

# Appunti di Fondamenti di controlli automatici

Giacomo Simonetto

Secondo semestre 2024-25

## **Sommario**

Appunti del corso di Fondamenti di controlli automatici della facoltà di Ingegneria Informatica dell'Università di Padova.

# Indice

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduzione ai controlli automatici</b>         | <b>3</b> |
| <b>2</b> | <b>Nozioni di segnali</b>                           | <b>3</b> |
| 2.1      | Concetto di segnale . . . . .                       | 3        |
| 2.2      | Classificazione dei segnali matematici . . . . .    | 3        |
| 2.3      | Impulso di Dirac . . . . .                          | 4        |
| 2.4      | Segnali canonici causali a tempo continuo . . . . . | 4        |
| <b>3</b> | <b>Nozioni di sistemi</b>                           | <b>6</b> |
| 3.1      | Concetto di sistema . . . . .                       | 6        |
| 3.2      | Parti di un sistema . . . . .                       | 6        |
| 3.3      | Sistema dinamico . . . . .                          | 6        |
| 3.4      | Sistema dinamico lineare . . . . .                  | 6        |

# 1 Introduzione ai controlli automatici

- **automatica**: studia, a livello teorico, sistemi e soluzioni in grado di regularsi automaticamente per raggiungere un obiettivo
- **controlli automatici**: strumenti necessari per utilizzare l'automatica in applicazioni pratiche
- **automazione**: applicazione dell'automatica

## 2 Nozioni di segnali

### 2.1 Concetto di segnale

- **segnale**: grandezza che evolve in funzione di una o più variabili indipendenti a cui è associata una informazione di una qualche natura
- **segnale fisico**: segnale che rappresenta la grandezza fisica di un'informazione ed è legato alla realtà, sono misurati attraverso sensori e in genere rappresentano le entrate o le uscite
- **segnale matematico**: segnale che modella segnali fisici, sono ottenuti da funzioni matematiche e vengono analizzati per conoscere l'evoluzione del sistema

### 2.2 Classificazione dei segnali matematici

#### Dominio - tempo continuo e discreto

Il dominio è l'insieme dei valori assunti dalla variabile indipendente. Un segnale con una singola variabile indipendente è detto segnale monodimensionale, uno con più variabili indipendenti è detto segnale multidimensionale. In base al dominio il segnale può essere:

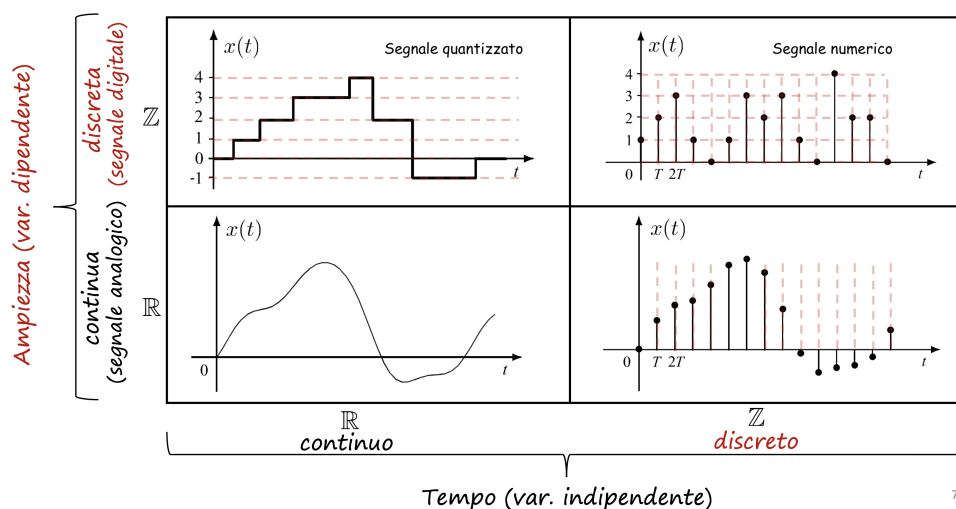
- a tempo continuo  $D \subseteq \mathbb{R}$
- a tempo discreto  $D \subseteq \mathbb{Z}$

