

第十三章 达朗贝尔定理

13-1、质量为 m ，长为 l 的均质杆 OA 绕 O 轴在铅垂平面内作定轴转动。设在某瞬时杆的角速度为 ω ，角加速度为 α 。试求惯性力系分别向定轴 O 点、杆的质心 C 点及端点 A 简化的结果。

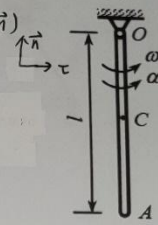
解：向 O 点：

$$\begin{cases} \vec{F}_{GR} = -m\vec{a}_C = -m(\vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n) = -m(\frac{1}{2}l\alpha\vec{e}_t + \frac{1}{4}l\omega^2\vec{e}_n) \\ M_{Go} = -J_o\alpha = -\frac{1}{3}ml^2\alpha \end{cases}$$

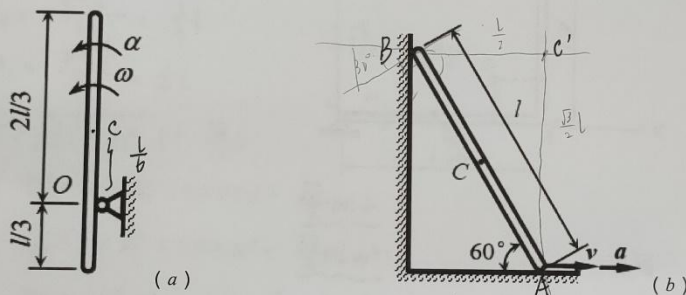
向 C 点：

$$\begin{cases} \vec{F}_{GR} = -m(\frac{1}{2}l\alpha\vec{e}_t + \frac{1}{4}l\omega^2\vec{e}_n) \\ M_{Gc} = -J_c\alpha = -\frac{1}{12}ml^2\alpha \end{cases}$$

向 A 点：

$$\begin{cases} \vec{F}_{GR} = -m(\frac{1}{2}l\alpha\vec{e}_t + \frac{1}{4}l\omega^2\vec{e}_n) \\ M_{Ga} = M_{Go} + M_A(\vec{F}_{GR}) = -\frac{1}{3}ml^2\alpha + m\frac{1}{2}l\alpha \cdot l = \frac{1}{6}ml^2\alpha \end{cases}$$


13-2、设各物体质量皆为 m ，尺寸如图所示。(a) 求惯性力系对定轴 O 点简化的结果；(b) 求惯性力系对质心 C 点简化的结果。



解：(a)

$$\begin{cases} \vec{F}_{GR} = -m(\vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n) = -m(\frac{1}{3}l\alpha\vec{e}_t + \frac{1}{9}l\omega^2\vec{e}_n) \\ M_{Go} = -J_o\alpha = -(\frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{36}ml^2)\alpha = -\frac{1}{9}ml^2\alpha \end{cases}$$

(b) 用基点法：C'

$$v_B = \frac{v_A}{l \sin 60^\circ} \cdot l \sin 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} v_A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n$$

$$a_{BA} = \omega^2 l = (\frac{v}{\frac{\sqrt{3}}{2}l})^2 l = \frac{4v^2}{3l}$$

向水平投影：

$$0 = a_A - \frac{\sqrt{3}}{2}a_{BA}^t + \frac{1}{2}a_{BA}^n$$

$$\therefore \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}l} (\frac{2v^2}{3l} + a)$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

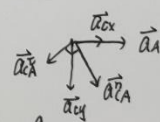
$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{Cg} = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^t + \vec{a}_{CA}^n$$



$$\begin{aligned} \vec{F}_{GR} &= -m\vec{a}_C = -m(\vec{a}_C^t + \vec{a}_C^n) = -\frac{1}{2}m\alpha\vec{e}_t + m(\frac{4\sqrt{3}}{9l}v^2 + \frac{\sqrt{3}a}{6})\vec{e}_n \\ M_{Gc} &= -J_c\alpha = -\frac{1}{12}ml^2\alpha = -\frac{1}{12}ml^2(\frac{2}{\sqrt{3}l}(\frac{2v^2}{3l} + a)) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{18}ml(\frac{2v^2}{3l} + a) \text{ 顺时针} \end{aligned}$$

