

双光栅检测微弱振动

钟瑞

2021年3月

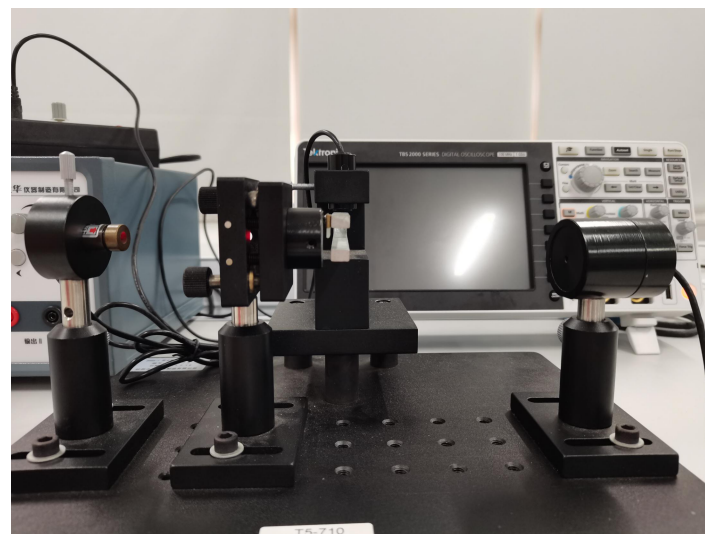


实验目的及内容

1. 掌握双光栅衍射测量微振动的原理。
2. 测量音叉微振动的振幅。
3. 测量不同频率的外力驱动音叉的振动曲线。

实验器材

信号源，示波器，激光器，光电探测器，光栅，光学调节架，音叉及音叉驱动器。



实验原理

多普勒效应 (频移)

多普勒效应 (Doppler Effect) :

波源 (Source) 和观察者 (Observer) 有相对运动时, 观察者接受到波的频率 f' 与波源发出的频率 f 并不相同的现象。

$$f' = \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right) f$$

Red: Lower Frequency Blue: Higher Frequency

430 x 10¹² Hz to 750 x 10¹² Hz



Doppler Effect of Light

Red Shift
Lower Frequency
Going Away

Blue Shift
Higher Frequency
Coming Closer

光的多普勒频移:

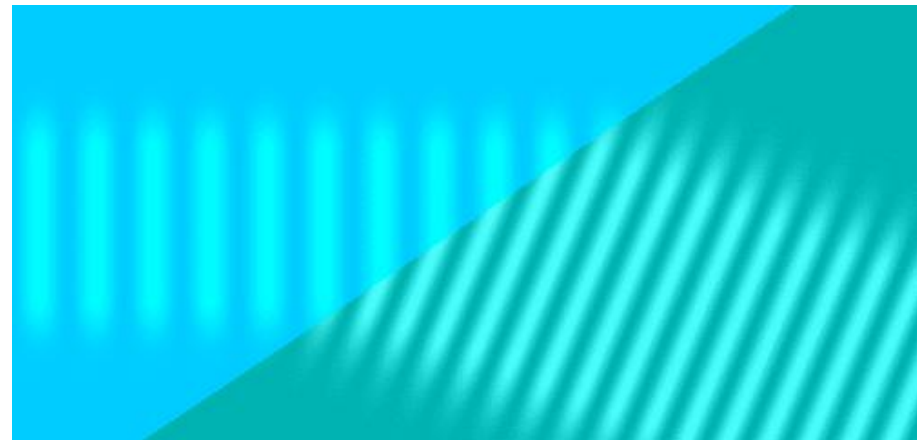
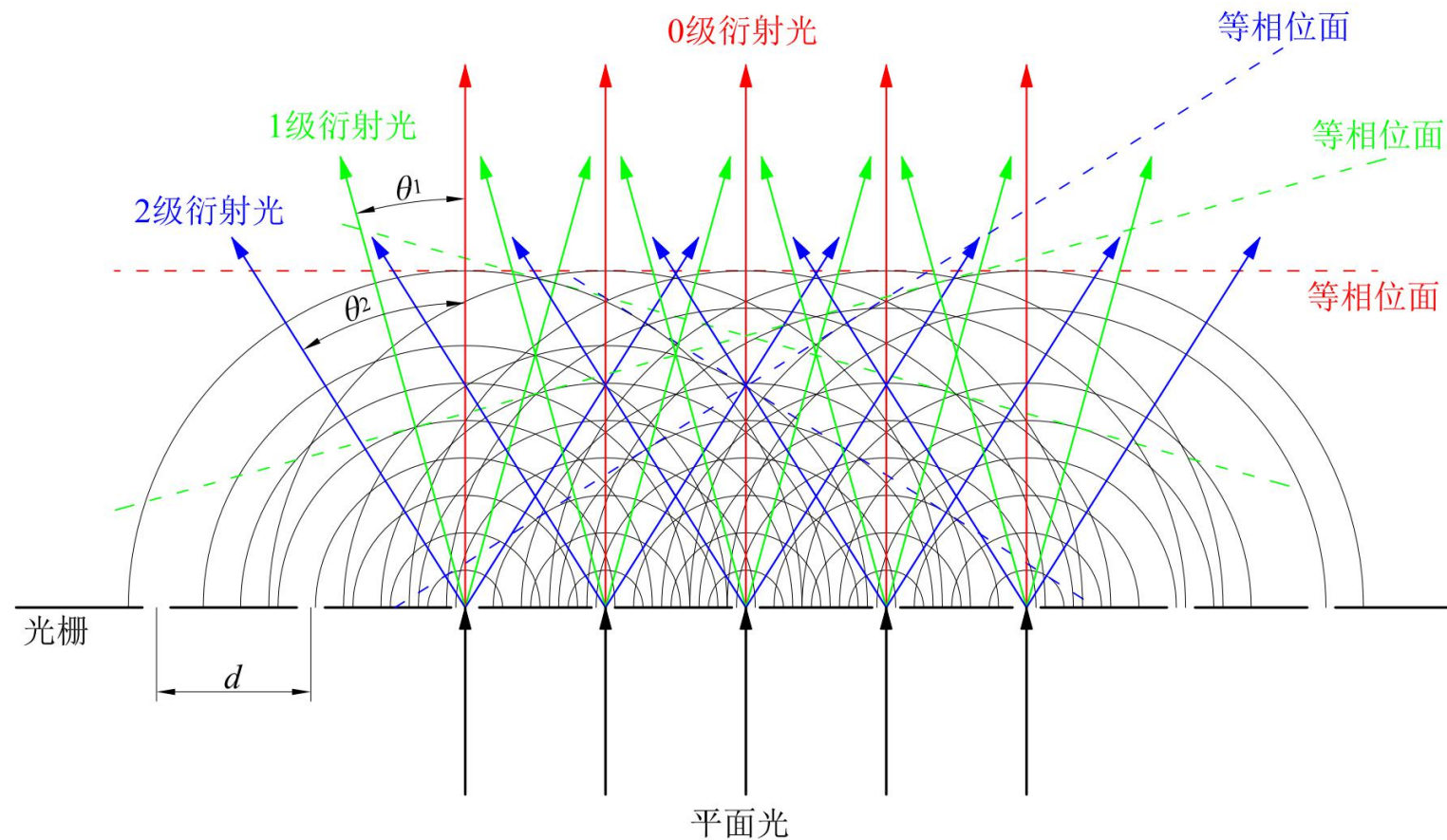
红移: 观察到的频率变小。

