

Grundlagen der Elektro- und Digitaltechnik

Physikalische Grundlagen

Wichtige Größen

- Spannung (U) [Volt, V] = $\frac{J}{C}$
- Strom (I) [Ampere, A] = $\frac{C}{s}$
- Widerstand (R) [Ohm, Ω] = $\frac{V}{A}$
- Leistung (P) [Watt, W] = $V \cdot A$
- Kapazität (C) [Farad, F] = $\frac{A \cdot s}{V}$
- Induktivität (L) [Henry, H] = $\frac{V \cdot s}{A}$
- Ladung (q) [Coulomb, C] = $A \cdot s$
- Kraft (F) [Newton, N] = $kg \cdot \frac{m}{s^2}$
- Energie = Arbeit (E = W) [Joule, J] = $N \cdot m$
- Frequenz (f) [Hertz, Hz] = $\frac{1}{s}$
- Magnetische Flussdichte (B) [Tesla, T] = $\frac{N}{A \cdot m}$

Wichtige Konstanten

- Erdbeschleunigung (g) = $9.81 \frac{m}{s^2}$
- Lichtgeschwindigkeit (c) = $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$
- Elektrische Feldkonstante (ϵ_0) = $8.854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$
- Magnetische Feldkonstante (μ_0) = $1.26 \times 10^{-6} \frac{Tm}{A}$
- Gravitationskonstante (γ) = $6.67430 \times 10^{-11} \frac{m^3}{kgs^2}$
- Elementarladung (e) = $1.602176634 \times 10^{-19} C$

Beschleunigung

	t	s	v	a
t	-	$s = \frac{v^2}{2a}$	$v = \sqrt{2as}$	$a = \frac{v^2}{2s}$
s	$t = \frac{v}{a}$	-	$v = at$	$a = \frac{v}{t}$
v	$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$	$s = \frac{at^2}{2}$	-	$a = \frac{2s}{t^2}$
a	$t = \frac{2s}{v}$	$s = \frac{vt}{2}$	$v = \frac{2s}{t}$	-

Wurf mit Vektoren

- $\vec{v}(t) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z - g \cdot t \end{pmatrix}$
- $\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} s_x + v_x \cdot t \\ s_y + v_y \cdot t \\ s_z + v_z \cdot t - \frac{1}{2}g \cdot t^2 \end{pmatrix}$

Kräfte

Gewichtskraft

Vektor	Zahlwert
$\vec{F}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \end{pmatrix}$	$F_G = m \cdot g$

m: Masse [kg], h: Höhe [m]

Federkraft

Vektor	Zahlwert
$\vec{F}_s = -k \cdot (\vec{x} - L) \cdot \frac{\vec{x}}{ \vec{x} }$	$F_s = -k \cdot (x - L)$

k: Federkonstante [$\frac{N}{m}$], L: Ruhelänge [m],
x: Auslenkung [m]

Gravitationskraft zwischen Massen

Vektor	Zahlwert
$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 ^2} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 }$	$F_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$

m_1, m_2 : Massen [kg],

r_1, r_2 : Orte der Massen [m], r: Abstand der Massen [m]
 $\vec{n}_{12} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$: Einheitsvektor von Masse 2 zu Masse 1

Kraft zwischen Ladungen (Coulomb-Kraft)

Vektor	Zahlwert
$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 ^2} \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{ \vec{r}_1 - \vec{r}_2 }$	$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$

q_1, q_2 : Ladungen [C],

r_1, r_2 : Orte der Ladungen [m]

Energie

- Potentielle Energie: $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$
- Kinetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
- Federenergie: $E_s = \frac{1}{2} k(x - L)^2$
- Potentielle Energie einer Ladung bei einer Spannung: $E_{pot.el} = Uq$
- Potential: $\varphi = \frac{\text{Potentielle Energie der Menge X}}{\text{Menge X}}$

Veränderungsraten

- $v(t) = \frac{ds(t)}{dt} = \int a(t)dt$
- $a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2s(t)}{dt^2}$
- $s(t) = \int v(t)dt$
- $I(t) = \frac{dq(t)}{dt}$

