fondamentali in molti circuiti elettronici e trovano applicazione in diversi ambiti:

- **raddrizzatori**: i diodi vengono utilizzati nei circuiti raddrizzatori per convertire la corrente alternata (AC) in corrente continua (DC), permettendo il funzionamento di dispositivi elettronici alimentati a corrente continua;
- **protezione da inversioni di polarità**: i diodi proteggono i circuiti elettronici da danni causati da inversioni accidentali di polarità della tensione di alimentazione;
- **limitatori di tensione**: i diodi limitano la tensione in un circuito, proteggendo i componenti sensibili da sovrattensioni;
- **LED (Light Emitting Diode)**: i diodi LED emettono luce quando attraversati da corrente elettrica, trovando applicazione in display, indicatori luminosi e illuminazione;
- **fotorilevatore**: i diodi a semiconduttore possono essere utilizzati come sensori di luce, convertendo l'energia luminosa in corrente elettrica.

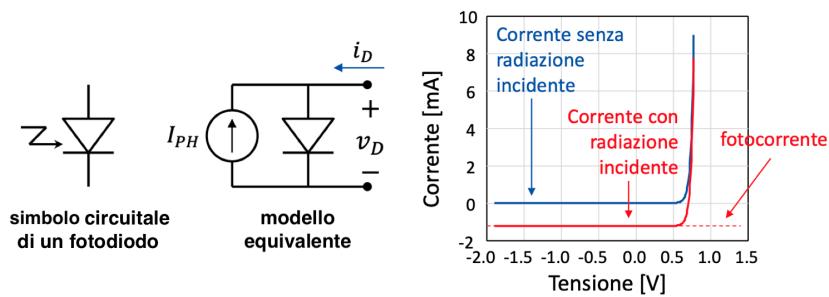
Fotodiodo

Il fotodiodo è una giunzione pn collegata in polarizzazione inversa con l'area di svuotamento esposta alla luce. Quando la luce colpisce la regione di svuotamento, genera coppie elettrone-lacuna (fotogenerazione) che vengono separate dal campo elettrico presente nella regione, generando una corrente detta photocorrente. La photocorrente è proporzionale all'intensità della luce incidente. Viene utilizzato in applicazioni come sensori di luce e telecomunicazioni ottiche.

$$i_D = I_S \left(e^{\frac{v_D}{V_T}} - 1 \right) - I_{PH} \quad I_{PH} = R \cdot P_0$$

I_{PH} : photocorrente (A)
 P_0 : potenza ottica incidente (W)
 R : responsività (A/W)

La curva caratteristica risulta spostata verso il basso di un valore pari alla photocorrente I_{PH} . È possibile schematizzare un fotodiodo come un diodo ideale in parallelo ad una sorgente di corrente pari a I_{PH} .



LED (Light Emitting Diode) o diodi a emissione luminosa

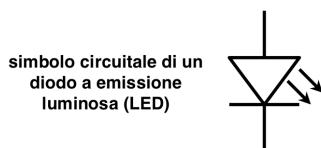
I LED sono giunzioni pn in polarizzazione diretta con l'area di svuotamento “scoperta”. Quando una corrente attraversa il LED, le lacune dalla regione p si ricombinano con gli elettroni dalla regione n nella regione di svuotamento, rilasciando energia sotto forma di fotoni (emissione di luce).

La lunghezza d'onda della luce emessa dipende dalla differenza di energia tra la banda di conduzione e la banda di valenza (energy gap) propria di ogni semiconduttore. Si utilizzano, infatti, semiconduttori diversi per ottenere colori diversi.

Un parametro importante è la tensione di accensione V_{ON} dei LED, ovvero la tensione a cui il LED inizia a emettere luce. In genere è superiore alla tensione di soglia in quanto non basta fornire energia per permettere il passaggio della corrente, ma è necessario fornire energia sufficiente per permettere l'emissione dei fotoni.

$V_{ON} > \frac{hc}{\lambda q}$	h : costante di Planck (6.626×10^{-34} Js)	$\lambda = 620$ nm (rosso) $V_{ON} \approx 2.0 - 2.2$ V
	c : velocità della luce (3.0×10^8 m/s)	$\lambda = 520$ nm (giallo) $V_{ON} \approx 2.1 - 2.2$ V
	λ : lunghezza d'onda della luce emessa	$\lambda = 510$ nm (verde) $V_{ON} \approx 2.5 - 3.3$ V
	q : carica dell'elettrone (1.6×10^{-19} C)	$\lambda = 470$ nm (blu) $V_{ON} \approx 3.2 - 3.3$ V

Non esiste nessun semiconduttore che emetta luce bianca: per creare un “LED bianco” si utilizza un LED blu con un rivestimento di fosforo (giallo) che converte parte della luce blu in luce gialla. Dalla combinazione delle due luci si ottiene la luce bianca percepita dall'occhio umano. In base alla quantità di fosforo utilizzata si possono ottenere diverse tonalità di bianco (caldo, neutro, freddo).



4 Condensatore MOS o CMOS

4.1 Struttura e funzionamento

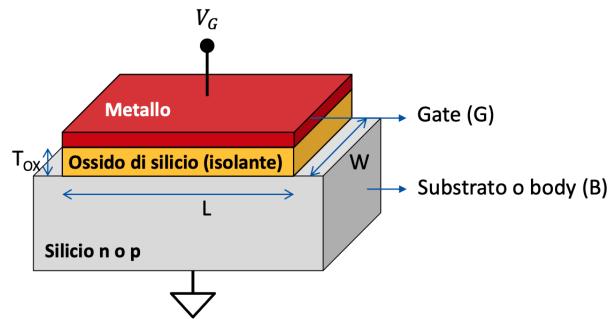
Struttura base

Un condensatore MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) è costituito da tre strati principali:

- un metallo (Metal) che funge da elettrodo superiore detto **gate** (G), generalmente in polisilicio;
- un ossido (Oxide) che funge da dielettrico o isolante, di solito in diossido di silicio, SiO_2 ;
- un semiconduttore (Semiconductor) che funge da elettrodo inferiore detto **substrato o body** (B), generalmente in silicio drogato di tipo p o n.

Funzionamento e proprietà

- Si identificano le dimensioni del dielettrico con L lunghezza, W larghezza e T_{ox} spessore.
- Si assume di collegare il substrato a massa (0 V) e applicare una tensione variabile al gate V_G .
- La capacità del condensatore MOS è data da: $C_{ox} = \epsilon \frac{W \cdot L}{T_{ox}}$



4.2 CMOS con substrato di tipo p

Tensione di gate negativa ($V_G < 0$)

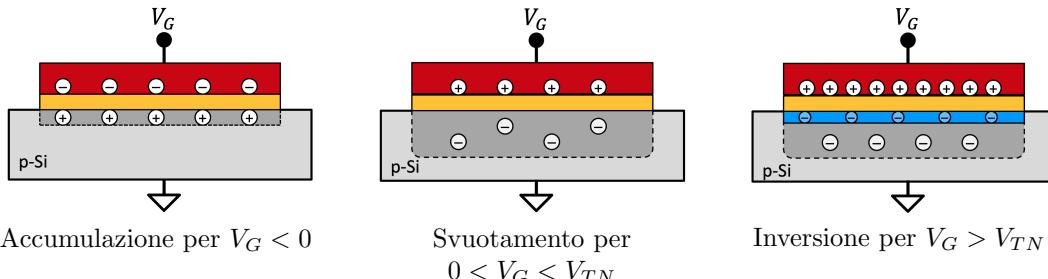
Se $V_G < 0$, il gate si carica negativamente, attirando le cariche positive (lacune) verso la superficie del semiconduttore, creando una **regione di accumulazione** di lacune vicino alla superficie.

Tensione di gate inferiore alla tensione di soglia ($0 < V_G < V_{TN}$)

Se $0 < V_G < V_{TN}$, il gate si carica positivamente, creando una **regione di svuotamento** di lacune vicino alla superficie del semiconduttore, lasciando dietro di sé ioni negativi fissi (atomi droganti). Si forma così una zona di carica spaziale negativa, priva di portatori mobili.

Tensione di gate superiore alla tensione di soglia ($V_G > V_{TN}$)

Se $V_G > V_{TN}$, il gate si carica ulteriormente positivamente, attirando elettroni verso la superficie del semiconduttore, creando una **regione di inversione** dove la concentrazione di elettroni supera quella delle lacune. Si forma così un canale conduttivo di tipo n. La dimensione della regione di svuotamento rimane quasi costante, dopo aver raggiunto il massimo per $V_G = V_{TN}$, mentre la concentrazione di elettroni nella regione di inversione aumenta con V_G .



4.3 Analisi del p-CMOS in condizioni di svuotamento/inversione

Densità di carica

Analizzando la densità di carica $\rho(x)$, il campo elettrico $E(x)$ si ottengono le seguenti relazioni:

$$\rho(x) = \begin{cases} -qN_A & \text{per } -x_D < x < 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Campo elettrico

Dalla densità di carica si ricava il campo elettrico $E(x)$ nella regione di svuotamento e nell'ossido, si noti che c'è una discontinuità del campo elettrico all'interfaccia semiconduttore-ossido dovuta alla differenza di permittività tra i due materiali, inoltre il campo elettrico nell'ossido è costante:

$$E(x) = \begin{cases} -qN_A(x + x_D)/\varepsilon_S & \text{per } -x_D < x < 0 \\ -qN_Ax_D/\varepsilon_{OX} & \text{per } 0 < x < t_{OX} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad \begin{aligned} E(0^-) &= -\frac{qN_Ax_D}{\varepsilon_S} \\ E(0^+) &= -\frac{qN_Ax_D}{\varepsilon_{OX}} \\ E_{OX} &= E(0)\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_{OX}} \end{aligned}$$

Potenziale elettrico

Da cui si ottiene il potenziale nel substrato V_B (potenziale di riferimento), il potenziale all'interfaccia (tra semiconduttore e ossido) $V(0)$ e il potenziale al gate V_G :

$$V_B = V(-x_D) = 0 \quad V(0) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_S}x_D^2 \quad V_G = V(t_{OX}) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_S}x_D^2 + \frac{qN_Ax_D}{\varepsilon_{OX}}t_{OX}$$

Concentrazioni dei portatori

Si ricavano le concentrazioni dei portatori nella regione neutra $p_1 n_1$, lontano dall'interfaccia, e le concentrazioni all'interfaccia p_2, n_2 . All'interfaccia le concentrazioni variano esponenzialmente con $V(0)$:

$$\begin{aligned} p_1 &= N_A & p_2 &= p_1 e^{-\frac{V(0)}{V_T}} & \frac{n_2}{n_1} &= \frac{p_1}{p_2} = e^{\frac{v_2-v_1}{V_T}} & \frac{v_2-v_1}{V_T} &= \ln \frac{n_2}{n_1} = \ln \frac{p_1}{p_2} \\ n_1 &= n_i^2/N_A & n_2 &= n_1 e^{\frac{V(0)}{V_T}} \end{aligned}$$

Tensione di soglia

Si definisce la **tensione di soglia** V_{TN} come differenza di potenziale tra gate e substrato $V_G - V_B$ (pari a V_G) per cui la concentrazione di elettroni all'interfaccia è uguale al numero di lacune nella regione neutra, ovvero quando c'è inversione totale con $n_2 = N_A$:

$$V(0) = \frac{qN_A}{2\varepsilon_S}x_D^2 = 2V_T \ln \frac{N_A}{n_i}, \quad x_D = \sqrt{\frac{4\varepsilon_S V_T}{qN_A} \ln \frac{N_A}{n_i}} \rightarrow V_{TN} = 2V_T \ln \frac{N_A}{n_i} + \frac{t_{OX}}{\varepsilon_{OX}} \sqrt{4\varepsilon_S qN_A V_T \ln \frac{N_A}{n_i}}$$

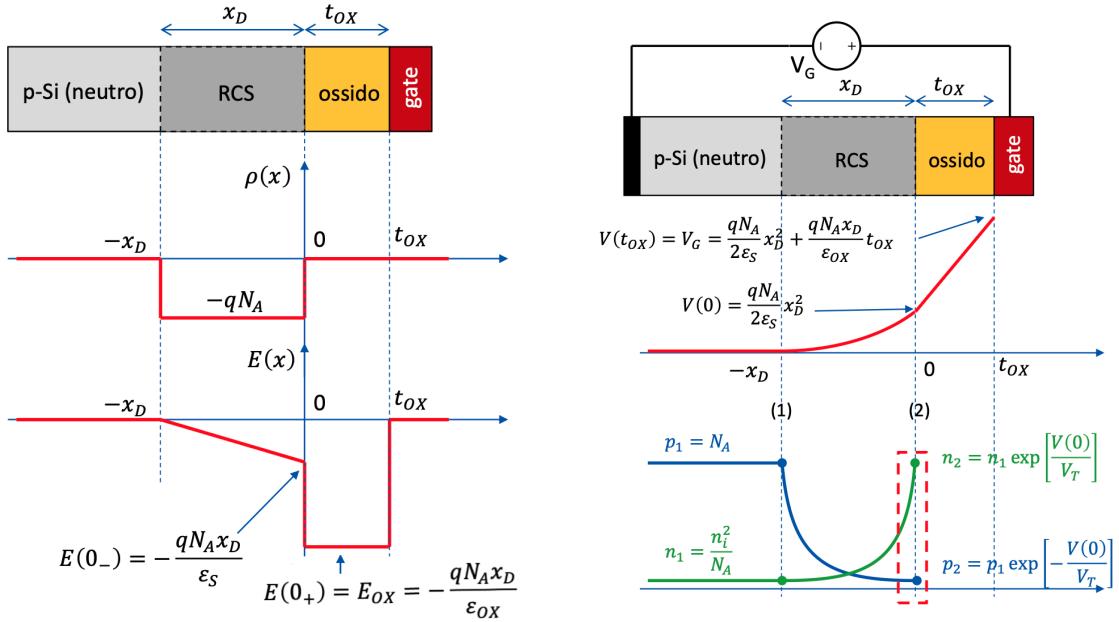
La tensione di soglia dipende, quindi, dallo spessore dell'ossido t_{OX} , dalla concentrazione di drogaggio del substrato N_A e dai materiali usati (tramite ε_{OX} e ε_S).

