

系(如 S' 系)中是否同时有两种可能,这取决于那两个事件在 S 系中发生的地点是同地($\Delta x=0$)还是不同地($\Delta x \neq 0$).说法(D)(E)也是不正确的,由上述两式可知:在 S 系发生两个同时($\Delta t=0$)不同地($\Delta x \neq 0$)事件,在 S' 系中一定是既不同时($\Delta t' \neq 0$)也不同地($\Delta x' \neq 0$),但是在 S 系中的两个同时同地事件,在 S' 系中一定是同时同地的,故只有说法(C)正确.有兴趣的读者,可对上述两式详加讨论,以增加对相对论时空观的深入理解.

14-3 有一细棒固定在 S' 系中,它与 Ox' 轴的夹角 $\theta'=60^\circ$,如果 S' 系以速度 u 沿 Ox 方向相对于 S 系运动, S 系中观察者测得细棒与 Ox 轴的夹角()

- (A) 等于 60° (B) 大于 60° (C) 小于 60°

(D) 当 S' 系沿 Ox 正方向运动时大于 60° ,而当 S' 系沿 Ox 负方向运动时小于 60°

分析与解 按照相对论的长度收缩效应,静止于 S' 系的细棒在运动方向的分量(即 Ox 轴方向)相对 S 系观察者来说将会缩短,而在垂直于运动方向上的分量不变,因此 S 系中观察者测得细棒与 Ox 轴夹角将会大于 60° ,此结论与 S' 系相对 S 系沿 Ox 轴正向还是负向运动无关.由此可见应选(C).

14-4 一飞船的固有长度为 L ,相对于地面以速度 v_1 作匀速直线运动,从飞船中的后端向飞船中的前端的一个靶子发射一颗相对于飞船的速度为 v_2 的子弹.在飞船上测得子弹从射出到击中靶的时间间隔是()(c 表示真空中光速.)

- (A) $\frac{L}{v_1+v_2}$ (B) $\frac{L}{v_2-v_1}$ (C) $\frac{L}{v_2}$ (D) $\frac{L}{v_2\sqrt{1-(v_1/c)^2}}$

分析与解 固有长度是指相对测量对象静止的观察者所测,则题中 L 、 v_2 以及所求时间间隔均为同一参考系(此处指飞船)中的三个相关物理量,求解时与相对论的时空观无关.故选(C).

讨论 从地面测得的上述时间间隔为多少?建议读者自己求解.注意此处要用到相对论时空观方面的规律了.

14-5 设 S' 系以速率 $v=0.60c$ 相对于 S 系沿 xx' 轴运动,且在 $t=t'=0$ 时, $x=x'=0$.(1)若有一事件,在 S 系中发生于 $t=2.0 \times 10^{-7}$ s, $x=50$ m 处,则该事件在 S' 系中发生于何时刻?(2)如有另一事件发生于 S 系中 $t=3.0 \times 10^{-7}$ s, $x=10$ m 处,在 S' 系中测得这两个事件的时间间隔为多少?

分析 在相对论中,可用一组时空坐标 (x, y, z, t) 表示一个事件.因此,本题可直接利用洛伦兹变换把两事件从 S 系变换到 S' 系中.

解 (1)由洛伦兹变换可得 S' 系的观察者测得第一事件发生的时刻为

$$t'_1 = \frac{t_1 - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 1.25 \times 10^{-7} \text{ s}$$

(2) 同理,第二个事件发生的时刻为

$$t'_2 = \frac{t_2 - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 3.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

所以,在 S' 系中两事件的时间间隔为

$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 2.25 \times 10^{-7} \text{ s}$$

14-6 设有两个参考系 S 和 S' , 它们的原点在 $t=0$ 和 $t'=0$ 时重合在一起. 有一事件, 在 S' 系中发生在 $t'=8.0 \times 10^{-8} \text{ s}$, $x'=60 \text{ m}$, $y'=0$, $z'=0$ 处, 若 S' 系相对于 S 系以速率 $v=0.60c$ 沿 xx' 轴运动, 问该事件在 S 系中的时空坐标为多少?

分析 本题可直接由洛伦兹逆变换将该事件从 S' 系转换到 S 系.

