

Activité SNT – Réseaux sociaux et graphes

Les réseaux sociaux (Instagram, Snapchat, TikTok...) relient des millions de personnes.

Pour pouvoir les étudier, on a besoin de **représentations simples**.

Dans cette activité, on va étudier un **réseau social fictif**.

On considère le réseau social suivant :

- *Tom est ami avec Emma, Claire et Mattéo* ;
- *Claire est amie avec Tom, Emma et David* ;
- *Mattéo est ami avec Tom et Kevin* ;
- *Emma est amie avec Tom et Claire* ;
- *David est ami avec Claire* ;
- *Kevin est ami avec Mattéo*.

1) Combien de personnes composent ce réseau social ?

2) Combien de relations d'amitié différentes contient-il ?

Cette description n'est pas très pratique car elle ne permet pas de voir rapidement les liens entre les personnes. On utilisera d'autres représentations.

Description en tableau

On souhaite représenter ce réseau sous forme d'un **tableau à double entrée**.

Une case est cochée lorsqu'il existe une relation d'amitié entre deux personnes.

3) Complétez le tableau ci-dessous pour représenter le graphe social décrit plus haut.

	Tom	Claire	Mattéo	Emma	David	Kevin
Tom						
Claire						
Mattéo						
Emma						
David						
Kevin						

4) Que remarque-t-on par rapport à la diagonale du tableau ?

5) Que remarque-t-on par rapport à la symétrie du tableau ?

Représentation sous forme de graphe

La représentation la plus simple d'un réseau pour un humain est un graphe. Un graphe est un objet mathématique très simple avec lequel on peut faire des choses extrêmement compliquées. Il est constitué de **sommets** (ou nœuds) relié par des **arêtes** (ou liens). Si les arêtes sont fléchées, on parle de **graphe orienté** sinon on parle de **graphe non-orienté**.

- 6) Par quel type de graphe représente-t-on
- des liens d'amitié comme sur Facebook ?
 - les suivis comme sur Twitter ou Instagram ?

- 7) Complétez le graphe ci-dessous pour représenter le graphe social décrit plus haut.



Propriétés des graphes

Dans un graphe non orienté :

- une **chaîne** est une suite de sommets reliés entre eux,
- la **distance** entre deux sommets est le nombre minimal d'arêtes pour les relier.

- 8) Quelle est la distance entre ces personnes ? Justifier à l'aide du graphe.

• Tom et Emma :

• David et Kevin :

• Claire et Mattéo.

9) Complétez le tableau ci-dessous avec les distances entre chaque sommet.

	Tom	Claire	Mattéo	Emma	David	Kevin
Tom	0	1	1	1	2	2
Claire	1	0	2	1	1	3
Mattéo						
Emma						
David						
Kevin						

Le **diamètre** d'un graphe est la distance maximale entre deux sommets d'un graphe.

10) Déduire du tableau précédent le diamètre de ce graphe.

L'**excentricité** d'un sommet est sa distance maximale avec les autres sommets.

11) À l'aide du tableau précédent, donner l'excentricité de chaque personne.

Le **centre** d'un graphe est l'ensemble des sommets avec l'excentricité minimale.

12) Déterminer le centre du graphe précédent.

13) Que peut-on remarquer à propos des sommets du centre du graphe (position, nombre de relations, distance aux autres) ?

Le **rayon** d'un graphe est l'excentricité d'un des sommets du centre du graphe.

14) Déterminez le rayon du graphe précédent.

Interprétation sociale

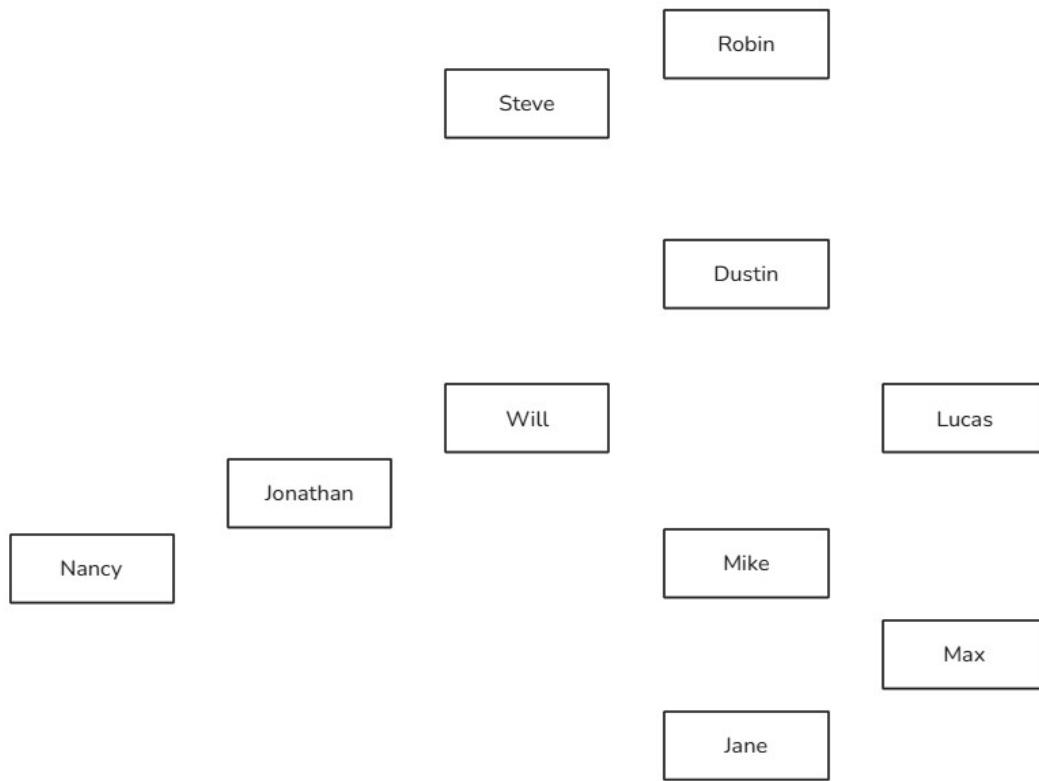
15) Quel(s) sommet(s) semble(nt) le(s) plus « central(aux) » dans ce réseau et pourquoi ?

16) Si une information part de David, combien de personnes au maximum devra-t-elle traverser pour atteindre tout le réseau ?

17) Selon vous, ce type de modélisation peut-il être utile pour analyser les réseaux sociaux réels ? Pourquoi ?

Bonus

18) Complétez le graphe ci-dessous.



Dustin, Will, Lucas et Mike sont tous amis entre eux.

Steve est ami avec Robin et Dustin.

Jonathan est le frère de Will et le copain de Nancy, qui, elle, est la sœur de Mike.

Nancy est amie avec Steve.

Lucas est le copain de Max, Mike, celui de Jane, et les deux filles sont amies.

19) Déterminer le centre de ce graphe grâce aux notions apprises. Il faut expliquer son raisonnement.