第十三章 达朗贝尔原理 (动静法)

班级

学号

姓名

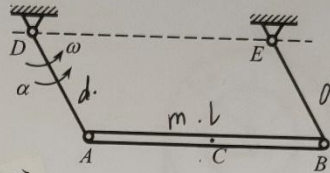
13-3、如图所示的平面机构中， AD 、 BE 为无重杆， $AD \parallel BE$ ，且 $AD=BE=d$ ，均质杆 AB 的质量为 m ，长为 l 。求 AB 杆惯性力系向质心 C 简化的结果。

解：AB 杆平动

$$a_C^t = a_A^t = 2d$$

$$a_C^n = a_A^n = \omega^2 d$$

$$\therefore \begin{cases} \vec{F}_{GR} = -m(2d\vec{e} + \omega^2 d\vec{n}) \\ M_{Gc} = 0 \end{cases}$$



13-4、均质细折杆 OAB ， OA 、 AB 长均为 l ，质量均为 m ，可绕 O 轴转动，图示瞬时其角速度为 ω ，角加速度为 α ，求该细折杆的惯性力系向 O 点简化的大小和方向。(需将方向画在图上)

解：建系如图。

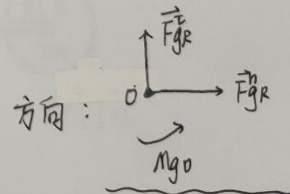
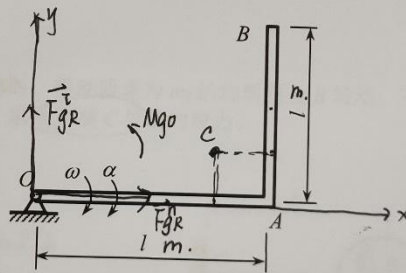
$$\begin{cases} x_C = \frac{\frac{l}{2} + l}{2l} = \frac{3}{4}l \\ y_C = \frac{0 + \frac{l}{2}}{2l} = \frac{1}{4}l \end{cases}$$

$$OC = \sqrt{\left(\frac{3}{4}l\right)^2 + \left(\frac{1}{4}l\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{4}l$$

$$\therefore F_{GR} = 2m a_C^t = 2m OC \alpha = \frac{\sqrt{10}}{2} ml \alpha$$

$$F_{Gn} = 2m a_C^n = 2m OC \omega^2 = \frac{\sqrt{10}}{2} ml \omega^2$$

$$M_{Go} = I_O \alpha = \left(\frac{1}{3} ml^2 + \frac{1}{3} ml^2 + ml^2\right) \alpha = \frac{5}{3} ml^2 \alpha$$



第十三章 达朗贝尔原理 (动静法)

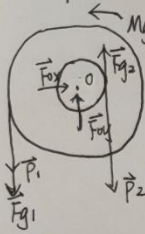
班级

学号

姓名

13-5、轮轴质心位于 O 处，对轴 O 的转动惯量为 J_0 。在轮轴上系两个质量各为 m_1 和 m_2 的物体，若此轮轴以顺时针转动，用动静法求轮轴的角加速度 α 和轴承 O 的动约束力。