蓝移: 观察到的频率变大。





光栅对平面波的衍射

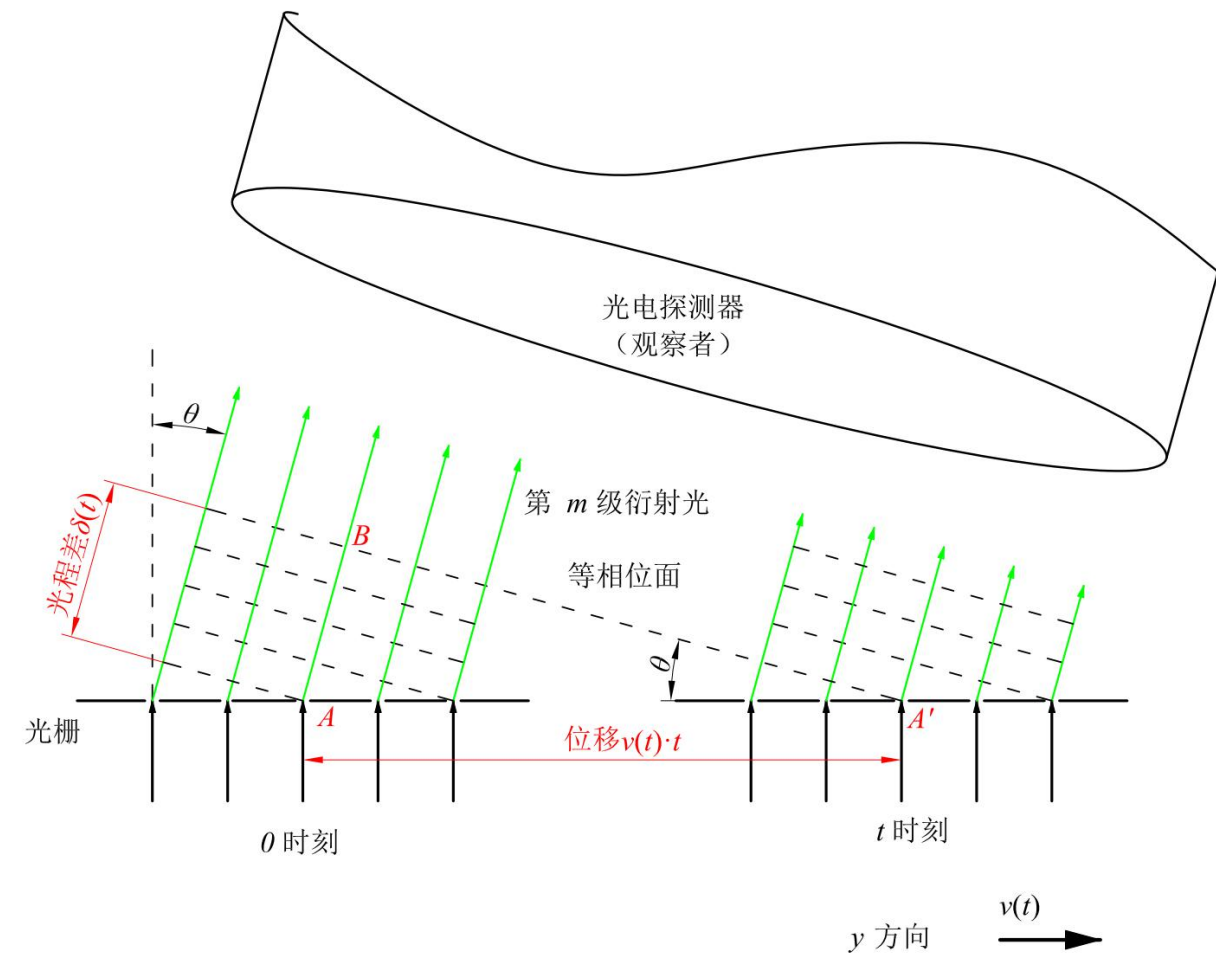


光栅方程:

$$d \cdot \sin(\theta) = m \cdot \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$