解 由洛伦兹逆变换得该事件在 S 系的时空坐标分别为

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 93 \text{ m}$$

$$y = y' = 0$$

$$z = z' = 0$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 2.5 \times 10^{-7} \text{ s}$$

14-7 一列火车长 0.30 km (火车上观察者测得), 以 $100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ 的速度行驶, 地面上观察者发现有两个闪电同时击中火车的前后两端. 问火车上的观察者测得两闪电击中火车前后两端的时间间隔为多少?

分析 首先应确定参考系, 如设地面为 S 系, 火车为 S' 系, 把两闪电击中火车前后端视为两个事件 (即两组不同的时空坐标). 地面观察者看到两闪电同时击中, 即两闪电在 S 系中的时间间隔 $\Delta t = t_2 - t_1 = 0$. 火车的长度是相对火车静止的观察者测得的长度 (注: 物体长度在不指明观察者的情况下, 均指相对其静止参考系测得的长度), 即两事件在 S' 系中的空间间隔 $\Delta x' = x'_2 - x'_1 = 0.30 \times 10^3 \text{ m}$. S' 系相对 S 系的速度即为火车速度 (对初学者来说, 完成上述基本分析是十分必要的). 由洛伦兹变换可得两事件时间间隔之间的关系式为

$$t_2 - t_1 = \frac{(t'_2 - t'_1) + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (1)$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \quad (2)$$

将已知条件代入式(1)可直接解得结果. 也可利用式(2)求解, 此时应注意, 式中

$x_2 - x_1$ 为地面观察者测得两事件的空间间隔, 即 S 系中测得的火车长度, 而不是火车原长. 根据相对论, 运动物体 (火车) 有长度收缩效应, 即 $x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - v^2/c^2}$. 考虑这一关系方可利用式 (2) 求解.

解 1 根据分析, 由式 (1) 可得火车 (S' 系) 上的观察者测得两闪电击中火车前后端的时间间隔为

$$t'_2 - t'_1 = -\frac{v}{c^2} (x'_2 - x'_1) = -9.26 \times 10^{-14} \text{ s}$$

负号说明火车上的观察者测得闪电先击中车头 x'_2 处.

解 2 根据分析, 把关系式 $x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - v^2/c^2}$ 代入式 (2) 亦可得与解 1 相同的结果. 相比之下解 1 较简便, 这是因为解 1 中直接利用了 $x'_2 - x'_1 = 0.30 \text{ km}$ 这一已知条件.

14-8 在惯性系 S 中, 某事件 A 发生于 x_1 处, 经过 $2.0 \times 10^{-6} \text{ s}$ 后, 另一事件 B 发生于 x_2 处, 已知 $x_2 - x_1 = 300 \text{ m}$. 问: (1) 能否找到一个相对 S 系作匀速直线运动的参考系 S', 在 S' 系中, 两事件发生在同一地点? (2) 在 S' 系中, 上述两事件之间的时间间隔为多少?

分析 在相对论中, 从不同惯性系测得两事件的空间间隔和时间间隔有可能是不同的. 它与两惯性系之间的相对速度有关. 设惯性系 S' 以速度 v 相对 S 系沿 x 轴正向运动, 因在 S 系中两事件的时空坐标已知, 由洛伦兹时空变换式, 可得

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1)$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2)$$

两事件在 S' 系中发生在同一地点, 即 $x'_2 - x'_1 = 0$, 代入式 (1) 可求出 v 值, 以此作匀速直线运动的 S' 系, 即为所寻找的参考系. 然后由式 (2) 可得两事件在 S' 系中的时间间隔. 对于本题第二问, 也可从相对论时间延缓效应来分析. 因为如果两事件在 S' 系中发生在同一地点, 则 $\Delta t'$ 为固有时间间隔 (原时), 由时间延缓效应关系式 $\Delta t' = \Delta t \sqrt{1 - v^2/c^2}$ 可直接求得结果.

解 (1) 令 $x'_2 - x'_1 = 0$, 由式 (1) 可得

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = 1.50 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0.50c$$

(2) 将 v 值代入式 (2), 可得

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) \left(1 - \frac{v}{c^2} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = (t_2 - t_1) \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ = 1.73 \times 10^{-6} \text{ s}$$

这表明在 S' 系中事件 A 先发生。

14-9 设在正负电子对撞机中,电子和正电子以速度 $0.90c$ 相向飞行,它们之间的相对速度为多少?