Carica elettrica e capacità

La carica elettrica per unità di area immagazzinata nel condensatore MOS è data dalla somma degli ioni fissi nella regione di svuotamento e degli elettroni nella regione di inversione:

$$Q_{RCS} = C \cdot V_{TN} \quad Q_n = C \cdot (V_G - V_{TN}) \quad Q_{TOT} = Q_{RCS} + Q_n = Q \cdot V_G$$

Rappresentazione grafica del comportamento del p-CMOS

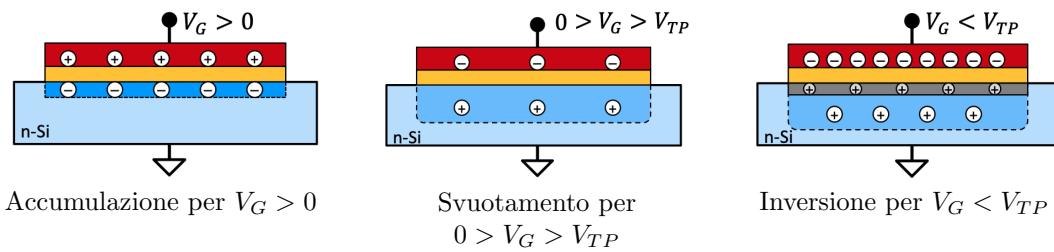


4.4 CMOS con substrato di tipo n e differenze rispetto al p-CMOS

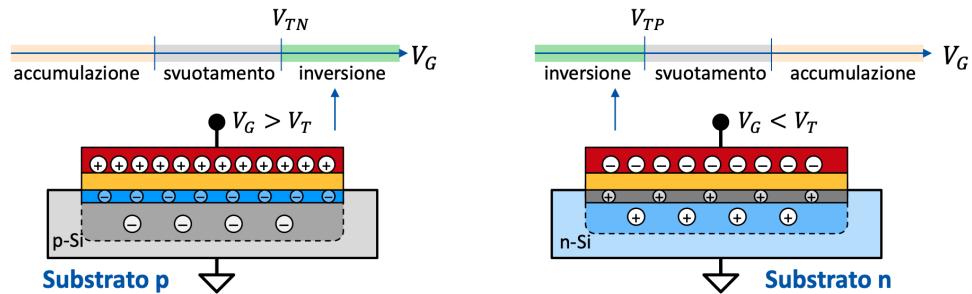
Comportamento del CMOS con substrato di tipo p

Il funzionamento è analogo a quello del CMOS con substrato di tipo p, ma con le polarità invertite:

- per $V_G > 0$, si crea una regione di accumulazione di elettroni.
- per $0 > V_G > V_{TP}$, si crea una regione di svuotamento di elettroni.
- per $V_G < V_{TP}$, si crea una regione di inversione con un canale conduttivo di tipo p.



Rappresentazione aree di lavoro dei CMOS di tipo p e n

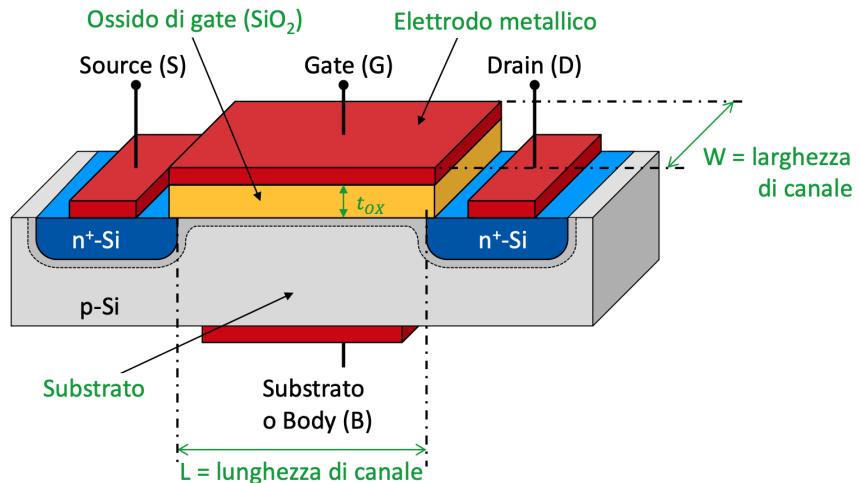


5 Transistor MOSFET

5.1 Struttura generale e classificazione dei MOSFET

Introduzione

Un transistor MOSFET (Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor) è un dispositivo a quattro terminali che sfrutta un condensatore MOS per controllare il flusso di corrente tra due terminali detti **source** (S) e **drain** (D) tramite un potenziale applicato ad un terzo terminale detto **gate** (G). Il quarto terminale è il substrato o **body** (B) e viene generalmente collegato al source o ad un potenziale di riferimento (massa o V_{DD}). Di seguito una rappresentazione schematica di un NMOSFET:



Struttura fisica

A livello fisico, un MOSFET è costituito da un condensatore MOS con gate e substrato affiancato da due regioni pesantemente drogata di tipo opposto al substrato, dette source e drain, che fungono da terminali di ingresso e uscita. Il dielettrico del condensatore MOS è generalmente in diossido di silicio (SiO_2).

Ad ogni terminale è associato un potenziale elettrico e per ogni coppia di terminali si definisce la tensione e la corrente tra i due nodi:

- | | |
|------------------------------------|--|
| - V_G : potenziale del gate | - $V_{XY} = V_X - V_Y$: tensione tra i nodi X e Y |
| - V_S : potenziale del source | es. $V_{GS} = V_G - V_S$ tensione tra gate e source |
| - V_D : potenziale del drain | - I_{XY} : corrente che entra nel nodo X e esce dal nodo Y |
| - V_B : potenziale del substrato | es. I_{DS} corrente che entra nel drain e esce dal source |

Si definiscono inoltre le dimensioni fisiche del MOSFET:

- L : lunghezza del canale tra source e drain
- W : larghezza del canale tra source e drain
- t_{OX} : spessore dell'ossido isolante tra gate e substrato

Classificazione

In base al tipo di canale (e di conseguenza in base al tipo del substrato), i MOSFET si classificano in:

- **NMOSFET o MOSFET a canale n**:

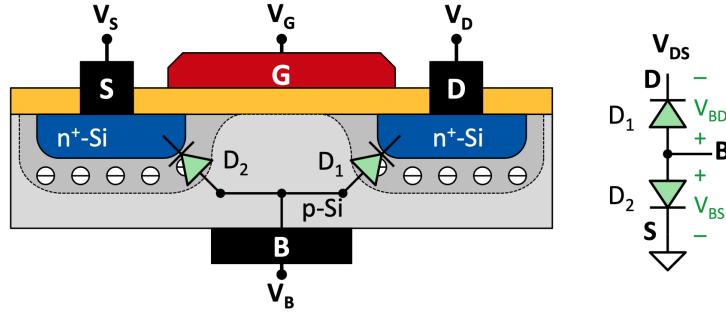
substrato di tipo p, source e drain di tipo n⁺, canale di tipo n con gli elettroni come portatori principali, il substrato p collegato al potenziale minore del circuito (massa o al source) e il source ha potenziale minore del drain

- **PMOSFET o MOSFET a canale p**:

substrato di tipo n, source e drain di tipo p⁺, canale di tipo p con le lacune come portatori principali, il substrato n collegato al potenziale maggiore del circuito (V_{DD} o al source) e il source ha potenziale maggiore del drain

5.2 Struttura di un NMOSFET e vincoli sui potenziali

Si assume per convenzione che il terminale di source ha potenziale minore di quello di drain: $V_S < V_D$ e, di conseguenza, che la corrente scorra dal drain al source: $I_{DS} > 0$.



Condizioni all'equilibrio (nessuna tensione applicata)

In assenza di tensioni, tutti i potenziali sono nulli e non c'è corrente tra i terminali. In particolare si hanno due giunzioni pn in equilibrio tra il substrato p e le regioni n⁺ del source e del drain. Siccome le regioni n⁺ sono pesantemente drogati, la regione di svuotamento si estende quasi totalmente nel substrato p.

Vincoli di polarizzazione dei diodi e potenziale di substrato

I due diodi con catodi collegati ai nodi source e drain e con anodo in comune nel substrato, devono rimanere in interdizione per il corretto funzionamento del MOSFET, si ottengono le seguenti condizioni:

- $V_{BS} \leq 0 \rightarrow V_S \geq V_B$ (diodo source-substrato in interdizione)
- $V_{BD} \leq 0 \rightarrow V_D \geq V_B$ (diodo drain-substrato in interdizione)

Si ottiene che il substrato V_B deve essere il nodo a potenziale più basso $V_D \geq V_S \geq V_B$. Si solito si collega il substrato al potenziale minore dell'intero circuito (massa) $V_B = 0$ oppure al source $V_B = V_S$.

NOTA: Non è possibile collegare il substrato al drain perché si violerebbe la condizione di interdizione del diodo source-substrato in quanto $V_S < V_D$ e quindi $V_{BS} = V_B - V_S = V_D - V_S > 0$.

Potenziale e tensioni di gate

Il potenziale di gate V_G controlla la tensione tra le armature del condensatore MOS che si forma tra il gate e il substrato e di conseguenza identifica l'area di lavoro del PMOSFET. La tensione tra le due armature è variabile lungo la lunghezza del canale ed è compresa tra le tensioni di gate-source e gate-drain ai margini del canale:

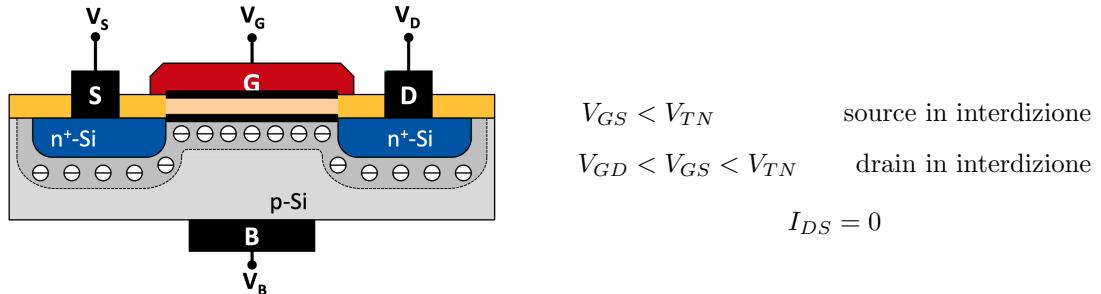
- in prossimità del source $V_{C,source} = V_{GS} = V_G - V_S$
- in prossimità del drain $V_{C,drain} = V_{GD} = V_G - V_D$

NOTA: siccome $V_D \geq V_S$, si ha $V_{GS} \geq V_{GD}$

5.3 Aree di lavoro di un NMOSFET

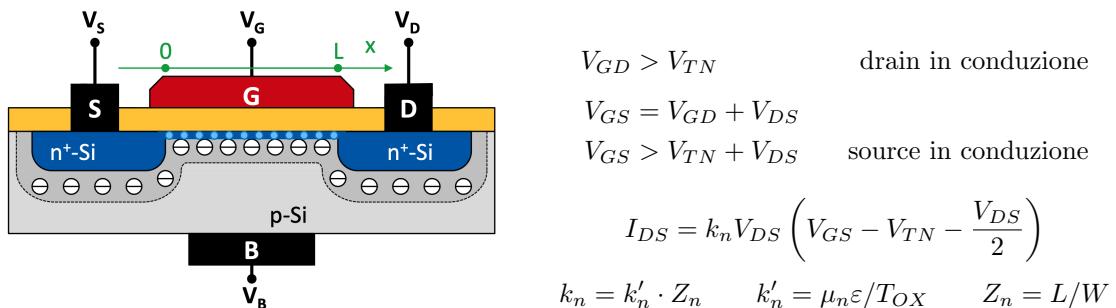
NMOSFET spento o in interdizione per $V_{GS} < V_{TN}$

La tensione tra le armature del condensatore MOS è inferiore alla tensione di soglia V_{TN} sia in prossimità del source ($V_{GS} < V_{TN}$) che in prossimità del drain ($V_{GD} < V_{GS} < V_{TN}$). Il condensatore, quindi, è in regime di svuotamento ed è presente nel substrato, in prossimità dell'ossido, un'area di svuotamento (senza portatori di carica) che separa source e drain. Non essendoci cariche libere per condurre corrente tra drain e source, si ha corrente nulla $I_{DS} = 0$ e il transistor è spento o in interdizione.



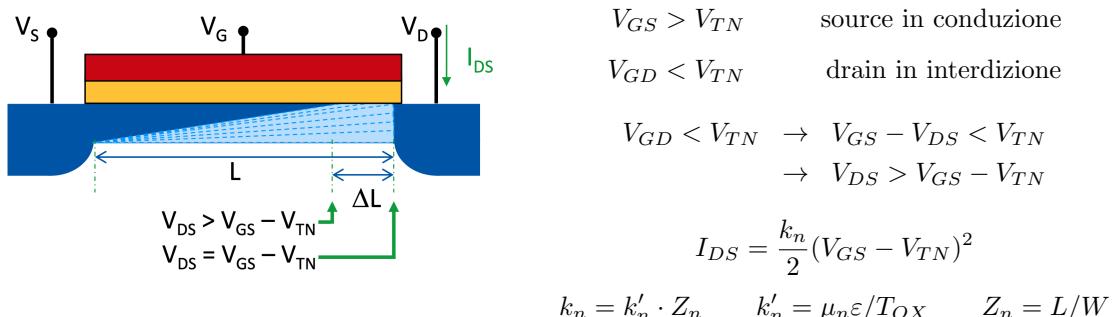
NMOSFET in conduzione lineare (o triodo) per $V_{DS} < V_{GS} - V_{TN}$

La tensione delle armature del condensatore MOS è superiore alla tensione di soglia V_{TN} sia in prossimità del drain ($V_{GD} > V_{TN}$) che in prossimità del source ($V_{GS} > V_{GD} > V_{TN}$). Il condensatore si trova in regime di inversione e si forma un canale conduttivo di tipo n (di elettroni) che congiunge source e drain. Gli elettronni che costituiscono il canale si muovono liberamente dal source al drain, permettendo il passaggio di corrente $I_{DS} > 0$ dal drain al source. Il transistor si comporta come una resistenza non lineare (dipendente da V_{GS}) tra drain e source.



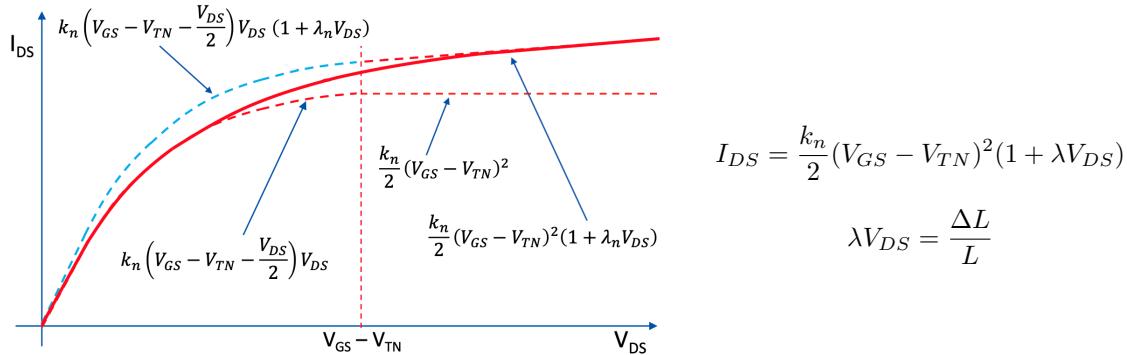
NMOSFET in saturazione per pinchoff per $V_{DS} > V_{GS} - V_{TN}$

La tensione delle armature del condensatore MOS è superiore alla tensione di soglia V_{TN} in prossimità del source ($V_{GS} > V_{TN}$), ma inferiore alla tensione di soglia in prossimità del drain ($V_{GD} < V_{TN}$). Il condensatore si trova in regime misto: inversione in prossimità del source e svuotamento in prossimità del drain e si forma un canale conduttivo di tipo n che congiunge solo parzialmente source e drain. Nonostante ciò i portatori riescono a fluire lo stesso nella RCS spinti dal campo elettrico tra source e drain. In questo modo si ha ugualmente il passaggio di una corrente $I_{DS} \neq 0$ costante rispetto a V_{DS} (a meno della modulazione di lunghezza di canale).