动光栅对光的多普勒频移



光栅以速度 $v(t)$ 沿 y 方向产生位移 $v(t) \cdot t$



光栅上的 A 点移动至 A' 处



光电探测器观察到 A 点的光程产生 $\delta(t)$ 的变化

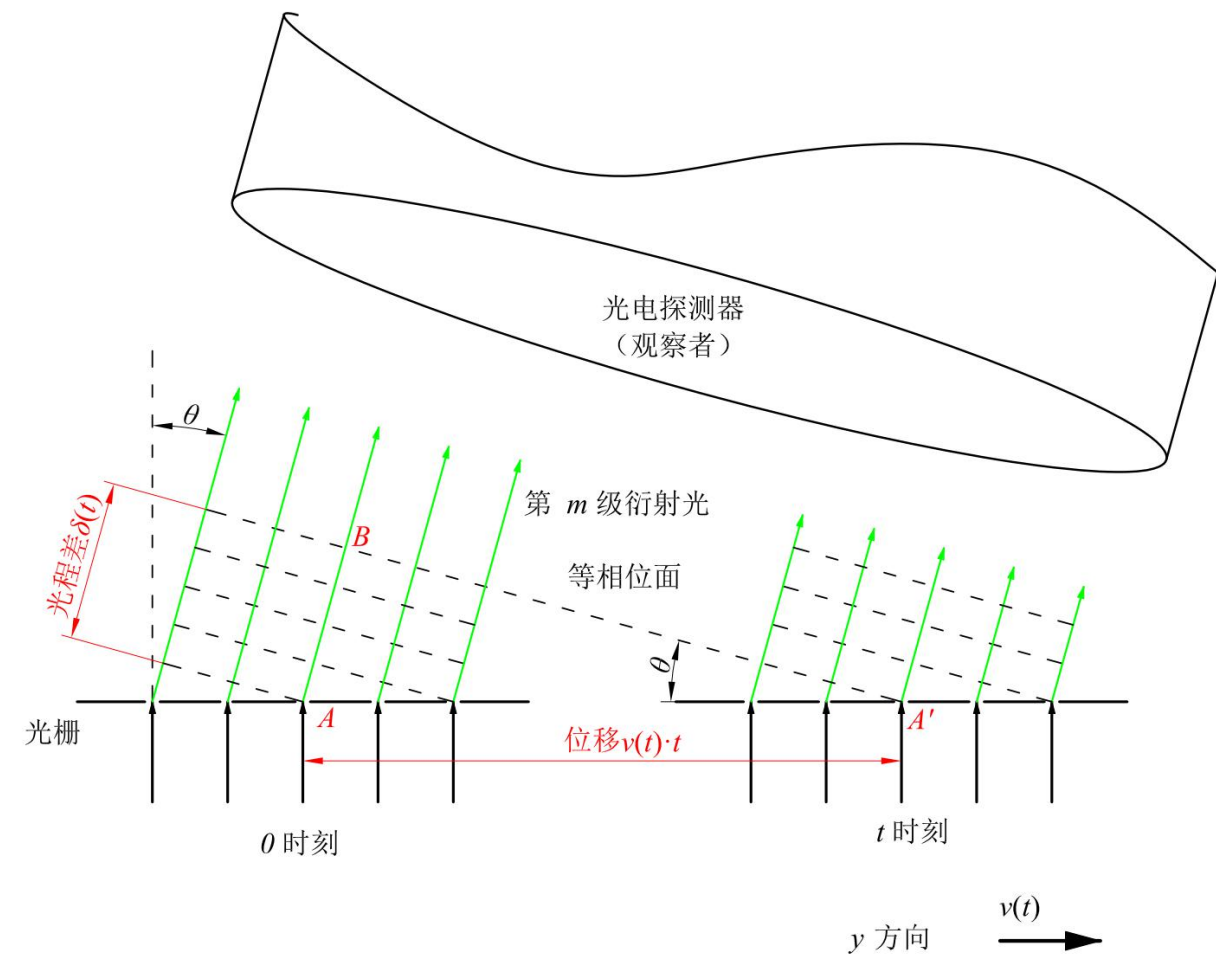


光电探测器观察到 A 点的相位产生 $\varphi(t)$ 的变化



光电探测器观察到第 m 级衍射光的
角频率产生 $\Delta\omega$ 的变化 (产生多普勒频移)

动光栅对光的多普勒频移



光栅方程 $d \cdot \sin(\theta) = m\lambda$

光程差 $\delta(t) = |AB| = v(t) \cdot t \cdot \sin(\theta)$

相位差 $\varphi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \delta(t) = m \frac{2\pi v(t)}{d} t$

频移前 $E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

频移后 $E'(t) = E_0 \cos[\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi(t)]$

多普勒频移

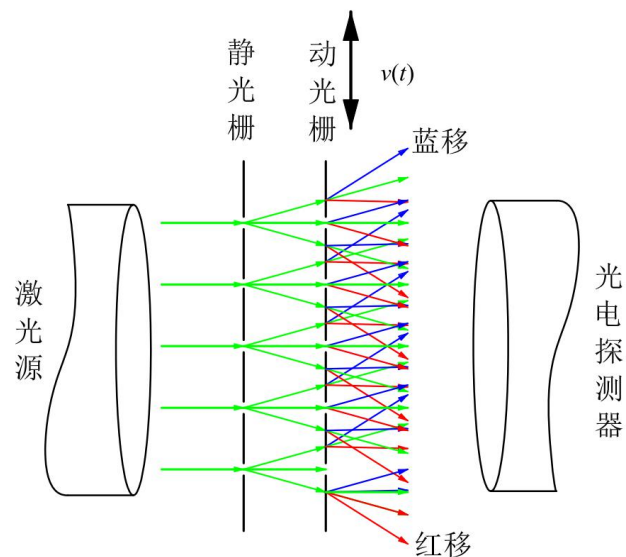
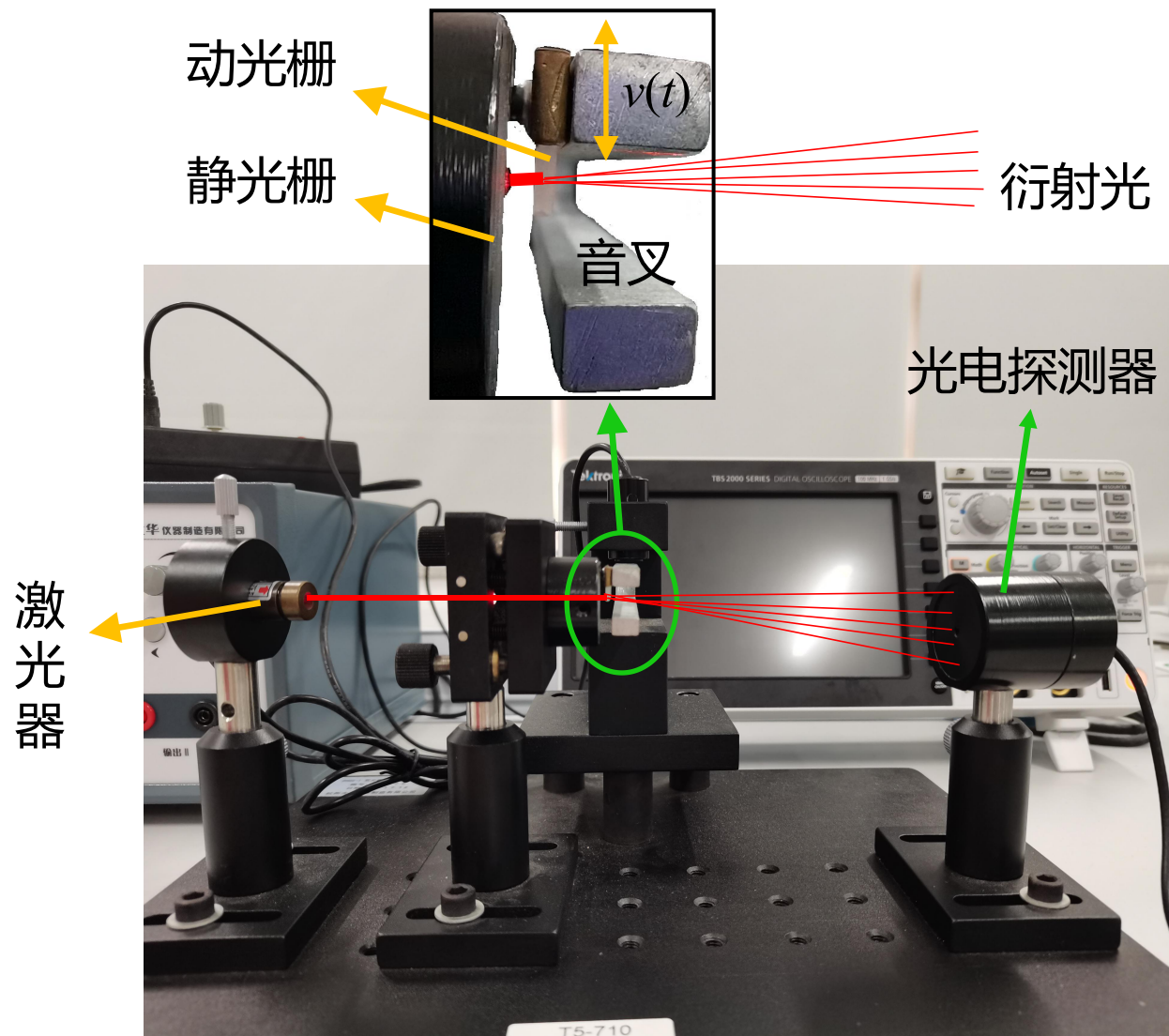
$\Delta\omega = m \cdot \omega_d$

$$\omega_d = \frac{2\pi v(t)}{d}$$

$E'(t) = E_0 \cos[(\omega_0 + m \cdot \omega_d)t + \varphi_0]$



实验装置



保证动、静光栅相互平行，相距足够近，激光束足够宽，可以使 0 级衍射光（角频率仍为 ω_0 ）和+1（或-1）级衍射光（产生了多普勒频移，角频率为 $\omega_0 + \omega_d$ 或 $\omega_0 - \omega_d$ ）叠加，产生拍频信号，被光电探测器接收，转换为光电流，光电流经放大后输入到示波器上显示出波形。