分析 设对撞机为 S 系,沿 x 轴正向飞行的正电子为 S' 系。 S' 系相对 S 系的速度 $v = 0.90c$,则另一电子相对 S 系速度 $u_x = -0.90c$,该电子相对 S' 系(即沿 x 轴正向飞行的电子)的速度 u'_x 即为题中所求的相对速度。在明确题目所述已知条件及所求量的物理含义后,即可利用洛伦兹速度变换式进行求解。

解 按分析中所选参考系,电子相对 S' 系的速度为

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} = -0.994c$$

式中负号表示该电子沿 x' 轴负向飞行,正好与正电子相向飞行。

讨论 若按照伽利略速度变换,它们之间的相对速度为多少?

14-10 设想有一粒子以 $0.050c$ 的速率相对实验室参考系运动。此粒子衰变时发射一个电子,电子的速率为 $0.80c$,电子速度的方向与粒子运动方向相同。试求电子相对实验室参考系的速度。

分析 这是相对论的速度变换问题。取实验室为 S 系,运动粒子为 S' 系,则 S' 系相对 S 系的速度 $v = 0.050c$ 。题中所给的电子速率是电子相对衰变粒子的速率,故 $u'_x = 0.80c$ 。

解 根据分析,由洛伦兹速度逆变换式可得电子相对 S 系的速度为

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = 0.817c$$

14-11 设在宇宙飞船中的观察者测得脱离它而去的航天器相对它的速度为 $1.2 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \mathbf{i}$ 。同时,航天器发射一枚空间火箭,航天器中的观察者测得此火箭相对它的速度为 $1.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \mathbf{i}$ 。问:(1) 此火箭相对宇宙飞船的速度为多少?(2) 如果以激光光束来替代空间火箭,此激光光束相对宇宙飞船的速度又为多少?请将上述结果与伽利略速度变换所得结果相比较,并理解光速是物体速度的极限。

分析 该题仍是相对论速度变换问题。(2)中用激光束来替代火箭,其区别在于激光束是以光速 c 相对航天器运动,因此其速度变换结果应该与光速不变

原理相一致.

解 设宇宙飞船为 S 系, 航天器为 S' 系, 则 S' 系相对 S 系的速度 $v = 1.2 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 空间火箭相对航天器的速度为 $u'_x = 1.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 激光束相对航天器的速度为光速 c . 由洛伦兹变换可得:

(1) 空间火箭相对 S 系的速度为

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = 1.94 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

(2) 激光束相对 S 系的速度为

$$u_x = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c^2} c} = c$$

即激光束相对宇宙飞船的速度仍为光速 c , 这是光速不变原理所预料的. 如用伽利略变换, 则有 $u_x = c + v > c$. 这表明对伽利略变换而言, 运动物体没有极限速度, 但对相对论的洛伦兹变换来说, 光速是运动物体的极限速度.

14-12 以速度 v 沿 x 方向运动的粒子, 在 y 方向上发射一光子, 求地面观察者所测得的光子的速度.

分析 设地面为 S 系, 运动粒子为 S' 系. 与上题不同之处在于, 光子的运动方向与粒子运动方向不一致, 因此应先求出光子相对 S 系速度 u 的分量 u_x 、 u_y 和 u_z , 然后才能求 u 的大小和方向. 根据所设参考系, 光子相对 S' 系的速度分量分别为 $u'_x = 0$, $u'_y = c$, $u'_z = 0$.

解 由洛伦兹速度的逆变换式可得光子相对 S 系的速度分量分别为

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = v \\ u_y &= \frac{u'_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{v}{c^2} u'_x} = c \sqrt{1 - v^2/c^2} \\ u_z &= 0 \end{aligned}$$

所以, 光子相对 S 系速度 u 的大小为

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = c$$

速度 u 与 x 轴的夹角为

$$\theta = \arctan \frac{u_y}{u_x} = \arctan \frac{\sqrt{c^2 - v^2}}{v}$$

讨论 地面观察者所测得光子的速度仍为 c , 这也是光速不变原理的必然

结果.但在不同惯性参考系中其速度的方向却发生了变化.