Modulazione di lunghezza di canale con NMOSFET in saturazione per pinchoff

Quando il MOSFET entra in saturazione per pinchoff, la regione di strozzamento si sposta verso il source, riducendo la lunghezza L del canale conduttivo. Questo fenomeno, chiamato modulazione di lunghezza di canale, provoca un lieve aumento della corrente I_{DS} con l'aumentare di V_{DS} anche in saturazione. Si può modellare questo effetto aggiungendo alla corrente in saturazione un termine correttivo che dipende dal coefficiente di modulazione di lunghezza λ determinato dalle caratteristiche fisiche del MOSFET:



Analizzando la continuità della corrente tra la regione lineare e la regione di saturazione con modulazione di lunghezza di canale si osserva che matematicamente c'è una discontinuità che in natura non esiste. Per ovviare a questo problema si utilizza la correzione di lunghezza di canale anche nella regione lineare (tratteggio blu nella figura superiore):

$$I_{DS,\text{lin}} = k_n V_{DS} \left(V_{GS} - V_{TN} - \frac{V_{DS}}{2} \right) (1 + \lambda V_{DS}) \quad \text{per } V_{DS} \ll V_{GS} - V_{TN}$$

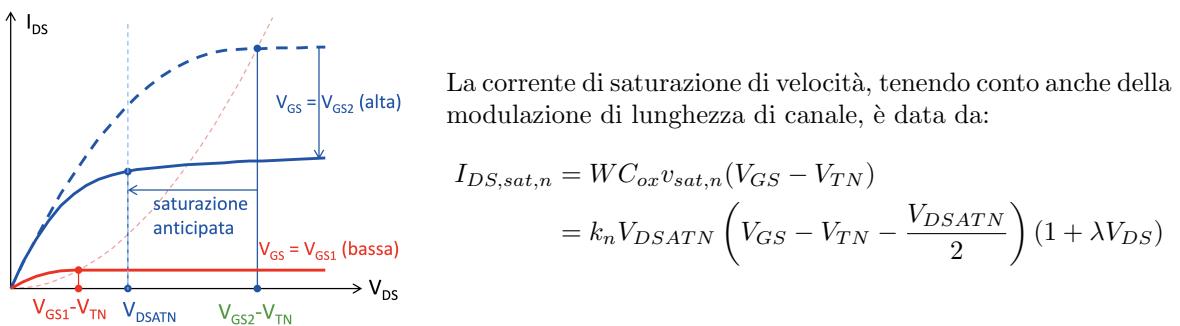
$$I_{DS,\text{sat}} = \frac{k_n}{2} (V_{GS} - V_{TN})^2 (1 + \lambda V_{DS}) \quad \text{per } V_{DS} \gg V_{GS} - V_{TN}$$

NMOSFET in saturazione di velocità per $V_{DS} > V_{DSATN}$

I portatori di carica (in questo caso elettroni) si muovono nel canale spinti dal campo elettrico $E = V_{DS}/L$ con velocità $v_n = \mu_n E = \mu_n V_{DS}/L$. La velocità è, quindi, proporzionale a V_{DS} . Tale velocità raggiunge un valore massimo costante detto velocità di saturazione $v_{sat,n} = 8 \cdot 10^6 \text{ cm/s}$ per un certo campo elettrico critico $E_{crit,n}$ e una certa tensione critica $V_{DS,sat,n}$:

$$E_{\text{crit},n} = \frac{v_{sat,n}}{\mu_n} = 1.3 \frac{\text{V}}{\mu\text{m}} \quad V_{DSATN} = E_{\text{crit},n} \cdot L = \frac{v_{sat,n}}{\mu_n} L$$

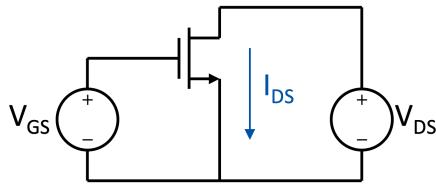
Per $V_{DS} > V_{DSATN}$, si osserva che la velocità degli elettroni e di conseguenza anche la corrente I_{DS} rimangono costanti. Si ha un fenomeno di saturazione anticipata, detto saturazione di velocità, quando ci si aspetterebbe che il MOSFET lavori in regime di conduzione lineare.



5.4 Curve caratteristiche di corrente-tensione di un NMOSFET

La corrente I_{DS} dipende da due tensioni indipendenti V_{GS} e V_{DS} . Si identificano due curve caratteristiche:

- **caratteristica di uscita** con I_{DS} in funzione di V_{DS} per valori costanti di V_{GS}
- **caratteristica di trasferimento o transcaratteristica** con I_{DS} in funzione di V_{GS} per valori costanti di V_{DS}

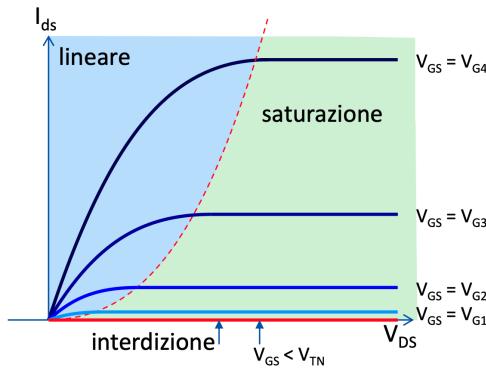


Per analizzare le curve caratteristiche si collega il mosfet ad un circuito di test con due generatori di tensione V_{GS} e V_{DS} e si misura la corrente I_{DS} che scorre tra drain e source. Per la caratteristica di uscita si mantiene V_{GS} costante e si varia V_{DS} , mentre per la transcaratteristica si mantiene V_{DS} costante e si varia V_{GS} .

Caratteristica di uscita $I_{DS} - V_{DS}$

Le tre aree di funzionamento del NMOSFET si riflettono nella caratteristica di uscita $I_{DS} - V_{DS}$:

- **interdizione** per $V_{GS} < V_{TN}$: linea orizzontale coincidente con l'asse delle ascisse
- **conduzione lineare** per $V_{DS} < V_{GS} - V_{TN}$: a sinistra della linea di saturazione
- **saturazione per pinchoff** per $V_{DS} > V_{GS} - V_{TN}$: a destra della linea di saturazione
- **curva di saturazione**: separa la regione di funzionamento lineare e quella di saturazione, è costituita dai punti (V_{DS}, I_{DS}) che soddisfano l'equazione:



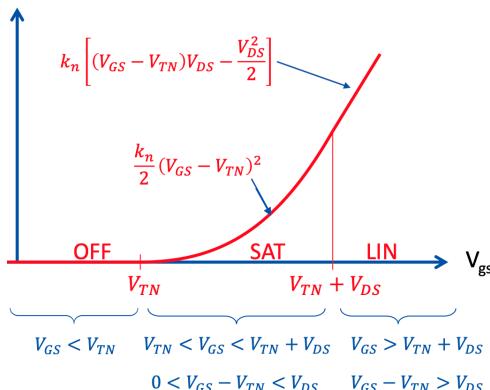
$$I_{DS,sat} = \frac{k_n}{2} V_{DS}^2 \quad \text{con } V_{DS} = V_{GS} - V_{TN}$$

- aumentando V_{DS} , il transistor passa da regime lineare a regime di saturazione per pinchoff
- aumentando V_{GS} ($V_{G4} > V_{G3} > V_{G2} > V_{G1} > V_{TN}$) la corrente I_{DS} aumenta

Transcaratteristica $I_{DS} - V_{GS}$

Le tre aree di funzionamento del NMOSFET si riflettono nella caratteristica di uscita $I_{DS} - V_{GS}$:

- **interdizione** per $V_{GS} < V_{TN}$: linea orizzontale coincidente con l'asse delle ascisse
- **saturazione per pinchoff** per $V_{TN} < V_{GS} < V_{DS} + V_{TN}$ crescita quadratica
- **conduzione lineare** per $V_{DS} + V_{TN} < V_{GS}$ crescita lineare



- aumentando V_{GS} , il transistor passa da regime di interdizione a regime di saturazione per pinchoff e successivamente a regime lineare
- aumentando V_{DS} il confine tra regime di saturazione e regime lineare si sposta verso destra, inoltre aumenta la pendenza della retta in regime lineare

5.5 Modello a canale corto di un NMOSFET

Equazione generale per I_{DS}

Il modello a canale corto tiene conto di tutti i fenomeni fisici che avvengono in un MOSFET reale, tra cui la modulazione di lunghezza di canale e la saturazione di velocità. Tutte le aree di funzionamento del NMOSFET si possono descrivere con un'unica equazione per la corrente I_{DS} :

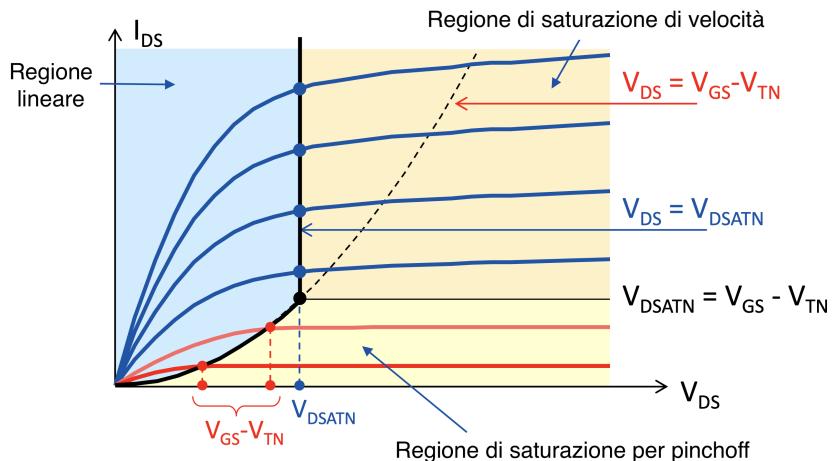
- per $V_{GS} < V_{TN}$ mosfet in interdizione e $I_{DS} = 0$
- per $V_{GS} > V_{TN}$ mosfet in conduzione con I_{DS} che dipende da V_{MIN} :

$$I_{DS} = k'_n Z_n V_{MIN} \left(V_{GS} - V_{TN} - \frac{V_{MIN}}{2} \right) (1 + \lambda_n V_{DS}) \quad k'_n = \frac{\mu_n \epsilon}{T_{OX}} \quad Z_n = \frac{L}{W}$$

$$V_{MIN} = \min \begin{cases} V_{DS} & \text{regime lineare} \\ V_{GS} - V_{TN} & \text{saturazione per pinchoff} \\ V_{DSATN} & \text{saturazione per velocità} \end{cases}$$

Caratteristica di uscita del modello a canale corto

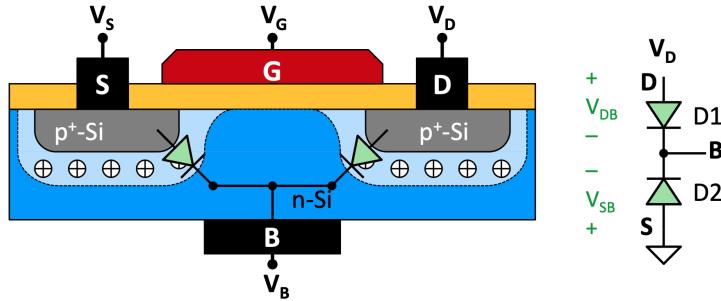
Includendo anche gli effetti della saturazione di velocità, la caratteristica di uscita complessiva del modello a canale corto del NMOSFET risulta come segue:



- la regione di conduzione lineare e la regione di saturazione per pinchoff sono separate dalla curva di saturazione per pinchoff data dalla parabola $I_{DS} = k_n/2 \cdot V_{DS}^2$ con $V_{DS} = V_{GS} - V_{TN}$
- la regione di conduzione lineare e la regione di saturazione per velocità sono separate dalla linea verticale $V_{DS} = V_{DSATN}$
- la regione di saturazione per pinchoff e la regione di saturazione per velocità sono separate dalla linea orizzontale $I_{DS} = k_n/2 \cdot V_{DS}^2$ con $V_{DS} = V_{DSATN}$

5.6 Struttura di un PMOSFET e vincoli sui potenziali

Il funzionamento di un MOSFET a canale p (PMOSFET) con substrato di tipo n è analogo a quello del NMOSFET, ma con le polarità invertite. Tutte le tensioni, infatti, sono negative. Si assume per convenzione che il terminale di source ha potenziale maggiore di quello di drain ($V_S > V_D$) e, di conseguenza, che la corrente scorre dal source al drain rimanendo sempre positiva ($I_{DS} > 0$).



Condizioni all'equilibrio

In analogia al NMOSFET, all'equilibrio le due giunzioni pn tra substrato n e le regioni p⁺ del source e del drain sono in equilibrio e la regione di svuotamento si estende quasi totalmente nel substrato n.

Vincoli di polarizzazione dei diodi e potenziale di substrato

I due diodi con anodi collegati ai nodi source e drain e con catodo in comune nel substrato, devono rimanere in interdizione per il corretto funzionamento del MOSFET, si ottengono le seguenti condizioni:

- $V_{BS} \geq 0 \rightarrow V_S \leq V_B$ (diodo source-substrato in interdizione)
- $V_{BD} \geq 0 \rightarrow V_D \leq V_B$ (diodo drain-substrato in interdizione)

Si ottiene che il substrato V_B deve essere il nodo a potenziale più alto $V_D \leq V_S \leq V_B$. Di solito si collega il substrato al potenziale maggiore dell'intero circuito (alimentazione) $V_B = V_{DD}$ oppure al source $V_B = V_S$.

NOTA: Non è possibile collegare il substrato al drain perché si violerebbe la condizione di interdizione del diodo source-substrato in quanto $V_S > V_D$ e quindi $V_{BS} = V_B - V_S = V_D - V_S < 0$.