若拍频由 0 级衍射光和+1级衍射光叠加产生

0 级衍射光 $E_1(t) = E_{10} \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$

+1 级衍射光 $E_2(t) = E_{20} \cos[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2]$

光电流

$$\begin{aligned} I &= \xi (E_1 + E_2)^2 \\ &= \xi \left\{ E_{10}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_1) + E_{20}^2 \cos^2[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2] + \underbrace{2E_{10}E_{20} \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \cos[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2]}_{\text{积化和差}} \right\} \\ &= \xi \left\{ E_{10}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_1) + E_{20}^2 \cos^2[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2] + \underbrace{E_{10}E_{20} \cos[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2 + (\omega_0 t + \varphi_1)] + E_{10}E_{20} \cos[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2 - (\omega_0 t + \varphi_1)]}_{\text{积化和差}} \right\} \\ &= \xi \left\{ E_{10}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_1) + E_{20}^2 \cos^2[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2] + E_{10}E_{20} \cos[(2\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_1 + \varphi_2] + E_{10}E_{20} \cos(\omega_d t + \varphi_2 - \varphi_1) \right\} \end{aligned}$$

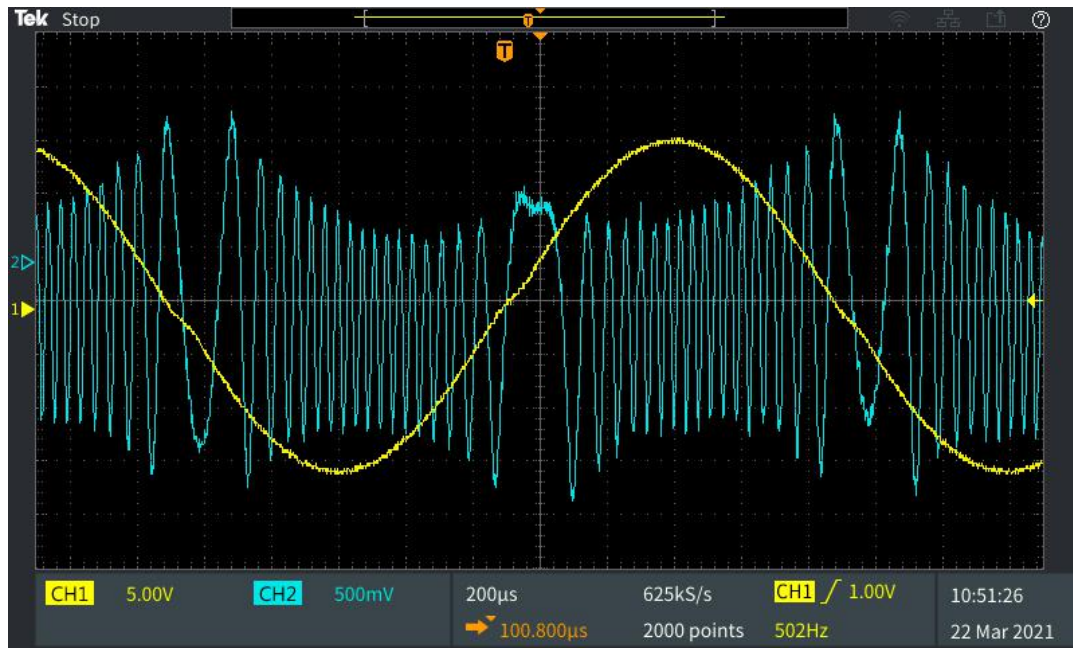


光电探测器的响应电流

$$I = \xi \left\{ E_{10}^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_1) + E_{20}^2 \cos^2[(\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_2] + E_{10}E_{20} \cos[(2\omega_0 + \omega_d)t + \varphi_1 + \varphi_2] + E_{10}E_{20} \cos(\omega_d t + \varphi_2 - \varphi_1) \right\}$$

频率太高，光电探测器无法响应

低频信号，光电探测器可以响应

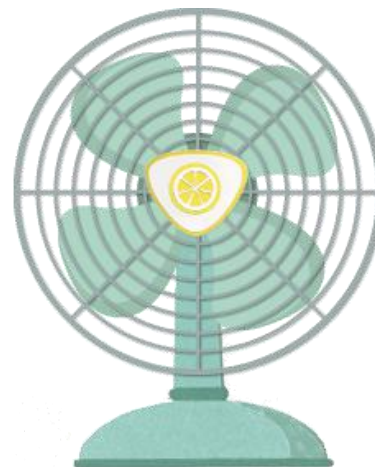


示波器上显示的光电流信号只有拍频成分，没有光波频率。



光波频率：~ 10^{15}Hz

太快了，看不清扇叶！



拍频：~ 10^3Hz

这么慢，扇叶看得一清二楚！



光电探测器响应

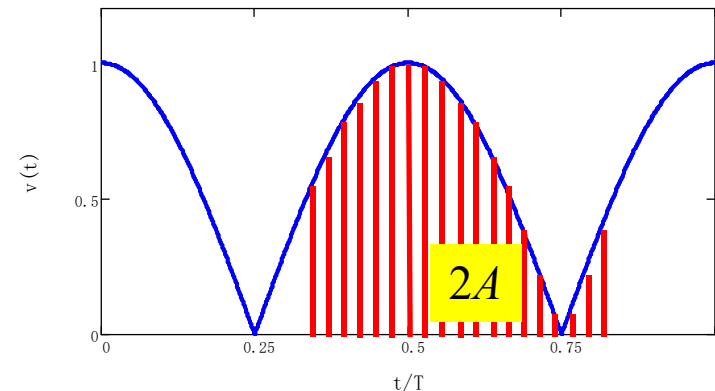
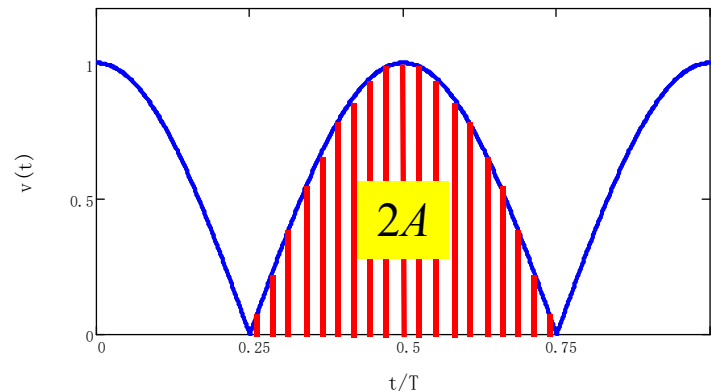
频率：~ 10^{10}Hz