14-13 火箭相对于地面以 $v=0.6c$ (c 为真空中光速) 的匀速度向上飞离地球. 在火箭发射 $\Delta t'=10\text{ s}$ 后(火箭上的钟), 该火箭向地面发射一导弹, 其速度相对于地面为 $v_1=0.3c$, 问火箭发射后多长时间(地球上的钟), 导弹到达地球? 计算中假设地面不动.

分析 求解时应考虑两部分时间. 一是火箭发射到对地球发射导弹所经历的时间 Δt_1 (按地球上的钟有 $\Delta t_1 \neq \Delta t'$), 二是导弹飞向地球所需时间 Δt_2 , 则 $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$. 计算 Δt_1 时用到时间延缓效应, 计算 Δt_2 所涉及速度、距离和时间都必须相对同一参考系而言(本题应为地球). 这也是处理相对论问题必须时刻提醒自己的一点.

解 按地球的钟, 导弹发射的时间是在火箭发射后, 则根据时间延缓效应有

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = 12.5\text{ s}$$

这段时间火箭相对地球的飞行距离为

$$s = v \cdot \Delta t_1$$

则导弹飞到地球的时间是

$$\Delta t_2 = \frac{s}{v_1} = \frac{v}{v_1} \Delta t_1 = 25\text{ s}$$

那么从火箭发射后到导弹到达地面的时间是

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = (12.5 + 25)\text{ s} = 37.5\text{ s}$$

14-14 设想地球上有一观察者测得一宇宙飞船以 $0.60c$ 的速率向东飞行, 5.0 s 后该飞船将与一个以 $0.80c$ 的速率向西飞行的彗星相碰撞. 试问: (1) 飞船中的人测得彗星将以多大的速率向它运动? (2) 以飞船中的钟来看, 还有多少时间容许它离开航线, 以避免与彗星碰撞?

分析 (1) 这是一个相对论速度变换问题. 取地球为 S 系, 飞船为 S' 系, 向东为 x 轴正向. 则 S' 系相对 S 系的速度 $v=0.60c$, 彗星相对 S 系的速度 $u_x=-0.80c$, 由洛伦兹速度变换可得所求结果.

(2) 可从下面两个角度考虑:

① 以地球为 S 系, 飞船为 S' 系. 设 $x_0=x'_0=0$ 时 $t_0=t'_0=0$, 飞船与彗星相碰这一事件在 S 系中的时空坐标为 $t=5.0\text{ s}$, $x=vt$. 利用洛伦兹时空变换式可求出 t' , 则 $\Delta t'=t'-t'_0$ 表示飞船与彗星相碰所经历的时间.

② 把 $t_0=t'_0=0$ 时的飞船状态视为一个事件, 把飞船与彗星相碰视为第二个事件. 这两个事件都发生在 S' 系中的同一地点(即飞船上), 飞船上的观察者测得这两个事件的时间间隔 $\Delta t'$ 为固有时, 而地面观察者所测得上述两事件的时间间隔 $\Delta t=5.0\text{ s}$ 比固有时要长, 根据时间延缓效应可求出 $\Delta t'$.

解 (1) 由洛伦兹速度变换得彗星相对 S' 系的速度为

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} = -0.946c$$

即彗星以 $0.946c$ 的速率向飞船靠近.

(2) 飞船与彗星相碰这一事件在 S' 系中的时刻为

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 4.0 \text{ s}$$

即在飞船上看,飞船与彗星相碰发生在时刻 $t' = 4.0 \text{ s}$.

也可以根据时间延缓效应 $\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 5.0 \text{ s}$, 解得 $\Delta t' = 4.0 \text{ s}$, 即从飞船

上的钟来看,尚有 4.0 s 时间允许它离开原来的航线.

14-15 在惯性系 S 中观察到有两个事件发生在同一地点,其时间间隔为 4.0 s ,从另一惯性系 S' 中观察到这两个事件的时间间隔为 6.0 s ,试问从 S' 系测量到这两个事件的空间间隔是多少? 设 S' 系以恒定速率相对 S 系沿 xx' 轴运动.