Potenziale e tensioni di gate

Analogamente al NMOSFET, il potenziale di gate V_G controlla l'area di lavoro del PMOSFET. La tensione tra le due armature è variabile lungo la lunghezza del canale ed è compresa tra le tensioni di gate-source e gate-drain ai margini del canale:

- in prossimità del source $V_{C,source} = V_{GS} = V_G - V_S$
- in prossimità del drain $V_{C,drain} = V_{GD} = V_G - V_D$

NOTA: siccome $0 > V_S \geq V_D$, si ha $V_{GS} \leq V_{GD}$ (oppure $|V_{GS}| \geq |V_{GD}|$)

5.7 Aree di lavoro di un PMOSFET

Le aree di lavoro del PMOSFET sono analoghe a quelle del NMOSFET, ma con le polarità invertite:

- **PMOSFET spento o in interdizione** per $0 > V_{GS} > V_{TP}$:
il condensatore è in regime di svuotamento e non c'è corrente tra drain e source $I_{DS} = 0$
- **PMOSFET in conduzione lineare** per $V_{DS} > V_{GS} - V_{TP} \Leftrightarrow 0 > V_{TP} > V_{GD} > V_{GS}$:
si ha una corrente I_{DS} tra source e drain data dal movimento delle lacune nel canale di tipo p

$$I_{DS} = k_p V_{DS} \left(V_{GS} - V_{TP} - \frac{V_{DS}}{2} \right) \quad k_p = k'_p \cdot Z_p \quad k'_p = \mu_p \varepsilon / T_{OX} \quad Z_p = L/W$$

- **PMOSFET in saturazione per pinchoff** per $V_{DS} < V_{GS} - V_{TP} \Leftrightarrow 0 > V_{GD} > V_{TP} > V_{GS}$:
il condensatore è in regime misto e si ha una corrente I_{DS} costante rispetto a V_{DS} :

$$I_{DS} = \frac{k_p}{2} (V_{GS} - V_{TP})^2$$

- **Modulazione di lunghezza di canale**:

Analogamente a quella dell'NMOSFET, applicando il fattore correttivo si ottiene:

$$I_{DS} = \frac{k_p}{2} (V_{GS} - V_{TP})^2 (1 + \lambda_p V_{DS}) \quad \text{con } V_{DS} < 0, \lambda_p < 0$$

- **PMOSFET in saturazione di velocità** per $V_{DS} < V_{DSATP}$:

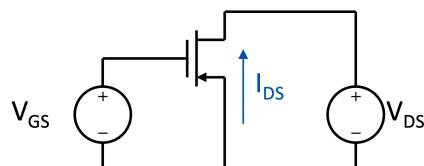
Analogamente a quello dell'NMOSFET, si ha una corrente I_{DS} costante rispetto a V_{DS} :

$$I_{DS} = k_p V_{DSATP} \left(V_{GS} - V_{TP} - \frac{V_{DSATP}}{2} \right) (1 + \lambda_p V_{DS}) \quad \text{con } V_{DSATP} < 0$$

(alcuni valori tipici per PMOSFET: $\mu_p = 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ $v_{sat,p} \approx 4 \cdot 10^6 \text{ cm/s}$ $E_C \approx 2 \text{ V/cm}$)

5.8 Curve caratteristiche di corrente-tensione di un PMOSFET

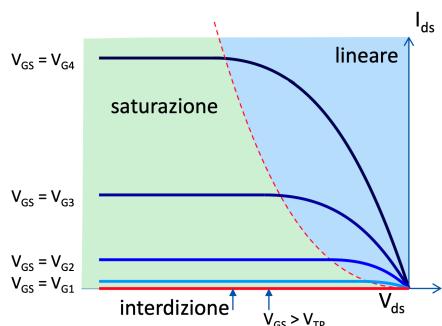
Alllo stesso modo dell'NMOSFET, si definiscono le curve caratteristiche di un PMOSFET, studiate attraverso un circuito simile:



- **caratteristica di uscita** con I_{DS} in funzione di V_{DS} per valori costanti di V_{GS}
- **caratteristica di trasferimento o transcaratteristica** con I_{DS} in funzione di V_{GS} per valori costanti di V_{DS}

Caratteristica di uscita $I_{DS} - V_{DS}$

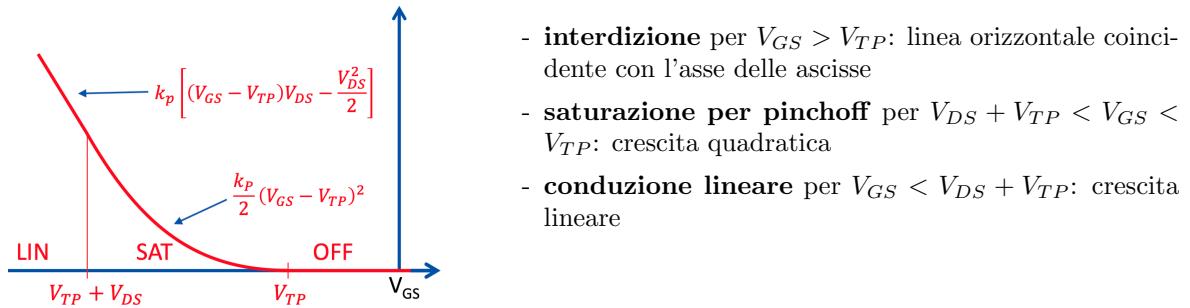
Rispetto al NMOSFET, la caratteristica di uscita $I_{DS} - V_{DS}$ del PMOSFET è speculare rispetto all'asse delle ordinate, mantenendo invariate le forme delle curve e il posizionamento delle aree di funzionamento:



- **interdizione** per $V_{GS} > 0$: linea orizzontale coincidente con l'asse delle ascisse
- **conduzione lineare** per $V_{DS} > V_{GS} - V_{TP}$: a destra della linea di saturazione
- **saturazione per pinchoff** per $V_{DS} < V_{GS} - V_{TP}$: a sinistra della linea di saturazione
- **curva di saturazione**: separa la regione di funzionamento lineare e quella di saturazione, è costituita dai punti in cui $V_{DS} = V_{GS} - V_{TP}$

Transcaratteristica I_{DS} - V_{GS}

Rispetto al NMOSFET, la transcaratteristica I_{DS} - V_{GS} del PMOSFET è speculare rispetto all'asse delle ordinate, mantenendo invariate le forme delle curve e il posizionamento delle aree di funzionamento:



5.9 Modello a canale corto di un PMOSFET

Equazione generale per I_{DS}

Anche per il PMOSFET si può utilizzare un'unica equazione per la corrente I_{DS} che tiene conto di tutti i fenomeni fisici:

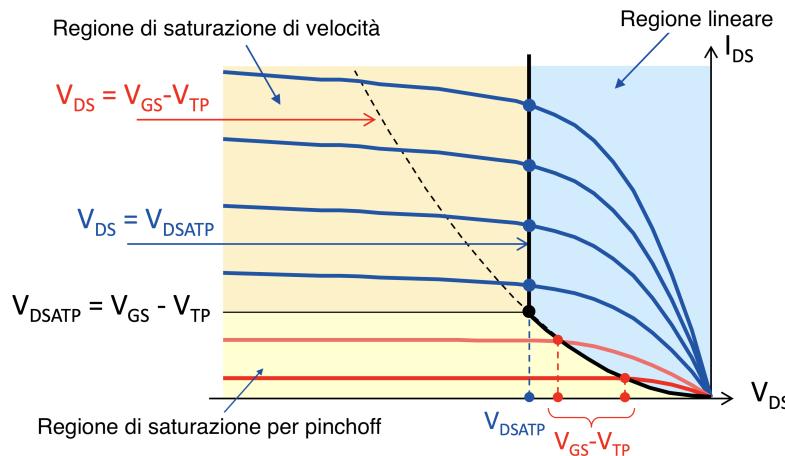
- per $V_{GS} > V_{TP}$ mosfet in interdizione e $I_{DS} = 0$
- per $V_{GS} < V_{TP}$ mosfet in conduzione con I_{DS} che dipende da V_{MAX} :

$$I_{DS} = k'_p Z_p V_{MAX} \left(V_{GS} - V_{TP} - \frac{V_{MAX}}{2} \right) (1 + \lambda_p V_{DS}) \quad k'_p = \frac{\mu_p \varepsilon}{T_{OX}} \quad Z_p = \frac{L}{W}$$

$$V_{MAX} = \max \left\{ \begin{array}{ll} V_{DS} & \text{regime lineare} \\ V_{GS} - V_{TP} & \text{saturazione per pinchoff} \\ V_{DSATP} & \text{saturazione per velocità} \end{array} \right\}$$

Caratteristica di uscita del modello a canale corto

La caratteristica di uscita complessiva del modello a canale corto del PMOSFET risulta come segue:



- la regione di conduzione lineare e la regione di saturazione per pinchoff sono separate dalla curva di saturazione per pinchoff data dalla parabola $I_{DS} = k_p/2 \cdot V_{DS}^2$ con $V_{DS} = V_{GS} - V_{TP}$
- la regione di conduzione lineare e la regione di saturazione per velocità sono separate dalla linea verticale $V_{DS} = V_{DSATP}$
- la regione di saturazione per pinchoff e la regione di saturazione per velocità sono separate dalla linea orizzontale $I_{DS} = k_p/2 \cdot V_{DS}^2$ con $V_{DS} = V_{DSATP}$

5.10 Simbologia e rappresentazione circuitale dei MOSFET

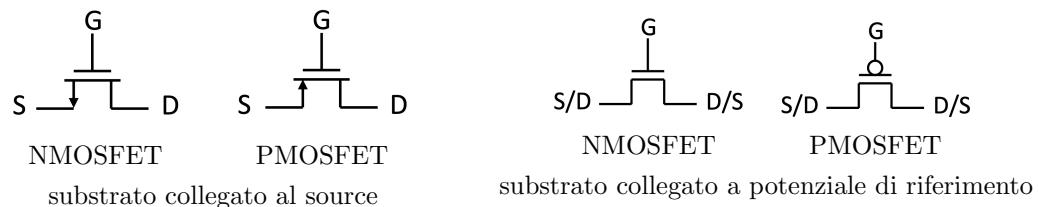
Simbologia a 4 terminali - con substrato

Nelle simbologie a 4 terminali non è possibile identificare univocamente il drain e il source in quanto sono perfettamente identici. Nelle rappresentazioni a freccia, la freccia sul terminale del substrato indica il tipo di MOSFET ed è concorde con il flusso di corrente nel diodo formato tra substrato e source/drain.



Simbologia a 3 terminali - senza substrato

Nelle simbologie a 3 terminali, il substrato viene omesso in quanto collegato al source o ad un potenziale di riferimento. Quando il substrato è collegato al source, il terminale source è identificato con la freccia concorde al flusso di corrente tra source e drain. Quando il substrato è collegato ad un potenziale di riferimento, il terminale source non è identificabile univocamente in quanto non ci sono freccie.

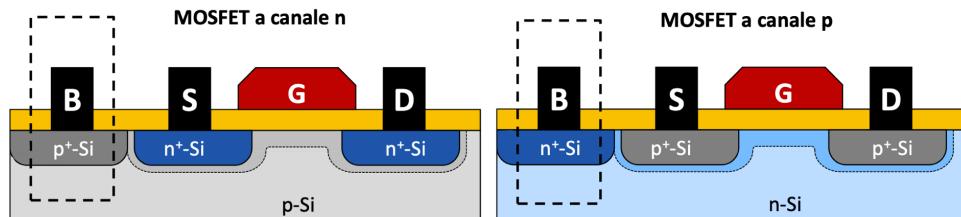


5.11 Struttura reale del MOSFET

Per ottimizzare le prestazioni, lo spazio e il processo produttivo vengono apportate alcune modifiche al nodo di substrato (B):

- al posto di trovarsi sotto, il substrato viene realizzato sulla parte superiore del transistor a lato del source o del drain per facilitare il processo di fabbricazione
- in prossimità dell'elettrodo, il substrato viene ulteriormente drogato dello stesso tipo del substrato (p^+ in NMOSFET o n^+ in PMOSFET) per ridurre la resistenza di contatto

Di seguito sono riportate le illustrazioni delle strutture reali di un NMOSFET e di un PMOSFET:



5.12 Effetto Body e variazione della tensione di soglia

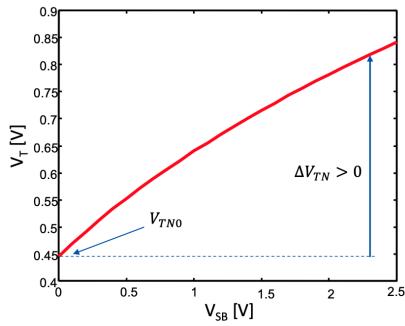
Quando il substrato non è collegato al source, ma ad un potenziale di riferimento (massa o alimentazione), la tensione tra substrato e source V_{BS} può essere diversa da zero. Questa tensione fa variare la tensione di soglia del MOSFET secondo le relazioni (in base al tipo di MOSFET):

$$V_{TN} = V_{TN0} + \gamma_n \left(\sqrt{V_{SB} + 2\phi_n} - \sqrt{2\phi_n} \right) \quad \gamma_n = \frac{\sqrt{2qN_D\varepsilon_{Si}}}{C_{OX}} \quad \phi_n = \frac{k_B T}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right)$$

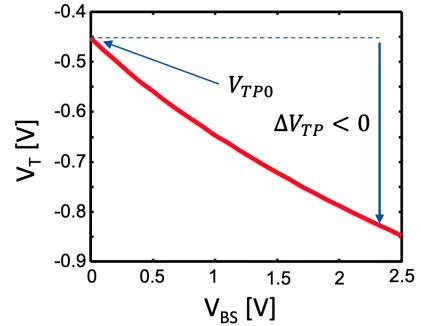
$$V_{TP} = V_{TP0} - \gamma_p \left(\sqrt{V_{SB} + 2\phi_p} - \sqrt{2\phi_p} \right) \quad \gamma_p = \frac{\sqrt{2qN_A\varepsilon_{Si}}}{C_{OX}} \quad \phi_p = \frac{k_B T}{q} \ln \left(\frac{N_D}{n_i} \right)$$

- V_{TN0} e V_{TP0} : tensione di soglia per $V_{SB} = 0$
- γ e ϕ : parametri legati al droggaggio e allo spessore dell'ossido
- C_{OX} : capacità per unità di area dell'ossido

Rappresentando graficamente la variazione della tensione di soglia in funzione di V_{SB} , si ottiene:



Variazione di V_{TN} per NMOSFET



Variazione di V_{TP} per PMOSFET

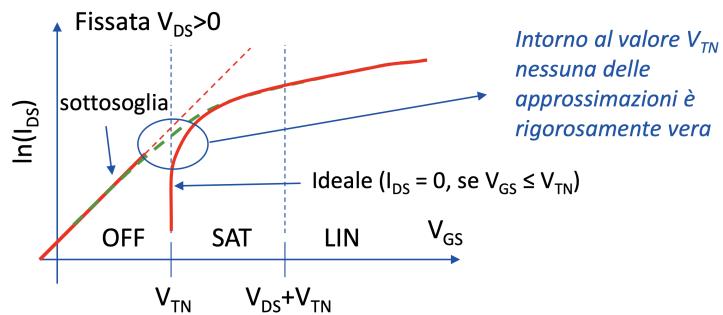
5.13 Corrente di sottosoglia

La corrente di sottosoglia è una piccola corrente che scorre tra drain e source anche quando il MOSFET è in interdizione ($V_{GS} < V_T$). Questa corrente è molto debole e vale:

$$I_{DS} = I_{0n} e^{\frac{V_{GS}-V_{TN}}{nV_T}} \left(1 - e^{-\frac{V_{DS}}{nV_T}} \right) \quad \text{per NMOSFET}$$

