UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO FACULTAD DE CIENCIAS CARRERA DE MATEMÁTICO

GEOMETRÍA DIFERENCIAL I

HORAS A LA SEMANA/SEMESTRE

SEMESTRE: Quinto o sexto

CLAVE: **0246**

| TEÓRICAS | PRÁCTICAS | CRÉDITOS |
|----------|-----------|----------|
| 5/80 | 0 | 10 |

CARÁCTER: **OPTATIVO**. MODALIDAD: **CURSO**.

SERIACIÓN INDICATIVA ANTECEDENTE: Álgebra Lineal I, Cálculo Diferencial e Integral IV, Ecuaciones Diferenciales I, Introducción a la Geometría Avanzada. SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE: Geometría Diferencial II, Geometría Riemanniana I, Geometría Sumatoria.

OBJETIVO(S): Que el estudiante conozca los conceptos fundamentales de esta rama de la geometría, como los de curva y superficie diferenciables, los de geometría intrínseca y extrínseca de una superficie, el de curvatura de una superficie, así como los principales resultados para la geometría local y global de una superficie.

| NUM. HORAS | UNIDADES TEMÁTICAS |
|------------|--|
| 15 | 1. Curvas en \mathbb{R}^3 . |
| | 1.1 Conceptos básicos: Curvas parametrizadas; curvas diferenciables; |
| | curvas regulares. Longitud de arco como parámetro natural. |
| | 1.2 Curvatura y torsión; fórmulas de Frenet-Serret. |
| | 1.3 Teorema Fundamental de la Teoría Local de Curvas. Forma |
| | canónica local. Círculo osculador. |
| | 1.4 Ejemplos de curvas: curvas planas; curvatura con signo. Cur- |
| | vas en dimensiones superiores. Curvas definidas por una ecuación |
| | $F(x,y) = 0$, curvas definidas por $F(x,y,y',y'',\ldots) = 0$. |
| | 1.5 Temas optativos en selección y profundidad: Curvas cerradas. |
| | Teorema de la Curva de Jordan. Índice de un punto respecto a una |
| | curva. Teorema de la rotación de la tangente. Teorema de la Des- |
| | igualdad Isoperimétrica. Teorema de los Cuatro Vértices. Clasifica- |
| | ción topológica de curvas diferenciables. |

| 30 | 2. Superficies en \mathbb{R}^3 . |
|----|---|
| | 2.1 Superficie regular en \mathbb{R}^3 y variedad diferenciable de dimensión 2. |
| | Enunciado del Teorema de Whitney. Sistemas de coordenadas loca- |
| | les. Superficie como gráfica local; ejemplos. Superficie como imagen |
| | inversa de un valor regular; ejemplos. Teorema del Rango. |
| | 2.2 Funciones diferenciables en una superficie y aplicaciones diferen- |
| | ciables entre superficies; ejemplos. Teorema de la Función Inversa. |
| | Plano tangente a una superficie en un punto. Vectores tangentes como |
| | derivaciones de funciones. |
| | 2.3 La primera forma fundamental. Orientabilidad. Teorema de Cla- |
| | sificación de Superficies (enunciado). Área. |
| 30 | 3. La Aplicación de Gauss. |
| | 3.1 Definición de la Aplicación de Gauss. El grado de la Aplicación |
| | de Gauss. Curvatura normal y curvatura geodésica. Direcciones prin- |
| | cipales, direcciones asintóticas. |
| | 3.2 Curvatura gaussiana. Curvatura media. Teorema Egregio y geo- |
| | metría intrínseca. Esfera osculatriz. |
| | 3.3 Fórmulas de Mainardi-Codazzi. Teorema Fundamental de la |
| | Teoría Local de Superficies. |
| | 3.4 Campos tangentes. Derivada covariante. Geodésicas. Curvas in- |
| | tegrales con potencial y ecuaciones de la Relatividad General. |
| 5 | 4. El teorema de Gauss-Bonnet y sus consecuencias. |
| | 4.1 Se hará una presentación descriptiva de este tema con la intención |
| | de motivar al alumno a continuar en el estudio de esta rama. |

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA:

- 1. Do Carmo, M. P. Differential Geometry of Curves and Surfaces in \mathbb{R}^3 , New Jersey: Prentice Hall, 1976. (Trad. Óscar Palmas, México: Vínculos Matemáticos 183, 185, 193, 194, 197, Facultad de Ciencias, UNAM, 1991.)
- 2. Hilbert, D., Cohn Vossen, S., *Geometry and the Imagination*, México: Vínculos Matemáticos No. 150, Facultad de Ciencias, UNAM, 2000.
- 3. O'Neill, B., Elementary Differential Geometry, San Diego: Academic Press, 1997.
- 4. Pogorelov, A. V., Geometría Diferencial, Moscú: MIR, 1977.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA:

- 1. Arnold, V. I., *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, New York: Springer-Verlag, 1989.
- 2. Landau, L. D., Mecánica, Barcelona: Reverté, 1978.
- 3. Milnor, J. W., Morse Theory, Princeton: Princeton University Press, 1963.
- 4. Misner, C. W., Thorn, K. S., Wheeller, J. A., *Gravitation*, San Francisco: W. H. Freeman, 1973.
- 5. O'Neill, B., Semi-riemannian Geometry with Applications to Relativity, New York: Academic, 1983.
- 6. Spivak. M. A., A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Texas: Publish or Perish, 1999.

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS: Lograr la participación activa de los alumnos mediante exposiciones.

SUGERENCIA PARA LA EVALUACIÓN DE LA ASIGNATURA: Además de las calificaciones en exámenes y tareas se tomará en cuenta la participación del alumno.

PERFIL PROFESIOGRÁFICO: Matemático, físico, actuario o licenciado en ciencias de la computación, especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.