分析 这是相对论中同地不同时的两事件的时空转换问题. 可以根据时间延缓效应的关系式先求出 S' 系相对 S 系的运动速度 v , 进而得到两事件在 S' 系中的空间间隔 $\Delta x' = v\Delta t'$ (由洛伦兹时空变换同样可得到此结果).

解 由题意知在 S 系中的时间间隔为固有的, 即 $\Delta t = 4.0 \text{ s}$, 而 $\Delta t' = 6.0 \text{ s}$. 根据时间延缓效应的关系式 $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, 可得 S' 系相对 S 系的速度为

$$v = \left[1 - \left(\frac{\Delta t}{\Delta t'} \right)^2 \right]^{1/2} c = \frac{\sqrt{5}}{3} c$$

两事件在 S' 系中的空间间隔为

$$\Delta x' = v\Delta t' = 1.34 \times 10^9 \text{ m}$$

14-16 在惯性系 S 中, 有两个事件同时发生在 xx' 轴上相距为 $1.0 \times 10^3 \text{ m}$ 的两处, 从惯性系 S' 观测到这两个事件相距为 $2.0 \times 10^3 \text{ m}$, 试问由 S' 系测得此两事件的时间间隔为多少?

分析 这是同时不同地的两事件之间的时空转换问题. 由于本题未给出 S' 系相对 S 系的速度 v , 故可由不同参考系中两事件空间间隔之间的关系求得 v , 再由两事件时间间隔的关系求出两事件在 S' 系中的时间间隔.

解 设此两事件在 S 系中的时空坐标为 $(x_1, 0, 0, t_1)$ 和 $(x_2, 0, 0, t_2)$, 且有 $|x_2 - x_1| = 1.0 \times 10^3 \text{ m}$, $t_2 - t_1 = 0$. 而在 S' 系中, 此两事件的时空坐标为 $(x'_1, 0, 0, t'_1)$

和 $(x'_2, 0, 0, t'_2)$, 且 $|x'_2 - x'_1| = 2.0 \times 10^3 \text{ m}$, 根据洛伦兹变换, 有

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (1)$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{v}{c^2}(x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (2)$$

由式(1)可得

$$v = \left[1 - \frac{(x_2 - x_1)^2}{(x'_2 - x'_1)^2} \right]^{1/2} c = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

将 v 值代入式(2), 可得

$$|t'_2 - t'_1| = 5.77 \times 10^{-6} \text{ s}$$

14-17 在 S 系中有一长为 l_0 的棒沿 x 轴放置, 并以速率 u 沿 xx' 轴运动. 若有一 S' 系以速率 v 相对 S 系沿 xx' 轴运动, 试问在 S' 系中测得此棒的长度为多少?

分析 当棒相对观察者(为 S' 系)存在相对运动时, 观察者测得棒的长度要比棒的固有长度 l_0 短, 即 $l = l_0 \sqrt{1 - u'^2/c^2}$. 式中 u' 是棒相对观察者的速度, 而不要误认为一定是 S' 系和 S 系之间的相对速度 v . 在本题中, 棒并非静止于 S 系, 因而 S' 系与 S 系之间的相对速度 v 并不是棒与 S' 系之间的相对速度 u' . 所以本题应首先根据洛伦兹速度变换式求 u' , 再代入长度收缩公式求 l .

解 根据分析, 有

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad (1)$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - u'^2/c^2} \quad (2)$$

解上述两式, 可得

$$l = \frac{l_0}{c^2 - uv} [(c^2 - u^2)(c^2 - v^2)]^{1/2}$$

14-18 若从一惯性系中测得宇宙飞船的长度为其固有长度的一半, 试问宇宙飞船相对此惯性系的速度为多少(以光速 c 表示)?

解 设宇宙飞船的固有长度为 l_0 , 它相对于惯性系的速率为 v , 而从此惯性系测得宇宙飞船的长度为 $l_0/2$, 根据洛伦兹长度收缩公式, 有

$$l_0/2 = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

可解得

$$v = 0.866c$$

14-19 一固有长度为 4.0 m 的物体, 若以速率 $0.60c$ 沿 x 轴相对某惯性系

运动,试问从该惯性系来测量,此物体的长度是多少?