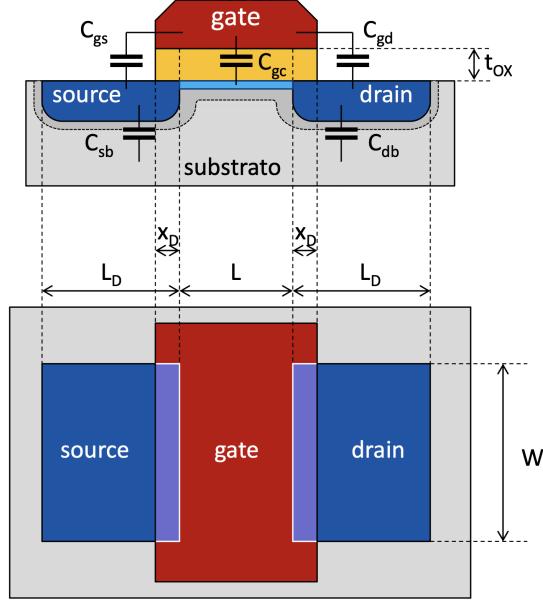
$$I_{DS} = I_{0p} e^{-\frac{V_{GS}-V_{TP}}{nV_T}} \left(1 - e^{\frac{V_{DS}}{nV_T}} \right) \quad \text{per PMOSFET}$$

Analizzando la transcaratteristica per un NMOSFET si osserva che la corrente di sottosoglia decresce esponenzialmente per $V_{GS} < V_{TN}$ (siccome le ordinate sono in scala logaritmica, la curva appare lineare):



5.14 Capacità parassite dei MOSFET

Avendo numerose giunzioni pn che si vengono a formare, i MOSFET presentano delle capacità parassite che influenzano il loro funzionamento alle alte frequenze, come evidenziato in figura. Le capacità parassite sono indipendenti dal tipo di MOSFET (NMOSFET o PMOSFET), per cui le conclusioni ottenute valgono sia per un NMOSFET che per un PMOSFET.



Le capacità parassite per ogni coppia di terminali sono:

- C_{sb} : capacità source-substrato $C_{sb} \approx C_{j0} \cdot L_D \cdot W$
- C_{db} : capacità drain-substrato $C_{db} \approx C_{j0} \cdot L_D \cdot W$
- C_{gs} : capacità gate-source $C_{gs} \approx C_{gs0} \cdot W$
- C_{gd} : capacità gate-drain $C_{gd} \approx C_{gd0} \cdot W$
- C_{gc} : capacità gate-substrato (del condensatore MOS) $C_{gc} = C_{OX} \cdot L \cdot W$

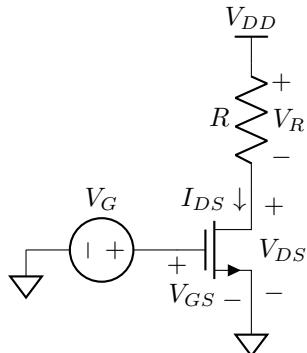
Le capacità parassite complessive di ogni nodo rispetto al substrato sono:

$$\begin{aligned} C_{source} &= C_{sb} + C_{gs} = (C_{j0}L_D + C_{gs0}) \cdot W = C_{s0} \cdot W && \text{con } C_{s0} = C_{j0}L_D + C_{gs0} \\ C_{drain} &= C_{db} + C_{gd} = (C_{j0}L_D + C_{gd0}) \cdot W = C_{d0} \cdot W && \text{con } C_{d0} = C_{j0}L_D + C_{gd0} \\ C_{gate} &= C_{gs} + C_{gd} + C_{gc} = (C_{gs0} + C_{gd0} + C_{OX}L) \cdot W \approx C_{g0} \cdot WL && \text{per } C_{gs} + C_{gd} \ll C_{OX}L \end{aligned}$$

6 Circuiti con i MOSFET

6.1 MOSFET in serie a una resistenza

Circuito NMOSFET e resistenza



Si costruisce un circuito con un NMOSFET e una resistenza come illustrato di lato, in cui:

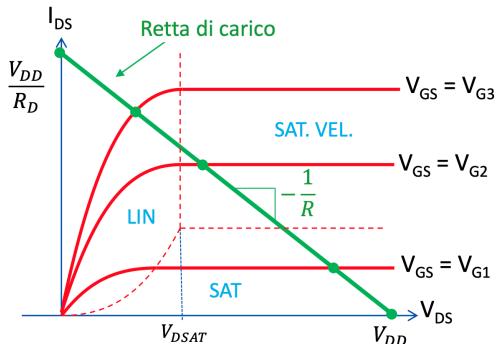
- il terminale di drain è collegato a una tensione di alimentazione V_{DD} tramite una resistenza di carico R ;
- il terminale di source è collegato a massa;
- il terminale di gate è collegato a un generatore di tensione V_G .

L'utilizzo di un NMOSFET al posto di un PMOSFET è perfettamente arbitrario e non cambia nulla nel procedimento di soluzione del circuito.

Soluzione del circuito per via grafica

La risoluzione del circuito consiste nel trovare la corrente I_{DS} e la tensione V_{DS} che soddisfano sia la caratteristica del MOSFET sia la caratteristica della resistenza R . Dalle LKC si impone $I_{DS} = I_R$ e si risolve l'equazione in funzione di V_{DS} .

Un'alternativa alla risoluzione analitica è la risoluzione grafica, che consiste nel tracciare sullo stesso grafico la caratteristica di uscita del MOSFET (I_{DS} in funzione di V_{DS}) e la caratteristica della resistenza R sempre in funzione di V_{DS} e trovare il punto di intersezione tra le due curve.



Un'alternativa alla risoluzione analitica è la risoluzione grafica, che consiste nel tracciare sullo stesso grafico la caratteristica di uscita del MOSFET (I_{DS} in funzione di V_{DS}) e la caratteristica della resistenza R sempre in funzione di V_{DS} e trovare il punto di intersezione tra le due curve.

Modello a canale lungo

Il modello a canale lungo del MOSFET prevede che il transistor operi in una delle tre regioni (interdizione, lineare o saturazione per pinchoff) senza considerare gli effetti di modulazione di lunghezza di canale e saturazione di velocità. Per risolvere il circuito si procede come segue:

1. si determina se il MOSFET è “acceso” o “spento” confrontando V_{GS} con la tensione di soglia V_{TN} :
 - se $V_{GS} < V_{TN}$, il MOSFET è in interdizione e $I_{DS} = 0$
 - se $V_{GS} \geq V_{TN}$, il MOSFET è acceso e si procede al passo successivo
2. si ipotizza che il MOSFET sia in uno dei due regimi di conduzione (lineare o saturazione) e si risolve la rete ponendo $I_{DS} = I_R$ (per le LKC), utilizzando la formula I_{DS} corrispondente all'ipotesi fatta e si risolve per V_{DS} :
 - se si ipotizza il regime lineare: $k_n V_{DS} \left(V_{GS} - V_{TN} - \frac{V_{DS}}{2} \right) = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
 - se si ipotizza il regime di saturazione: $\frac{k_n}{2} (V_{GS} - V_{TN})^2 = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
3. si verifica se l'ipotesi fatta sul regime di funzionamento è corretta:
 - se si è ipotizzato il regime lineare, si verifica che $V_{DS} < V_{GS} - V_{TN}$;
 - se si è ipotizzato il regime di saturazione, si verifica che $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TN}$.
4. se l'ipotesi è corretta, si è trovata la soluzione; altrimenti si ripete il passo 2 con l'altra ipotesi.

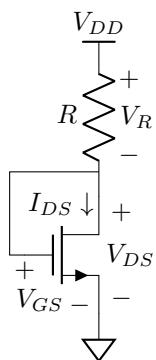
Modello a canale corto

La soluzione del circuito con il modello a canale corto è analoga a quella con il modello a canale lungo, con la differenza che si prevede anche l'effetto di modulazione di lunghezza di canale e la possibilità che il MOSFET lavori in saturazione di velocità. In particolare si procede come segue:

1. si determina se il MOSFET è “acceso” o “spento” come nel modello a canale lungo;
2. si calcolano, se possibile, i tre valori di V_{MIN} ($V_{DS}, V_{GS} - V_{TN}, V_{DSATN}$) e se si conoscono già due dei valori (esempio $V_{GS} - V_{TN}$ e V_{DSATN}), si può escludere a priori quello maggiore (ovvero quello che sicuramente non sarà il minimo), riducendo così il numero di ipotesi da fare;
3. si ipotizza che il MOSFET sia in uno dei tre regimi di conduzione (lineare, saturazione per pinchoff o saturazione di velocità) escludendone, se possibile, uno come spiegato al passo precedente, e si risolve la rete come nel modello a canale lungo:
 - in regime lineare: $k_n V_{DS} \left(V_{GS} - V_{TN} - \frac{V_{DS}}{2} \right) (1 + \lambda V_{DS}) = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
 - in saturazione per pinchoff: $\frac{k_n}{2} (V_{GS} - V_{TN})^2 (1 + \lambda V_{DS}) = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
 - in saturazione di velocità: $k_n V_{DSATN} \left(V_{GS} - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2} \right) (1 + \lambda V_{DS}) = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
4. si verifica se l'ipotesi fatta sul regime di funzionamento è corretta:
 - se si è ipotizzato il regime lineare: $V_{DS} = \min\{V_{GS} - V_{TN}, V_{DSATN}, V_{DS}\}$;
 - se si è ipotizzato il regime di sat. per pinchoff: $V_{GS} - V_{TN} = \min\{V_{GS} - V_{TN}, V_{DSATN}, V_{DS}\}$;
 - se si è ipotizzato il regime di sat. di velocità: $V_{DSATN} = \min\{V_{GS} - V_{TN}, V_{DSATN}, V_{DS}\}$;
5. se l'ipotesi è corretta, si è trovata la soluzione; altrimenti si ripete il passo 3 con un'altra ipotesi.

6.2 MOSFET connesso a diodo

Circuito di un NMOSFET connesso a diodo



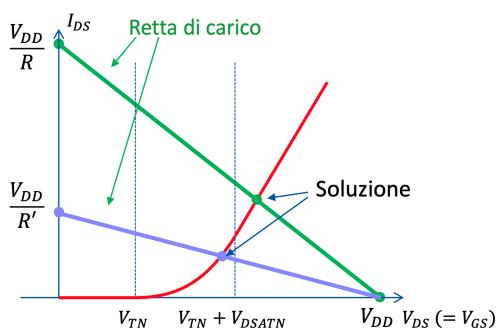
Si costruisce un circuito con un NMOSFET e una resistenza come illustrato di lato, in cui:

- il terminale di source è collegato a massa;
- il terminale di drain è collegato a una tensione di alimentazione V_{DD} tramite una resistenza di carico R ;
- il terminale di gate è cortocircuitato al terminale di drain e $V_{GS} = V_{DS}$

L'utilizzo di un NMOSFET al posto di un PMOSFET è perfettamente arbitrario e non cambia nulla nel procedimento di soluzione del circuito.

Considerazioni sul regime di funzionamento e risoluzione grafica

Si osserva che il MOSFET connesso in questo modo, se acceso, lavora in saturazione per pinchoff o in saturazione di velocità, per cui si comporta in modo simile a un diodo ideale con soglia V_{TN} :



- se $V_{GS} < V_{TN}$, il MOSFET è spento con $I_{DS} = 0$;
- se $V_{GS} \geq V_{TN}$, il MOSFET è acceso e lavora in saturazione per pinchoff $V_{DS} = V_{GS} > V_{GS} - V_{TN}$ oppure in sat. di velocità se $V_{DS} = V_{GS} > V_{DSATN}$

Si nota che la caratteristica di uscita del MOSFET in questo caso è simile a quella di un diodo con soglia V_{TN} .

Come nel caso precedente, la risoluzione grafica consiste nel trovare le intersezioni delle due caratteristiche di uscita del MOSFET e della resistenza R .

Analisi del circuito

Per risolvere il circuito si procede come segue:

1. si determina se il MOSFET è “acceso” o “spento” confrontando V_{GS} con la tensione di soglia V_{TN} :
 - se $V_{GS} < V_{TN}$, il MOSFET è in interdizione e $I_{DS} = 0$
 - se $V_{GS} \geq V_{TN}$, il MOSFET è acceso e si procede al passo successivo
2. se si utilizza il modello a canale lungo, si utilizza I_{DS} in saturazione per pinchoff e si impone la condizione $I_{DS} = I_R \rightarrow I_{DS} = \frac{k_n}{2}(V_{GS} - V_{TN})^2 = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$; non serve verificare il regime di funzionamento, in quanto il MOSFET connesso in questo modo lavora sempre in saturazione
3. se si utilizza il modello a canale corto, bisogna ipotizzare il regime di saturazione (pinchoff o velocità) e risolvere il circuito utilizzando la formula corrispondente:
 - in saturazione per pinchoff: $\frac{k_n}{2}(V_{GS} - V_{TN})^2(1 + \lambda V_{DS}) = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
 - in saturazione di velocità: $k_n V_{DSATN} \left(V_{GS} - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2} \right) (1 + \lambda V_{DS}) = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R}$
4. si verifica se l’ipotesi fatta sul regime di funzionamento è corretta:
 - se si è ipotizzato il regime di sat. per pinchoff: $V_{GS} - V_{TN} = \min\{V_{GS} - V_{TN}, V_{DSATN}, V_{DS}\}$;
 - se si è ipotizzato il regime di sat. di velocità: $V_{DSATN} = \min\{V_{GS} - V_{TN}, V_{DSATN}, V_{DS}\}$;
5. se l’ipotesi è corretta, si è trovata la soluzione; altrimenti si ripete il passo 3 con un’altra ipotesi

6.3 MOSFET come generatore di corrente

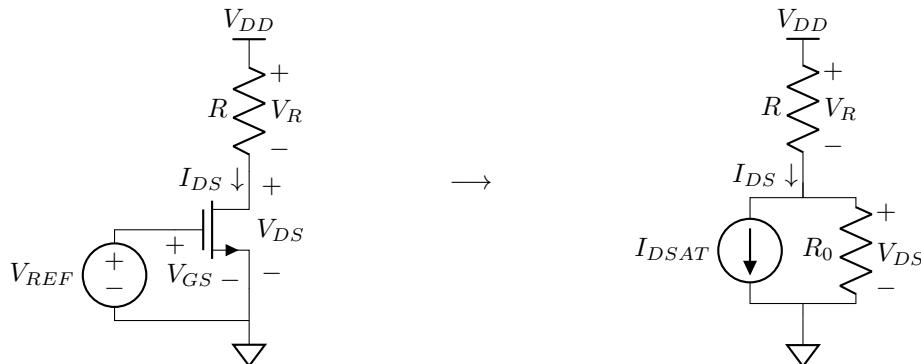
Circuito di un NMOSFET connesso come generatore di corrente

Si costruisce un circuito con un NMOSFET e una resistenza come illustrato sotto, in cui:

- il terminale di source è collegato a massa;
- il terminale di drain è collegato a una tensione di alimentazione V_{DD} tramite una resistenza di carico R ;
- il terminale di gate è cortocircuitato al terminale di source e $V_{GS} = V_{REF}$

Si suppone, inoltre, che il valore di V_{REF} sia tale da mantenere il MOSFET sempre acceso e in regime di saturazione per pinchoff o in saturazione di velocità, ovvero che sia soddisfatta la condizione:

$$V_{DS} > \min\{V_{REF} - V_{TN}, V_{DSATN}\}$$



L’utilizzo di un NMOSFET al posto di un PMOSFET è perfettamente arbitrario e non cambia nulla nel procedimento di soluzione del circuito.

