UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

Teoría de la Medida I

Clave	Semestre	Créditos	Área de concentración	
0947	5 o 6	10	Campo de conocimiento	
			Etapa	V y VI

Modalidad	Curso (X) Taller ( ) Lab ( ) Sem ( )	**Tipo**	T (X) P ( ) T/P ( )
Carácter	Obligatorio ( ) Optativo (X) Obligatorio E ( ) Optativo E ( )	**Horas**	

Semana		Semestre	
Teóricas	5	Teóricas	80
Prácticas	0	Prácticas	0
Total	5	Total	80

Seriación	
Ninguna ( )	
Obligatoria ( )	
Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	
Indicativa (X)	
Asignatura antecedente	Análisis Matemático I
Asignatura subsecuente	

Objetivos generales:
Tender puentes entre el enfoque analítico de la teoría de la medida con algunos aspectos de la teoría de la probabilidad. El objetivo es adquirir un manejo adecuado de la teoría de la medida y de la integral abstracta (sin profundizar en los teoremas de existencia) para lograr una adecuada introducción a la teoría de la probabilidad.

Índice temático

	Tema	Horas semestre

		Teóricas	Prácticas
1	**Sigmas algebras de conjuntos y funciones medibles.**	**10**	**0**
2	**Definición de medida, espacios de medida.**	**15**	**0**
3	**Concepto de integral (o esperanza en su caso).**	**15**	**0**
4	**Aplicaciones en el caso de medida de probabilidad.**	**5**	**0**
5	**Teorema de Fubini e independencia en teoría de la probabilidad.**	**10**	**0**
6	**Espacios Lp con p mayor o igual a 1.**	**5**	**0**
7	**Formas de convergencia y sus relaciones**	**15**	**0**
8	**Teorema de Radon-Nikodym**	**5**	**0**
	Subotal	**80**	**0**
	Total	**80**	

Contenido Temático	
	Tema y subtemas
1	**Sigmas algebras de conjuntos y funciones medibles.** 1.1 σ-´algebra de conjuntos, conjuntos medibles o eventos; espacios medibles, propiedades y ejemplos. 1.2 σ-´algebra de Borel en un espacio métrico. 1.3 σ-´algebra generada por una función medible. 1.4 Funciones medibles o variables aleatorias con valores en los reales extendidos. Función simple medible (o variable aleatoria discreta). 1.5 Propiedades y ejemplos. Aproximación de una función medible positiva por una sucesión de simples medibles.
2	**Definición de medida, espacios de medida.** 2.1 Medidas y medidas de probabilidad. Ejemplos. Medidas discretas: de contar, de Dirac, de Poisson etc. 2.2 Propiedades de una medida, propiedades de una medida de probabilidad. En particular: teoremas de continuidad para sucesiones monótonas de eventos 2.3 Medida de Lebesque y medida de Lebesque-Stieljes en los borelianos de R (sin demostrar su existencia s´olo mencionar que es consecuencia del teorema de Caratheódory). Medidas absolutamente continúas con respecto a la medida de Lebesque. 2.4 Eventos independientes. 2.5 Medida de probabilidad inducida por una variable aleatoria. Completación de una medida. Propiedades casi seguras, cargas o medidas con signo. 2.6 Funciones de distribución. 2.7 Definición general y propiedades básicas. Los casos discreto y con densidad. Ejemplos usuales en teoría de la probabilidad. Relación entre función de distribución y medida de probabilidad en R.
3	**Concepto de integral (o esperanza en su caso).** 3.1 Definición de la integral para una función simple medible (o variable aleatoria discreta) y propiedades básicas. 3.2 Definición y propiedades de la integral de una función medible positiva. 3.3 Teorema de convergencia monótona, Lema de Fatou y aplicaciones 3.4 Funciones integrables y su integral.

	3.5 Propiedades. 3.6 Teorema de convergencia dominada. 3.7 Dependencia de un parámetro**.**
4	**Aplicaciones en el caso de medida de probabilidad** 4.1 Esperanza de una variable aleatoria, esperanza de la composición de una variable aleatoria con una función boreliana. 4.2 Teorema de cambio de variable para medidas de probabilidad inducidas por una variable aleatoria. 4.3 Medidas discretas y series. Caso en que hay densidad. Integral de Lebesque-Stieljes. 4.4 Función característica de una variable aleatoria y propiedades. Cálculo de la función característica de algunas variables aleatorias.
5	**Teorema de Fubini e independencia en teoría de la probabilidad.** 5.1 Variables aleatorias independientes. Espacios producto: σ-´algebra producto y medidas producto. Teoremas de Tonelli-Fubini y de Fubini. Teoremas de Borel-Cantelli. Suma de variables aleatorias independientes y función característica. Ley cero-uno de Kolmogorov.
6	**Espacios Lp con p mayor o igual a 1.** 6.1 Desigualdades de Hölder, de Schwarz y de Minkowski. 6.2 Clases de equivalencia y espacios Lp como espacios métricos. 6.3 Sucesiones de Cauchy y completez de estos espacios
7	**Formas de convergencia y sus relaciones** 7.1 Definición de convergencia casi-segura, convergencia en Lp, convergencia en medida (en probabilidad), convergencia débil (para el caso de medidas de probabilidad). 7.2 Relaciones entre las diversas formas de convergencia, en el caso de una medida finita y en el caso de una medida arbitraria. Ejemplos. 7.3 Convergencia débil para el caso de medidas de probabilidad. Propiedades y relaciones con las otras formas de convergencia 7.4 Convergencia débil en el caso de que todas las variables aleatorias tengan valores enteros. 7.5 Función característica y convergencia débil.
8	**Teorema de Radon-Nikodym** 8.1 Descomposición de medidas. 8.2 Introducción al teorema de Radon-Nikodym. 8.3 Interpretación de la densidad de Probabilidad como derivada de Radon-Nikodym

Estrategias didácticas		Evaluación del aprendizaje	
Exposición	( )	Exámenes parciales	( )

Trabajo en equipo ( )	Examen final ( )
Lecturas ( )	Trabajos y tareas ( )
Trabajo de investigación ( )	Presentación de tema ( )
Prácticas (taller o laboratorio) ( )	Participación en clase ( )
Prácticas de campo ( )	Asistencia ( )
Aprendizaje por proyectos ( )	Rúbricas ( )
Aprendizaje basado en problemas ( )	Portafolios ( )
Casos de enseñanza ( )	Listas de cotejo ( )
Otras (especificar)	Otras (especificar)

Perfil profesiográfico	
Título o grado	Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación,
Experiencia docente	Con experiencia docente.
Otra característica	Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos**.**

Bibliografía básica:

- Bartle, R. G., *Elements of Integration and Lebesque Measure*, New York: Wiley, 1995.
- Billingsley, F., *Probability and Measure*, New York: J. Wiley, 1995.
- Chung, K. L., *A Course in Probability Theory*, San Diego, California: Academic, 2000.

Bibliografía complementaria:

- Jacod, J., Protter, Ph., *Probability Essentials*, New York: Springer Verlag, 2000.