解：对整体：



$$Mg_0 = \alpha J_0$$

$$F_{g1} = m_1 \alpha R$$

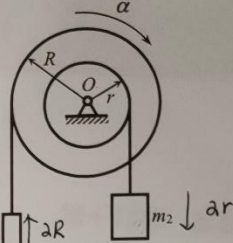
$$F_{g2} = m_2 \alpha r$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & F_{x0} = 0 \\ \sum F_y = 0 & -m_1 g - m_1 \alpha R - m_2 g + m_2 \alpha r + F_{y0} = 0 \\ \sum M_O = 0 & -\alpha J_0 - (m_1 g + m_1 \alpha R) R - m_2 \alpha r \cdot r + m_2 g r = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha = \frac{m_2 g r - m_1 g R}{J_0 + m_1 R^2 + m_2 r^2}$$

$$F_{x0} = 0$$

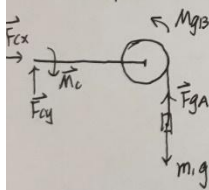
$$F_{y0} = \frac{(m_1 + m_2) J_0 + m_1 m_2 (R+r)^2}{J_0 + m_1 R^2 + m_2 r^2} g$$



13-6、如图所示，质量为 m_1 的物体 A 下落时，带动质量为 m_2 的均质圆盘 B 转动，不计支架和绳子的质量及轴 B 处的摩擦， $BC=b$ ，盘 B 的半径为 R 。求固定端 C 处的约束力。

解：

对整体：



对 B 及 A：

$$MgB = \alpha J_B = \frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha$$

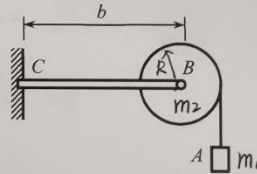
$$F_{gA} = m_1 \alpha R$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & F_{cx} = 0 \\ \sum F_y = 0 & F_{cy} + m_1 \alpha R - m_1 g = 0 \\ \sum M_B = 0 & -\frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha - m_1 \alpha R^2 + m_1 g R = 0 \end{cases}$$

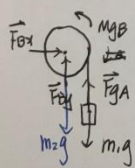
$$\therefore \alpha = \frac{m_1 g}{m_2 R + 2m_1 R}$$

对 B C：

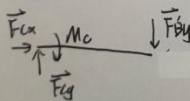
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 & F_{cx} = 0 \\ \sum F_y = 0 & F_{cy} - F_{gA} = 0 \\ \sum M_C = 0 & M_c + b F_{gA} = 0 \end{cases}$$



对 B 及 A：



对 B C：



$$\begin{aligned} \therefore F_{cx} &= 0 \\ F_{cy} &= \frac{m_1 m_2}{m_2 + 2m_1} g \quad \text{竖直向上} \\ M_c &= \frac{m_1 m_2}{m_2 + 2m_1} b g \quad \text{逆时针} \end{aligned}$$

第十四章 虚位移原理

班级

学号

姓名

14-1、在图示机构中，当曲柄 OC 绕 O 轴摆动时，滑块 A 沿曲柄滑动，从而带动 AB 杆在铅直导槽内移动，不计各构件自重与各处摩擦。求机构平衡时力 F_1 与 F_2 的关系。

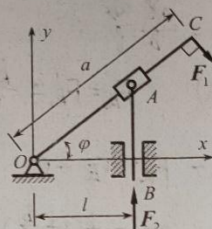
$$\delta y_A = l \tan \varphi \quad \delta r_C = a \cdot \delta \varphi$$

$$\therefore \delta y_A = l \sec^2 \varphi \cdot \delta \varphi$$

$$\therefore F_2 \cdot \delta y_A - F_1 \cdot \delta r_C = 0$$

$$\therefore F_2 \cdot l \sec^2 \varphi \cdot \delta \varphi - F_1 \cdot a \cdot \delta \varphi = 0$$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{l}{a \cdot \cos^2 \varphi}$$



14-2、在图示机构中，曲柄 OA 上作用一力偶，其矩为 M ，另在滑块 D 上作用水平力 F 。机构尺寸如图所示，不计各构件自重与各处摩擦。求当机构平衡时，力 F 与力偶 M 的关系。

$$M \delta \varphi - F \cdot \delta r_D = 0$$

$$BM = \frac{a}{\tan \theta}$$

$$C'B = \frac{BM}{\tan \theta \sin \theta} = \frac{a \cos \theta}{\sin^2 \theta}$$