解 由洛伦兹长度收缩公式

$$l = l_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} = 3.2 \text{ m}$$

14-20 两艘飞船相向运动,它们相对地面的速率都是 v . 在 A 船中有一根米尺,米尺顺着飞船的运动方向放置. 问 B 船中的观察者测得该米尺的长度是多少?

分析 由于米尺(即 A 船)和观察者(即 B 船)均在相对地球运动. 故首先由速度变换公式求得米尺相对观察者的速度 v_{12} ,再由长度收缩公式求解.

解 设地球为 S 系,飞船 B 为 S' 系. 飞船 A 中的尺则为运动物体. 若 $u = v$ 为 S' 系相对 S 系的速率,则 $v_x = -v$ 是尺相对地球的速率,尺在 S' 系中的速率为

$$u'_x = \frac{v_x - u}{1 - (uv_x/c^2)} = \frac{-v - v}{1 + (v^2/c^2)} = \frac{-2v}{1 + (v^2/c^2)}$$

这就是尺相对 B 船的速率,用 v_{12} 表示之,则

$$v_{12} = \frac{-2v}{1 + (v^2/c^2)}$$

则 B 中观察者测得 A 中米尺的长度是

$$l = l_0 \sqrt{1 - v_{12}^2/c^2} = l_0 \sqrt{1 - \frac{4v^2}{[1 + (v^2/c^2)]^2 c^2}} = \frac{c^2 - v^2}{c^2 + v^2} l_0$$

上式中令 $l_0 = 1 \text{ m}$ 可得米尺长度(以米为单位).

14-21 设一宇航飞船相对地球以 $a = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 的恒加速度,沿地球径向背离地球而去,试估计由于谱线的红移,经多少时间,飞船的宇航员用肉眼观察不到地球上的霓虹灯发出的红色信号.

分析 霓虹灯发出的红色信号所对应的红光波长范围一般为 $620 \text{ nm} \sim 760 \text{ nm}$,当飞船远离地球而去时,由光的多普勒效应可知,宇航员肉眼观察到的信号频率 $\nu < \nu_0$,即 $\lambda > \lambda_0$,其中 ν_0 和 λ_0 为霓虹灯的发光频率和波长. 很显然,当 $\lambda_0 = 620 \text{ nm}$,而对应的红限波长 $\lambda = 760 \text{ nm}$ 时,霓虹灯发出的红色信号,其波长刚好全部进入非可见光范围,即宇航员用肉眼观察不到红色信号. 因此,将上述波长的临界值代入多普勒频移公式,即可求得宇航员观察不到红色信号时飞船的最小速率 v ,再由运动学关系,可求得飞船到达此速率所需的时间 t .

解 当光源和观察者背向运动时,由光的多普勒效应频率公式

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{c - v}{c + v} \right)^{1/2}$$

得波长公式

$$\lambda = \lambda_0 \left(\frac{c + v}{c - v} \right)^{1/2}$$

式中 v 为飞船相对地球的速率. 令 $\lambda_0 = 620 \text{ nm}$, $\lambda = 760 \text{ nm}$, 得宇航员用肉眼观察不到地球上红色信号时飞船的最小速率为

$$v = \frac{\lambda^2 - \lambda_0^2}{\lambda^2 + \lambda_0^2} c = 0.60 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

飞船达此速率所需的时间为

$$t = \frac{v}{a} = 6.1 \times 10^6 \text{ s} \approx 0.20 \text{ a}$$

14-22 若一电子的总能量为 5.0 MeV , 求该电子的静能、动能、动量和速率.

分析 粒子静能 E_0 是指粒子在相对静止的参考系中的能量, $E_0 = m_0 c^2$, 式中 m_0 为粒子在相对静止的参考系中的质量. 就确定粒子来说, E_0 和 m_0 均为常量 (对于电子, 有 $m_0 = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $E_0 = 0.512 \text{ MeV}$). 本题中由于电子总能量 $E > E_0$, 因此, 该电子相对观察者所在的参考系还应具有动能, 也就具有相应的动量和速率. 由相对论动能定义、动量与能量关系式以及质能关系式, 即可解出结果.