#### Codominio - segnale analogico e digitale

Il codominio è l'insieme dei valori assunti dalla variabile dipendente. Un segnale con singola variabile dipendente è detto segnale scalare in quanto assume valori scalari, uno con più variabili dipendenti è detto segnale vettoriale in quanto assume valori vettoriali. In base al codominio il segnale può essere:

- analogico (ampiezza continua)  $I \subseteq \mathbb{R}$
- digitale (ampiezza discreta)  $I \subseteq \mathbb{Z}$

#### Tabella riassuntiva



Un segnale digitale a tempo continuo è anche detto segnale quantizzato, mentre un segnale digitale a tempo discreto è anche detto segnale numerico.

## Altre proprietà dei segnali

- **segnali pari:** simmetrici rispetto all'asse delle ascisse,  $x(t) = x(-t)$
- **segnali dispari:** simmetrici rispetto all'origine,  $x(t) = -x(-t)$
- **segnali causali:** segnali nulli per tempo negativo,  $x(t) = 0 \quad \forall t < 0$
- **segnali periodici:** segnali che si ripetono ogni periodo  $T$ ,  $x(t) = x(t + T)$

## 2.3 Impulso di Dirac

L'impulso di Dirac  $\delta_0(t)$  è definito come la derivata del gradino unitario, ovvero è una distribuzione che esibisce la proprietà di avere integrale unitario su tutto il dominio. È rappresentata graficamente come una freccia verticale e può essere vista come un rettangolo alto e molto stretto di area unitaria.



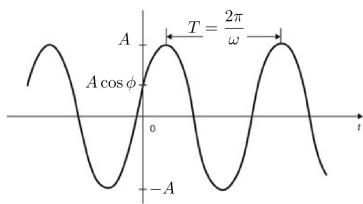
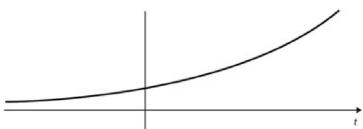
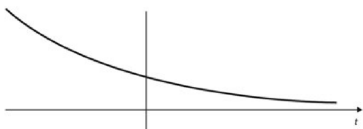
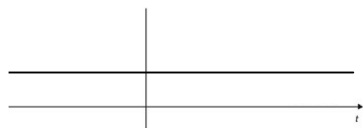
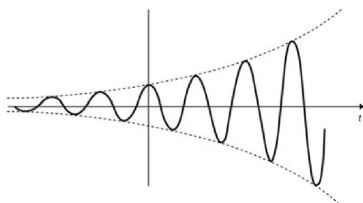
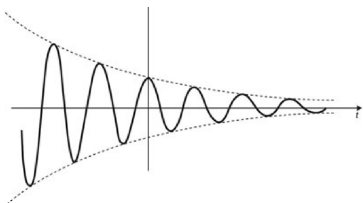
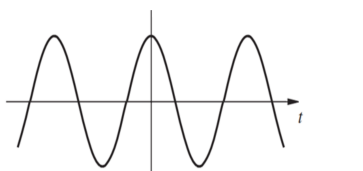
## 2.4 Segnali canonici causali a tempo continuo

| tipo di segnale  | formula matematica   | grafico |
|------------------|--|---------|
| impulso di Dirac | $\delta_0(t)$  |         |
| gradino unitario | $\delta_{-1}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}$     |         |
| rampa            | $\delta_{-2}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geq 0 \end{cases}$     |         |
| rampa parabolica | $\delta_{-3}(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t^2/2 & t \geq 0 \end{cases}$ |         |

Si osserva che per i segnali causali elencati sopra vale la seguente proprietà:

$$\delta_0(t) \xrightleftharpoons[d/dt]{f} \delta_{-1}(t) \xrightleftharpoons[d/dt]{f} \delta_{-2}(t) \xrightleftharpoons[d/dt]{f} \delta_{-3}(t)$$