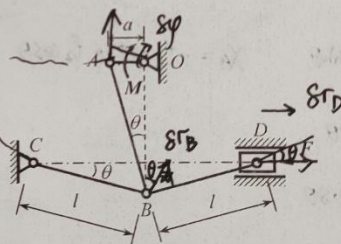
$$C'A = \frac{BM}{\tan \theta} - a = \frac{a(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{\sin^2 \theta}$$

$$\therefore \frac{a \delta \varphi}{\delta r_D} = \frac{C'A}{C'B} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$\text{又 } \delta r_D \cdot \sin 2\theta = \delta r_D \cdot \cos \theta$$

$$\therefore \frac{a \delta \varphi}{\delta r_D} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta} = \cot 2\theta$$

$$\therefore \frac{F}{M} = \frac{1}{a} \cot 2\theta$$



第十四章 虚位移原理

班级

学号

姓名

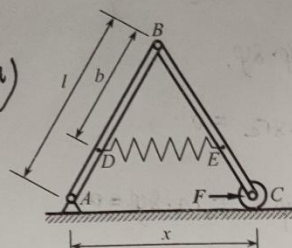
14-3、如图所示两等长杆 AB 和 BC 在点 B 用铰链连接，又在杆的 D 、 E 两点连一弹簧。弹簧的刚度系数为 k ，当距离 AC 等于 a 时，弹簧内拉力为零，不计各构件自重与各处摩擦。如在 C 点作用一水平力，杆系处于平衡，求距离 AC 之长。

$$\frac{a}{l} = \frac{b}{l} \quad l = \frac{ab}{b}$$

$$\text{弹簧伸长} \quad \frac{1}{2}(x-a) \quad F_k = F_k' = \frac{kb}{l}(x-a)$$

$$F \cdot \delta r_C + F_k \cdot \delta r_D - F_k' \cdot \delta r_E = 0$$

$$\delta r_D = \frac{1}{2}(1 - \frac{b}{l}) \delta r_C \quad \delta r_E = \frac{1}{2}(1 + \frac{b}{l}) \delta r_C$$



$$\therefore [F + \frac{kb}{l}(x-a) \cdot \frac{1}{2}(1 - \frac{b}{l}) - \frac{kb}{l}(x-a) \cdot \frac{1}{2}(1 + \frac{b}{l})] \delta r_C = 0$$

$$\therefore x = a + \frac{F}{k} (\frac{l}{b})^2$$

14-4、图示结构在力 F_1 与 F_2 作用下在图示位置，不计各杆自重与各处摩擦， $OD=BD=l_1$ ， $AD=l_2$ 。求 F_1/F_2 的值。

$$x_B = -2l_1 \cos \theta$$

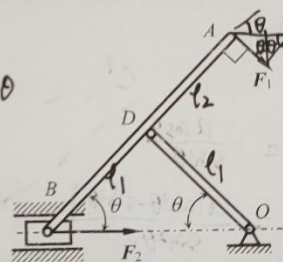
$$y_A = (l_1 + l_2) \sin \theta$$

$$x_A = -l_1 \cos \theta + l_2 \cos \theta$$

$$\therefore \delta x_B = +2l_1 \sin \theta \cdot \delta \theta$$

$$\delta y_A = (l_1 + l_2) \cos \theta \cdot \delta \theta$$

$$\delta x_A = -(l_2 - l_1) \sin \theta \cdot \delta \theta$$



$$\therefore F_2 \cdot \delta x_B + F_1 \sin \theta \cdot \delta x_A - F_1 \cos \theta \cdot \delta y_A = 0$$

$$\therefore F_2 (-2l_1 \cos \theta) + F_1 \sin \theta \cdot (l_2 - l_1) \sin \theta - F_1 \cos \theta \cdot (l_1 + l_2) \cos \theta = 0$$

$$(F_2 \cdot 2l_1 \sin \theta + F_1 \sin \theta \cdot (l_2 - l_1) \sin \theta - F_1 \cos \theta \cdot (l_1 + l_2) \cos \theta) \cdot \delta \theta = 0$$