Elektrische Grundlagen

Ohmsches Gesetz

- $U = U_R = R \cdot I$
- $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$
 - ρ : spezifischer Widerstand [Ωm]
 - l : Länge des Leiters [m]
 - A : Querschnittsfläche des Leiters [m^2]
- $P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}$

Knotenregel (1. Kirchhoffsche Regel)

Ein Knoten ist ein Verbindungspunkt mehrerer Leiter.

$$\sum I_{ein} = \sum I_{aus}$$

Maschenregel (2. Kirchhoffsche Regel)

Eine Masche ist ein geschlossener Weg in einem Netzwerk.

$$\sum U_{Quelle} = \sum U_{Verbraucher}$$

Reihenschaltung

- $R_{gesamt} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$
- $I_{gesamt} = I_1 = I_2 = \dots = I_n$
- $U_{gesamt} = U_1 + U_2 + \dots + U_n$

Parallelschaltung

- $\frac{1}{R_{gesamt}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$
- $I_{gesamt} = I_1 + I_2 + \dots + I_n$
- $U_{gesamt} = U_1 = U_2 = \dots = U_n$

Lastwiderstand

$$P_{last} = U_0^2 \cdot \frac{R_{last}}{(R_i + R_{last})^2}$$

Kondensator

- $C = \frac{q}{U}$ (Kapazität) [F]
- $E_{el} = \frac{1}{2}CU^2$
- $I(t) = \frac{U_0 - U_C(t)}{R} = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $U_C(t) = U_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- $X_C = \frac{1}{\omega C}$ (Kapazitiver Blindwiderstand) [Ω]
– Kann nicht direkt mit R addiert werden
- $\tau = R \cdot C$ (Zeitkonstante) [s]
- $\omega = 2\pi f$ (Kreisfrequenz) [Hz]
- $f_g = \frac{1}{2\pi\tau}$ (Grenzfrequenz) [Hz]

Induktivität

- $U_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt} = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$
- $E_{mag} = \frac{1}{2}LI^2$
- $I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- $X_L = \omega L$ (Induktiver Blindwiderstand) [Ω]
– Kann nicht direkt mit R addiert werden
- $\tau = \frac{L}{R}$ (Zeitkonstante) [s]
- $\omega = 2\pi f$ (Kreisfrequenz) [Hz]
- $f_g = \frac{1}{2\pi\tau}$ (Grenzfrequenz) [Hz]

Schwingkreis

- $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ (Frequenz) [Hz]
- $T = \frac{1}{f}$ (Periodendauer) [s]
- $\tau = \frac{2L}{R}$ (Abklingzeit / Zeitkonstante) [s]
- Wenn $R^2 < \frac{4L}{C}$: Unterkritisch
- Wenn $R^2 = \frac{4L}{C}$: Kritisch
– Schnellstes Abklingen ohne Überspringen
- Wenn $R^2 > \frac{4L}{C}$: Überkritisch
– Exponentielles Abklingen ohne Schwingung

Signale

Grundlegende Begriffe

- Amplitude (A): Maximaler Ausschlag eines Signals
- Periodendauer (T): Zeit für eine vollständige Schwingung [s]
- Frequenz (f): Anzahl der Schwingungen pro Sekunde [Hz]

$$f_n = n \cdot \frac{1}{T}$$

- Kreisfrequenz (ω): Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

$$\omega_n = 2\pi f_n$$

- Phasenverschiebung (φ): Zeitliche Verschiebung eines Signals [rad]

$$\varphi = \omega \cdot t_{\text{Verschiebung}}$$

- Serieschaltung: Signale werden addiert
- Parallelschaltung: Signale werden gemittelt

Wichtige Signale

- Sinus: $y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
- Rechteck: $y(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -A & \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases}$
- Dreieck: $y(t) = \begin{cases} \frac{4A}{T}t - A & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ -\frac{4A}{T}t + 3A & \frac{T}{2} \leq t < T \end{cases}$
- Sägezahn: $y(t) = \frac{2A}{T}t - A$