### Altri segnali canonici (non causali) a tempo continuo

| tipo di segnale                                      | formula matematica  | grafico  |
|--|---|--|
| segnali sinusoidali                                  | $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ $\omega = 2\pi f \quad f = 1/T$ |    |
| segnale esponenziale monotono crescente              | $x(t) = e^{\sigma t} \quad \sigma > 0$                              |    |
| segnale esponenziale monotono decrescente            | $x(t) = e^{\sigma t} \quad \sigma < 0$                              |    |
| segnale esponenziale costante                        | $x(t) = e^{\sigma t} \quad \sigma = 0$                              |    |
| segnale sinusoidale crescente in modo esponenziale   | $x(t) = e^{\sigma t} A \cos(\omega t + \varphi)$ $\sigma > 0$       |   |
| segnale sinusoidale decrescente in modo esponenziale | $x(t) = e^{\sigma t} A \cos(\omega t + \varphi)$ $\sigma < 0$       |  |
| segnale sinusoidale "costante in modo esponenziale"  | $x(t) = e^{\sigma t} A \cos(\omega t + \varphi)$ $\sigma = 0$       |  |

### Considerazioni sui segnali sinusoidali

Un segnale sinusoidale decrescente/crescente in modo esponenziale può essere rappresentato attraverso un numero complesso sfruttando l'esponenziale di un numero complesso e la formula di Eulero

$$x(t) = e^{st} = e^{(\sigma + j\omega)t} = e^{\sigma t} \cos(\omega t) + j e^{\sigma t} \sin(\omega t) = e^{\sigma t} A \cos(\omega t + \varphi)$$

I sistemi dinamici lineari hanno, come soluzioni, forme esponenziali e sinusoidali crescenti/decrescenti in modo esponenziale.

### Considerazioni a tempo discreto

Il *Delta di Dirac* viene chiamato impulso unitario o *Delta di Kronecker*, per il resto si usano sommatorie al posto degli integrali e qualche denominazione differente che abbiamo trascurato.

## 3 Nozioni di sistemi

### 3.1 Concetto di sistema

- un sistema è un oggetto o un insieme di oggetti (elementi, fenomeni, progetti, componenti e sottosistemi) con relazioni organizzate (interazioni, interfacce, entrate, uscite) tra le unità interne o componenti che compongono un insieme unificato
- è delimitato da un confine ed è circondato ed influenzato dall'ambiente
- è descritto dai suoi confini, dalla sua struttura e dal suo scopo e si esprime nel suo funzionamento

### 3.2 Parti di un sistema

- **componente**: parte irriducibile o un aggregato di parti, noto anche come sottosistema
- **connessione tra componenti**: relazione tra la funzione di un componente e le funzioni di altri componenti
- **confine - contorno**: separazione tra un componente e l'altro all'interno del sistema o separazione tra sistema e ambiente esterno
- **scopo**: obiettivo del sistema
- **ambiente**: tutto ciò che è esterno al sistema
- **interfacce**: punti in cui il sistema entra in contatto con l'ambiente esterno
- **ingresso**: segnali di input dall'ambiente esterno
- **uscita**: segnale di output o risultato restituito all'ambiente esterno
- **vincoli**: limiti fisici, strutturali, ... che il sistema deve sopportare

### 3.3 Sistema dinamico

Un sistema dinamico è un sistema che evolve nel tempo ed è composto da:

- **stato**: insieme di variabili che descrivono completamente il sistema
- **ingressi**: variabili che influenzano l'evoluzione dello stato
- **uscite**: variabili che descrivono lo stato (parzialmente o completamente)
- **leggi**: formule matematiche che descrivono l'evoluzione del sistema e le relazioni tra input/output

### 3.4 Sistema dinamico lineare

Un sistema dinamico si dice lineare se vale il principio di sovrapposizione degli effetti, ovvero se il risultato finale è una ottenuto tramite combinazione lineare degli eventi agenti sul sistema, indipendentemente dall'ordine con cui si verificano.