$$\therefore \frac{F_1}{F_2} = \frac{2l_1 \sin \theta}{l_2 + l_1 \cos 2\theta}$$

$$\frac{2l_1 \sin \theta}{l_2 + l_1 \cos 2\theta}$$

第十四章 虚位移原理

班级

学号

姓名

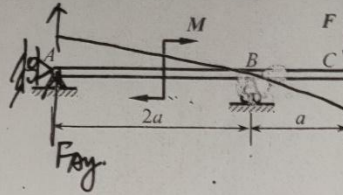
14-5、无重水平梁的支承和载荷如图所示。已知力 F 、力偶矩 M 。用虚位移原理求支座 A 处的约束力。

$$F_{Ax} \delta x_A = 0 \quad \therefore F_{Ax} = 0$$

$$F_{Ay} \delta y_A + F \cdot \frac{1}{2} \delta y_A + M \cdot \frac{\delta y_A}{2a} = 0$$

$$\therefore F_{Ay} + \frac{1}{2} F + \frac{M}{2a} = 0$$

$$\therefore F_{Ay} = -\frac{1}{2} F - \frac{M}{2a}$$



14-6、图示滑套 D 套在直杆 AB 上，并带动杆 CD 在铅直滑道上滑动。已知 $\theta=0^\circ$ 时弹簧为原长，弹簧刚度系数为 5kN/m ，不计各构件自重与各处摩擦。用虚位移原理求在任意位置平衡时，应加多大的力偶矩 M ？

(不改)

$$\text{原长 } l_0 = 0.3\text{m}$$

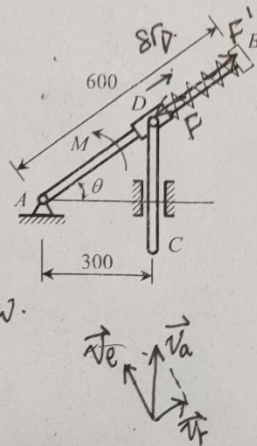
$$M \delta \theta - F \cdot \delta r = 0$$

$$v_e = \frac{0.3}{\cos \theta} \cdot \omega \quad v_r = \tan \theta \cdot v_e = \frac{0.3 \sin \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \omega$$

$$\therefore \delta r = \frac{0.3 \sin \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \delta \theta$$

$$\therefore M = F \cdot \frac{\delta r}{\delta \theta} = F \cdot \frac{0.3 \sin \theta}{\cos^2 \theta} = k \left[0.3 - (0.6 - \frac{0.3}{\cos \theta}) \right] \cdot \frac{0.3 \sin \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= 450 \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$$



动力学综合问题

班级

学号

姓名

综-1、如图所示，重物 A 质量为 m_1 ，沿楔体 D 的斜面下降，同时借绕过滑轮 C 的绳子使质量为 m_2 的物体 B 升。斜面与水平成 θ 角，滑轮与绳的质量和一切摩擦均不计。求楔体 D 作用于地板凸出部分 E 的水平压力。

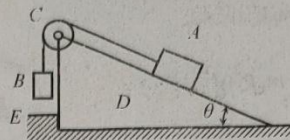
对轮 C 。

$$(m_1 r^2 + m_2 r^2) \alpha = (m_1 g \sin \theta - m_2 g) r$$

$$\therefore \alpha = \frac{m_1 g \sin \theta - m_2 g}{(m_1 + m_2) r}$$

$$\therefore a_{Ax} = r \alpha \cos \theta = \frac{m_1 g \sin \theta - m_2 g}{m_1 + m_2} \cdot \cos \theta$$

$$\therefore F_E = m_1 a_{Ax} = m_1 \cdot \frac{m_1 g \sin \theta - m_2 g}{m_1 + m_2} \cos \theta$$