音叉 (动光栅) 振幅的测量

振幅 A 等于振动速率 (注意是标量“速率”)

在半个振动周期内对时间的积分一半

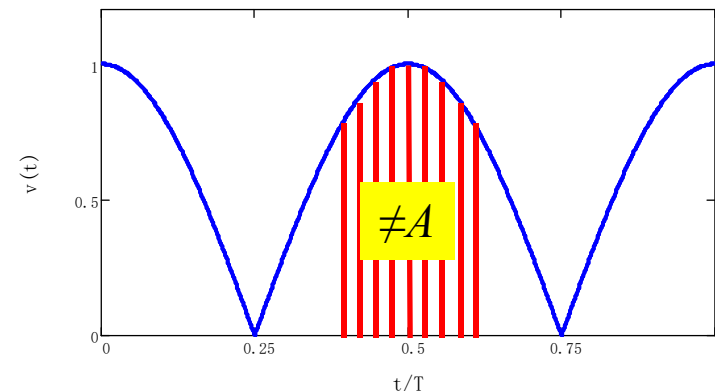
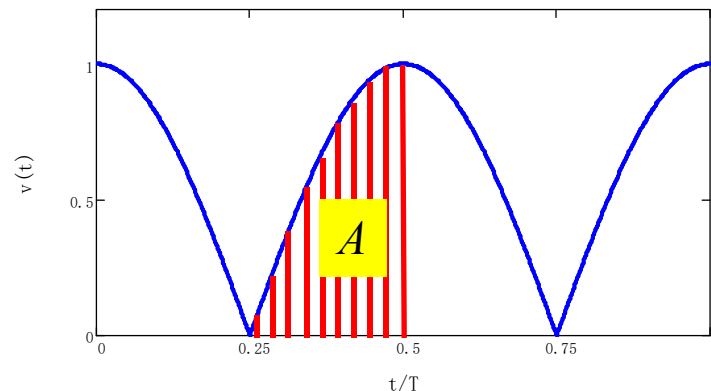
$$A = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{\frac{T}{2}} |v(t)| dt$$



速率在任意半个振动周期内对时间的积分是定值 ($2A$)

为何不取振动速率在1/4个振动周期内对时间的积分?

$$A = \int_{t=0}^{\frac{T}{4}} |v(t)| dt \quad ?$$



速率在任意1/4个振动周期内对时间的积分不是定值

音叉 (动光栅) 振幅的测量

$$A = \frac{1}{2} \int_{t=0}^{\frac{T}{2}} |v(t)| dt$$

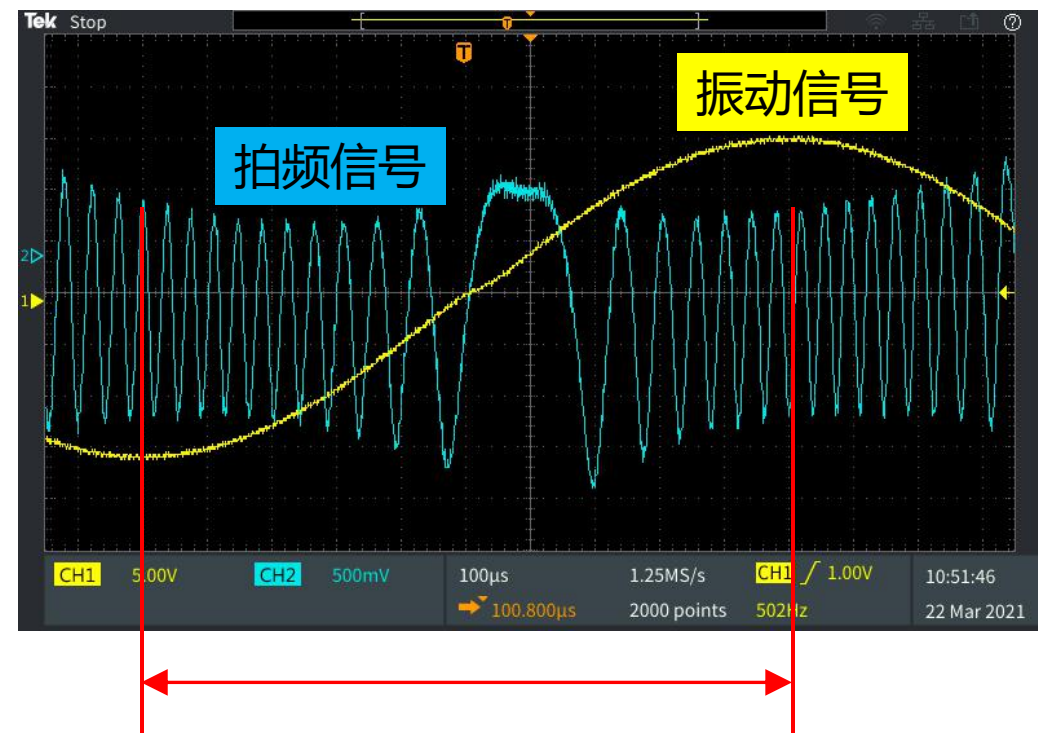
$$\omega_d = \frac{2\pi\nu(t)}{d}$$

$$F_{\text{拍}} = \frac{\omega_d}{2\pi}$$

光栅常数 ($10\mu\text{m}$)

$$A = \frac{d}{2} \int_{t=0}^{\frac{T}{2}} F_{\text{拍}}(t) dt$$

音叉的半个振动周期内出现的拍频波的波数



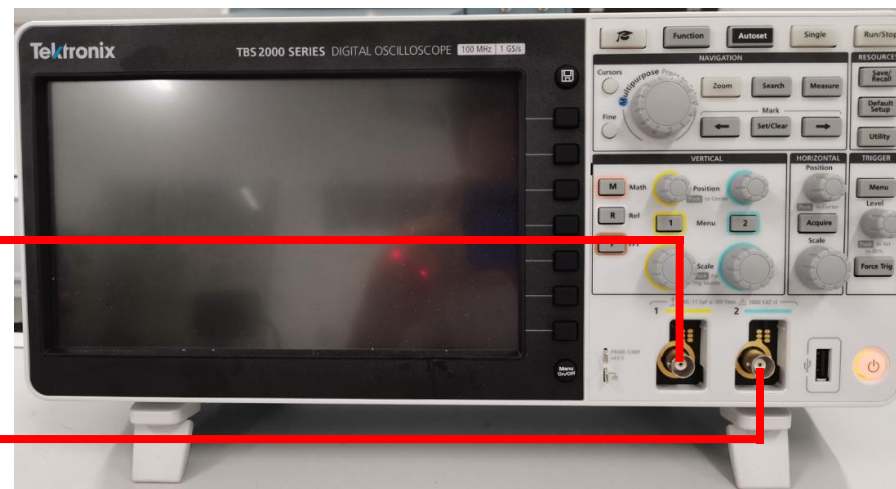
通过示波器数出音叉的半个振动周期内出现的拍频波的波数，乘以光栅常数，再除以2，即测得音叉的振幅值。