解 电子静能为

$$E_0 = m_0 c^2 = 0.512 \text{ MeV}$$

电子动能为

$$E_k = E - E_0 = 4.488 \text{ MeV}$$

由 $E^2 = p^2 c^2 + E_0^2$, 得电子动量为

$$p = \frac{1}{c} (E^2 - E_0^2)^{1/2} = 2.66 \times 10^{-21} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

由 $E = E_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ 可得电子速率为

$$v = c \left(\frac{E^2 - E_0^2}{E^2} \right)^{1/2} = 0.995c$$

14-23 一被加速器加速的电子, 其能量为 $3.00 \times 10^9 \text{ eV}$. 试问: (1) 这个电子的质量是其静质量的多少倍? (2) 这个电子的速率为多少?

解 (1) 由相对论质能关系 $E = mc^2$ 和 $E_0 = m_0 c^2$ 可得电子的动质量 m 与静质量 m_0 之比为

$$\frac{m}{m_0} = \frac{E}{E_0} = \frac{E}{m_0 c^2} = 5.86 \times 10^3$$

(2) 由相对论质速关系式 $m = m_0 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ 可解得

$$v = \left[1 - \left(\frac{m_0}{m} \right)^2 \right]^{1/2} c = 0.999\,999\,985c$$

可见此时的电子速率已十分接近光速了。

14-24 在美国费米实验室中能产生 1.0×10^{12} eV 的高能质子,问该质子的速度约为多大?

分析 在相对论动能表达式 $E_k = mc^2 - m_0c^2$ 中,若粒子动能 E_k 或总能 mc^2 (本题质子的能量高达 1.0×10^{12} eV) 远大于粒子静能(质子静能 $m_0c^2 = 0.938 \times 10^9$ eV),可将 m_0c^2 略去作近似计算。

解 因 E (或 E_k) $\gg m_0c^2$, 有

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

即

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0c^2}{E_k} \right)^2$$

则

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{m_0c^2}{E_k} \right)^2} = 0.999\,999\,6c$$

可见此高能质子的速度已非常接近光速了。

14-25 在电子的湮没过程中,一个电子和一个正电子相碰撞而消失,并产生电磁辐射.假定正负电子在湮没前均静止,由此估算辐射的总能量 E 。

分析 在相对论中,粒子的相互作用过程仍满足能量守恒定律,因此辐射总能量应等于电子偶湮没前两电子总能之和.按题意电子偶湮没前的总能只是它们的静能之和。

解 由分析可知,辐射总能量为

$$E = 2m_0c^2 = 1.64 \times 10^{-13} \text{ J} = 1.02 \text{ MeV}$$

14-26 若把能量 0.50×10^6 eV 给予电子,且电子垂直于磁场运动,则其运动径迹是半径为 2.0 cm 的圆.问:(1) 该磁场的磁感强度 B 有多大?(2) 这电子的动质量为静质量的多少倍?

分析 (1) 电子在匀强磁场中作匀速圆周运动时,其向心力为洛伦兹力 $F = evB$,在轨道半径 R 确定时, $B = B(p)$,即磁感强度是电子动量的函数.又由相对论的动能公式和动量与能量的关系可知电子动量 $p = p(E_0, E_k)$,题中给予电子的能量即电子的动能 E_k ,在电子静能 $E_0 = m_0c^2$ 已知的情况下,由上述关系可解得结果。

(2) 由相对论的质能关系可得动质量和静质量之比。

本题中电子的动能 $E_k = 0.50 \text{ MeV}$ 与静能 $E_0 = 0.512 \text{ MeV}$ 接近,已不能用经典力学的方法计算电子的动量或速度,而必须用相对论力学.事实上当 $E_k = 0.50E_0$ 时,用经典力学处理已出现不可忽略的误差。

解 (1) 根据分析,有

$$E = E_0 + E_k \quad (1)$$

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2 \quad (2)$$

$$evB = m \frac{v^2}{R} \quad (3)$$

联立求解上述三式,可得

$$B = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2E_0 E_k}}{eRc} = 0.146 \text{ T}$$

(2) 由相对论质能关系,可得

$$\frac{m}{m_0} = \frac{E}{E_0} = 1 + \frac{E_k}{E_0} = 1.98$$

本题也可以先求得电子速率 v 和电子动质量 m , 但求解过程较繁.