Considerazioni sul regime di funzionamento e risoluzione grafica

Il MOSFET in saturazione, connesso in questo modo, si può modellare con un generatore lineare di corrente secondo il teorema di Norton, come illustrato sopra. In saturazione, infatti, la corrente I_{DS} è direttamente proporzionale a V_{DS} tramite il parametro λ_n :

$$I_{DS} = I_{DSAT}(1 + \lambda_n V_{DS}) = I_{DSAT} + \lambda_n I_{DSAT} V_{DS} = I_{DSAT} + R_0 V_{DS} \quad \text{con } R_0 = \frac{1}{\lambda_n I_{DSAT}}$$

Si osserva che la corrente I_{DS} ha due contributi:

- una corrente costante I_{DSAT} di saturazione del mosfet, corrisponde alla corrente erogata dal generatore ideale di corrente per Norton;
- una corrente variabile $R_0 V_{DS}$ che dipende linearmente dalla tensione V_{DS} e che può essere modellata con una resistenza R_0 in parallelo con il generatore ideale di corrente.

Si nota che se $\lambda = 0 \rightarrow I_{DS} = I_{DSAT} \rightarrow R_0 = \infty$, ovvero se non si considera l'effetto di modulazione di lunghezza di canale, il MOSFET si comporta come un generatore ideale di corrente.

Il generatore lineare di corrente di Norton ha dei vincoli sul suo funzionamento, in quanto deve essere soddisfatta la condizione che il MOSFET rimanga in saturazione per pinchoff o in saturazione di velocità:

$$V_{DS} > \min\{V_{REF} - V_{TN} \text{ sat. per pinchoff}, V_{DSATN} \text{ sat. di velocità}\}$$

Se questa condizione non è soddisfatta, il MOSFET esce dal regime di saturazione e il modello con il generatore lineare di corrente non è più valido.

Analisi del circuito

Per risolvere il circuito utilizzando il modello a canale corto si procede come segue:

1. si impone che il mosfet sia acceso e che sia in saturazione (per pinchoff o di velocità) per cui si deve avere: $V_{REF} > V_{TN}$ e $V_{DS} > \min\{V_{REF} - V_{TN}, V_{DSATN}\}$
2. si ipotizza il regime di saturazione (pinchoff o velocità) e si calcola I_{DSAT} e R_0 :
 - in regime di saturazione per pinchoff: $I_{DSAT} = \frac{k_n}{2}(V_{REF} - V_{TN})^2$
 - in regime di saturazione di velocità: $I_{DSAT} = k_n V_{DSATN} \left(V_{REF} - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2} \right)$
 - a prescindere dal regime di saturazione $R_0 = 1/(\lambda_n I_{DSAT})$
3. si applica il teorema di Norton, ovvero si sostituisce il MOSFET con il generatore lineare di corrente e si risolve il circuito (es. per sovrapposizione degli effetti) in funzione di V_{DS} :

$$V_{DS} = V_{DD} \frac{R_0}{R + R_0} - I_{DSAT} R_0 \frac{R}{R + R_0}$$

4. si verifica l'ipotesi sul regime di saturazione sia soddisfatta:
 - in regime di saturazione per pinchoff: $V_{DS} > V_{REF} - V_{TN}$
 - in regime di saturazione di velocità: $V_{DS} > V_{DSATN}$
5. se la condizione è soddisfatta, si è trovata la soluzione; altrimenti si deve ripetere il procedimento per l'altro regime di saturazione

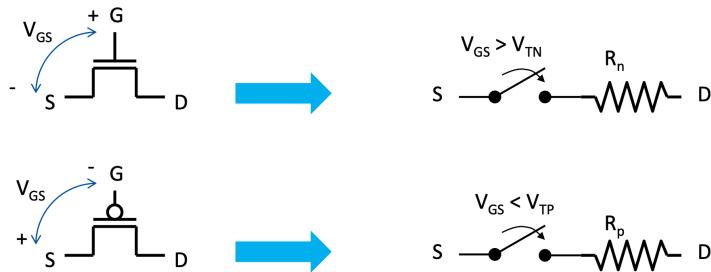
Il modello a canale lungo è un caso particolare del modello a canale corto con $\lambda_n = 0$ e $R_0 = \infty$, per cui il MOSFET si può modellare come un generatore ideale di corrente con corrente I_{DSAT} data dal regime di saturazione per pinchoff. Non prevedendo l'effetto di modulazione di lunghezza di canale e il fenomeno di saturazione di velocità, alla fine è sufficiente verificare solo la condizione $V_{DS} > V_{REF} - V_{TN}$.

6.4 MOSFET usato come interruttore

Modellizzazione del MOSFET come interruttore

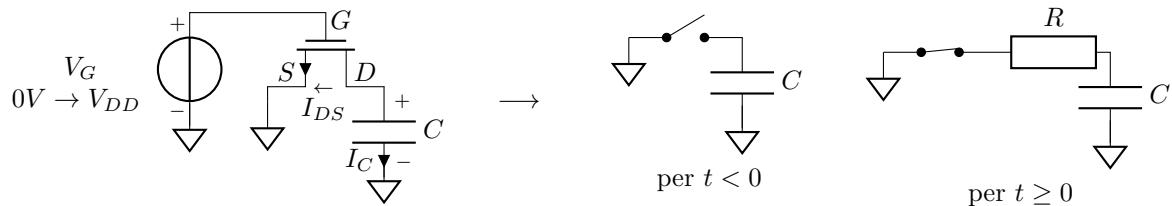
Nell'elettronica digitale i MOSFET sono utilizzati come interruttori ON/OFF. È possibile, infatti, modellare un MOSFET come un interruttore ideale pilotato dalla tensione di gate V_{GS} in serie ad una resistenza R_n per gli NMOS o R_p per i PMOS. Si considerano, quindi, soltanto due regimi di funzionamento:

- MOSFET "spento": interruttore aperto, $I_{DS} = 0$, per $V_{GS} < V_{TN}$ (NMOS) o $V_{GS} > V_{TP}$ (PMOS);
- MOSFET "acceso": resistore di resistenza R_n (NMOS) o R_p (PMOS).



6.5 Scarica di un condensatore con NMOS

Circuito di scarica



Equazioni del circuito per le leggi di Kirchhoff e la struttura della rete

$$V_G(t) = \begin{cases} 0V & t < 0 \\ V_{DD} & t \geq 0 \end{cases} \quad V_C(t \leq 0) = V_{DD} \quad V_{GS}(t) = V_G(t) \quad V_{DS}(t) = V_C(t) \quad I_{DS} + I_C(t) = 0$$

Analisi delle fasi del transitorio

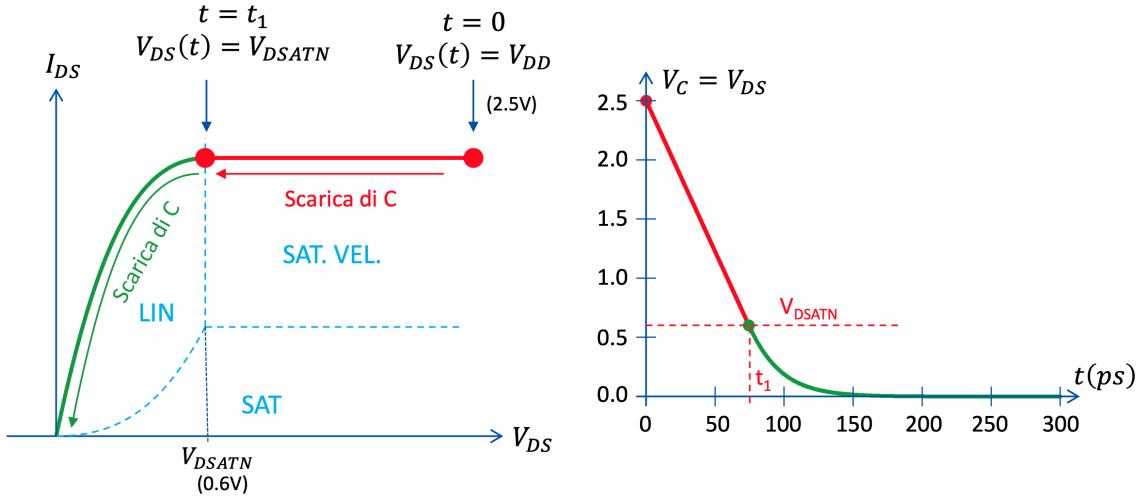
Si analizzano le variabili del circuito per $t < 0$, $t = 0$, $t > 0$ e $t \rightarrow \infty$:

- per $t < 0$: l'NMOS è spento poiché $V_{GS} = 0V < V_{TN}$ e il condensatore è carico a V_{DD} ;
- per $t = 0$: l'NMOS si accende poiché $V_{GS} = V_{DD} > V_{TN}$;
- per $t > 0$: l'NMOS rimane acceso poiché $V_{GS} = V_{DD} > V_{TN}$ e il condensatore si scarica;
- per $t \rightarrow \infty$: a regime l'NMOS rimane acceso e il condensatore si scarica completamente.

Analisi grafica delle fasi del transitorio

Si suppone, sotto certi dati, che il mosfet lavori soltanto in saturazione di velocità o in regime lineare. Si osserva che la scarica del condensatore avviene in due fasi (con un punto intermedio $t = t_1$):

1. per $0 < t < t_1$, $V_{DS} > V_{DSATN}$ il mosfet lavora in regime di saturazione di velocità e la corrente di scarica è costante pari a I_{DSATN} :
2. per $t = t_1$, $V_{DS} = V_{DSATN}$ il mosfet passa dal regime di saturazione di velocità a regime lineare;
3. per $t > t_1$, $V_{DS} < V_{DSATN}$ il mosfet lavora in regime lineare e la corrente di scarica dipende dalla tensione $V_{DS}(t) = V_C(t)$ e quindi dalla tensione del condensatore



Soluzione analitica del circuito

Si analizza la prima fase di scarica del condensatore per $0 < t < t_1$ (saturazione di velocità):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DSATN} = k'_n Z_n V_{DSATN} \left(V_{DD} - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2} \right)$$

$$I_C(t) = -I_{DSATN} \quad \rightarrow \quad V_C(t) = V_{DD} - \frac{I_{DSATN}}{C} t$$

Si analizza il passaggio dalla prima alla seconda fase di scarica per $t = t_1$:

$$V_{GS}(t_1) = V_{DSATN} \quad \rightarrow \quad V_C(t_1) = V_{DSATN} \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{C}{I_{DSATN}} (V_{DD} - V_{DSATN})$$

Si analizza la seconda fase di scarica del condensatore per $t > t_1$ (regime lineare):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DS}(t) = k'_n Z_n V_C(t) \left(V_{DD} - V_{TN} - \frac{V_C(t)}{2} \right)$$

$$I_C(t) = -I_{DS}(t) \quad \rightarrow \quad V_C(t) = \frac{1}{A e^{\alpha(t-t_1)} + B}$$

$$\alpha = \frac{k'_n Z_n}{C} (V_{DD} - V_{TN}) \quad A = \frac{1}{V_{DSATN}} - \frac{1}{2(V_{DD} - V_{TN})} \quad B = \frac{1}{2(V_{DD} - V_{TN})}$$

Carica del condensatore a regime

Per $t \rightarrow \infty$, la tensione sul condensatore si riduce a zero e il condensatore si scarica completamente:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_C(t) = 0V$$

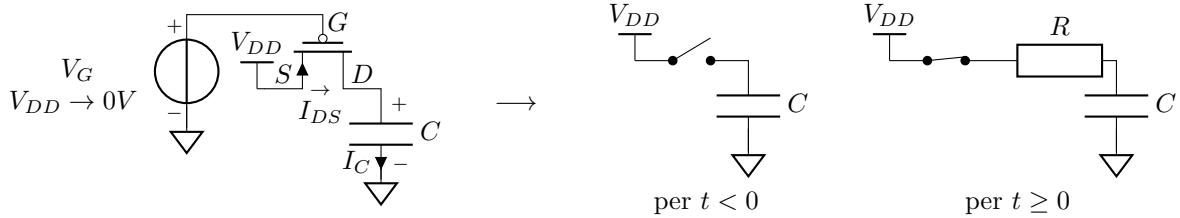
Tempo di dimezzamento di $V_C(t)$

Il tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ è il tempo necessario affinché la tensione sul condensatore si riduca alla metà del suo valore iniziale V_{DD} , ovvero quando $V_C(t_{1/2}) = V_{DD}/2$. Si osserva che tale valore viene assunto durante la prima fase di scarica, in cui il mosfet lavora in saturazione di velocità. Si calcola, quindi, $t_{1/2}$ come segue:

$$V_C(t_{1/2}) = \frac{V_{DD}}{2} \quad \rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{CV_{DD}}{2I_{DSATN}}$$

6.6 Carica di un condensatore con PMOS

Circuito di carica



Equazioni del circuito per le leggi di Kirchhoff e la struttura della rete

$$V_G(t) = \begin{cases} V_{DD} & t < 0 \\ 0V & t \geq 0 \end{cases} \quad V_C(t \leq 0) = 0V \quad V_{GS}(t) = V_G(t) - V_{DD} \quad V_{DS}(t) = V_C(t) - V_{DD} \quad I_{DS} = I_C(t)$$

Analisi delle fasi del transitorio

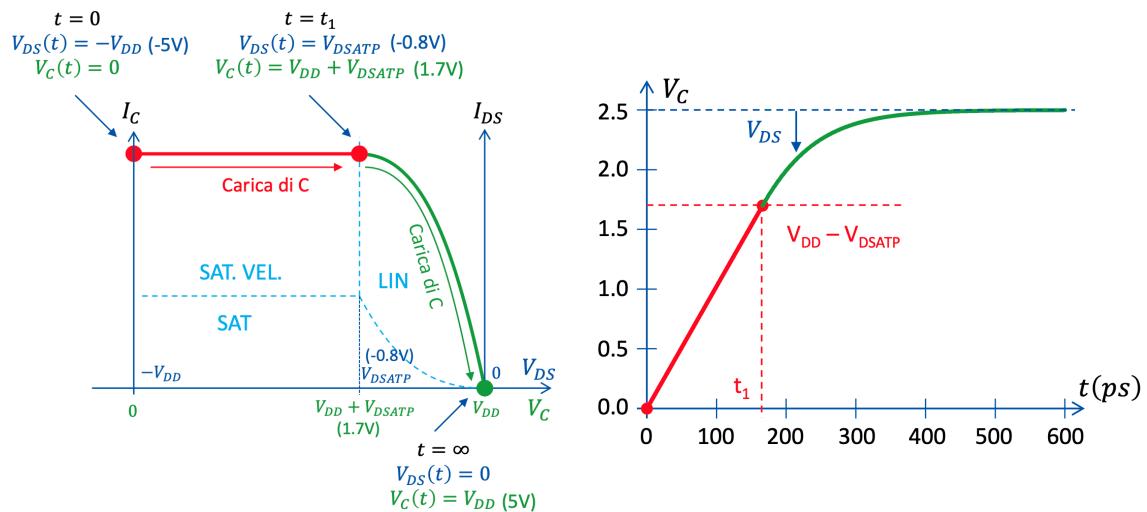
Si analizzano le variabili del circuito per $t < 0$, $t = 0$, $t > 0$ e $t \rightarrow \infty$:

- per $t < 0$: il PMOS è spento poiché $V_{GS} = 0V > V_{TP}$ e il condensatore è scarico con $V_C = 0V$;
- per $t = 0$: il PMOS si accende poiché $V_{GS} = -V_{DD} < V_{TP}$;
- per $t > 0$: il PMOS rimane acceso poiché $V_{GS} = -V_{DD} < V_{TP}$ e il condensatore si carica;
- per $t \rightarrow \infty$: a regime il PMOS rimane acceso e il condensatore si carica completamente a V_{DD} .