频率的物理意义：单位时间内出现的周期数（波形数）

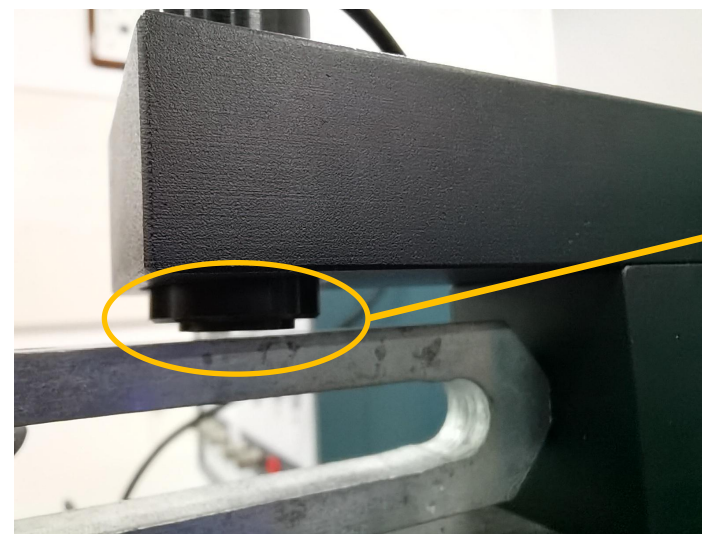
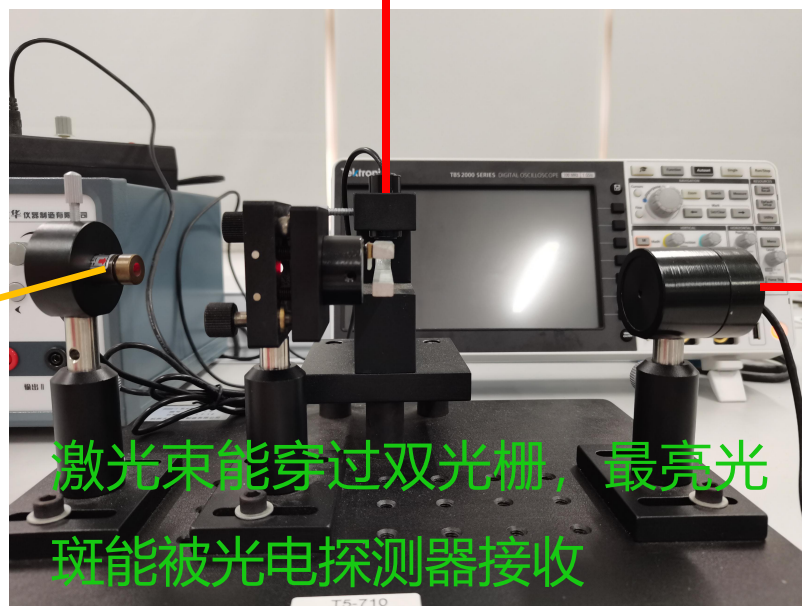
频率对时间的积分：该时间段内出现的周期数（波形数）

操作要点

连线

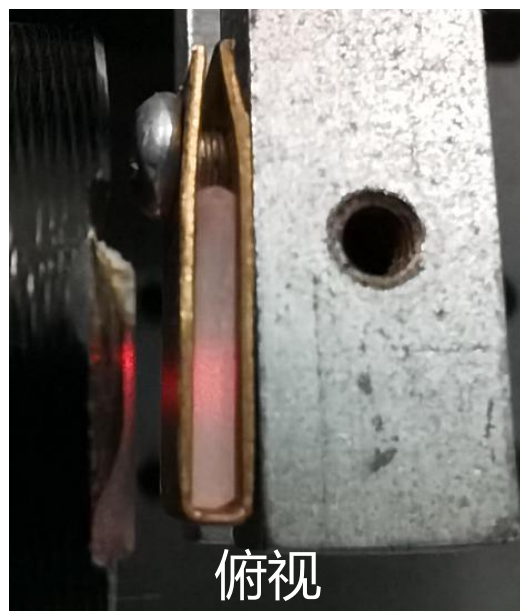
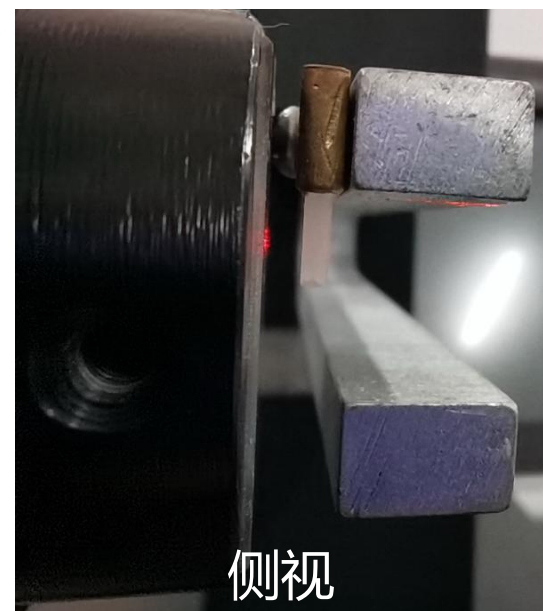


接激光
器电源



音叉驱动器与音叉平行, 相距约0.15mm
(垫一张白纸, 固定好后取出白纸)