14-27 如果将电子由静止加速到速率为 $0.10c$, 需对它做多少功? 如将电子由速率为 $0.80c$ 加速到 $0.90c$, 又需对它做多少功?

分析 在相对论力学中, 动能定理仍然成立, 即 $W = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$, 但需注意动能 E_k 不能用 $\frac{1}{2}mv^2$ 表示.

解 由相对论性的动能表达式和质速关系可得当电子速率从 v_1 增加到 v_2 时, 电子动能的增量为

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_{k2} - E_{k1} = (m_2 c^2 - m_0 c^2) - (m_1 c^2 - m_0 c^2) \\ &= m_0 c^2 \left\{ \left[1 - \left(\frac{v_2}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} - \left[1 - \left(\frac{v_1}{c} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \end{aligned}$$

根据动能定理, 当 $v_1 = 0, v_2 = 0.10c$ 时, 外力所做的功为

$$W = \Delta E_k = 2.58 \times 10^3 \text{ eV}$$

当 $v_1 = 0.80c, v_2 = 0.90c$ 时, 外力所做的功为

$$W' = \Delta E'_k = 3.21 \times 10^5 \text{ eV}$$

由计算结果可知, 虽然同样将速率提高 $0.1c$, 但后者所做的功比前者要大得多, 这是因为随着速率的增大, 电子的质量也增大.

14-28 在惯性系中, 有两个静止质量都是 m_0 的粒子 A 和 B, 它们以相同的速率 v 相向运动, 碰撞后合成一个粒子, 求这个粒子的静止质量 m'_0 .

分析 对微观粒子而言, 经典物理中的守恒定律仍然成立. 但注意为相对论性守恒. 如对同一参考系, 粒子作用前(或后)相对参考系运动, 则其质量, 动量和能量分别用 m, mv 和 mc^2 表示. 若粒子作用后(或前)相对参考系静止, 则上述三量分别用 $m_0, 0$ 和 $m_0 c^2$ 表示. 不存在静质量或静能守恒概念. 本题可由相对论动量守恒判断合成粒子的情况, 再用相对论能量守恒求合成粒子的静质量.

解 设粒子 A 的速度的大小为 v_A , 粒子 B 的速度的大小为 v_B , 合成粒子的运动速度大小为 v . 由动量守恒得

$$\frac{m_0 v_A}{\sqrt{1-v_A^2/c^2}} - \frac{m_0 v_B}{\sqrt{1-v_B^2/c^2}} = \frac{m'_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

因 $v_A = v_B = v$, 所以

$$v = 0$$

即合成粒子是静止的. 由能量守恒得

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = m'_0 c^2$$

解出

$$m'_0 = \frac{2m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

第十五章 量子物理

15-1 下列物体中属于绝对黑体的是()

- (A) 不辐射可见光的物体 (B) 不辐射任何光线的物体
(C) 不能反射可见光的物体 (D) 不能反射任何光线的物体

分析与解 一般来说, 任何物体对外来辐射同时会有三种反应: 反射、透射和吸收, 各部分的比例与材料、温度、波长有关. 同时任何物体在任何温度下会同时对外辐射, 实验和理论证明: 一个物体辐射能力正比于其吸收能力. 做为一种极端情况, 绝对黑体(一种理想模型) 能将外来辐射(可见光或不可见光) 全部吸收, 自然也就不会反射任何光线, 同时其对外辐射能力最强. 综上所述应选(D).

15-2 光电效应和康普顿效应都是光子和物质原子中的电子相互作用的过程, 其区别何在? 在下面几种理解中, 正确的是()

- (A) 两种效应中电子与光子组成的系统都服从能量守恒定律和动量守恒定律
(B) 光电效应是由于电子吸收光子能量而产生的, 而康普顿效应则是由于电子与光子的弹性碰撞过程
(C) 两种效应都相当于电子与光子的弹性碰撞过程
(D) 两种效应都属于电子吸收光子的过程

分析与解 两种效应都属于电子与光子的作用过程, 不同之处在于: 光电效应是由于电子吸收光子而产生的, 光子的能量和动量会在电子以及束缚电子的