Fourierzerlegung

- Fourierreihe:

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t))$$

- Fourierkoeffizienten:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t) \cos(\omega_n t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} g(t) \sin(\omega_n t) dt$$

Amplituden- und Phasendarstellung

- Amplituden- und Phasendarstellung:

$$g(t) = A_n \cdot \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

- Zusammenhang der Darstellungen:

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = \arctan\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \arcsin\left(\frac{b_n}{A_n}\right) = \arccos\left(\frac{a_n}{A_n}\right)$$

Inverse Fouriertransform

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Digitaltechnik

Halbleiter

- n-Halbleiter: Überschuss an Elektronen (Donatoren)
- p-Halbleiter: Überschuss an Löchern (Akzeptoren)
- pn-Übergang: Verbindung von p- und n-Halbleiter

Dotierung / Doping

- n-Dotierung: Zugabe von Elementen der 5. Hauptgruppe (z.B. Phosphor, Arsen)
- p-Dotierung: Zugabe von Elementen der 3. Hauptgruppe (z.B. Bor, Gallium)

Halbleiterbauelemente

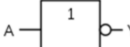
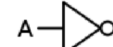

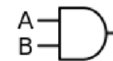
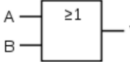
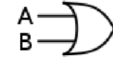

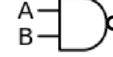

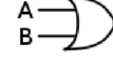
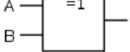
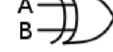
Diode

- Leitet Strom in Durchlassrichtung (Anode zu Kathode)
- Sperrt Strom in Sperrrichtung (Kathode zu Anode)
- Kennlinie: Exponentielles Verhalten

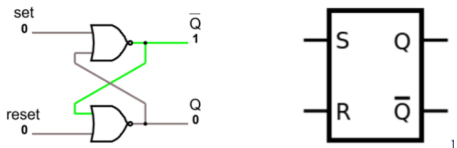
Transistor (MOSFET)

- Steuerung des Stromflusses zwischen Drain und Source durch Spannung am Gate
- Leitet Strom, wenn Spannung am Gate über Schwellenspannung liegt

Logische Gatter

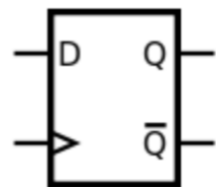
Gatter	IEC-Norm (Europa)	ANSI-Standard (USA)	Wahrheitstabelle															
NOT			<table><tr><th>A</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	Y	0	1	1	0									
A	Y																	
0	1																	
1	0																	
AND			<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	1																
OR			<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	1																
NAND			<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																
NOR			<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
A	B	Y																
0	0	1																
0	1	0																
1	0	0																
1	1	0																
XOR			<table><tr><th>A</th><th>B</th><th>Y</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	A	B	Y	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
A	B	Y																
0	0	0																
0	1	1																
1	0	1																
1	1	0																

RS-Flip-Flop



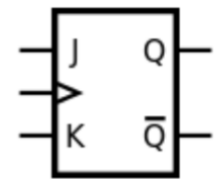
- Setzt Ausgang Q auf 1, wenn S=1 und R=0
- Setzt Ausgang Q auf 0, wenn S=0 und R=1
- Beibehaltung des Zustands, wenn S=0 und R=0
- Ungültiger Zustand, wenn S=1 und R=1

D-Flip-Flop



- Überträgt Eingang D auf Ausgang Q bei Taktflanke
- Verhindert ungewollte Änderungen des Ausgangs

JK-Flip-Flop



- Setzt Ausgang Q auf 1, wenn J=1 und K=0
- Setzt Ausgang Q auf 0, wenn J=0 und K=1
- Toggle-Zustand, wenn J=1 und K=1
- Beibehaltung des Zustands, wenn J=0 und K=0