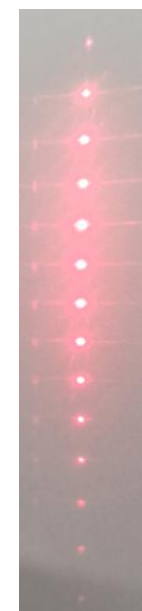
实验关键：两光栅平行



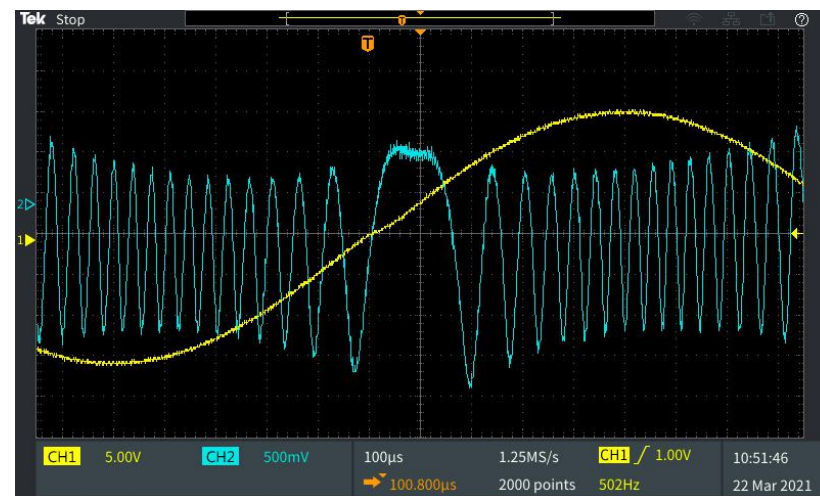
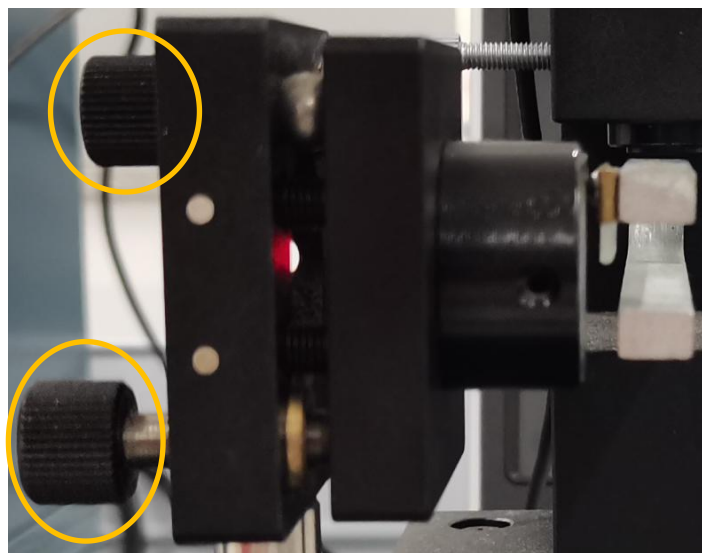
转动静光栅方向至衍射
光斑呈一条竖直线排列



说明此时两光栅的刻痕
方向均沿水平方向



调这两
颗螺钉



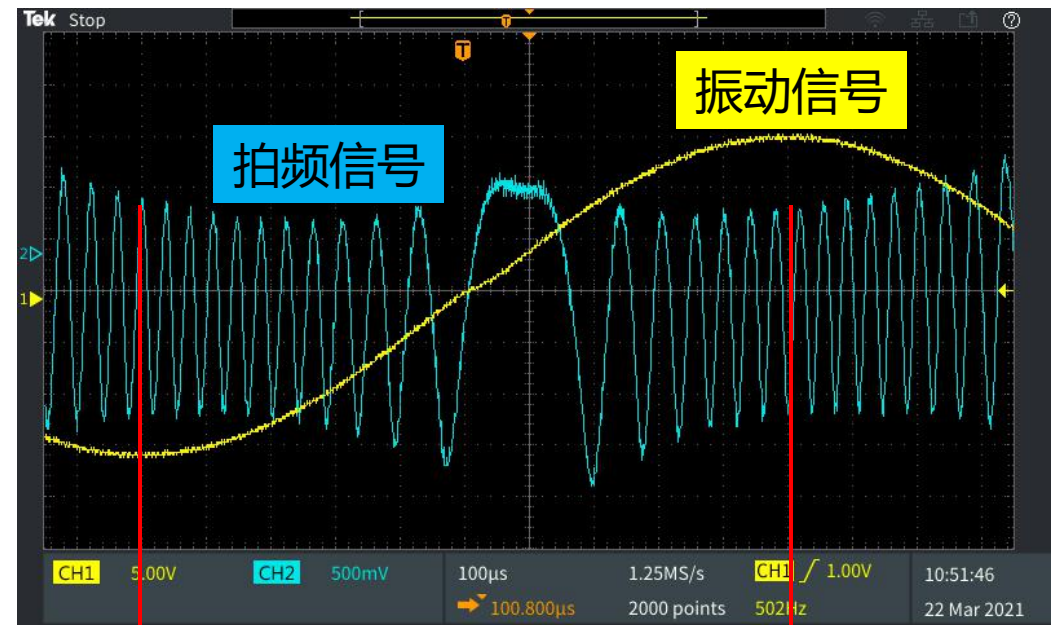
调好的标准：示
波器上能观察到
“漂亮的”拍频波

找到共振频率

将正弦信号频率预设置在500Hz左右，改变频率大小，观察示波器上拍频波数量的变化，拍频波数量最多时表明音叉已经共振，记录此时的信号频率 f_0 （即共振频率）。

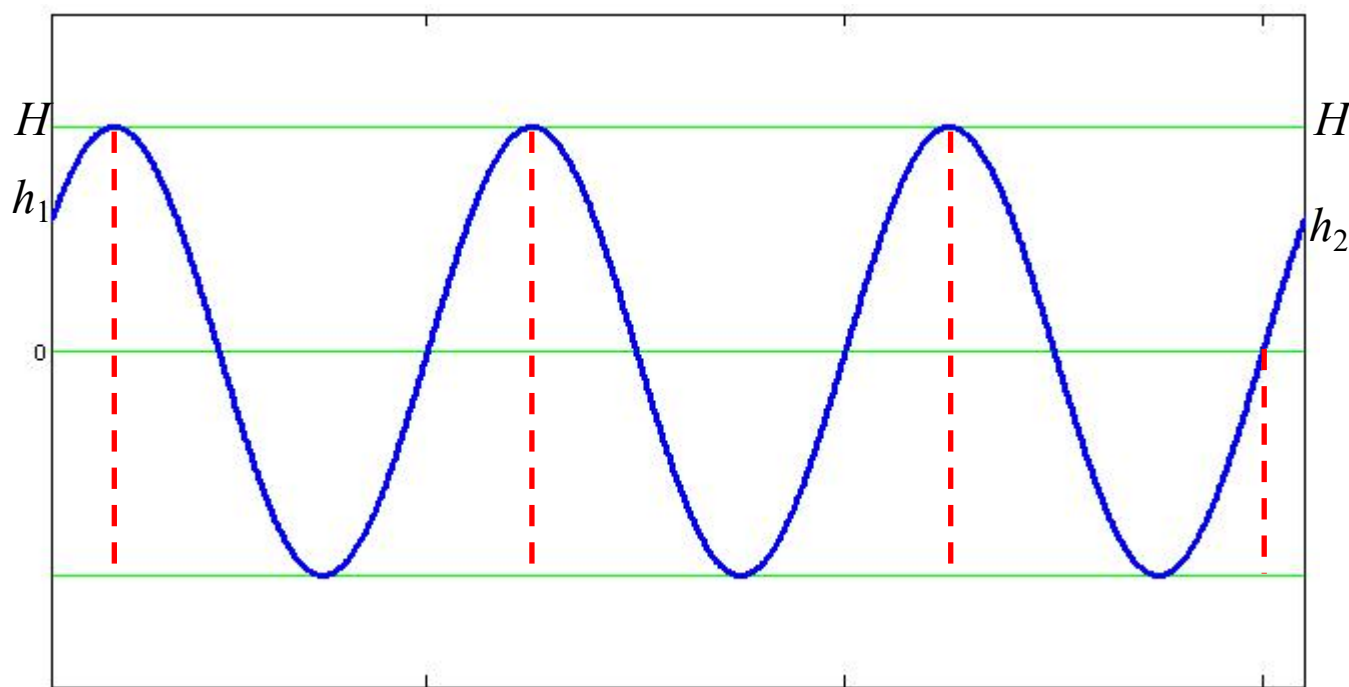
在共振频率下，适当调节幅度，观察示波器上拍频波数量的变化，使音叉的半个振动周期内出现的拍频波波数在15~20个之间。