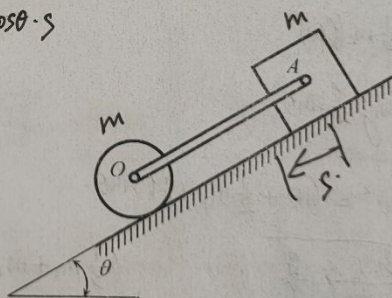
综-2、在图示系统中，纯滚动的均质圆轮与物块 A 的质量均为 m ，圆轮的半径为 r ，斜面倾角为 θ ，物块 A 与斜面间的摩擦因数为 f 。不计杆 OA 的质量。试求：(1) O 点的加速度；(2) 杆 OA 的内力。

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{3}{4} m v^2 = 2 m g s \sin \theta - f m g \cos \theta \cdot s$$

$$\therefore \frac{5}{4} m v^2 = 2 m g s \sin \theta - f m g \cos \theta \cdot s$$

$$\therefore \frac{5}{2} m v \cdot a = v (2 \sin \theta - f \cos \theta) \cdot m g$$

$$\therefore a = \frac{2}{5} (2 \sin \theta - f \cos \theta) g$$



$$\text{对 } A: \quad m a = m g \sin \theta - f m g \cos \theta - F_{OA}$$

$$\therefore F_{OA} = \frac{2}{5} m g (2 \sin \theta - f \cos \theta) - f m g \cos \theta + m g \sin \theta$$

动力学综合问题

班级

学号

姓名

综-3、如图所示，轮 A 和 B 可视为均质圆盘，半径为 R，质量均为 m_1 。绕在两轮上的绳索中间连着物块 C，设物块 C 的质量为 m_2 ，且放在理想光滑的水平面上。今在轮 A 上作用一不变的力偶 M，求轮 A 与物块之间那段绳索的张力。

$$T = \frac{1}{2} m_2 v_C^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_1 R^2 \omega^2 \times 2$$

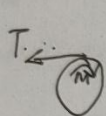
$$= \frac{1}{2} m_2 R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_1 R^2 \omega^2$$

$$W = Mg$$

$$\therefore \frac{1}{2} (m_1 + m_2) R^2 \omega^2 = Mg$$

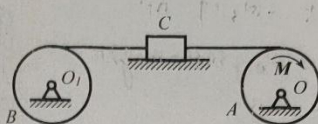
$$\therefore (m_1 + m_2) R^2 \omega \alpha = M \omega$$

$$\therefore \alpha = \frac{M}{(m_1 + m_2) R^2}$$



$$\text{对 A: } M - T \cdot R = \frac{1}{2} m_1 R^2 \alpha$$

$$\therefore T = \frac{1}{R} \left(M - \frac{m_1 M}{2(m_1 + m_2)} \right) = \frac{m_1 + 2m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot M$$



综-4、均质细杆 OA 可绕水平轴 O 转动，另一端铰接一均质正方形盘，正方形盘可绕铰 A 在铅直面内自由旋转，如图所示。已知 OA 杆长 l，质量为 m_1 ；正方形盘边长为 R，质量为 m_2 。摩擦不计，初始时 OA 杆水平，杆和正方形盘静止。求杆与水平线成 θ 角的瞬时：(1) 杆的角速度和角加速度；(2) 支座 O 的约束反力。

$$(1) T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_1 l^2 \omega^2 + \frac{1}{2} m_2 (l\omega)^2$$

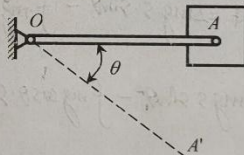
$$W = m_2 g l \sin \theta + m_1 g \frac{l}{2} \sin \theta$$

$$\therefore \left(\frac{1}{3} m_1 + \frac{1}{2} m_2 \right) l^2 \omega^2 = (m_2 + \frac{1}{2} m_1) g l \sin \theta$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{6m_2 + 3m_1}{m_1 + 3m_2} \cdot \frac{g}{l}}$$

$$\left(\frac{1}{3} m_1 + m_2 \right) l^2 \alpha \cdot \alpha = (m_2 + \frac{1}{2} m_1) g l \cos \theta \cdot \alpha$$