Parasiteneffekte

- Kapazitive Kopplung: Unerwünschte elektrische Verbindung zwischen Leitungen
- Induktive Kopplung: Unerwünschte magnetische Verbindung zwischen Leitungen
- Übersprechen: Signalübertragung von einer Leitung auf eine andere
- Signalreflexion: Rückkehr eines Signals aufgrund von Impedanzänderungen

Sensoren

Elektrische und Magnetische Felder

Coulomb-Gesetz

Siehe Kraft zwischen Ladungen Seite 1.

$$\vec{F}_{12} = \vec{E} \cdot q_p$$

Elektrisches Feld

- Elektrische Feldstärke:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|^2} \frac{\vec{r} - \vec{r}_q}{|\vec{r} - \vec{r}_q|} \quad \left[\frac{N}{C} \right] = \left[\frac{V}{m} \right]$$

- Elektrisches Potential:

$$\varphi = \frac{E_{pot}}{q} \quad [V]$$

- Spannung zwischen zwei Punkten:

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Magnetisches Feld

- Magnetische Flussdichte:

$$\vec{B} = \frac{\vec{F}}{q \cdot \vec{v}} \quad [T]$$

- Lorentzkraft:

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

- Wenn $\vec{v} \perp \vec{B}$ gilt:

$$m = \frac{q \cdot |\vec{B}| \cdot r}{v} \quad (\text{Masse des Teilchens}) [kg]$$

- Strom ist immer senkrecht zum Magnetfeld

Elektromagnetische Kraft und Feldenergie

- Kraft auf eine Ladung im elektromagnetischen Feld:

$$\vec{F}_{elmag} = q(\vec{E}(\vec{r}) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r})) \quad [N]$$

- Energiedichte des elektromagnetischen Feldes:

$$w = \frac{\epsilon_0}{2} |\vec{E}|^2 + \frac{\epsilon_0 c^2}{2} |\vec{B}|^2 \quad \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

- Energie in einem Volumen V:

$$\varepsilon = \int_V w dV \quad [J]$$

Elektrodynamik

Der Fluss

- Elektrischer Fluss:

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \left[\frac{Nm^2}{C} \right]$$

- Wenn \vec{E} homogen und senkrecht zur Kugeloberfläche ist

$$\Phi_E = 4\pi r^2 \cdot |\vec{E}| = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$|\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

Integration entlang von Linien

- Arbeit eines Kraftfeldes entlang einer Linie:

$$W = \int_A^B \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{s} \quad [J]$$

- Spannung zwischen zwei Punkten:

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{s} \quad [V]$$

Magnetfeld eines stromdurchflossenen Leiters

- Magnetfeld um einen gestreckten Leiter:

$$|\vec{B}(\vec{r})| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad [T]$$

- Magnetfeld von Spulen:

$$|\vec{B}| = \mu_0 \mu_r \frac{N}{L} I \quad [T]$$

N: Windungszahl, L: Länge der Spule [m],
 μ_r : relative Permeabilität des Spulenkerns

Induktion

Induktionsgesetz

- Induzierte Spannung in einer Leiterschleife:

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad [V]$$

- Magnetischer Fluss im Dynamo:

$$\Phi = A_1 \cdot E = A_2 \cdot E \cdot \cos(\theta)$$

A_1 : Fläche der Spule [m²],
 A_2 : Fläche des Rotors [m²],
 θ : Winkel zwischen Magnetfeld und
Flächennormalen $\theta = \omega t$

- Induzierte Spannung im Dynamo:

$$U_{ind} = A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \quad [V]$$

Effektivwert

- Effektivwert einer Sinusspannung:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \quad [V]$$

Senden und Empfangen von Signalen

- Antennenlänge für eine Frequenz:

$$l_{Ant} = \frac{c}{f} \quad [m]$$

- Empfangene Leistung:

$$P_{empfangen} = P_{senden} \cdot \left(\frac{l_{Ant}}{4\pi r} \right)^2 \quad [W]$$

r: Abstand zwischen Sender und Empfänger [m]

Transformator

- Spannungsverhältnis(N=Windungszahl):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

- Stromverhältnis:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

- Leistung:

$$P_1 = P_2$$