记录音叉的半个振动周期内出现的拍频波波数 x ，计算音叉共振时的振幅 $A = (x \cdot d)/2$ 。



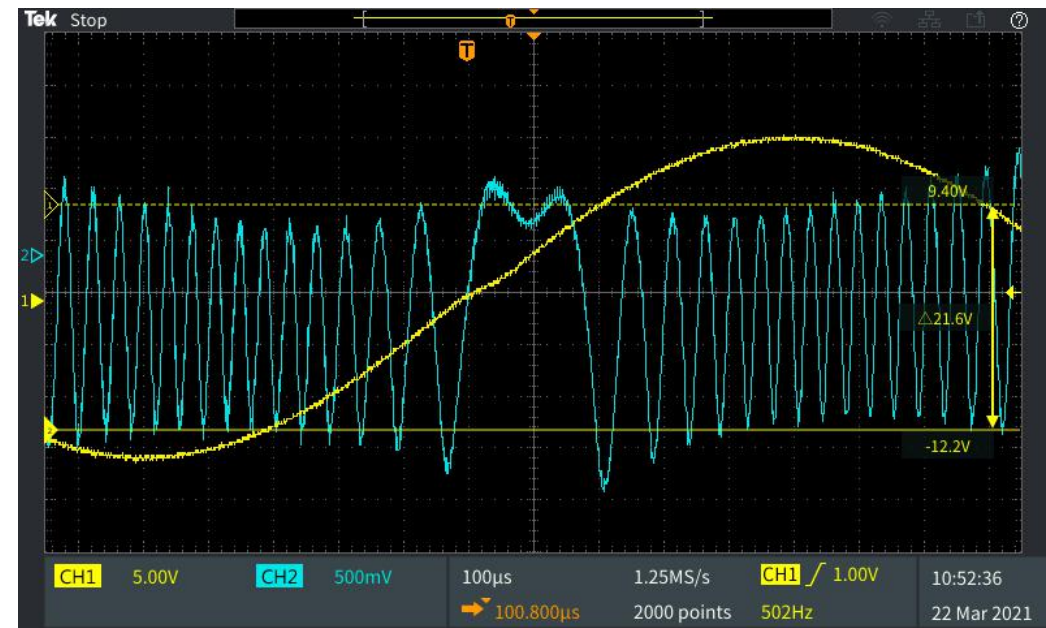
拍频波波数的确定

$x = \text{完整波数} + \text{首尾满} \frac{1}{2} \text{ 或 } \frac{1}{4} \text{ 或 } \frac{3}{4} \text{ 波形的分数部分} + \text{不满} \frac{1}{4} \text{ 波形的首数和尾数部分}$



例

$$x = 2 + \frac{3}{4} + \frac{\arccos\left(\frac{h_1}{H}\right)}{360^\circ} + \frac{\arcsin\left(\frac{h_2}{H}\right)}{360^\circ}$$



可打开光标测量电平 H 、 h_1 、 h_2

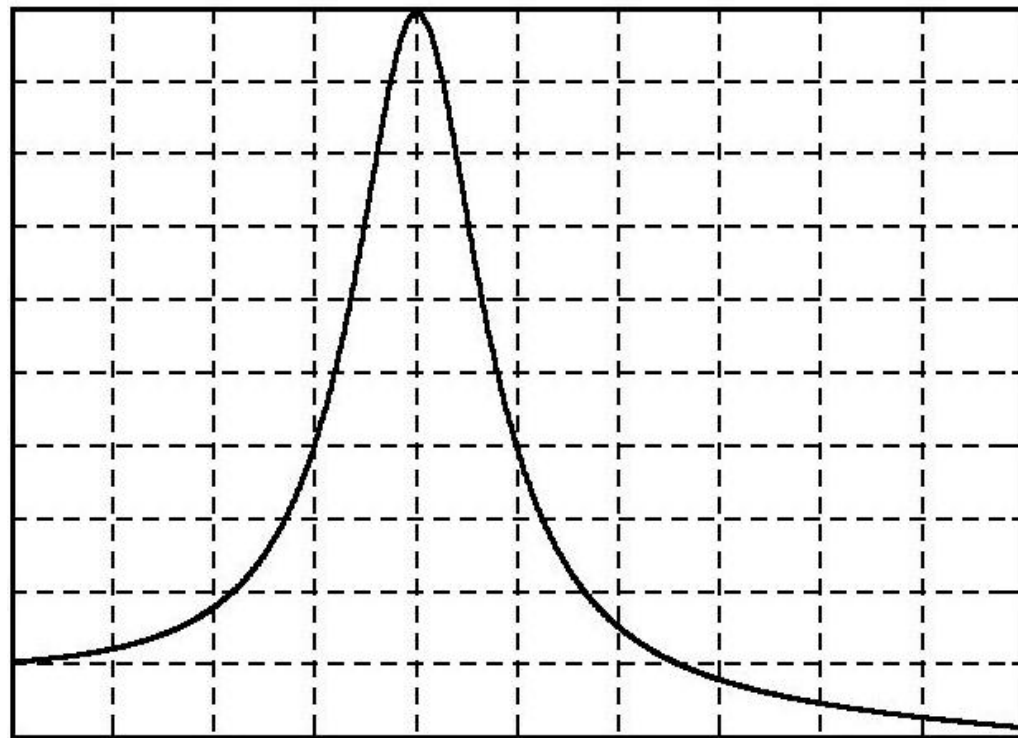
测量不同频率外力驱动下音叉的振幅

以共振频率为中心，在其左右各取4个不同的频率，分别测量对应的音叉的振幅。

频率的改变步长不必拘泥于0.1Hz，也就是当拍频波波数变化不明显时，可以适当增大频率间隔（例如间隔0.2Hz、0.5Hz等等）。

将9个不同驱动频率下测得的音叉振幅与对应的驱动频率的关系曲线绘制出来（Matlab、Mathcad、Excel、坐标纸等等均可）。

音叉
振幅
(μm)



驱动频率 (Hz)

选做：保持驱动信号输出幅度不变，将软管放入音叉上的小孔从而改变音叉的有效质量，调节驱动信号频率，研究谐振曲线的变化趋势。

谢谢