$$\therefore \alpha = \frac{m_2 + \frac{1}{2} m_1}{\frac{1}{3} m_1 + m_2} \cdot \frac{g}{l} \cos \theta$$



$$(2) \begin{cases} F_{Ox} = \\ F_{Oy} = \end{cases}$$

班级

学号

姓名

综-5. 在图示机构中, 沿斜面纯滚动的圆柱体 O' 和 O 鼓轮均为均质物体, 质量均为 m , 半径均为 R . 绳子不能伸缩, 其质量略去不计. 粗糙斜面的倾角为 θ . 不计滚阻力偶. 如在鼓轮上作用一常力偶 M . 求: (1) 鼓轮的角加速度; (2) 轴承的水平约束力.

$$W_2 = M\varphi - mg s \sin\theta$$

$$T = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \omega^2 + \frac{3}{4} m v_{O'}^2 = \frac{1}{4} m R^2 \omega^2 + \frac{3}{4} m R^2 \omega^2$$

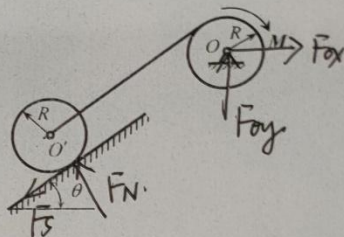
$$(M - mg s \sin\theta) \cdot s = m R^2 \omega^2$$

$$\therefore \alpha = \frac{M - mg R \sin\theta}{2 m R^2}$$

$$F_N = F \cos\theta \quad F_3 \cdot R = \frac{1}{2} m R^2 \alpha \quad \therefore F_3 = \frac{1}{2} m R \alpha$$

$$\therefore F_{Ox} - F_3 \cos\theta - mg \cos\theta \sin\theta = m R \alpha \cos\theta$$

$$\therefore F_{Ox} = mg \cos\theta \sin\theta + \frac{3}{4} \frac{M - mg R \sin\theta}{R} \cos\theta = \frac{3}{4} \frac{M}{R} \cos\theta - \frac{1}{4} mg \sin\theta \cos\theta$$



综-6. 均质杆 AB 质量为 4kg , 长 $l=600\text{mm}$. 均质圆盘质量为 6kg , 半径 $r=100\text{mm}$. 弹簧刚度为 $k=2\text{N/mm}$. 不计套筒 A 及弹簧的质量. 如连杆在图示位置被无初速度释放后, A 端沿光滑杆滑下, 圆盘作纯滚动. 求: (1) 当 AB 达到水平位置而接触弹簧时, 圆盘与连杆的角速度; (2) 弹簧的最大压缩量 δ ; (3) 当 AB 达到水平位置时 B 点的加速度.

1). B 为水平时 $v_B = 0 \quad \omega_B = 0$

$$W_2 = m_{AB} g \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} m_{AB} l^2 \omega_{AB}^2 \quad \therefore \omega_{AB} = \sqrt{\frac{3g}{2l}} = 4.95 \text{ rad/s}$$

$$\frac{1}{2} l^2 \omega_{AB}^2 = \frac{1}{2}$$

$$(2) \cdot W = m_{AB} g (\frac{\delta}{2} + \frac{l}{4}) + \frac{1}{2} k (l - \delta)^2$$

$$T_2 = 0$$

$$\therefore \delta = 87 \text{ mm}$$

$$(3) \cdot T_2 = \frac{3}{4} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} J_C \omega_{AB}^2 = \frac{3}{4} m_B v_B^2 + \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m_{AB} l^2 + m_{AB} \frac{l^2}{4}) (\frac{v_B}{l \sin\theta})^2$$

$$W = m_{AB} g (\frac{l}{4} - \frac{l}{2} \sin\theta)$$

或 $\omega_{AB} = 0$

$$\therefore \dot{\theta} = \omega_{AB} = \frac{v_B}{l \sin\theta}$$

$$\therefore a_B = 14.7 \text{ m/s}^2$$