Analisi grafica delle fasi del transitorio

Si suppone, sotto certi dati, che il mosfet lavori soltanto in saturazione di velocità o in regime lineare. Si osserva che la scarica del condensatore avviene in due fasi (con un punto intermedio $t = t_1$):

1. per $0 < t < t_1$, $V_{DS} < V_{DSATP}$ il mosfet lavora in regime di saturazione di velocità e la corrente di scarica è costante pari a I_{DSATP} :
2. per $t = t_1$, $V_{DS} = V_{DSATP}$ il mosfet passa dal regime di saturazione di velocità a regime lineare:
3. per $t > t_1$, $V_{DS} > V_{DSATP}$ il mosfet lavora in regime lineare e la corrente di scarica dipende dalla tensione $V_{DS}(t) = V_C(t) - V_{DD}$ e quindi dalla tensione del condensatore



Soluzione analitica del circuito

Si analizza la prima fase di scarica del condensatore per $0 < t < t_1$ (saturazione di velocità):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DSATP} = k'_p Z_p V_{DSATP} \left(-V_{DD} - V_{TP} - \frac{V_{DSATP}}{2} \right)$$

$$I_C(t) = I_{DSATP} \quad \rightarrow \quad V_C(t) = \frac{I_{DSATP}}{C} t$$

Si analizza il passaggio dalla prima alla seconda fase di per $t = t_1$:

$$V_{DS}(t_1) = V_{DSATP} \quad \rightarrow \quad V_C(t_1) - V_{DD} = V_{DSATP} \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{C}{I_{DSATP}} (V_{DD} + V_{DSATP})$$

Si analizza la seconda fase di scarica del condensatore per $t > t_1$ (regime lineare):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DS}(t) = k'_p Z_p (V_C(t) - V_{DD}) \left(-V_{DD} - V_{TP} - \frac{V_C(t) - V_{DD}}{2} \right)$$

$$I_C(t) = I_{DS}(t) \quad \rightarrow \quad V_C(t) = \frac{1}{A e^{\alpha(t-t_1)} + B} + V_{DD}$$

$$\alpha = \frac{k'_p Z_p}{C} (V_{DD} + V_{TP}) \quad A = \frac{1}{V_{DSATP}} + \frac{1}{2(V_{DD} + V_{TP})} \quad B = -\frac{1}{2(V_{DD} + V_{TP})}$$

Carica del condensatore a regime

Per $t \rightarrow \infty$, la tensione sul condensatore raggiunge il valore V_{DD} e il condensatore si carica completamente:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_C(t) = V_{DD}$$

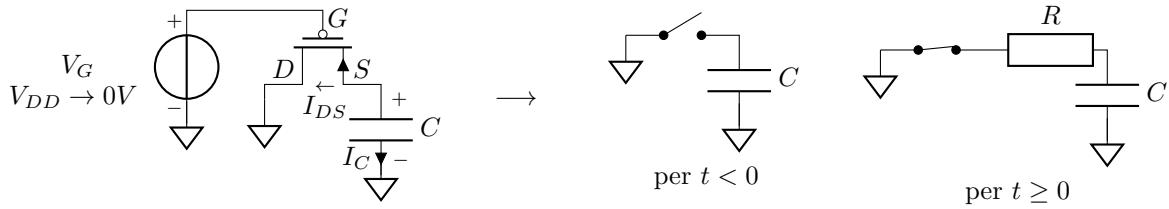
Tempo di dimezzamento di $V_C(t)$

Si analizza il tempo di dimezzamento $t_{1/2}$ osservando che tale valore viene assunto durante la prima fase di carica, in cui il mosfet lavora in saturazione di velocità:

$$V_C(t_{1/2}) = \frac{V_{DD}}{2} \quad \rightarrow \quad t_{1/2} = \frac{CV_{DD}}{2I_{DSATP}}$$

6.7 Scarica di un condensatore con un PMOS

Circuito di scarica



Equazioni del circuito per le leggi di Kirchhoff e la struttura della rete

$$V_G(t) = \begin{cases} V_{DD} & t < 0 \\ 0V & t \geq 0 \end{cases} \quad V_C(t \leq 0) = V_{DD} \quad V_{GS}(t) = V_G(t) - V_C(t) \quad I_{DS} + I_C(t) = 0$$

$$V_{DS}(t) = -V_C(t)$$

Analisi delle fasi del transitorio

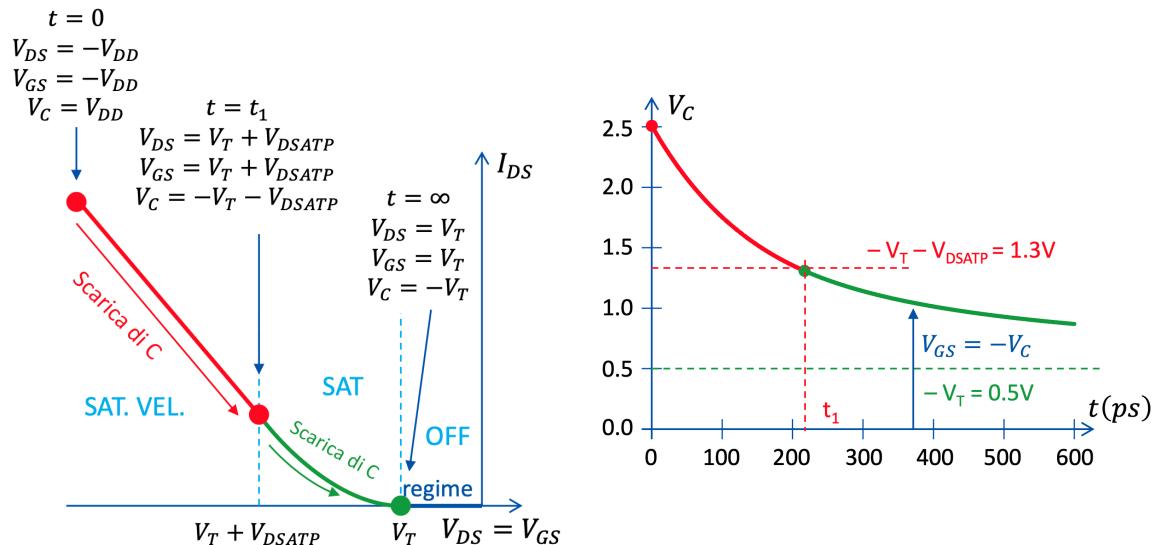
Si analizzano le variabili del circuito per $t < 0$, $t = 0$, $t > 0$ e $t \rightarrow \infty$:

- per $t < 0$: il PMOS è spento poiché $V_{GS}(t) = 0V > V_{TP}$ e il condensatore è carico a V_{DD} ;
- per $t = 0$: il PMOS si accende poiché $V_{GS}(t) = -V_{DD} < V_{TP}$;
- per $t > 0$: il PMOS è acceso finché $V_{GS}(t) < V_{TP} \rightarrow V_C(t) > -V_{TP}$
- per $t \rightarrow \infty$: a regime il PMOS si spegne per $V_{GS}(t) = V_{TP} \rightarrow V_C(t) = -V_{TP}$ lasciando il condensatore carico con tensione finale $V_C(t) = -V_{TP}$

Analisi grafica delle fasi del transitorio

Il PMOS è connesso a diodo (gate e drain entrambi a massa per $t \geq 0$), quindi lavora solo in saturazione. Si osserva che la scarica del condensatore avviene in due fasi (con un punto intermedio $t = t_1$):

1. per $0 < t < t_1$, $V_{GS} - V_{TP} < V_{DSATP}$ il mosfet lavora in regime di saturazione di velocità e la corrente di scarica è costante pari a I_{DSATP} :
2. per $t = t_1$, $V_{GS} - V_{TP} = V_{DSATP}$ il mosfet passa dal regime di saturazione per velocità a quello di saturazione per pinchoff:
3. per $t > t_1$, $V_{GS} - V_{TP} > V_{DSATP}$ il mosfet lavora in saturazione per pinchoff e la corrente di scarica dipende da $V_{GS}(t) - V_{TP} = -V_C(t) - V_{TP}$ e quindi anche dalla tensione del condensatore $V_C(t)$



Soluzione analitica del circuito

Si analizza la prima fase di scarica del condensatore per $0 < t < t_1$ (saturazione di velocità):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DSATP}(t) = k'_p Z_p V_{DSATP} \left(-V_C(t) - V_{TP} - \frac{V_{DSATP}}{2} \right)$$

$$I_C(t) = I_{DSATP}(t) \rightarrow V_C(t) = V_{DD} - \left(V_{TP} + \frac{V_{DSATP}}{2} \right) (1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{con } \alpha = -\frac{k'_p Z_p V_{DSATP}}{C}$$

Si analizza il passaggio dalla prima alla seconda fase di per $t = t_1$:

$$V_{GS}(t_1) - V_{TP} = V_{DSATP} \rightarrow V_C(t_1) = -V_{TP} - V_{DSATP} \rightarrow t_1 = \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{2V_{DD} + 2V_{TP} + V_{DSATP}}{-V_{DSATP}} \right)$$

Si analizza la seconda fase di scarica del condensatore per $t > t_1$ (saturazione per pinchoff):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DS}(t) = \frac{k'_p Z_p}{2} (V_{GS}(t) - V_{TP})^2 = \frac{k'_p Z_p}{2} (-V_C(t) - V_{TP})^2$$

$$I_C(t) = I_{DS}(t) \rightarrow V_C(t) = -V_{TP} + \frac{2CV_{DSATP}}{k'_p Z_p V_{DSATP}(t - t_1) - 2C}$$

Valore di regime

Si analizza il valore di regime della tensione sul condensatore $V_C(t)$ per $t \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_C(t) = -V_{TP}$$

Si ha, quindi, che il condensatore si scarica fino a raggiungere la tensione di soglia del PMOS.

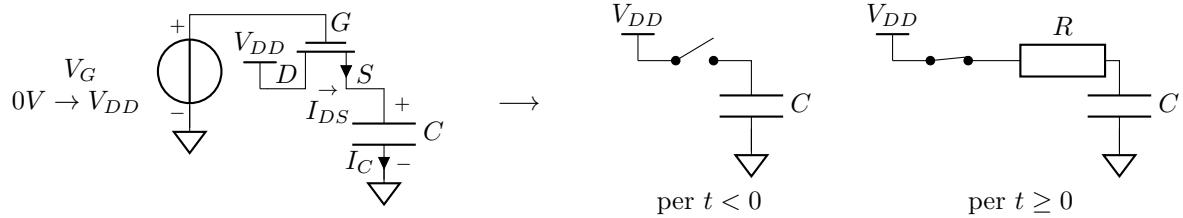
Tempo di dimezzamento di $V_C(t)$

Si analizza il tempo di dimezzamento $t_{1/2}$, osservando che tale valore viene assunto durante la seconda fase di scarica, in cui il mosfet lavora in saturazione per pinchoff:

$$V_C(t_{1/2}) = \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow t_{1/2} = t_1 - 2C \frac{V_{DD} + 2V_{TP} + 2V_{DSATP}}{k'_p Z_p V_{DSATP}(V_{DD} + 2V_{TP})}$$

6.8 Carica di un condensatore con un NMOS

Circuito di carica



Equazioni del circuito per le leggi di Kirchhoff e la struttura della rete

$$V_G(t) = \begin{cases} 0V & t < 0 \\ V_{DD} & t \geq 0 \end{cases} \quad V_C(t \leq 0) = 0V \quad \begin{aligned} V_{GS}(t) &= V_G(t) - V_C(t) \\ V_{DS}(t) &= V_{DD} - V_C(t) \end{aligned} \quad I_{DS} = I_C(t)$$

Analisi delle fasi del transitorio

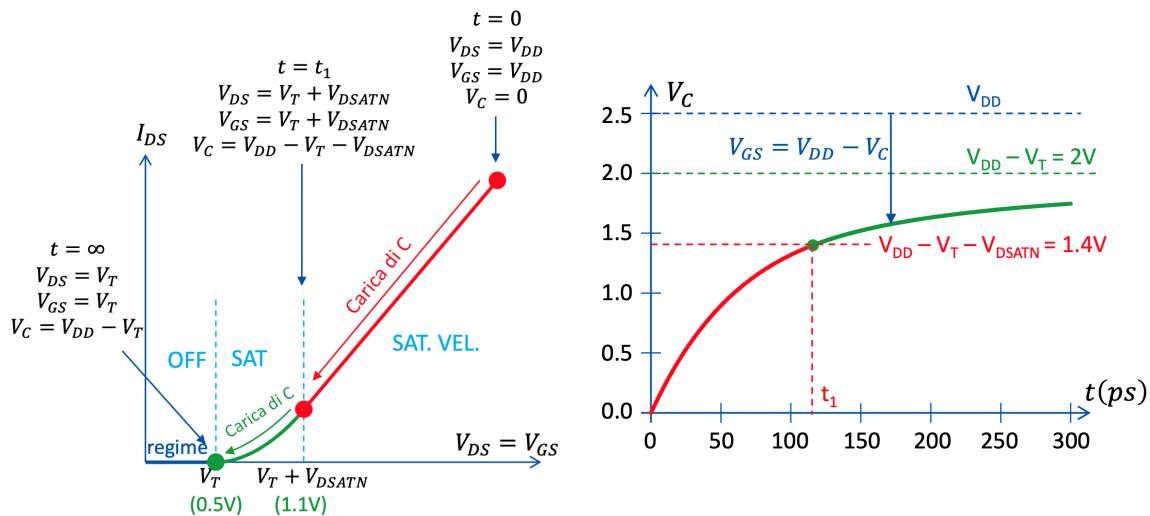
Si analizzano le variabili del circuito per $t < 0$, $t = 0$, $t > 0$ e $t \rightarrow \infty$:

- per $t < 0$: l'NMOS è spento poiché $V_{GS}(t) = 0V < V_{TN}$;
- per $t = 0$: l'MOS si accende poiché $V_{GS}(t) = V_{DD} > V_{TN}$;
- per $t > 0$: l'MOS è acceso finché $V_{GS}(t) > V_{TN} \rightarrow V_C(t) < V_{DD} - V_{TN}$
- per $t \rightarrow \infty$: a regime l'MOS si spegne quando $V_{GS}(t) = V_{TN} \rightarrow V_C(t) = V_{DD} - V_{TN}$ lasciando il condensatore carico con tensione finale $V_C(t) = V_{DD} - V_{TN}$

Analisi grafica delle fasi del transitorio

Il PMOS è connesso a diodo (gate e drain entrambi a V_{DD} per $t \geq 0$), quindi lavora solo in saturazione. Si osserva che la carica del condensatore avviene in due fasi (con un punto intermedio $t = t_1$):

1. per $0 < t < t_1$, $V_{GS} - V_{TN} > V_{DSATN}$ il mosfet lavora in regime di saturazione di velocità e la corrente di carica è costante pari a I_{DSATN} :
2. per $t = t_1$, $V_{GS} - V_{TN} = V_{DSATN}$ il mosfet passa dal regime di saturazione per velocità a quello di saturazione per pinchoff:
3. per $t > t_1$, $V_{GS} - V_{TN} < V_{DSATN}$ il mosfet lavora in saturazione per pinchoff e la corrente di scarica dipende da $V_{GS}(t) - V_{TN} = V_{DD} - V_C(t) - V_{TN}$, quindi anche dalla tensione del condensatore $V_C(t)$



Soluzione analitica del circuito

Si analizza la prima fase di carica del condensatore per $0 < t < t_1$ (saturazione di velocità):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DSATN}(t) = k'_p Z_p V_{DSATN} \left(V_{DD} - V_C(t) - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2} \right)$$

$$I_C(t) = I_{DSATN}(t) \rightarrow V_C(t) = \left(V_{DD} - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2} \right) (1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{con } \alpha = -\frac{k'_p Z_p V_{DSATN}}{C}$$

Si analizza il passaggio dalla prima alla seconda fase di per $t = t_1$:

$$V_{GS}(t_1) - V_{TN} = V_{DSATN} \rightarrow V_C(t_1) = V_{DD} - V_{TN} - V_{DSATN} \rightarrow t_1 = \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{V_{DD} - V_{TN}}{V_{DSATN}} - 1 \right)$$

Si analizza la seconda fase di carica del condensatore per $t > t_1$ (saturazione per pinchoff):

$$I_C(t) = C \frac{dV_C}{dt} \quad I_{DS}(t) = \frac{k'_p Z_p}{2} (V_{GS}(t) - V_{TN})^2 = \frac{k'_p Z_p}{2} (V_{DD} - V_C(t) - V_{TN})^2$$

$$I_C(t) = I_{DS}(t) \rightarrow V_C(t) = V_{DD} - V_{TN} - \frac{2CV_{DSATN}}{k'_p Z_p V_{DSATN}(t - t_1) + 2C}$$

Valore di regime

Si analizza il valore di regime della tensione sul condensatore $V_C(t)$ per $t \rightarrow \infty$:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V_C(t) = V_{DD} - V_{TN}$$

Si ha, quindi, che il condensatore si carica fino a raggiungere la tensione finale $V_C(t) = V_{DD} - V_{TN}$.

Tempo di dimezzamento di $V_C(t)$

Si analizza il tempo di dimezzamento $t_{1/2}$, osservando che tale valore viene assunto durante la prima fase di carica, in cui il mosfet lavora in saturazione per velocità:

$$V_C(t_{1/2}) = \frac{V_{DD}}{2} \rightarrow t_{1/2} = \frac{1}{\alpha} \ln \left(\frac{2V_{DD} - 2V_{TN} - V_{DSATN}}{V_{DD} - 2V_{TN} - V_{DSATN}} \right)$$

6.9 Confronto dei transitori per carica e scarica con NMOS e PMOS

Dati

Si scelgono i seguenti dati per il confronto dei transitori di carica e scarica con NMOS e PMOS:

circuito	NMOS		PMOS	
$C = 10fF$	$k'_n = 125\mu A/V^2$	$Z_n = 2$	$k'_p = 40\mu A/V^2$	$Z_p = 2$
$V_{DD} = 2.5V$	$V_{TN} = 0.5V$	$V_{DSATN} = 0.6V$	$V_{TP} = -0.5V$	$V_{DSATP} = -0.8V$

Confronto dei tempi caratteristici

circuito	t_1	$t_{1/2}$	$V_C(t \rightarrow \infty)$
scarica con NMOS	74.5 ps	49 ps	0V
carica con NMOS	115.6 ps	88.6 ps	$V_{DD} - V_{TN} < V_{DD}$
carica con PMOS	151.7 ps	122 ps	V_{DD}
scarica con PMOS	216.6 ps	237 ps	$-V_{TP} > 0V$

Si nota che:

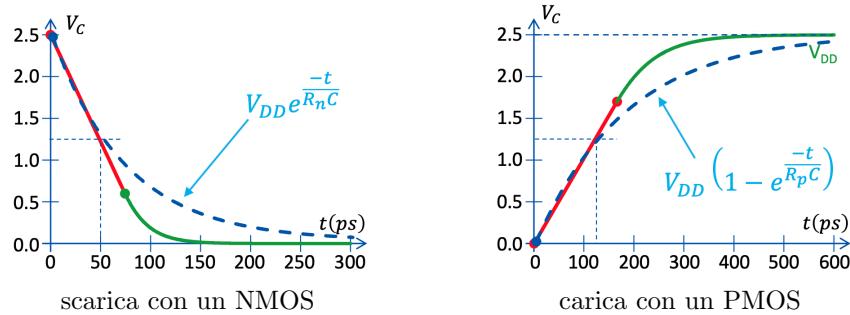
- l'NMOS scarica totalmente il condensatore, ma lo carica parzialmente fino ad un valore inferiore a V_{DD} , si dice che **l'NMOS trasmette bene il valore logico basso (0V)**;
- il PMOS carica totalmente il condensatore, ma lo scarica parzialmente fino ad un valore superiore a 0V, si dice che **il PMOS trasmette bene il valore logico alto (V_{DD})**;
- i tempi di dimezzamento per trasmettere il valore logico “cattivo” (carica con NMOS e scarica con PMOS) sono circa il doppio rispetto a quelli per trasmettere il valore logico “buono” (scarica con NMOS e carica con PMOS);
- il tempo di carica con PMOS è circa il doppio rispetto al tempo di scarica con NMOS, a parità del fattore di forma $Z_n = Z_p$

Effetto body nei circuiti di carica e scarica dei condensatori

Spesso, nei circuiti digitali, i body degli NMOS sono collegati a massa e quelli dei PMOS a V_{DD} , non necessariamente al loro source. Nell'NMOS in scarica e nel PMOS in carica ciò non comporta variazioni, mentre nell'NMOS in carica e nel PMOS in scarica si ha un aumento in modulo della soglia di tensione V_{TN} e V_{TP} rispettivamente, a causa dell'effetto body. Ciò comporta un aumento dei tempi di carica e scarica dei condensatori e un **peggioramento ulteriore nella trasmissione dei valori logici “cattivi”**.

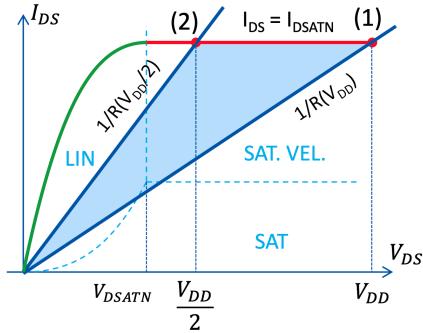
6.10 Resistenza equivalente del MOSFET come interruttore

Per facilitare l'analisi dei circuiti con MOSFET come interruttori, si può approssimare il comportamento del MOSFET acceso con una resistenza equivalente R_{eq} . In questo modo si linearizza il comportamento non lineare del MOSFET e si possono utilizzare le tecniche di analisi dei circuiti lineari. In particolare le curve di scarica e carica diventano esponenziali con costante di tempo $\tau = R_{eq}C$.



Definizione di resistenza equivalente R_{eq}

Si definisce la resistenza equivalente R_{eq} del MOSFET come interruttore acceso come la media della resistenza istantanea agli estremi dell'intervallo di interesse, ovvero a $t = 0$ e a $t = t_{1/2}$, quando il MOSFET trasmette il valore logico "buono".



$$\text{NMOS: } R_n(0) = \frac{V_{DD}}{I_{DSATN}}, \quad R_n(t_{1/2}) = \frac{V_{DD}/2}{I_{DSATN}} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_n = \frac{R_n(0) + R_n(t_{1/2})}{2} = \frac{3}{4} \frac{V_{DD}}{I_{DSATN}}$$

$$\text{PMOS: } R_p(0) = \frac{V_{DD}}{I_{DSATP}}, \quad R_p(t_{1/2}) = \frac{V_{DD}/2}{I_{DSATP}} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_p = \frac{R_p(0) + R_p(t_{1/2})}{2} = \frac{3}{4} \frac{V_{DD}}{I_{DSATP}}$$

NOTE:

- nelle elaborazioni delle reti logiche digitali, si considera solo la prima parte del transitorio, ovvero fino al tempo di dimezzamento $t_{1/2}$, in quanto è il momento in cui la tensione è vicina alla tensione di soglia logica, ovvero al valore in cui il segnale digitale cambia stato logico (da 0 a 1 o da 1 a 0);
- si calcola la resistenza solo nei casi in cui il MOSFET trasmette il valore logico "buono", siccome è il comportamento più ricercato ed utilizzato nei circuiti digitali; più avanti viene anche approfondita la resistenza equivalente per valori logici "cattivi".

Fattore di forma e resistenza equivalente

La corrente di saturazione I_{DSAT} dipende dal fattore di forma Z del MOSFET e può esser riscritta come:

$$I_{DSATN} = Z_n V_{DSATN0} \quad I_{DSATP} = Z_p V_{DSATP0}$$

Per cui la resistenza equivalente può essere riscritta in funzione delle costanti R_{n0} e R_{p0} , ovvero le resistenze equivalenti per fattore di forma unitario $Z_n = Z_p = 1$.

$$R_n = \frac{R_{n0}}{Z_n} \text{ con } R_{n0} = \frac{3}{4} \frac{V_{DD}}{V_{DSATN0}} \quad R_p = \frac{R_{p0}}{Z_p} \text{ con } R_{p0} = \frac{3}{4} \frac{V_{DD}}{V_{DSATP0}}$$

Si nota che la resistenza equivalente R_{eq} è inversamente proporzionale al fattore di forma Z del MOSFET, per cui aumentando il fattore di forma Z del MOSFET, si riduce la resistenza equivalente R_{eq} e quindi si riduce anche la costante di tempo $\tau = R_{eq}C$ del circuito, migliorando le prestazioni del circuito.

Analizzando i valori tipici delle tecnologie CMOS si osserva che:

$$k'_n \approx 3k'_p, \quad V_{TN} \approx -V_{TP}, \quad V_{DSATN} \approx -\frac{2}{3}V_{DSATP} \Rightarrow R_{n0} \approx 2R_{p0}$$

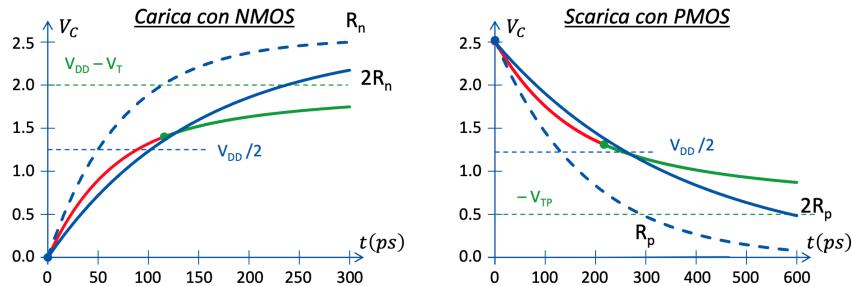
$$\frac{R_{n0}}{R_{p0}} = \frac{k'_n V_{DSATN} (V_{DD} - V_{TN} - \frac{V_{DSATN}}{2})}{k'_p V_{DSATP} (-V_{DD} - V_{TP} - \frac{V_{DSATP}}{2})} \approx \frac{k'_n V_{DSATN}}{-k'_p V_{DSATP}} \approx 3 \cdot \frac{2}{3} = 3$$

Resistenze equivalenti per valori logici “cattivi”

Si osserva che per approssimare al meglio il transitorio dei mosfet nella trasmissione di valori logici “cattivi”, è necessario raddoppiare le resistenze equivalenti calcolate in precedenza:

NMOS (carica): $R_{n,cattivo} = 2R_{n,buono}$

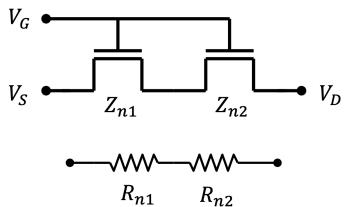
PMOS (scarica): $R_{p,cattivo} = 2R_{p,buono}$



6.11 Reti di MOSFET e resistenza equivalente complessiva

Serie di MOS

La serie di MOSFET equivale ad un MOSFET equivalente con resistenza equivalente pari alla somma delle resistenze equivalenti dei singoli MOSFET e con fattore di forma pari al reciproco della somma dei reciproci dei fattori di forma dei singoli MOSFET:

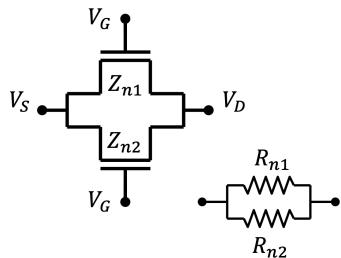


$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \rightarrow Z_{eq} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Parallelo di MOS

La parallelo di MOSFET equivale ad un MOSFET equivalente con resistenza equivalente pari al reciproco della somma dei reciproci delle resistenze equivalenti dei singoli MOSFET e con fattore di forma pari alla somma dei fattori di forma dei singoli MOSFET:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2$$

7 Breve cenno ai segnali digitali

8 Invertitore CMOS

9 Logica statica complementare

10 Logica a Pass Transistor

11 Fabbricazione dei circuiti integrati